



**HAL**  
open science

# RCPSP et temps de montage dépendant de la séquence pour la modélisation et la résolution d'un problème de livraison collective

Virginie Andre, Nathalie Grangeon, Sylvie Norre, Frédéric Philippe

## ► To cite this version:

Virginie Andre, Nathalie Grangeon, Sylvie Norre, Frédéric Philippe. RCPSP et temps de montage dépendant de la séquence pour la modélisation et la résolution d'un problème de livraison collective. 9th International Conference on Modeling, Optimization & SIMulation, Jun 2012, Bordeaux, France. hal-00728616

**HAL Id: hal-00728616**

**<https://hal.science/hal-00728616v1>**

Submitted on 30 Aug 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## RCPSP ET TEMPS DE MONTAGE DEPENDANT DE LA SEQUENCE POUR LA MODELISATION ET LA RESOLUTION D'UN PROBLEME DE LIVRAISON COLLECTE

Virginie ANDRE, Nathalie GRANGEON,  
Sylvie NORRE

LIMOS UMR CNRS 6158  
Antenne IUT d'Allier  
Département GLT  
Avenue Aristide Briand  
03107 Montluçon Cedex, FRANCE  
[Virginie.Andre@moniut.univ-bpclermont.fr](mailto:Virginie.Andre@moniut.univ-bpclermont.fr),  
[Sylvie.Norre@moniut.univ-bpclermont.fr](mailto:Sylvie.Norre@moniut.univ-bpclermont.fr),  
[Nathalie.Grangeon@moniut.univ-bpclermont.fr](mailto:Nathalie.Grangeon@moniut.univ-bpclermont.fr)

Frédéric PHILIPPE

CHU de Clermont-Ferrand  
Site Gabriel Montpied  
Service Pôle Logistique Intégré  
58 Avenue Montalembert  
63003 Clermont-Ferrand Cedex 1, FRANCE  
[fphilippe@chu-clermontferrand.fr](mailto:fphilippe@chu-clermontferrand.fr)

**RÉSUMÉ :** *Le déficit de la sécurité sociale oblige les établissements hospitaliers à mener différentes actions telles que la centralisation de la production des produits, la construction de nouveaux établissements,... Le CHU de Clermont-Ferrand s'est inscrit dans une telle démarche et a notamment été amené à revoir l'organisation de l'acheminement des produits (repas, linge et médicaments) entre les sites de production et de consommation. Dans cet article nous nous limitons à l'organisation des transports de contenants propres et de contenants sales pour un seul type de produit, que ce soit les repas, le linge ou les médicaments. Les activités de transport nécessitent l'utilisation de nombreuses ressources disponibles en nombre limité : véhicules, chauffeurs, quais de chargement et de déchargement. La contribution de cet article est de proposer une modélisation et une résolution de problèmes de livraison-collecte basées sur le RCPSP et la notion de temps de montage dépendant de la séquence.*

**MOTS-CLES :** *RCPSP avec profil de demande en ressource variable, problème de livraison-collecte, temps de montage dépendant de la séquence, ordonnancement*

### 1. INTRODUCTION

Le Centre Hospitalier Universitaire (CHU) de Clermont-Ferrand a connu de très nombreuses transformations liées à différents plans : plan hôpital 2007, plan hôpital 2012,... Ces modifications concernent la construction d'un nouvel hôpital, la réorganisation des services de soins, la fermeture d'un hôpital, la centralisation de la préparation des repas et les prestations de services auprès d'établissements partenaires. L'ensemble de ces transformations a un impact sur l'organisation des flux, notamment les flux de produits. Ainsi, le service en charge de l'organisation des flux de produits doit prévoir une organisation à chaque phase de transformation du CHU.

Le CHU est composé de nombreuses unités fonctionnelles qui appartiennent à un pôle défini en fonction de sa spécialité : médicale (pédiatrie, chirurgie maxillo-faciale,...) et technique (dans laquelle on retrouve les achats, la maintenance, la production,...). Nous nommons « unités de consommation », les unités fonctionnelles qui utilisent des produits nécessaires à leur activité et « unités de production » : les unités fonctionnelles qui ont en charge, l'approvisionnement des unités de consommation.

