HAL
open science

Stratégie multigrille et méthode de raffinement automatique à précision contrôlée pour la modélisation des structures élastoplastiques 3D en dynamique transitoire non-linéaire

Ewen Biotteau, Alain Combescure, Anthony Gravouil, Antonius Lubrecht

To cite this version:

Ewen Biotteau, Alain Combescure, Anthony Gravouil, Antonius Lubrecht. Stratégie multigrille et méthode de raffinement automatique à précision contrôlée pour la modélisation des structures élastoplastiques 3D en dynamique transitoire non-linéaire. 10e Colloque National en Calcul des Structures, May 2011, Giens, France. Applications – Dynamique. hal-00731723

HAL Id: hal-00731723

https://hal.science/hal-00731723

Submitted on 13 Sep 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Stratégie multigrille et méthode de raffinement automatique à précision contrôlée pour la modélisation des structures élastoplastiques 3D en dynamique transitoire non-linéaire

E. Biotteau[1], A. Gravouil[1], A.A. Lubrecht[1], A. Combescure[1]

[1] *Université de Lyon, CNRS, INSA Lyon, LaMCoS - UMR 5259, F-69621, Villeurbanne*
{ewen.biotteau, anthony.gravouil, ton.lubrecht, alain.combescure}@insa-lyon.fr

Résumé — Cette contribution propose une méthode de raffinement automatique pour la dynamique transitoire non-linéaire. La stratégie de raffinement est incluse au sein d'un solveur multigrille localisé et permet de concentrer l'effort de calcul dans les zones les plus sollicitées. L'utilisation d'un indicateur d'erreur dédié permet d'automatiser la création des maillages locaux et de s'assurer de la précision de la solution finale obtenue. Le maillage est remis en cause à chaque pas de temps.
Mots clés — Dynamique, multigrille, Indicateur d'erreur, Méthode adaptative, Non-linéarités.

1 Introduction

Le recours aux simulations numériques prend une part grandissante dans le dimensionnement des structures afin de remplacer ou compléter les campagnes d'essais et l'exigence vis-à-vis des calculs éléments finis conduit à l'utilisation de modèles de plus en plus sophistiqués. La prise en compte de phénomènes transitoires et/ou non-linéaires dans le domaine industriel conduit couramment à des calculs possédant un nombre important de degrés de liberté tant en espace qu'en temps.

Des stratégies adaptatives (e.g. [9, 4]) ont donc été développées afin de réduire les temps de calcul et l'occupation mémoire de ces simulations. Elles proposent de quantifier l'erreur de discrétisation [1, 10, 13] et d'adapter le maillage pour enrichir l'approximation dans les zones où la précision est insuffisante. Elles permettent d'adapter les dimensions du problème afin d'atteindre une précision donnée.

La méthode proposée ici s'apparente à une stratégie s-adaptative [6] non-linéaire. A chaque pas de temps, à partir d'un maillage de raffinement grossier, l'erreur de discrétisation est évaluée par un indicateur d'erreur dédié et le maillage est raffiné hiérarchiquement jusqu'à vérifier la précision requise par l'utilisateur. Un solveur multigrille [7, 8] non-linéaire localisé est utilisé pour calculer la solution. Ces solveurs permettent d'atteindre une complexité proportionnelle au nombre de degrés de liberté du modèle pour des problèmes académiques simples [11]. Ici, les multigrilles sont également utilisées afin d'assurer le transfert d'informations non-linéaires entre maillages incompatibles.

L'approche proposée permet de conduire automatiquement l'ensemble des opérations d'adaptation de maillage au sein du solveur et de calculer la solution à précision donnée à moindre coût. Elle ne nécessite qu'une faible intervention de l'utilisateur lors de l'initialisation et ne nécessite aucune stratégie de déraffinement de maillage entre pas de temps.

2 Méthode de raffinement automatique

On s'intéresse au calcul de non-linéarités de comportement en dynamique transitoire. Le problème éléments finis à l'instant t_m est écrit sous la forme : Trouver $\mathcal{S}^m = \left(\mathbf{U}^m, \dot{\mathbf{U}}^m, \ddot{\mathbf{U}}^m, \boldsymbol{\sigma}^m, \mathrm{v}_i^m\right)$ tel que :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}^m + \mathbf{F}_{\text{int}}^m - \mathbf{F}_{\text{ext}}^m - \mathbf{F}_{\text{lia}}^m = 0 \tag{1}$$

Où $\mathbf{M}$, $\mathbf{F}_{\text{int}}^m$ et $\mathbf{F}_{\text{ext}}^m$ désignent respectivement la matrice de masse, les forces internes et les forces externes. $\mathbf{F}_{\text{lia}}^m$ représente les forces de liaison permettant de vérifier les conditions limites de Dirichlet à l'instant t_m. Un schéma de Newmark est utilisé afin de traiter le problème d'évolution.

