



**HAL**  
open science

## Suivi de trajectoire en position d'un servo-vérin hydraulique via la technique de Backstepping

Lilia Sidhom, Xavier Brun, Eric Bideaux, Daniel Thomasset

► **To cite this version:**

Lilia Sidhom, Xavier Brun, Eric Bideaux, Daniel Thomasset. Suivi de trajectoire en position d'un servo-vérin hydraulique via la technique de Backstepping. CIFA 2010, Jun 2010, Nancy, France. pp.Ve-A2. hal-00734168

**HAL Id: hal-00734168**

**<https://hal.science/hal-00734168>**

Submitted on 20 Sep 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Suivi de trajectoire en position d'un servo-vérin hydraulique via la technique de Backstepping

Lilia SIDHOM, Xavier BRUN, Eric BIDEAUX, Daniel THOMASSET

Laboratoire Ampère, UMR CNRS 5005,  
Université de Lyon – INSA de Lyon  
25, avenue Jean Capelle, 69621 Lyon, France.

[lilia.sidhom@insa-lyon.fr](mailto:lilia.sidhom@insa-lyon.fr), [xavier.brun@insa-lyon.fr](mailto:xavier.brun@insa-lyon.fr), [eric.bideaux@insa-lyon.fr](mailto:eric.bideaux@insa-lyon.fr), [daniel.thomasset@insa-lyon.fr](mailto:daniel.thomasset@insa-lyon.fr)

**Résumé**— Le banc d'essai considéré présente une interface entre l'actionneur et les modulateurs de puissance à piloter. Cette spécificité du système nous donne en particulier la possibilité d'implanter deux servovalves afin d'avoir une plus grande plage de fonctionnement. Cette classe particulière de système permet d'appliquer la technique du Backstepping pour synthétiser une commande performante, dans le cadre de suivi de trajectoire en position. L'objectif de ce travail est d'effectuer une étude comparative entre la commande non-linéaire synthétisée et un contrôleur linéaire par retour d'état. L'étude expérimentale sur le servo-actionneur électrohydraulique montre l'efficacité du schéma de commande proposé par rapport aux techniques classiques.

**Mots-clés**— Système électrohydraulique, système non-linéaire, méthode de Lyapunov, technique de Backstepping, système sous forme triangulaire inférieure.

## I. INTRODUCTION

L'emploi des technologies à fluide sous pression, notamment celle de l'électrohydraulique, reste fondamental dans de multiples applications industrielles en aéronautique, dans les transports, pour l'actionnement de machines-outils. En effet, l'importance de la puissance spécifique, la possibilité d'exercer des forces et/ou couples importants, la capacité de fournir des puissances instantanées très élevées auxquelles s'associe une très grande fiabilité sont des points qui restent forts comparés à d'autres technologies. Malgré une large utilisation, le problème de la commande de ces systèmes représente encore un grand et intéressant défi. En effet, le caractère fortement non linéaire des systèmes de positionnement électrohydraulique rend les objectifs imposés très difficiles à atteindre. Ces non-linéarités dépendent essentiellement des caractéristiques débit-pression de la servovalve, des variations des volumes de contrôle ainsi que des frottements [1]. Le choix du correcteur, dans ce cas est primordial afin d'assurer les performances souhaitées.

La théorie de la commande linéaire a été utilisée dans une grande partie des travaux sur les systèmes de contrôle hydraulique. Citons par exemple la commande par correcteur PID [1] [2], la commande  $H_\infty$  [3] [4], la commande floue [5].

La synthèse de ces correcteurs est basée sur le modèle linéaire au voisinage d'un point de fonctionnement. Malgré la simplicité de synthèse de telles lois de commandes, la première méthode de Lyapunov indique que celles-ci ont, pour système non-linéaire un caractère local et que généralement la dimension du bassin d'attraction est difficilement calculable, ce qui explique une perte d'information sur la dynamique du système. La conception de commandes non linéaires est un problème que l'on peut

considérer, comme déjà ancien mais dans la plus part des cas il représente encore un défi important. En effet, la majorité des méthodes présentées dans la littérature sont restreintes à des classes particulières de systèmes non linéaires. De plus, nombreuses sont les méthodes décrites dans la littérature, qui quoique bien formalisées théoriquement, restent très difficiles à implanter en pratique, ou nécessitent certaines modifications pour assurer leurs réalisation sur un système physique.

Durant ces dernières années, différentes études applicatives de contrôleurs modernes ont été effectués sur des actionneurs électrohydrauliques. Certains travaux, ont recours à la technique de linéarisation par retour d'état [6]. D'autres approches non linéaires basées sur les algorithmes d'apprentissage flou ou neuronal ont été largement utilisées avec succès pour les systèmes hydrauliques [7] [8]. Cependant ce type de stratégie ne s'appuie pas sur des modèles de connaissances ce qui rend l'interprétation des résultats difficile. La commande adaptative est une méthode très utilisée pour les systèmes à environnement incertain. Différents schémas de commande adaptative ont été adoptés pour le contrôle des systèmes hydrauliques [9] [10] [11] [12]. Citons la commande adaptative par mode glissant classique [13], qui nécessite en théorie un organe de commutation pouvant commuter à fréquence infinie. Ce caractère discontinu entraîne l'apparition de phénomène de réticence [14]. Ce dernier peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande ou une excitation des dynamiques hautes fréquences non modélisées. Dans [15], les auteurs utilisent des résultats concernant les systèmes passifs afin d'analyser la stabilité entrée-sortie des systèmes sous forme strict-feedback et à minimum de phase.