Le premier service concerné par les transformations du CHU est le service des transports externes qui a la charge d'assurer les transports de produits (linge, repas,

médicaments) entre les sites de production et les sites de consommation. Les produits sont livrés aux sites de consommation dans des contenants qui doivent être retournés aux sites de production pour réutilisation. Par abus de langage, nous utiliserons le terme de contenant pour désigner un lot de contenants pouvant être chargé dans un véhicule. Nous supposons que les contenants sont disponibles en nombre suffisant. Nous avons identifié deux types d'activité de transport :

- la distribution de contenant propre (DCP) qui doit être réalisée avant une date de début au plus tôt définie par les unités de consommation ;
- le retour de contenant sale (RCS) qui est aussi soumis à une date de retour au plus tard définie par les unités de production.

Une activité de transport est caractérisée par un site-origine et un site-destination. Dans le cas d'une distribution de contenant propre, le site-origine est le site de production et le site-destination un site de consommation. Dans le cas du retour de contenant sale, le site-origine est un site de consommation et le site-destination le site de production. Nous nous limitons, dans cet article à l'étude de l'organisation d'un seul type de produit.

Nous présentons dans une première partie le problème proposé par le CHU de Clermont-Ferrand. Ensuite, nous décrivons quelques articles de la littérature concernant le transport d'un seul type de produit. Nos travaux précédents ainsi que les caractéristiques du problème, nous

ont été amené à faire un parallèle avec le Resources Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP) avec profil de demande en ressource variable que nous présentons dans la troisième partie. La quatrième partie présente la première étape de notre étude qui a consisté à dissocier l'étude des transports de contenants propres de celle des contenants sales car le CHU souhaitait travailler sur l'organisation des transports par type d'activité : dans un premier temps les activités de retour de contenant sale puis, dans un second temps, les activités de distribution de contenant propre, afin de permettre le nettoyage du véhicule une fois les activités de contenant sale effectuées. Dans une cinquième partie, nous présentons la seconde étape de notre étude qui consiste à étudier simultanément l'organisation des DCP et RCS, les résultats des études menées préalablement ne permettant pas d'obtenir une organisation satisfaisante. Avant de conclure, nous présentons les résultats que nous avons obtenus avec des instances du CHU pour les deux modélisations proposées : ordonnancement d'un seul type d'activité et ordonnancement de deux types d'activités.

## 2. PRESENTATION DU PROBLEME

Une activité de distribution de contenant propre (ou de retour de contenant sale) traite simultanément plusieurs contenants identiques (par exemple transport de plusieurs armoires de linge dans un même véhicule).

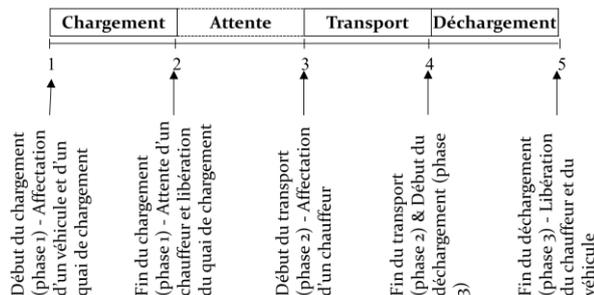


Figure 1 : Phases de l'activité de distribution de contenant propre (DCP)

Une activité de distribution de contenant propre se décompose en 3 phases de la manière suivante (Figure 1) :

- Phase 1 : le chargement nécessite un quai de chargement et un véhicule et a une durée connue. Le chargement a une date de début au plus tôt imposée par le site de production. Le site de production a des capacités de production telles que la mise à disposition des contenants ne peut se faire qu'à une fréquence donnée. Par exemple, pour les repas, deux contenants sont préparés toutes les 30 minutes.
- Phase 2 : le transport nécessite un véhicule et un chauffeur et a une durée connue qui dépend de l'origine et de la destination de l'activité.
- Phase 3 : le déchargement nécessite un véhicule et un chauffeur (le chauffeur participe au déchargement) et a une durée connue. Le déchargement a une date de fin au plus tard souhaitée par le site de

consommation. Si le déchargement finit après la date de fin souhaitée, alors l'activité est en retard.