L'indice relatif au pas de temps sera omis dans la suite de cet article afin d'alléger les notations.

2.1 Principe

Les dénominations multigrille sont utilisées afin de présenter la méthode : le maillage initial est appelé maillage (ou grille) de niveau 1. A chaque pas de temps, des maillages locaux de plus en plus fins sont créés par sous-découpage hiérarchique. Le maillage le plus fin est celui d'indice le plus élevé.

La stratégie est initialisée par deux calculs de niveau 1 et 2 permettant la mesure de l'erreur de discrétisation (voir section 2.3). Afin de décrire la stratégie de raffinement automatique de manière récursive, on suppose connus deux maillages de niveau k et $(k-1)$ ainsi que leurs solutions associées au pas de temps considéré $\mathcal{S}^k$ et $\mathcal{S}^{k-1}$. De nouveaux éléments de niveau $(k+1)$ sont construits par sous découpage hiérarchique des éléments de niveau k lorsque la précision requise n'est pas atteinte (cf. figure 1).

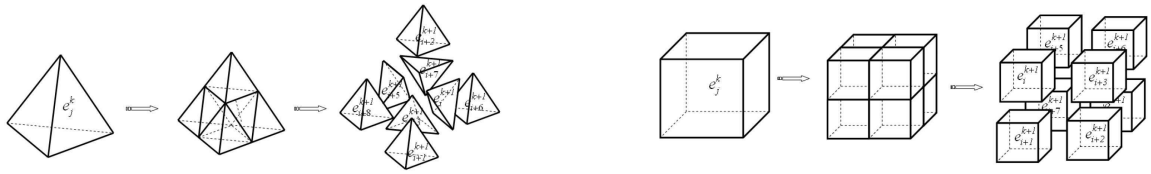


FIGURE 1 – Raffinement hiérarchique tri-dimensionnel

Ces éléments sont assemblés afin de former le maillage $\mathcal{M}^{k+1}$ de frontière $\partial\mathcal{M}^{k+1}$. Des conditions limites naturelles sont héritées de la définition du problème sur une partie de la frontière de la structure (efforts imposés sur $\partial\mathcal{M}_f^{k+1}$ et déplacements imposés sur $\partial\mathcal{M}_u^{k+1}$). Les déplacements du niveau sous-jacent sont interpolés sur la partie complémentaire $\partial\mathcal{M}_l^{k+1}$ de la frontière afin d'assurer la cohésion matérielle de la structure aux interfaces entre maillages incompatibles :

$$\mathbf{U}^{k+1} = \mathbb{I}_k^{k+1}\mathbf{U}^k \quad \forall \mathbf{X} \in \partial\mathcal{M}_l^{k+1} = \partial\mathcal{M}^{k+1} \setminus (\partial\mathcal{M}_f^{k+1} \cup \partial\mathcal{M}_u^{k+1}) \tag{2}$$

Ou $\mathbb{I}_k^{k+1}$ est l'opérateur d'interpolation des quantités nodales de $\mathcal{M}^k$ sur $\mathcal{M}^{k+1}$ (cf. section 3.1). Ces nouvelles conditions limites sont imposées par des multiplicateurs de Lagrange et la solution est calculée en utilisant le solveur multigrille présenté section 3. L'indicateur d'erreur est utilisé pour comparer la solution sur les niveaux k et $(k+1)$. Si la précision du calcul est localement insuffisante, de nouveau éléments de niveau $(k+2)$ sont crées et le processus est répété jusqu'à ce que tous les éléments du maillage vérifient la précision requise.

2.2 Structure des données

La construction des modèles de calcul sur les niveaux fins s'appuie sur une gestion des données permettant l'héritage par filiation. Les propriétés matériaux, les conditions limites et les propriétés géométriques des éléments hiérarchiques de niveau $(k+1)$, dits enfants, sont hérités de l'élément sous-découpé de niveau k, dit élément parent. Le raffinement de maillage s'appuie donc sur l'utilisation de pointeurs associés aux éléments. Les informations concernant le j-ième élément de niveau k sont contenues dans $pointer \rightarrow k \rightarrow j$ (cf. table 1).

TABLE 1 – Structure des données

pointer	→	niveau	→	élément	→	erreur		
					→	enfants		
					→	bord i	→	géometrie
							→	condition limite
							→	forme

Si un calcul a été réalisé sur le maillage considéré, un pointeur fournit la valeur de l'erreur sur l'élément. Si cette erreur est supérieure à la précision requise, le pointeur "enfant" fournit le numéro du premier élément crée par sous-découpage (les autres éléments enfants sont déduits par incrémentation).

Enfin, pour tout élément, la géométrie de chaque bord ainsi que les conditions limites appliquées sur celui-ci sont enregistrées. Il est possible de s'affranchir de cette description en considérant une définition explicite de la frontière ou en utilisant une méthode d'approximation diffuse [12].