Depuis quelques années, une attention spéciale est donnée à la recherche de procédures récursives basées sur la construction progressive d'une fonction de Lyapunov pour la mise au point de stratégie de commande relative aux systèmes non linéaires. En effet, une fonction de Lyapunov est un outil très efficace d'analyse de stabilité de celui-ci. Pour se faire, une fonction de Lyapunov est choisie en premier lieu pour en spécifier en deuxième lieu une loi de commande appropriée. Cependant, le choix d'une telle fonction n'est pas toujours une tâche facile. En effet, la fonction de Lyapunov doit être une fonction assignable qui conduit à l'obtention d'une loi de commande admissible. La méthode de construction de fonctions de Lyapunov assignables utilisée dans ce papier, s'applique aux systèmes ayant une structure récursive sous forme triangulaire inférieure. Cette méthode est connue sous le nom de Backstepping. Citons certains travaux concernant la théorie de la commande par la technique du backstepping [16] [17]. L'intérêt majeur d'une telle technique est la simplicité de mise

en œuvre puisqu'elle permet ainsi la réduction de la recherche de lois de commandes stabilisantes à la recherche de fonctions de Lyapunov. Cette technique a été appliquée avec succès dans différents domaines comme par exemple en électropneumatique [18].

L'objectif principal de ce travail est d'exploiter la technique du Backstepping pour la synthèse et la mise en œuvre d'une commande de deux servovalves dans le but d'assurer un bon suivi de trajectoire. Une étude expérimentale comparative avec une commande linéaire par retour d'état est effectuée.

Dans ce papier, la première partie est dédiée essentiellement à la modélisation du dispositif expérimental. La deuxième partie est consacrée à la synthèse du contrôleur dans le cadre d'un suivi de trajectoire en position. La dernière partie est destinée à la validation expérimentale.

## II. MODELE SYSTEME ET CHOIX CONSIGNE

Le banc d'essai considéré Fig.1 est composé d'un vérin symétrique double tige à paliers hydrodynamiques d'une course totale égale à 330mm. Les modulateurs de puissance sont des servovalves 5/2 à deux étages, à grande bande passante, développées par la société Moog pour des applications aéronautiques. Le bloc foré ou embase a été réalisée spécifiquement pour ce banc d'essai. Il permet d'implanter les deux servovalves ainsi que d'autres composants afin d'assurer trois modes de fonctionnement au système. Ainsi, les chambres du vérin peuvent être alimentées soit par une seule et même servovalve en mode 5/2, soit par les deux servovalves en mode 5/2 mises en parallèles afin d'augmenter le débit, soit chaque servovalve est montée en mode 3/2 afin de n'alimenter qu'une seule chambre. Pour permettre cette modularité, l'embase est équipée de deux électrodistributeurs à cartouche et de deux limiteurs de débit. Enfin, pour filtrer les variations de la pression en amont des servovalves, deux accumulateurs sphériques sont montés sur ce bloc. La présence de cette embase donne une originalité de fonctionnement au banc d'essai et permet d'accroître sa polyvalence. Cependant, cette interface introduit des phénomènes parasites (pertes de charge, effets capacitifs et inertiels) qui ont dans certains conditions d'utilisation une influence non négligeable sur le comportement global du système.. Dans ce papier, un seul mode de fonctionnement est considéré. Il s'agit ici de commander l'actionneur par les deux servovalves en parallèle. Le schéma simplifié du servosystème est donné par la figure 2. Le modèle de commande proposé repose sur certaines hypothèses. La première consiste à prendre en compte uniquement l'effet résistif engendré par l'embase. Cette hypothèse sera justifiée ensuite par le choix de la consigne.

D'après la deuxième loi de Newton, appliquée au solide en mouvement, l'équation dynamique du mouvement est donnée par :

$$Ma = S(p_1 - p_2) - Mg - bv + h(v(t)). \quad (1)$$

$b$  représente le coefficient du frottement visqueux,  $M$  est la masse équivalente de la partie mobile,  $v$  et  $a$  sont respectivement la vitesse et l'accélération de la charge et  $S$  est la section effective du vérin. Le frottement sec est représenté par la fonction  $h(v(t))$  qui dépend explicitement de la vitesse. Le frottement sec a été reconstruit à partir d'essais

expérimentaux sur la base de l'équation (1), pour des mouvements à faible vitesse.

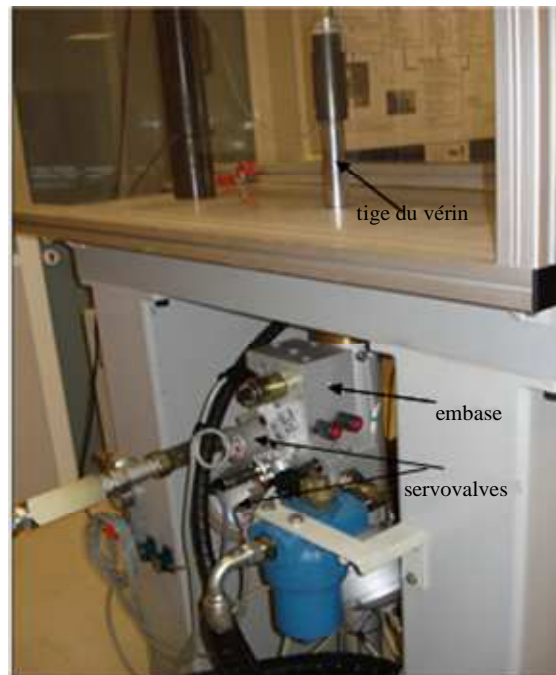


Fig. 1 : Banc d'essai.