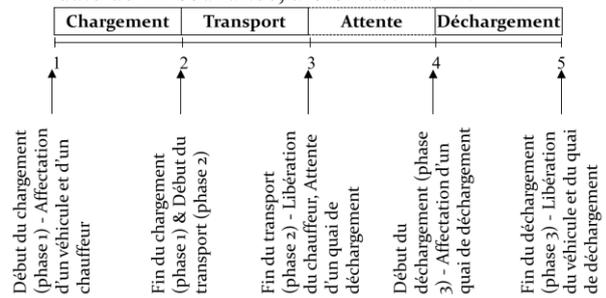


Figure 2 : Phases de l'activité de retour de contenant sale (RCS)

Une activité de retour de contenant sale se décompose en trois phases de la manière suivante (Figure 2) :

- Phase 1 : le chargement nécessite un véhicule et a une durée connue. Le chargement a une date de début au plus tôt imposée par le site de consommation.
- Phase 2 : le transport nécessite un véhicule et un chauffeur et a une durée connue qui dépend de l'origine et de la destination de l'activité.
- Phase 3 : le déchargement nécessite un véhicule et un quai de déchargement et a une durée connue. Si le déchargement finit après la date de fin souhaitée alors l'activité est en retard.

L'objectif est de dimensionner les chauffeurs et les véhicules et de fournir aux responsables les dates de chargement/déchargement des contenants, afin de vérifier leur adéquation avec les horaires prévus des lignes de production et des aires de nettoyage des contenants. Nous avons rencontré de nombreux acteurs (unités de soins, agents des transports externes, des transports internes, l'UCPA) afin de valider les données utiles à notre problème :

- le nombre d'activités de transport à réaliser,
- les dates de début au plus tôt des DCP (liées à la capacité de production des unités de production) et des RCS (liées à la mise à disposition des contenants sur le quai de chargement des sites de production),
- les dates de fin au plus tard des DCP (liées, par exemple, à l'heure de prise des repas par les patients) et des RCS,
- le nombre de quais de chargement et de déchargement au site de production,
- les durées de transport entre les sites,
- les durées de chargement et de déchargement aux unités de production et aux unités de consommation.

## 3. ETAT DE L'ART

Nous avons classé les articles en fonction de la « taille » des éléments transportés : des produits de petite taille (dossiers patients), de taille intermédiaire (des produits pharmaceutiques), et de grand volume (le linge sale ou les déchets) avant de finir avec les transports de patients.

Nous avons sélectionné pour chacune de ces tailles les références qui présentent le plus de points communs avec notre problème.

Références	Flux concerné	Problème théorique	Ressources considérées	Type de demande	Méthodes de résolution
(Shang et Cuff, 1996)	Transport de dossiers patients	PDP	Véhicules	Statique	Heuristique
(Sheng et al., 2006)	Transport de matériel médical	VRP	Véhicules	Statique	Algorithme génétique
(de Magalhães et de Sousa, 2006)	Transport de produits pharmaceutiques	VRP	Véhicules	Dynamique	Heuristique
(Shih et Chang, 2001)	Collecte de déchets	PVRP	Véhicules	Dynamique	Heuristique
(Florez et al., 2008)	Collecte de linge sale	SDCVRP	Véhicules	Statique	Programme linéaire
(Beaudry et al., 2006)	Transport de patients	DARP	Véhicules	Dynamique	Heuristique
Notre problème	Transport d'un seul type de produit	-	Véhicules, chauffeurs, quais	Statique	-

Tableau 1 : Différents problèmes de transport d'un seul type de produit.

Le Tableau 1 présente les différentes références sélectionnées. La moitié des articles que nous avons étudiés a une demande en transport dynamique avec plusieurs sites de consommation à desservir. Pour les problèmes décrits, les auteurs doivent construire des tournées tout en respectant un certain nombre de contraintes (contraintes de capacité des véhicules, contraintes du respect des dates de mise à disposition des charges à collecter,...) tout en optimisant des critères (nombre d'activités non réalisées, retard des activités,...). Dans leurs problèmes, les auteurs prennent en compte des contraintes de fenêtres de temps sur les sites à visiter permettant ainsi de gérer l'attente des véhicules. Cette attente ne tient pas compte de l'utilisation de ressources sur le site comme les quais. De plus, aucun d'entre eux ne propose de prendre en compte d'autres ressources telles que les chauffeurs. Par conséquent, le fait de gérer un nombre variable de ressources pour réaliser une activité n'apparaît pas non plus.