2.3 Indicateur d'erreur

La qualité de la solution est évaluée par un indicateur d'erreur dédié à notre stratégie et permettant d'approximer l'erreur à moindre coût. Celui-ci est construit en considérant les propriétés de convergence de la méthode des éléments finis. Si le problème est suffisamment régulier, il est possible d'estimer la qualité du vecteur d'état sur un niveau k en comparant les solutions de niveaux k et $(k-1)$.

On définit ici des indicateurs d'erreur en énergie $\mathcal{E}$ et en travail plastique $\mathcal{W}_p$. Soit $a|_{e_j^{k-1}}$ la valeur de la quantité a sur l'élément e_j^{k-1} et $a|_{\Sigma e_i^k}$ la somme des valeurs de la quantité a sur les éléments enfants e_i^k de l'élément parent e_j^{k-1}. Les deux indicateurs sont alors définis comme :

$$\epsilon_{\mathcal{E}}\big|_{e_j^{k-1}} = \frac{\sqrt{\left|\left(\mathcal{E}^{k-1}\big|_{e_j^{k-1}} - \mathcal{E}^{k}\big|_{\Sigma e_i^k}\right)\right|}}{\max_{[0;T]}\sqrt{\mathcal{E}^1(t)}} \quad \text{et :} \quad \epsilon_{\mathcal{W}_p}\Big|_{e_j^{k-1}} = \frac{\sqrt{\left|\mathcal{W}_p^{k-1}\Big|_{e_j^{k-1}} - \mathcal{W}_p^{k}\big|_{\Sigma e_i^k}\right|}}{\max_{[0;T]}\sqrt{\mathcal{W}_p^1(t)}} \tag{3}$$

$$\mathcal{W}_p^k(t_m)\big|_{e_j^k} = \mathcal{W}_p^k(t_{m-1})\big|_{e_j^k} + \int_{t_{m-1}}^{t_m}\int_{e_j^k} \mathrm{Tr}\,(\boldsymbol{\sigma}\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p)\,d\Omega dt \tag{4}$$

$$\mathcal{E}^k(t_m)\big|_{e_j^k} = \mathcal{W}_{int}^k(t_{m-1})\big|_{e_j^k} + \int_{t_{m-1}}^{t_m} \mathbf{F}_{\mathrm{i}}\,\dot{\mathbf{U}}\big|_{e_j^k} dt + \frac{1}{2}\,\dot{\mathbf{U}}^k(t_n)\big|_{e_j^k}^T \mathbf{M}^k\,\dot{\mathbf{U}}^k(t_n)\big|_{e_j^k} \tag{5}$$

La racine carrée définit une norme. Le dénominateur est choisi de manière à construire un indicateur d'erreur relatif. Le maximum de la quantité sur le niveau 1 et sur l'ensemble de l'intervalle de temps est utilisée ici. Ce calcul est peu coûteux étant donné la finesse du maillage de niveau 1.

3 Solveur multigrille non-linéaire localisé

Les méthodes multigrille sont des méthodes permettant de découpler la résolution sur des maillages, appelés grilles ou niveaux, de raffinements différents (cf. figure 2(a)). Des étapes d'interpolation permettent à ces grilles de communiquer entre elles. La figure 2(b) présente une schématisation d'un cycle : un cercle représente un niveau où a lieu un calcul et une flèche symbolise une phase d'interpolation.

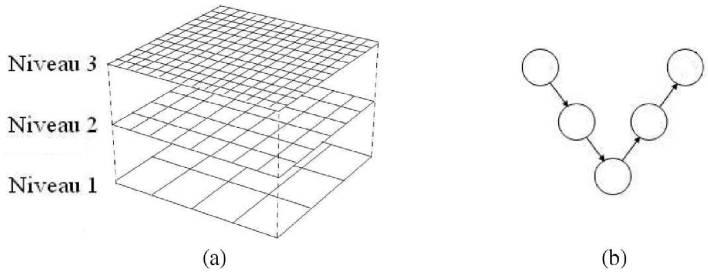


FIGURE 2 – (a) Grilles éléments finis hiérarchiques ; (b) Diagramme de fonctionnement

La méthode multigrille utilisée est une variante du Full Approximation Scheme (FAS) pour la modélisation des phénomènes non-linéaires irréversibles. Durant la phase descendante, le résidu est réduit sur chacune des grilles par le solveur non-linéaire de manière à y calculer une correction du vecteur d'état. Durant la phase ascendante, le vecteur d'état est corrigé afin d'améliorer l'approximation sur le niveau.

