



**HAL**  
open science

## Résolution d'un problème deux périodes avec erreurs multiplicatives dans le contexte du e-détaillant

Selma-Afakh Khader, Yacine Rekik, Valerie Botta-Genoulaz, Jean-Pierre Campagne

► **To cite this version:**

Selma-Afakh Khader, Yacine Rekik, Valerie Botta-Genoulaz, Jean-Pierre Campagne. Résolution d'un problème deux périodes avec erreurs multiplicatives dans le contexte du e-détaillant. 2013. hal-00771851

**HAL Id: hal-00771851**

**<https://hal.science/hal-00771851>**

Preprint submitted on 10 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Résolution d'un problème deux périodes avec erreurs multiplicatives dans le contexte du e-détaillant

Selma-Afakh Khader<sup>1</sup>, Yacine Rekik<sup>2</sup>, Valerie BOTTA-GENOULAZ<sup>1</sup>, Jean-Pierre Campagne<sup>1</sup>

<sup>1</sup> INSA-Lyon, DISP, bâtiment Léonard de Vinci,  
21, Avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France.

[selma-afakh.khader@insa-lyon.fr](mailto:selma-afakh.khader@insa-lyon.fr), [valerie.botta@insa-lyon.fr](mailto:valerie.botta@insa-lyon.fr), [jean-pierre.campagne@insa-lyon.fr](mailto:jean-pierre.campagne@insa-lyon.fr)

<sup>2</sup> EMLyon Business school, DISP, 23 av. Guy de Collongues, 69134 Ecully, France.

[rekik@em-lyon.com](mailto:rekik@em-lyon.com)

**Résumé**— Des perturbations existent entre la quantité que montre le Système d'Information (SI) et la quantité de produits réellement disponible dans le Stock Physique (SP), si elles ne sont pas prises en compte, elles peuvent avoir un impact direct sur la satisfaction de la demande dans le contexte d'un e-détaillant. Dans cet article nous considérons le cas d'un modèle stochastique en gestion de stock à deux périodes et nous l'étendons avec la prise en compte des perturbations multiplicatives dont la variabilité est fonction des quantités commandées, nous proposons une résolution mathématique exacte dont nous détaillons les calculs.

**Mots-clés**— incertitude en gestion de stock, erreurs multiplicatives, résolution mathématique, modèle à deux périodes.

Les notations utilisées dans le modèle sont comme suit :

- $D1$  ( $D2$ ): variable aléatoire représentant la demande de la période 1 (2, respectivement)
- $f_1$  ( $f_2$ ): la fonction densité et  $F_1$  ( $F_2$ ) la fonction de répartition de la variable aléatoire  $D1$  ( $D2$ , respectivement).
- $\mu_{D1}$  ( $\mu_{D2}$ ): la moyenne de  $D1$  ( $D2$ , respectivement).
- $\sigma_{D1}$  ( $\sigma_{D2}$ ): l'écart type de la variable aléatoire  $D1$  ( $D2$ , respectivement).
- $\gamma_{Si}$  ( $\gamma_{SPi}$ ): variable aléatoire représentant les perturbations sur la quantité SI (SP) durant la période  $i = 1, 2$
- $\mu_{Si}$  ( $\mu_{SPi}$ ): la moyenne de  $\gamma_{Si}$  ( $\gamma_{SPi}$ , respectivement) durant la période  $i = 1, 2$
- $\sigma_{Si}$  ( $\sigma_{SPi}$ ): l'écart type de  $\gamma_{Si}$  ( $\gamma_{SPi}$ ) durant la période  $i = 1, 2$
- $p_i$  ( $P_i$ ): la fonction densité (la fonction de répartition, respectivement) de  $\gamma_{Si}$  durant la période  $i = 1, 2$
- $h_i$  ( $H_i$ ): la fonction densité (la fonction de répartition, respectivement) de  $\gamma_{SPi}$  durant la période  $i = 1, 2$
- $Y_i$ : niveau de reapprovisionnement pour la période  $i = 1, 2$
- $Y_i^*$ : la valeur optimale  $Y_i$  de la période  $i = 1, 2$
- $Y_{Si}$ : quantité affichée dans le système d'information au début de la période  $i = 1, 2$
- $Y_{SPi}$ : quantité disponible dans le système physique au début de la période  $i = 1, 2$
- $x_i$ : stock SI initial affiché dans la période  $i = 1, 2$  avant la passation d'une commande auprès du fournisseur
- $\pi_2$ : le profit moyen associé à la période 2
- $\pi_g$ : le profit moyen global associé aux périodes 1 et 2

Nous définissons aussi trois types de coûts :

- $u_1$  : le **coût unitaire de rupture de type 1** payé quand le niveau affiché dans le SI est insuffisant pour satisfaire une demande, i.e., quand une vente est perdue à cause de la non disponibilité du produit dans le SI.
- $u_2$  : le **coût unitaire de rupture de type 2** payé quand le niveau du SP est insuffisant pour honorer un engagement de vente.
- $hol_i$  : le **coût unitaire de stockage** associé à la période  $i = 1, 2$  unitaire de sur-stockage dans la première période payé quand un produit reste invendu à la fin de la période.