Resource Constrained Project Scheduling Problem	Problème d'ordonnancement des activités de transports
Tâches à effectuer	Activité de transport à réaliser
Plusieurs types de ressources	Véhicules, quais et chauffeurs
Durées de réalisation des tâches	Durées de chargement, de transport et de déchargement
Dates de début au plus tôt	Dates de début au plus tôt
Recherche de la date de début de chaque tâche	Recherche de la date de début de chaque étape

Tableau 2 : Analogie entre notre problème et le RCPSP

Notre problème de transport prend en compte différents types de ressources comme les chauffeurs, les véhicules et les quais du site de production que nous devons gérer pour réaliser les phases et prendre en compte les attentes entre les phases qui peuvent conserver une ressource utilisée. Ces éléments ne nous permettent pas d'utiliser les approches présentées dans le Tableau 1. Un des problèmes qui permet de prendre en compte des phases reliées par des contraintes de précédence et de ressources est le Resource Constrained Project Scheduling Problem. En effet, ce problème consiste à ordonnancer des activités composées d'étapes, nécessitant un nombre défini de ressources, tout en respectant le nombre de ressources disponibles, et ce, pour chaque étape. Aussi, tout comme (Parker et al., 1977) a fait un parallèle entre un VRP et un problème d'ordonnancement sur machines parallèles, nous proposons une résolution de notre problème en utilisant le RCPSP avec profil de demande en ressource variable (Boutevin, 2003) et notre problème. Nous avons récapitulé les analogies possibles entre notre problème et le RCPSP dans le Tableau 2.

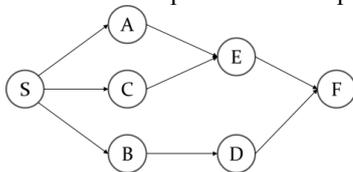
#### 4. RCPSP AVEC PROFIL DE DEMANDE EN RESSOURCES VARIABLE

Le RCPSP est un problème classique d'ordonnancement qui consiste à ordonnancer un ensemble de tâches, soumises à des contraintes de précédence et nécessitant des ressources disponibles en nombre limité, dans le but d'optimiser un ou plusieurs critère(s). Une des extensions du RCPSP, le RCPSP avec profil de demande en ressource variable nous a semblé pertinente pour la résolution de notre problème. Aussi après une présentation du problème, de sa formalisation mathématique, nous présentons l'analogie avec notre problème.

Dans les modèles classiques du RCPSP, le nombre de ressources allouées à une activité est constant tout au long de son traitement. Dans un contexte industriel, cette hypothèse est très restrictive car la réalisation d'une activité est fréquemment découpée en plusieurs étapes dont les besoins en ressources sont distincts. A titre d'exemple, dans (Boutevin, 2003), une activité est découpée en trois étapes : installation, fabrication et désinstallation et les ressources humaines n'interviennent pas sur la totalité des étapes. « Cette variation du nombre de ressources requises au cours du traitement d'une activité peut entraîner des temps d'attente dans la réalisation des différentes étapes (dus à l'éventuelle non disponibilité

des ressources) car nous n'imposons pas que deux étapes successives soient réalisées sans interruption. Par contre, si le nombre de ressources requises par une étape est inférieur ou égal au nombre de ressources requises par l'étape qui la précède pour chaque type de ressource, ce temps d'attente ne figure pas et l'étape débute dès la fin de l'étape précédente. La durée de chaque activité n'est alors plus connue à l'avance, seules les durées de chaque étape composant l'activité peuvent être fixées. Enfin, nous supposons que si deux étapes successives nécessitent des ressources communes, ces ressources ne sont pas libérées durant les périodes d'attente qui peuvent séparer ces deux étapes. »

Nous donnons un exemple constitué de 5 activités, 4 activités sont décomposées en 3 étapes (A, B, D et E) et une activité est décomposée en deux étapes (C) utilisant deux types de ressources de capacités  $R_1 = 4$  et  $R_2 = 4$  (Figure 3). Le graphe représente les précédences entre les activités et le tableau fournit les durées opératoires ( $p_j$ ) et les quantités de ressources associées ( $r_{j,1}$  et  $r_{j,2}$ ) à chacune des étapes de chacune des activités. Les activités fictives de début et de fin sont représentées par les activités S et F et n'ont qu'une seule étape.



j	S	A			B			C		D			E			F
		A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	
$p_j$	0	2	2	3	2	1	2	2	2	2	1	2	1	3	2	0
$r_{j,1}$	0	2	1	3	2	1	2	2	3	1	2	1	0	4	2	0
$r_{j,2}$	0	3	0	1	1	3	0	1	2	1	0	3	2	1	2	0

Figure 3 : Un exemple de RCPSP avec profil de demande en ressource variable

La Figure 4 représente une solution réalisable du RCPSP défini dans la Figure 3. Les parties grisées correspondent aux attentes de ressources.