3.1 Méthodes de transfert

La présentation de la stratégie est indépendante des opérateurs de transfert utilisés. Etant donné le nombre important de phases d'interpolation au cours d'un cycle, il convient néanmoins de choisir ces

opérateurs afin d'obtenir le meilleur compromis possible entre leur coût numérique et le gain en termes de vitesse de convergence. Deux types d'opérateurs sont nécessaires pour la modélisation de non-linéarités de comportement : des opérateurs de transfert pour les quantités nodales et des opérateurs de transfert pour les quantités aux points de Gauss. Les méthodes retenues ici sont décrites en détail dans [5].

L'opérateur de prolongement des quantités nodales du niveau $(k-1)$ sur le niveau k, noté $\mathbb{I}_{k-1}^{k}$, est définit en utilisant une méthode de collocation. L'opérateur de restriction $\mathbb{I}_{k}^{k-1}$ est construit de manière à assurer l'invariance du travail des forces entre deux niveaux. Les opérateurs de prolongement $\mathcal{J}_{k-1}^{k}$ et de restriction $\mathcal{J}_{k}^{k-1}$ des quantités aux points de Gauss sont définis en passant par les noeuds du maillage.

Afin de simplifier la présentation du solveur multigrille, les opérateurs de prolongement et de restriction sont regroupés sous la dénomination $\mathbb{J}_{k-1}^{k}$ et $\mathbb{J}_{k}^{k-1}$ afin de transférer le vecteur d'état complet.

3.2 Stratégie Full Multigrid localisée

Le stratégie multigrille proposée s'apparente à une version "Full MultiGrid" (FMG) du FAS. Le calcul démarre sur le niveau le plus grossier pour obtenir une première approximation sur les niveaux fins. On ne traite ici que la description du cycle multigrille en lui-même. La phase d'initialisation FMG ne diffère de ce cycle que dans la prise en compte des mécanismes de plasticité lors de la première prolongation sur un niveau (cf. section 3.3).

La solution est recherchée sur le maillage $\mathcal{M}^k$. L'équation (1) est synthétisée sous la forme :

$$\mathcal{L}^k \left\langle \mathcal{S}^k \right\rangle = \mathbf{F}^k \tag{6}$$

Un faible nombre d'itérations du solveur non-linéaire est réalisé sur ce niveau et une solution $\tilde{\mathcal{S}}^k$, associée à un résidu $\tilde{\mathbf{R}}^k$, est obtenue. Il est possible de faire apparaître l'erreur v^k entre la solution exacte du problème discrétisé $\mathcal{S}^k$ et la solution courante $\tilde{\mathcal{S}}^k$ de la manière suivante :

$$\tilde{\mathbf{R}}^k \left(\tilde{\mathcal{S}}^k\right) = \mathbf{F}^k - \mathcal{L}^k \left\langle \tilde{\mathcal{S}}^k \right\rangle = \mathcal{L}^k \left\langle \mathcal{S}^k \right\rangle - \mathcal{L}^k \left\langle \tilde{\mathcal{S}}^k \right\rangle = \mathcal{L}^k \left\langle \tilde{\mathcal{S}}^k + v^k \right\rangle - \mathcal{L}^k \left\langle \tilde{\mathcal{S}}^k \right\rangle \tag{7}$$

Le problème équivalent sur le niveau $(k-1)$ est construit de manière à rechercher une approximation sur le niveau grossier de l'erreur v^k présente sur le niveau k. Soient $\mathcal{M}_*^{k-1}$ et $\mathcal{M}_+^{k-1}$ les parties non-recouvertes et recouvertes du maillage $\mathcal{M}^{k-1}$. Pendant la phase de restriction, la solution initiale sur le niveau $(k-1)$ est construite par assemblage de la restriction spatiale du précedent vecteur solution $\mathcal{S}^{k-1}$ sur $\mathcal{M}_*^{k-1}$ et de la restriction spatiale sur $\mathcal{M}_+^{k-1}$ de la restriction du vecteur solution $\tilde{\mathcal{S}}^k$ existant sur le maillage $\mathcal{M}^k$. Si Π_*^{k-1} et Π_+^{k-1} désignent les opérateurs de restriction spatiale sur les maillages $\mathcal{M}_+^{k-1}$ et $\mathcal{M}_*^{k-1}$, l'approximation initiale $\hat{\mathcal{S}}^{k-1}$ est donnée par :

$$\hat{\mathcal{S}}^{k-1} = \Pi_*^{k-1} \mathcal{S}^{k-1} \cup \Pi_+^{k-1} \mathbb{J}_k^{k-1} \tilde{\mathcal{S}}^k \tag{8}$$

Le problème sur le niveau $(k-1)$ est définit en considérant le second membre suivant :

$$\mathbf{F}^{k-1} = \mathcal{L}^{k-1} \left\langle \hat{\mathcal{S}}^{k-1} \right\rangle + \hat{\mathbf{R}}^{k-1} \quad \text{avec :} \quad \hat{\mathbf{R}}^{k-1} = \mathbb{I}_k^{k-1} \tilde{\mathbf{R}}^k \left(\tilde{\mathcal{S}}^k\right) \tag{9}$$