La figure 3 illustre les résultats obtenus pour l'identification du frottement sec lors de plusieurs cycles autour du même point de fonctionnement dans les mêmes conditions expérimentales. A partir de cette figure, différents régimes de frottement sont observés. La présence d'une pente non infinie autour des valeurs nulles de la vitesse vient du type de palier utilisé. En effet, grâce à un palier hydrodynamique, un film d'huile se forme par le mouvement relatif des pièces même pour de très faibles valeurs de la vitesse. Ceci explique également que le frottement sec statique soit très faible par rapport à celui qui est observé pour des vérins plus conventionnels. Cependant,

On observe sur la courbe (Fig.3) une zone lubrification partielle ce qui se traduit par une légère décroissance du coefficient de frottement de façon exponentielle en fonction de la vitesse (effet de strbeck) entre  $[-0.04; -0.005]$  m.s<sup>-1</sup> et  $[0.005; 0.04]$  m.s<sup>-1</sup>. Au delà de ces valeurs, le frottement est modéré et éventuellement croît légèrement avec la vitesse. A partir de l'allure du frottement sec, on peut conclure que ce dernier peut être approximé par une fonction non linéaire, lisse autour de la valeur nulle de la vitesse, comme par exemple la fonction tangente hyperbolique «  $\tanh(.)$  ». En répétant plusieurs fois le même essai, nous avons pu observer que la valeur maximale de ce frottement est de  $\pm 200$ N, c'est-à-dire 1% de l'effort maximum que peut développer le vérin (20kN à 210 bars).

La température et la pression de l'huile sont considérées homogènes dans chaque chambre. En négligeant la variation de la masse volumique devant la masse volumique moyenne et en utilisant la définition du module de compressibilité isotherme, chacune des chambres du vérin peut être considérée comme une chambre à volume variable dépendant de la position du piston notée  $y$ . Ainsi, le bilan de débit dans chaque chambre peut s'écrire:

$$\begin{aligned} Q_1 - Q_{fuite} &= \frac{V_1(y)}{\beta} \frac{dP_1}{dt} + \frac{dV_1}{dt}, \\ Q_{fuite} - Q_2 &= \frac{V_2(y)}{\beta} \frac{dP_2}{dt} + \frac{dV_2}{dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

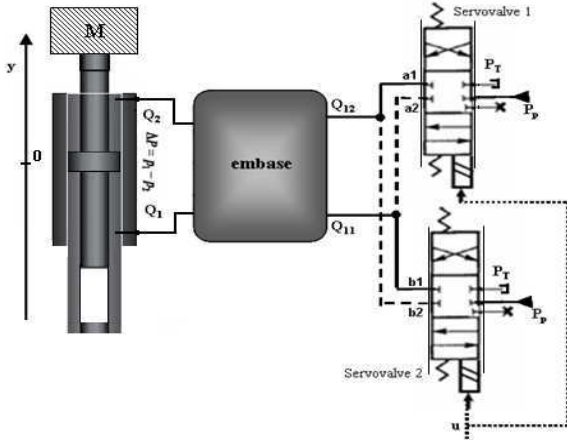


Fig. 2 : Schéma simplifié du système.

Selon les données du constructeur, le débit de fuite inter-chambre est  $Q_{fuite} = 10^{-4} l/min$  pour une perte de charge égale à 70bars, ce qui permet de le négliger dans les équations (2).  $V_1(y)$  et  $V_2(y)$  sont les volumes respectives de la chambre 1 et 2 du vérin :

$$\begin{cases} V_1(y) = V_0 + Sy \\ V_2(y) = V_0 - Sy \end{cases} \quad (3)$$

Où  $V_0 = V_M + \frac{Sl}{2}$  est le volume initial des chambres pour  $y=0$ ,  $V_M$  est le volume mort à l'extrémité de chaque chambre et  $l$  est la course totale du vérin.

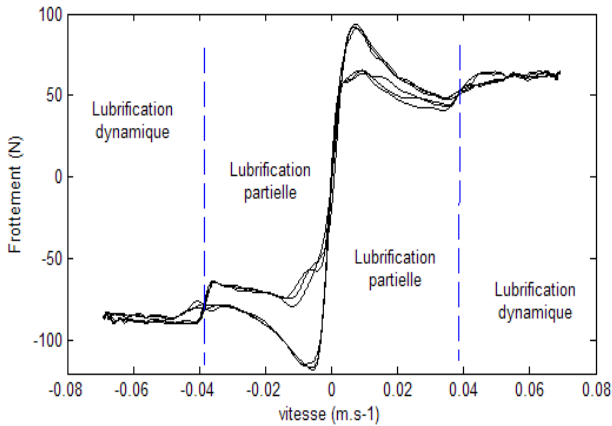


Fig. 3 : Evolution du frottement en fonction de la vitesse.