## A. Méthode de résolution

Dans la résolution du problème deux-périodes, nous avons utilisé la programmation dynamique : la méthode du récursion arrière (backward recursion). Dans un premier temps nous avons optimisé le profit de la deuxième période et après nous avons optimisé le profit global pour les deux périodes.

Dans l'étude de la fonction objective globale, nous faisons deux hypothèses afin de pouvoir l'étudier.

$$\text{Hy1: } \mu_{IS1} \leq H_1^{-1} \left( \frac{u_1 + hol_1}{u_2 + hol_1} + H_1(0) \right) \text{ and } \sigma_{IS1} \leq \frac{H_1^{-1} \left( \frac{u_1 + hol_1}{u_2 + hol_1} + H_1(0) \right) - \mu_{IS1}}{6}$$

$$\text{Hy2: } \mu_{IS2} \leq H_2^{-1} \left( \frac{u_1 + hol_2}{u_2 + hol_2} + H_2(0) \right) \text{ and } \sigma_{IS2} \leq \frac{H_2^{-1} \left( \frac{u_1 + hol_2}{u_2 + hol_2} + H_2(0) \right) - \mu_{IS2}}{6}$$

Dans ce working paper nous démontrons que sous Hy1 et Hy2 la fonction

$\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1^*) = 0$ , i.e. :

$$\begin{aligned} & -(u_1 + hol_1) \int_0^{+\infty} \gamma_{SI1} F_1(\gamma_{SI1} Y_1) p_1(\gamma_{SI1}) d\gamma_{SI1} - C_{21} \\ & + (u_2 + hol_1) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{SP1}=0}^{\gamma_{SI1}} ((\gamma_{SI1} F_1(\gamma_{SI1} Y_1) - \gamma_{SP1} F_1(\gamma_{SP1} Y_1)) h_1(\gamma_{SP1}) p_1(\gamma_{SI1}) d\gamma_{SP1} d\gamma_{SI1} \\ & + \int_{D1=0}^{Y_1 - Y_2^*} \left( -(u_1 + hol_2) \int_0^{+\infty} F_2(\gamma_{SI2}(Y_1 - D1)) \gamma_{SI2} p_2(\gamma_{SI2}) d\gamma_{SI2} - C_{22} \right. \\ & + (u_2 \\ & + hol_2) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{SP2}=0}^{\gamma_{SI2}} (\gamma_{SI2} F_2(\gamma_{SI2}(Y_1 - D1)) \\ & \left. - \gamma_{SP2} F_2(\gamma_{SP2}(Y_1 - D1)) h_2(\gamma_{SP2}) p_2(\gamma_{SI2}) d\gamma_{SP2} d\gamma_{SI2} \right) f_1(D1) dD1 - c F_1(Y_1 - Y_2^*) = 0 \end{aligned}$$

Nous calculons aussi

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1) = & -(u_1 + hol_1) \int_0^{+\infty} \gamma_{SI1}^2 f_1(\gamma_{SI1} Y_1) p_1(\gamma_{SI1}) d\gamma_{SI1} \\ & + (u_2 + hol_1) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{SP1}=0}^{\gamma_{SI1}} (\gamma_{SI1}^2 f_1(\gamma_{SI1} Y_1) - \gamma_{SP1}^2 f_1(\gamma_{SP1} Y_1)) h_1(\gamma_{SP1}) p_1(\gamma_{SI1}) d\gamma_{SP1} d\gamma_{SI1} \\ & + \left( \int_{D1=0}^{Y_1 - Y_2^*} \left( -(u_1 + hol_2) \int_0^{+\infty} \gamma_{SI2}^2 f_2(\gamma_{SI2}(Y_1 - D1)) p_2(\gamma_{SI2}) d\gamma_{SI2} \right. \right. \\ & + (u_2 \\ & + hol_2) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{SP2}=0}^{\gamma_{SI2}} (\gamma_{SI2}^2 f_2(\gamma_{SI2}(Y_1 - D1)) \\ & \left. \left. - \gamma_{SP2}^2 f_2(\gamma_{SP2}(Y_1 - D1)) h_2(\gamma_{SP2}) p_2(\gamma_{SI2}) d\gamma_{SP2} d\gamma_{SI2} \right) f_1(D1) dD1 - c f_1(Y_1 - Y_2^*) \right) \end{aligned}$$