La solution du problème sur le niveau $(k-1)$ est calculée en utilisant le solveur itératif non-linéaire ou des V-cycles successifs. L'approximation v^{k-1} de l'erreur v^k sur le niveau $(k-1)$ est donnée par la différence entre la solution ainsi calculée $\tilde{\mathcal{S}}^{k-1}$ et la solution restreinte $\hat{\mathcal{S}}^{k-1}$. La solution $\tilde{\mathcal{S}}^k$ est donc corrigée en prolongeant cette approximation de l'erreur sur le niveau fin :

$$\mathcal{S}^k = \tilde{\mathcal{S}}^k + \mathbb{J}_{k-1}^{k} \Pi_+^{k-1} \left(\tilde{\mathcal{S}}^{k-1} - \hat{\mathcal{S}}^{k-1}\right) \tag{10}$$

3.3 Phase de correction - prise en compte des phénomènes irréversibles

Si des phénomènes irréversibles sont modélisés, la correction décrite équation (10) ne peut être appliquée en l'état car elle risque d'introduire une erreur numérique haute-fréquence impossible à corriger. C'est pourquoi le dernier état matériellement admissible connu, noté $\bullet^{ad}$, est utilisé avec l'ensemble du système d'équations afin de corriger la solution. Cet état correspond au dernier état multigrille connu ou à la projection de l'état multiniveau convergé du pas de temps précédent (cf. figure 3).

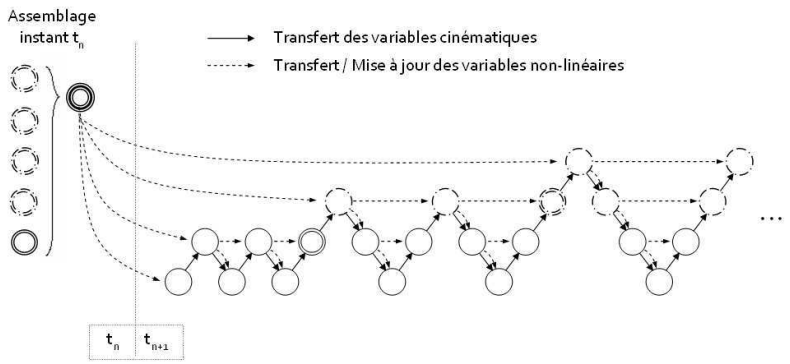


FIGURE 3 – Diagramme de fonctionnement de la stratégie multigrille localisée non-linéaire

Le déplacement est interpolé depuis la partie recouverte de la grille grossière sur la grille fine en utilisant l'opérateur $\mathbb{I}^k_{k-1_+}$. On note Π^{k-1}_+ l'opérateur de restriction spatiale de $\mathcal{M}^{k-1}$ sur $\mathcal{M}^{k-1}_+$:

$$\mathbf{U}^k = \tilde{\mathbf{U}}^k + \mathbb{I}^k_{k-1^+}\Pi^{k-1}_+\left(\tilde{\mathbf{U}}^{k-1} - \hat{\mathbf{U}}^{k-1}\right) \tag{11}$$

La correction des vitesses et accélérations est obtenue en utilisant les équations du schéma de Newmark en fonction des prédicteurs connus sur ce niveau :

$$\ddot{\mathbf{U}}^k = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\left(\mathbf{U}^k - {}^{\mathrm{p}}\mathbf{U}^k\right) \quad , \quad \dot{\mathbf{U}}^k = {}^{\mathrm{p}}\dot{\mathbf{U}}^k + \gamma\Delta t\ddot{\mathbf{U}}^k \tag{12}$$

La correction des champs non-linéaires s'appuie sur l'algorithme d'intégration de la loi de comportement (noté *ILC*, comme par exemple un retour radial sur le seuil) :

$$\left(\boldsymbol{\sigma}^k, \nu_i{}^k\right) = ILC\left(\left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{ad}\right), \boldsymbol{\sigma}^{ad}, \nu_i{}^{ad}\right) \tag{13}$$

Cette méthode permet d'obtenir un compromis optimal entre vitesse de convergence et robustesse du solveur multigrille non-linéaire localisé.

4 Résultats numériques

Cet article se focalise sur des exemples 3D. Des données complémentaires 1D et 2D peuvent être trouvées dans [2, 3]. Les trois exemples étudiés sont présentés figure 4. On utilise un matériau élasto-plastique à écrouissage isotrope possédant les caractéristiques classiques d'un acier.