Les servovalves ayant une grande bande passante devant la dynamique du vérin, on peut faire l'hypothèse que la relation entre le déplacement du tiroir de la valve  $x_t$  et le signal de commande  $u$  peut être définie par un gain pur :  $x_t = K_{sv} u$ . Ce type de considération peut être introduit dans le modèle de commande [12], pour une certaine plage de fonctionnement du servo-vérin. Il est à préciser que les deux servovalves sont commandées par la même commande  $u$ . En négligeant le

régime laminaire d'écoulement du fluide, les lois de débit en sortie des servovalves peuvent alors être mises sous une forme affine en la commande :

$$\begin{cases} Q_{11} = \alpha \psi_1(p_{1a}, p_{1b}, p_P, p_T, \text{sign}(u))u \\ Q_{12} = \alpha \psi_2(p_{2a}, p_{2b}, p_T, \text{sign}(u))u \end{cases} \quad (4)$$

Où :

$$\begin{cases} \psi_1(\cdot) = \gamma(u)\phi_1(\cdot) + \gamma(-u)\phi_2(\cdot), \\ \psi_2(\cdot) = \gamma(u)\phi_3(\cdot) + \gamma(-u)\phi_4(\cdot). \end{cases} \quad (5)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \phi_1(\cdot) &= \sqrt{(p_P - p_{a1})} \text{sign}(p_P - p_{a1}) + \sqrt{(p_P - p_{b1})} \text{sign}(p_P - p_{b1}), \\ \phi_2(\cdot) &= \sqrt{(p_{a1} - p_T)} \text{sign}(p_{a1} - p_T) + \sqrt{(p_{b1} - p_T)} \text{sign}(p_{b1} - p_T), \\ \phi_3(\cdot) &= \sqrt{(p_{a2} - p_T)} \text{sign}(p_{a2} - p_T) + \sqrt{(p_{b2} - p_T)} \text{sign}(p_{b2} - p_T), \\ \phi_4(\cdot) &= \sqrt{(p_P - p_{a2})} \text{sign}(p_P - p_{a2}) + \sqrt{(p_P - p_{b2})} \text{sign}(p_P - p_{b2}). \end{aligned}$$

La fonction  $\gamma(u)$  est donnée par :  $\gamma(u) = \frac{1 + \text{sign}(u)}{2}$ , où

«  $\text{sign}(u)$  » étant définie par :

$$\text{sign}(u) = \begin{cases} 1 & u \geq 0 \\ -1 & u < 0 \end{cases}$$

$p_P$ ,  $p_T$  sont respectivement la pression d'alimentation et d'échappement du fluide.  $p_{a1}$ ,  $p_{a2}$  sont les pressions en sortie des restrictions de la servovalve 1 et  $p_{b1}$ ,  $p_{b2}$  sont celles relatives à la servovalve 2 (Fig. 2). Les deux servovalves sont supposées symétriques, ce qui justifie la présence du même coefficient  $\alpha$  dans les deux équations de débit. Avec  $\alpha$  un paramètre supposé constant défini par

$$\alpha = \omega C_{d\infty} K_{sv} \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \quad \text{où } \rho \text{ est la densité du fluide, } C_{d\infty} \text{ est une}$$

constante qui représente le coefficient de décharge pour chacune des restrictions relatives en régime turbulent dont la valeur est généralement prise égale à 0.69 [19].  $\omega$  est le gradient de la surface de la valve, il est considéré identique pour les deux servovalves. Cependant, les lois de débit utilisées pour le modèle de commande sont celles définies en entrée du vérin ( $Q_1, Q_2$ ). Dans ce cas, les équations (4) peuvent être remplacées par le système suivant :

$$\begin{cases} Q_1 = R \xi_1(p_1, p_P, p_T, \text{sign}(u))u \\ Q_2 = R \xi_2(p_2, p_P, p_T, \text{sign}(u))u \end{cases} \quad (6)$$

Avec  $R$  est un paramètre qui dépend implicitement de la variable  $\alpha$  ainsi que de la perte de charge induite par l'embase. La variable  $R$  est identifiée expérimentalement et considérée constante pour un régime turbulent d'écoulement.

$$\begin{cases} \xi_1(\cdot) = \gamma(u)\sqrt{|p_P - p_1|} \text{sign}(p_P - p_1) + \gamma(-u)\sqrt{|p_1 - p_T|} \text{sign}(p_1 - p_T) \\ \xi_2(\cdot) = \gamma(u)\sqrt{|p_2 - p_T|} \text{sign}(p_2 - p_T) + \gamma(-u)\sqrt{|p_P - p_2|} \text{sign}(p_P - p_2) \end{cases} \quad (7)$$

Chaque variable d'état est physiquement bornée. En effet, sous les conditions normales de fonctionnement, le domaine physique du système peut être décrit par :

$$D_\varphi = \left\{ (y, v, \Delta P) \in \mathbb{R}^3 \mid |y| \leq \frac{l}{2}, \quad p_1, p_2 \in \Omega_p \triangleq ]p_T, p_P[ \right\} \quad (8)$$

Après en utilisant (8), les termes  $sign(p_P - p_j)$  et  $sign(p_j - p_T)$  avec  $j = \{1, 2\}$ , introduites dans (5) peuvent être éliminés.