Soit

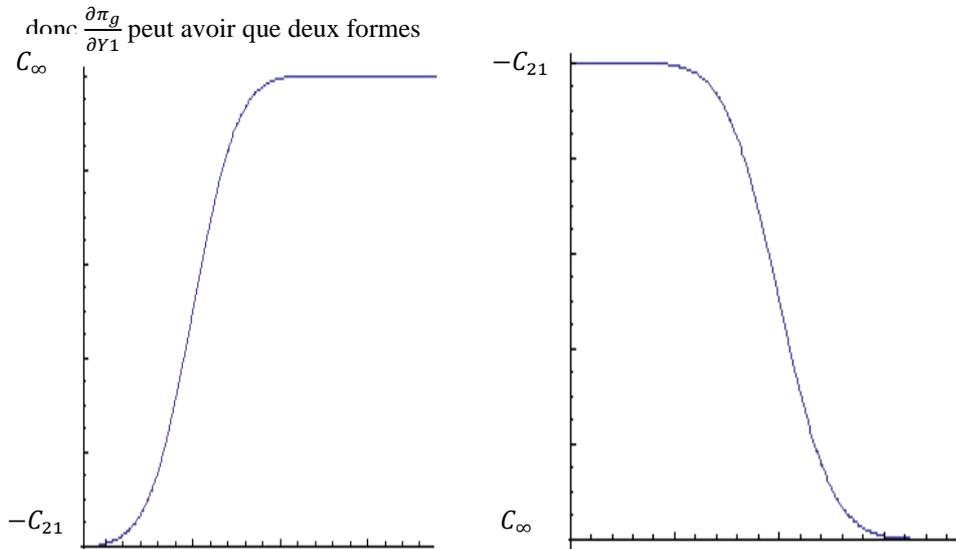
$PT1(Y_1) =$

$$\int_0^{+\infty} (-(u_1 + hol_1) + (u_2 + hol_1)(H_1(\gamma_{SI1}) - H_1(0))) f_1(\gamma_{SI1} Y_1) p_1(\gamma_{SI1}) d\gamma_{SI1} + \int_{D1=0}^{Y_1 - Y_2^*} \left( \int_0^{+\infty} (-(u_1 + hol_2) + (u_2 + hol_2)(H_2(\gamma_{SI2}) - H_2(0))) \gamma_{SI2}^2 f_2(\gamma_{SI2}(Y_1 - D1)) p_2(\gamma_{SI2}) d\gamma_{SI2} \right) f_1(D1) dD1$$

$$PT2(Y_1) = (u_2 + hol_1) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{SP1}=0}^{\gamma_{SI1}} (\gamma_{SP1}^2 f_1(\gamma_{SP1} Y_1)) h_1(\gamma_{SP1}) p_1(\gamma_{SI1}) d\gamma_{SP1} d\gamma_{SI1} + \int_{D1=0}^{Y_1 - Y_2^*} \left( (u_2 + hol_2) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{SP2}=0}^{\gamma_{SI2}} \gamma_{SP2}^2 f_2(\gamma_{SP2}(Y_1 - D1)) h_2(\gamma_{SP2}) p_2(\gamma_{SI2}) d\gamma_{SP2} d\gamma_{SI2} \right) f_1(D1) dD1 - c f_1(Y_1 - Y_2^*)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1) = PT1(Y_1) - PT2(Y_1)$$

D'après Hy1 et Hy2 :  $PT1(Y_1)$  est une fonction négative et  $PT2(Y_1)$  est une fonction positive donc  $\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}$  ne s'annule pas et par conséquent  $\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}$  ne peut pas avoir de maxima et nous savons aussi que  $C_\infty = \lim_{Y_1 \rightarrow +\infty} \frac{\partial \pi_g(x_1, Y_1)}{\partial Y_1} = C_{11} - C_{21} + C_{12} - C_{22}$  et  $\lim_{Y_1 \rightarrow 0} \frac{\partial \pi_g(x_1, Y_1)}{\partial Y_1} = -C_{21}$



Afin d'obtenir les conditions d'existence de  $Y_1^*$  nous définissons les constantes suivantes :

Et  $Y_1^*$  doit vérifier  $\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1^*) = 0$

La table I résume les conditions d'existence d'une solution optimale pour le problème d'incertitude sur les stocks sur deux périodes et avec des erreurs multiplicatives.

#### CONDITIONS D'EXISTENCE

Condition $Y_1^*$		Nombre de solution	Optimalité
$-C_{21} * C_\infty \leq 0$	$-C_{21} \geq 0$	1	Optimal
$-C_{21} * C_\infty \leq 0$	$-C_{21} \leq 0$	1	Pas optimal
$-C_{21} * C_\infty \geq 0$		No Solution	
Condition $Y_2^*$ [1]		Nombre de solution	Optimalité
$(C_{12} - C_{22})C_{22} \geq 0$	$C_{22} \leq 0$	1	Optimal
$(C_{12} - C_{22})C_{22} \geq 0$	$0 \leq C_{22}$	1	Pas optimal
$(C_{12} - C_{22})C_{22} \leq 0$		No Solution	

#### Références

- [1] Khader, S., Rekik, Y., Campagne, J. P. and Syntetos, A. 2012. The inventory inaccuracy issue under a multiplicative error structure. INCOM Conference, Bucharest, Romania, May 23-25, 2012.