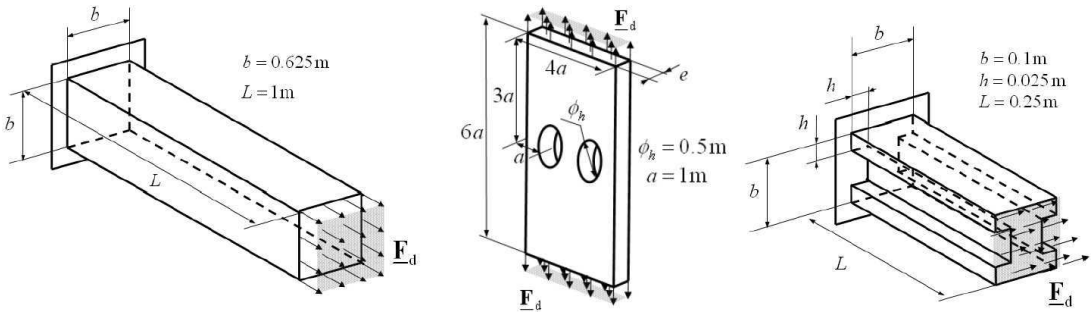


FIGURE 4 – Cas test étudiés

4.1 Gain d'éléments - Poutre en traction

On présente table 2 le gain relatif d'éléments finis induit par l'utilisation de notre stratégie de raffinement automatique sur 60 pas de temps. Afin d'estimer les capacités de l'algorithme de raffinement automatique, le nombre d'éléments requis par la stratégie est comparé au nombre d'élements construits pour un maillage de dimensions caractéristiques uniformes correspondant au niveau maximum atteint.

Etant donné que l'indicateur d'erreur en travail plastique néglige la propagation élastique dans la structure, le nombre d'éléments n'est comparé que lorsque l'onde a développé des déformations plastiques (7^{ieme} pas de temps). En fin de simulation, approximativement 55% de la poutre est plastifiée.

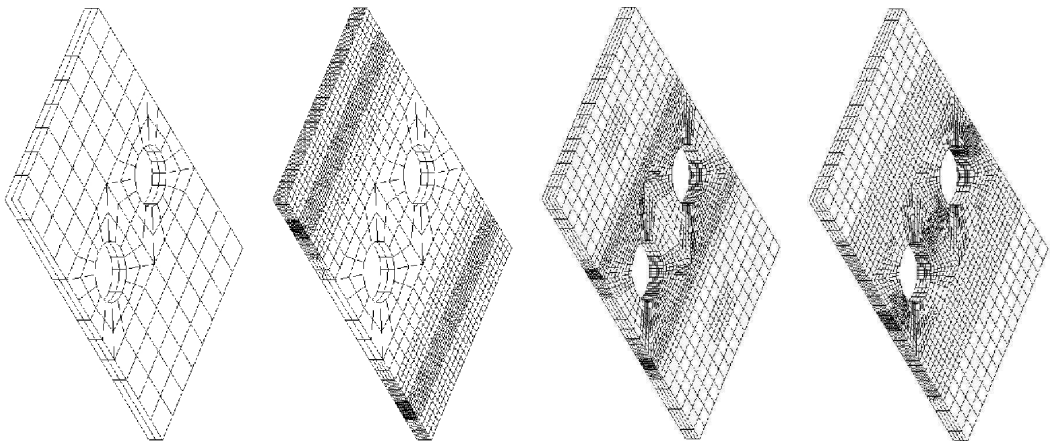
TABLE 2 – Gain d'éléments pour la poutre en traction

Indicateur d'erreur	Précision requise	Eléments (NL-LMG)	Niveau max. atteint	Eléments (réference)	Gain relatif
Travail plastique	$5 \cdot 10^{-5}$	2 469	4	65 536	1 / 263
Travail plastique	$2 \cdot 10^{-5}$	5 677	4	65 536	1 / 116
Travail plastique	$1 \cdot 10^{-5}$	9 357	5	524 288	1 / 56
Travail plastique	$5 \cdot 10^{-6}$	13 075	6	4 194 304	1 / 320
Energie	$2 \cdot 10^{-2}$	1 808	4	65 536	1 / 357
Energie	$1 \cdot 10^{-2}$	4 529	5	524 288	1 / 1111
Energie	$5 \cdot 10^{-3}$	10 402	6	4 194 304	1 / 400

La corrélation entre l'erreur maximum et la précision requise peut être vérifiée pour des exemples 1D [2] et 2D [3]. Pour des applications 3D, un calcul de référence est impossible (ici : plus de 4 millions d'éléments pour le niveau 6).