Le vecteur d'état  $X = [y, v, \Delta P]^T$ , où  $\Delta P = p_1 - p_2$ . Ainsi, le système peut donc être mis sous une forme affine en la commande comme ci-dessous :

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u, \quad (9)$$

Avec  $f$  et  $g$  sont des champs de vecteurs définis par :

$$f(X) = \begin{pmatrix} v \\ \frac{1}{M}(S\Delta P - Mg - bv) \\ -\beta S \left( \frac{1}{V_1(y)} + \frac{1}{V_2(y)} \right) v \end{pmatrix}$$

$$g(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta \left( \frac{R\xi_1(\cdot)}{V_1(y)} + \frac{R\xi_2(\cdot)}{V_2(y)} \right) \end{pmatrix}$$

## II. SYNTHÈSE DU CONTRÔLEUR BASE SUR LE BACKSTEPPING

La technique du Backstepping est une procédure utilisée pour la conception de contrôleur, développée principalement pour les systèmes qui peuvent être mis sous une forme triangulaire inférieure. Cette structure est nécessaire puisque la loi de commande par Backstepping est construite d'une façon récursive en construisant simultanément la loi de commande et la fonction de Lyapunov qui permet de conclure à la stabilité asymptotique du point d'équilibre du système d'état dans un contexte de stabilisation ou de point d'équilibre du système d'erreur dans le cas de suivi de trajectoire.

$y_d, v_d, a_d$  sont respectivement les trajectoires désirées en position, vitesse et accélération.

### Étape 1 :

Définissons une variable d'erreur  $e_1$  qui représente la différence entre la position mesurée et celle désirée :

$$e_1 = y - y_d. \quad (10)$$

En utilisant la première équation du système définie dans (9), la dérivée de la variable d'erreur  $e_1$  est donnée par :

$$\dot{e}_1 = \dot{y} - \dot{y}_d = v - v_d. \quad (11)$$

Où  $v$  est considérée comme une entrée de l'équation précédente. En considérant le premier sous-système décrit par l'équation (11), le but consiste alors de trouver un bouclage  $v = \alpha_0(e_1, y_d)$  permettant de stabiliser l'origine  $e_1 = 0$ . En choisissant :

$$\alpha_0 = v_d - c_1 e_1. \quad (12)$$

Avec  $c_1$  une constante positive. L'équation (11) devient alors :

$$\dot{e}_1 = -c_1 e_1. \quad (13)$$

Pour montrer la stabilité du premier sous-système, une fonction de Lyapunov est alors choisie comme suit :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2. \quad (14)$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_1(e_1) = -c_1 e_1^2 < 0. \quad (15)$$

D'où l'origine  $e_1 = 0$  est globalement exponentiellement stable.

### Étape 2 :

C'est une étape clé dans la procédure de conception. Puisque  $v$  n'est pas une commande effective du système mais plutôt une variable d'état, donc une nouvelle variable d'erreur est introduite afin de représenter la différence entre cette variable  $v$  considérée comme une commande virtuelle et la fonction stabilisante  $\alpha_0(\cdot)$  déjà définie dans l'étape précédente. Bien évidemment, si  $v$  est supposée être la commande effective du système, il suffit alors de choisir  $v = \alpha_0(e_1, y_d)$  dont le but de stabiliser le système. Soit une nouvelle variable d'erreur  $e_2$  définie comme étant la différence entre la commande virtuelle  $v$  et la fonction stabilisante associée :

$$e_2 = v - \alpha_0(e_1, v_d) = v - v_d + c_1 e_1, \quad (16)$$

$$= \dot{e}_1 + c_1 e_1.$$

A partir des équations (11) et (16), le sous-système  $(y, v)$  peut être transformé en fonction des variables d'erreur  $(e_1, e_2)$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -c_1 e_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{e}_1 + c_1 \dot{e}_1 = \dot{v} - \dot{v}_d + c_1 (e_2 - c_1 e_1) \end{cases} \quad (17)$$

Définissons maintenant une deuxième fonction de Lyapunov augmentée par un terme quadratique en  $e_2$  :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2} (v - \alpha_0(e_1, v_d))^2, \quad (18)$$

$$= V_1(e_1) + \frac{1}{2} e_2^2.$$

La dérivée de (18) le long des trajectoires est calculée comme suit :

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = \dot{V}_1(e_1) + e_2 \dot{e}_2, \quad (19)$$

$$= -c_1 e_1^2 + e_2 [e_1 + \dot{v} - \dot{v}_d + c_1 (e_2 - c_1 e_1)].$$

Suite à la structure récursive de taille croissante du système, permet l'apparition explicite de la variable d'état  $\Delta P$  dans la dérivée de la variable d'erreur  $e_2$ , juste en remplaçant  $\dot{v}$  par son expression définie dans le système (9). En utilisant l'équation (16), la dérivée de  $e_2$  est donnée alors par :

$$\dot{e}_2 = \frac{S}{M} \left[ e_2 \left( \frac{-b + c_1 M}{S} \right) + e_1 \left( \frac{-c_1^2 M + b c_1}{S} \right) - \frac{(b v_d + M g + M \dot{v}_d)}{S} \right] - h(e_2 + v_d - c_1 e_1) + \Delta P]. \quad (20)$$

Considérons la variable d'état  $\Delta P$  comme étant une nouvelle entrée relative au sous-système (17). Choisissons un deuxième bouclage  $\Delta P = \alpha_1(\cdot)$  tel que :

$$\alpha_1(e_1, e_2, v_d, \dot{v}_d) = \frac{1}{S} [-e_2 (-b + c_1 M + M c_2) - e_1 (-c_1^2 M + b c_1 + M) + h(e_2 + v_d - c_1 e_1) + (b v_d + M g + M \dot{v}_d)]. \quad (21)$$

En substituant l'équation (21) dans la dérivée de  $V_2(\cdot)$ , l'équation suivante est obtenue :

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 < 0. \quad (22)$$

Avec  $c_2$  une constante positive. A partir de (22), nous pouvons en déduire que l'origine  $e_1 = e_2 = 0$  est stable.