4.2 Comportement du raffinement automatique - Plaque trouée

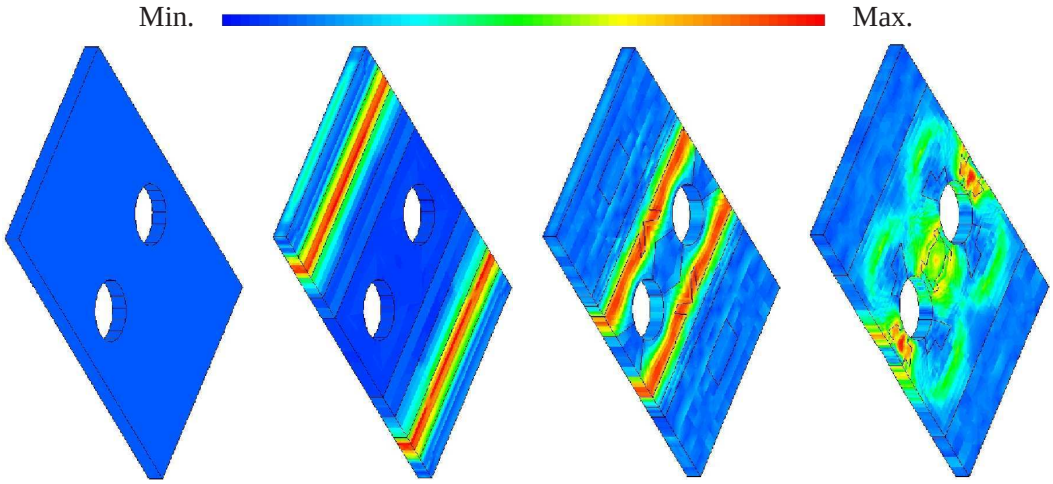
On utilise un indicateur d'erreur énergétique avec une précision requise de 10^{-2} pour la plaque trouée. Les figures 5(a) à 5(d) présentent les maillages obtenus toutes les $0.26ms$. Le premier maillage correspond au maillage initial de niveau 2 étant donné que la structure n'est pas sollicité. Le maillage présenté figure 5(b) est utilisé pour décrire la propagation élastique de l'onde dans la structure. La plasticité apparait peut avant l'arrivée de l'onde aux bords des trous. Sur la figure 5(c), on peut voir que le raffinement de maillage se concentre dans les zones où des phénomènes non-linéaires doivent être décrit. Enfin, le maillage présenté figure 5(d) permet de décrire la reflexion de l'onde dans la structure.



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 5 – Evolution des maillages au cours du temps

Les figures 6(a) à 6(d) présentent l'évolution des isovaleurs des contraintes de Von-Mises au cours du temps. La figure 6(b) montre que le raffinement de maillage se concentre dans les zones où l'énergie et ses gradients sont maximum. Figure 6(c), on note que le raffinement de maillage présenté figure 5(c) a lieu dans la bande de cisaillement des trous où une erreur plus important est détectée. Le raffinement de maillage suit donc directement la phénoménologie du comportement. Enfin, la figure 6(d) présente les isovaleurs de contraintes induites par la reflexion de l'onde sur les bords des trous. Une fois encore, le raffinement de maillage couvre bien la zone de propagation.



(a) Max : 0 MPa (b) Max : 293 MPa (c) Max : 313 MPa (d) Max : 354 MPa

FIGURE 6 – Evolution des contraintes de Von Mises au cours du temps

On notera que le raffinement de maillage reste symétrique au cours du temps (seul un quart de la plaque peut être modélisé). Cette propriété est conservée tant que le maillage de niveau 1 a des dimensions caractéristiques suffisantes pour permettre l'évaluation correcte de l'erreur de discrétisation.

4.3 Evolution en temps des maillages - Poutre en I

Le dernier exemple présenté permet de visualiser l'évolution du maillage à chaque pas de temps. On s'intéresse à une simulation sur une durée de 0.8 *ms*. La plasticité apparait au 7^{ieme} pas de temps. A la fin de la simulation, 63% des points de Gauss ont vu se développer des déformations plastiques.

La figure 7 présente l'évolution du nombre d'éléments et du niveau maximum atteint au cours du temps pour un indicateur d'erreur en énergie et une précision requise de $5 \cdot 10^{-3}$. Les différentes phases de la simulation sont indiquées pour information.

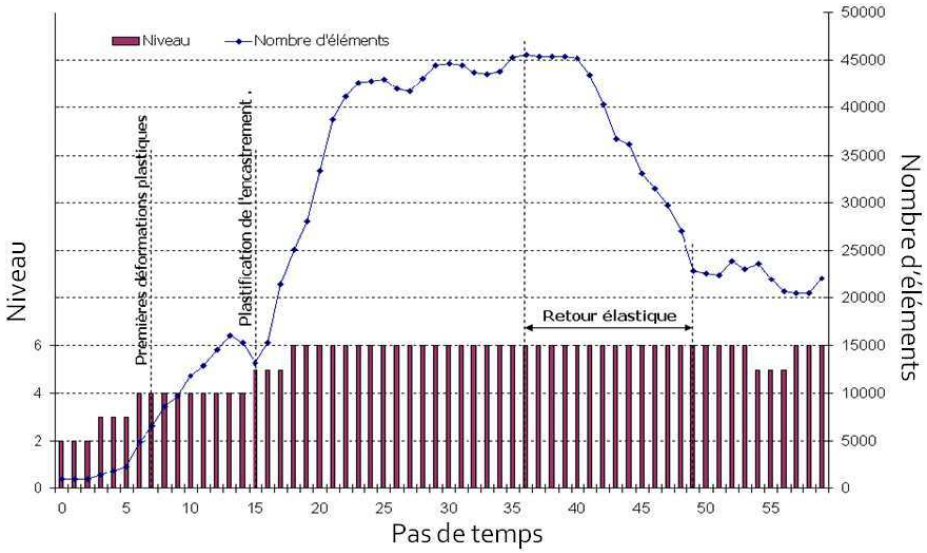


FIGURE 7 – Nombre d'éléments et niveau maximum en fonction du temps

Cette figure montre que le nombre d'éléments finis croit fortement à l'apparition de phénomènes non-linéaires sur la partie encastrée de la poutre. En effet, un gradient de contrainte est alors induit par le blocage de l'effet poisson et une singularité apparait. L'indicateur d'erreur retenu perd alors un ordre de convergence et plus de niveaux et d'éléments sont nécessaires pour atteindre la précision requise.

On remarque également que lors du retour élastique, le niveau maximum à chaque itération reste glo-

balement constant. Les éléments grossier sont mal adaptés à la description des gradients de déformation plastique et des éléments fins sont donc nécessaires dans la zone plastifiée afin de continuer à décrire correctement l'état thermodynamique de la structure.

5 Conclusion

La méthode proposée couple une stratégie multigrille et un indicateur d'erreur afin d'adapter automatiquement le maillage à chaque pas de temps pour obtenir une précision donnée en dynamique transitoire non-linéaire. La stratégie développée permet d'une part d'améliorer le temps CPU requis par de telles simulations mais aussi de transférer les informations non-linéaires entre les différents niveaux de maillage pour améliorer la précision de la solution. La stratégie ainsi construite ne requiert que peu d'effort de la part de l'utilisateur dans le sens ou celui ci ne doit définir que le modèle de calcul, l'indicateur d'erreur et la précision requise.

Le raffinement de maillage suit la phénoménologie du comportement dans la structure et permet d'obtenir un gain important d'éléments finis à moindre coût tandis que la méthode multigrille permet d'améliorer la vitesse de convergence du solveur non-linéaire au cours du calcul. La stratégie accède donc une solution à précision contrôlée en des temps de calcul inaccessibles par des stratégies classiques. De plus, le déraffinement de maillage entre pas de temps est automatique et permet de conserver la topologie du maillage initial au cours du calcul.

Références

[1] I. Babuska, W. Rheinboldt. *Computational error estimates and adaptive processes for some nonlinear structural problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier, 895-937, 1978.

[2] E. Biotteau, A. Gravouil, A.A. Lubrecht, A. Combescure. *Automatic refinement and efficient solver for non linear dynamic structural problems*, European Journal of Computational Mechanics, Lavoisier, 141-152, 2010.

[3] E. Biotteau, A. Gravouil, A.A. Lubrecht, A. Combescure. *Multigrid solver with automatic mesh refinement for transient elastoplastic dynamic problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Wiley, 947-971, 2010.

[4] P. Cavin, A. Gravouil, A.A. Lubrecht, A. Combescure. *Automatic energy conserving space-time refinement for linear dynamic structural problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Elsevier, 6523-6541, 2006.

[5] D. Dureisseix, H. Bavestrello. *Information transfer between incompatible finite element meshes : application to coupled thermo-viscoelasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Wiley, 304-321, 2005.

[6] J. Fish. *The s-version of the finite element method*, Computers and Structures, Elsevier, 539-547, 1992.

[7] J. Fish, M. Pandheeradi, V. Belsky. *An efficient multilevel solution scheme for large scale non-linear systems*, International journal for numerical methods in engineering, Wiley, 1597-1610, 1992.

[8] W. Hackbush. *Multigrid methods for FEM and BEM applications*, Encyclopedia of Computational Mechanics, E. Stein, R. de Borst, T.J.R. Hughes (Eds), 577-596, 2004.

[9] A. Huerta, A. Rodriguez-Ferran, P. Diez, J. Sarrate. *Adaptive finite element strategies based on error assessment*, International journal for numerical methods in engineering, Wiley, 1803-1818, 1999.

[10] P. Ladeveze, J. Pelle. *La maitrise du calcul en mecanique lineaire et non lineaire*, Hermès, 2001.

[11] C. Venner, A. Lubrecht. *Multilevel methods in lubrication*, Elsevier, 2000.

[12] C. Chappuis, A. Rassineux, P. Breitkopf, P. Villon. *Improving surface meshing from discrete data by feature recognition*, Engineering with Computers, Springer, 202-209, 2004.

[13] O. Zienkiewicz, J. Zhu. *The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Wiley, 1331-1382, 1992.