### Étape 3 :

Finalement, une troisième variable d'erreur  $e_3$  est définie :

$$e_3 = \Delta P - \alpha_1(e_1, e_2, v_d, \dot{v}_d). \quad (23)$$

A partir des différentes variables d'erreur déjà définies, un système d'erreur peut être décrit comme ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - c_1 e_1, \\ \dot{e}_2 = \frac{S}{M} e_3 - c_2 e_2 - e_1, \\ \dot{e}_3 = \Delta \dot{P} - \dot{\alpha}_1(e_1, e_2, v_d, \dot{v}_d). \end{cases} \quad (24)$$

La commande réelle  $u$  apparaît explicitement dans la dérivée de l'équation (23). A cette étape, construisons une fonction de Lyapunov pour tout le système augmentée par un terme quadratique en  $e_3$  :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = \frac{1}{2} c_1 e_1^2 + \frac{1}{2} c_2 e_2^2 + \frac{1}{2} c_3 e_3^2. \quad (25)$$

Avec  $c_3$  une constante positive. Afin de garantir la négativité de la dérivée de  $V_3$  le long des trajectoires du système, la loi de commande effective  $u$  est choisie de la façon suivante :

$$u = \frac{1}{\beta \left[ \frac{R\xi_1(\cdot)}{V_1(y)} + \frac{R\xi_2(\cdot)}{V_2(y)} \right]} \cdot \left[ \beta S \left( \frac{1}{V_1(y)} + \frac{1}{V_2(y)} \right) v + \dot{\alpha}_1(\cdot) - c_3 e_3 \right]. \quad (26)$$

L'équation (26) possède une singularité donnée par ces deux égalités  $\xi_1(\cdot) = 0$  et  $\xi_2(\cdot) = 0$  qui n'appartient pas au domaine physique  $D_\varphi$ . Les termes  $\beta$ ,  $R$ ,  $V_i(y)$  et  $\xi_i(\cdot)$  sont toujours strictement positifs, avec  $i = \{1, 2\}$ . Malgré la présence de  $sign(u)$  dans l'équation (26), il est à noter que cette équation n'est pas implicite. En effet, tout le terme  $\beta \left[ \frac{R\xi_1(\cdot)}{V_1(y)} + \frac{R\xi_2(\cdot)}{V_2(y)} \right]$  est strictement positif, donc le  $sign(u)$  dépend uniquement du numérateur de l'équation (26).

En remplaçant l'expression de  $u$  définie par (26) dans la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_3$ , nous obtenons :

$$\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 - c_3 e_3^2 < 0. \quad (27)$$

Donc l'origine  $(e_1, e_2, e_3) = (0, 0, 0)$  est globalement asymptotiquement stable.

## V. VALIDATION EXPERIMENTALE

Cette partie est dédiée à la présentation, l'analyse ainsi que la comparaison des résultats expérimentaux. Dans un premier temps, nous illustrons les résultats obtenus via un contrôleur linéaire par un retour d'état. Par la suite, une analyse des résultats donnés par la méthode du Backstepping sera présentée. Enfin une étude comparative des deux lois de commandes sera effectuée. Ces deux lois de commande ont été implantées sur la carte dSpace DS1104. Une carte de conditionnement est utilisée pour le filtrage et l'amplification des sorties analogiques des différents capteurs installés sur le banc d'essai. En effet, ce dernier dispose de quatre capteurs de pression, deux relatives aux mesures des pressions au niveau des chambres du vérin et les deux autres sont utilisés respectivement pour la mesure de la pression d'alimentation ainsi que d'échappement au niveau de l'embase. La position est mesurée par un capteur LVDT d'entendue de mesure égale à 330mm. La vitesse et l'accélération sont obtenues par estimation via un différentiateur robuste d'ordre deux [20]. La

fréquence d'échantillonnage est fixée à 1 kHz. La commande linéaire par retour d'état est donnée par l'équation suivante :

$$u = -K_y(y - y_d) - K_v v - K_{\Delta P} \Delta P. \quad (28)$$

Ce contrôleur classique est synthétisé en se basant sur un modèle linéaire du système autour de la position centrale du vérin. Les coefficients de retour d'état sont obtenus via la méthode de placement de pôles.

Toutes les trajectoires désirées  $y_d, v_d, a_d$  doivent être définies afin de respecter le degré de différentiation exigé. Donc la trajectoire en position doit être au moins trois fois dérivable. De plus, cette consigne doit être choisie de façon à satisfaire les hypothèses considérées lors de la réalisation du modèle de commande. Ainsi la position désirée est définie par une fonction polynomiale. Sur un cycle complet de fonctionnement, ce type de trajectoire nous permet d'observer les régimes statiques en deux positions d'équilibre ainsi que les régimes dynamiques au cours de la sortie et de l'entrée de la tige. L'amplitude maximale de déplacement imposée par cette trajectoire est égale 50mm. Les effets capacitif et inertiel de l'embase ne sont pas considérés au cours de la phase de modélisation, ce qui est justifié par ce choix de consigne. En effet, pour des consignes à basse fréquence, l'effet inertiel est négligeable. De plus, la variation de volume engendrée par le déplacement du vérin relatif à cette trajectoire est considérée prépondérante par rapport au volume de fluide dans l'embase.

La commande définie par (26) nécessite trois paramètres de réglage qui sont  $c_1, c_2, c_3$ . La seule condition requise est la stricte positivité de ces paramètres. Cependant, ces gains doivent être réglés pour garantir un suivi de trajectoire acceptable.

La figure 4 présente l'évolution de la position mesurée et la position désirée. La figure 5 illustre l'évolution de l'erreur en position pour chacune des lois de commande. Nous obtenons une erreur moyenne en position en régime statique de l'ordre de  $100 \mu m$ , pour la commande linéaire. Pour le contrôleur basé sur le Backstepping, cette valeur vaut  $10 \mu m$ . Cette valeur faible de l'erreur statique est expliquée par la faible valeur du frottement sec. Puisque à des très faibles valeurs de vitesse, on atteint un régime de lubrification partielle, le frottement sec statique est négligeable par rapport aux autres effets tel que l'effet de Coulomb et visqueux. L'erreur maximale en régime dynamique donnée par le contrôleur classique est égale à 1.35mm. Cette erreur maximale est atteinte lors de la sortie de la tige du vérin. Cependant, celle obtenue pour la commande non-linéaire est égale à 0.4mm. Cette valeur est trois fois moins que celle trouvée par la commande par retour d'état. Ceci explique bien l'importance de prendre en compte les non-linéarités du système et surtout la prise en compte de l'aspect résistif engendré par l'embase. Les signaux de commande relatifs aux deux lois de commande sont donnés par la figure 6. Les figures 7 et 8 représentent respectivement la vitesse et la vitesse désirée ainsi que l'accélération et l'accélération désirée. Comparés à d'autres méthodes de dérivations, les signaux estimés par le différentiateur robuste sont bien filtrés et n'introduit pratiquement aucun déphasage. Cependant, la présence du faible bruit au niveau de l'accélération, explique la présence du bruit au niveau de la loi de commande par Backstepping. Il est à préciser que le signal de commande donné par le contrôleur linéaire est mieux filtré puisque ce dernier ne



requiert pas le signal de l'accélération au niveau de la structure de commande. En effet, le réglage des gains de la commande non-linéaire est effectué afin d'avoir une même variation du signal de commande avec celle donnée par la commande linéaire (voir figure 6).

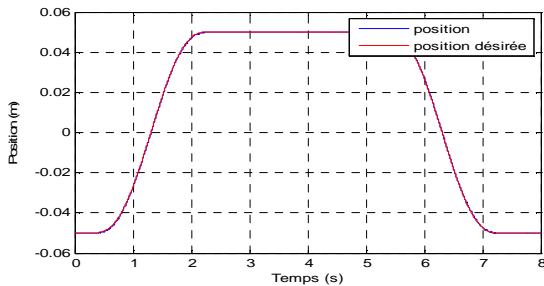


Fig. 4 : Position et position désirée (m).

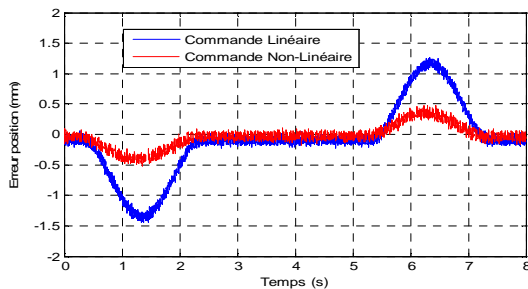


Fig. 5 : Erreur en position (mm).

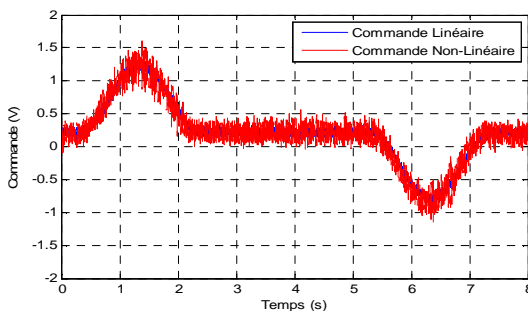


Fig. 6 : Commande u (V).

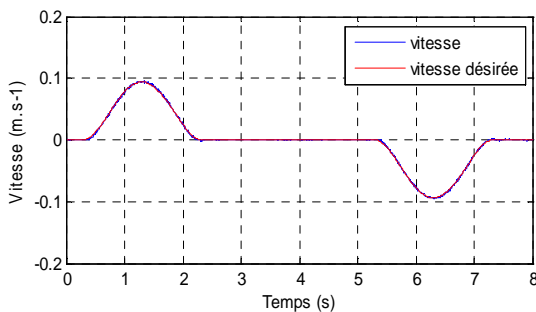


Fig. 7 : Vitesse et vitesse désirée (m.s<sup>-1</sup>).

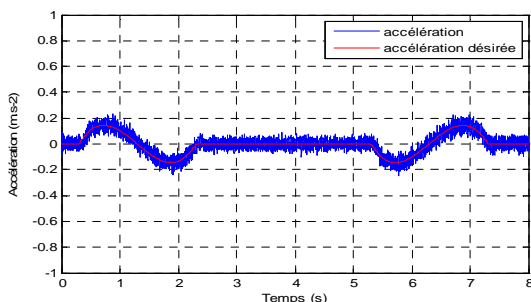


Fig. 8 : Accélération et accélération désirée (m.s<sup>-2</sup>).

## VI. CONCLUSION

L'objectif de ce travail a consisté à la synthèse et à la mise en œuvre d'une loi de commande via le Backstepping pour un servo-vérin hydraulique permettant de garantir une erreur de suivi en position la plus faible possible, malgré la présence des non-linéarités au niveau du modèle. Ce contrôleur permet de prendre en compte l'effet résistif induit par l'interface reliant l'actionneur et les pré-actionneurs. Une étude comparative avec une commande linéaire par retour d'état est réalisée. L'étude expérimentale montre l'efficacité du schéma proposé par rapport au schéma classique. Il y a différentes perspectives pour ce travail. Comme par exemple, la validation expérimentale du contrôleur proposé sur des signaux piste. Ces derniers présentent un large spectre fréquentielle s'étalant jusqu'à 80Hz. Dans ce cas, l'introduction de la robustesse est primordiale afin de prendre en compte les variations de la perte de charge causées par l'embase en fonction de la fréquence du signal d'entrée.

## REFERENCES

- [1] Merritt H. E. Hydraulic control systems. New York: Wiley, p.368, 1967.
- [2] Tfraouti, M. Contribution la modélisation et la commande des systèmes électrohydrauliques, Thèse, Univ. Henri Poincaré Nancy 1, 2006, 164p.
- [3] Laval L. Modélisation et commande robuste en force d'un actionneur hydraulique confronté à un environnement incertain : Approche  $H_\infty$  et commande adaptative, Thèse de Doctorat, Univ. de Versailles, 1997, 239p.
- [4] Wu S.J. Affine TS-model-based fuzzy regulating servo control design, Fuzzy Sets and System, 2007.
- [5] Shol G.A et Bobrow, J.E. Experimental and simulations on the nonlinear control of a hydraulic servo system, IEEE Trans. CST, vol.7, n° 1, pp. 238–247, 1999
- [6] Yu S.J, Duan S.L et Wu J.H. Study of fuzzy learning control for electrohydraulic servo control systems, Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2003.
- [7] Lizalde G. A, Loukianov et Sanche E. Force tracking neural control for an electro-hydraulic actuator via second order sliding mode, Proceeding of the IEEE Inter. Symposium on Intelligent Control, Limassol, Cyprus, 2005.
- [8] Alleyne A. et Hedrick J. K. Nonlinear adaptive control of active suspensions, IEEE Trans. CST, vol.3, n° 1, pp. 94–101, 1995.
- [9] Guan C. et Pan S. Nonlinear adaptive robust control of single-rod electrohydraulic actuator with unknown nonlinear parameters, IEEE Trans. On CST, vol.16, N°3, 2008.
- [10] Guan C. et Pan S. Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters, CE P, 2008.
- [11] Yao B., Bu F., Reedy J. et Chiu.G.T.C. Adaptive Robust Motion Control of Single-Rod Hydraulic Actuators: Theory and Experiments. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, vol.5, n° 1, March 2000.
- [12] Yao B. et Tomizuka M.. Adaptive robust control of SISO nonlinear systems in a semi-strict feedback form. Autom., vol..33, pp.893-900, 1997.
- [13] Yao B., Bu F. et Chiu G.T.C. Nonlinear adaptive robust control of electro-hydraulic servo systems with discontinuous projections, Proceeding of the 37<sup>th</sup> IEEE CDC, Tampa, Florida, USA, 1998
- [14] Young K., Utkin V.I. et Ozguer U. A control engineer's guide to sliding mode control, Teams. Automat. Control, 1999, vol. 7, n° 3, pp.328-342.
- [15] Alleyne A.G., Lui R. Control of a class of nonlinear systems with application to electrohydraulic cylinder pressure control. IEEE Transaction On CST, vol. 8, n° 4, July, 2000.
- [16] Kanellakopoulos, I., Kokotvic, P. et Morse, A.S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems, IEEE Transactions On Automatic Control, vol. 36, pp. 1241-1253, 1991.
- [17] Freeman, R.A., Kokotovic, P. Design of 'softer' robust nonlinear control laws, Automatica, 1993, vol. 29, pp. 1425-1437.
- [18] Smaoui, M., Brun.X et Thomasset,D. A study on tracking position control of electropneumatic system using backstepping design. CEP, vol.14, pp 923-933, 2006.
- [19] Von Mises, R. Mathematical Theory of Compressible Fluid Flow. Dover Publications, Incorporated, 1958 edition.
- [20] Sidhom, L., Smaoui, M. et Di Loreto., M. A 2nd-Order Robust Adaptive Differentiator-Controller Design for an Electropneumatic System Proceedings of the 5th Fluid Power Net International PhD Symposium - FPNI-PHD, Poland , 2008.