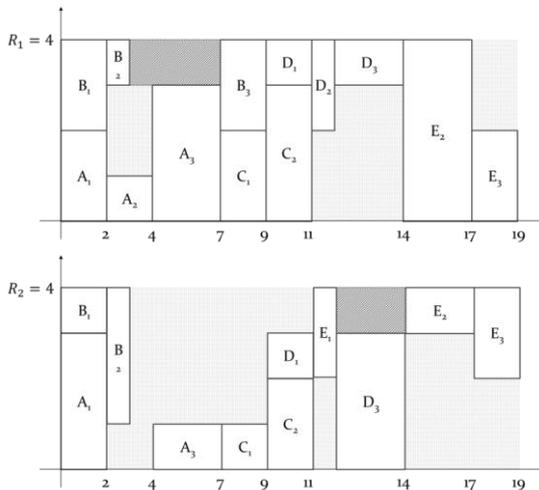


Figure 4 : Une solution réalisable

En général, le RCPSP a pour objectif de minimiser le makespan, c'est-à-dire la durée totale nécessaire pour réaliser l'ensemble des activités.

## 5. ORDONNANCEMENT D'UN SEUL TYPE D'ACTIVITE

Dans cette partie, l'hypothèse retenue est que les chauffeurs se concentrent uniquement pendant une période donnée aux transports de contenant propre ou de contenant sale. Cette hypothèse imposée par le CHU est nécessaire pour effectuer le nettoyage du camion entre les activités de retour de contenant sale et les activités de distribution de contenant propre. Une telle hypothèse induit bien sûr un grand nombre de déplacements à vide puisque deux activités de transport de contenant propre ou sale sont alors obligatoirement séparées par une activité de transport à vide (Figure 5). Mais les transports sont alors réalisés au plus tôt dans la mesure où les chauffeurs ne sont pas retardés par d'autres chargements aux sites de consommation.

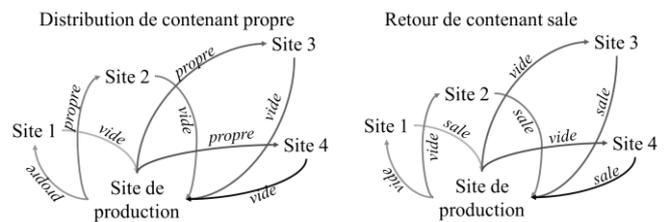


Figure 5 : Identification des transports à vide entre les activités

Les différences entre les problèmes d'ordonnement des activités de distribution de contenant propre ou sale sont peu nombreuses. Nous trouvons de nombreux points communs :

- Les durées de transport entre le site de production et les sites de consommation sont connues et supposées constantes ;
- Un chauffeur peut conduire n'importe quel véhicule et peut être amené à changer plusieurs fois de véhicule au site de production ;
- Une étape ne peut commencer que lorsque les ressources nécessaires sont disponibles ;
- Le nombre de chauffeurs utilisés à un instant donné est limité par le nombre de chauffeurs disponibles ;
- Le nombre de quais de chargement utilisés au site de production est limité par le nombre de quais disponibles ;
- Le nombre de véhicules utilisés à un instant donné est limité par le nombre de véhicules disponibles.

L'objectif est d'ordonner les activités de transport en minimisant les retards tout en respectant les contraintes de disponibilité des ressources (chauffeurs, véhicules et quais du site de production) et les dates de début au plus tôt.

### 5.1 Distribution de contenant propre

Seule une attente peut survenir entre les phases 1 et 2 si aucun chauffeur n'est disponible pour débiter le transport à la fin du chargement. En revanche, nous supposons que si le chargement du véhicule est terminé avant

l'arrivée du chauffeur, le véhicule est déplacé pour libérer le quai. En fait, ce déplacement est pris en charge par des agents du site de production autres que les chauffeurs. Un chauffeur peut donc être amené à utiliser plusieurs véhicules pendant sa journée de travail.

Entre deux activités de distribution de contenant propre, figure une activité de transport à vide du site de consommation au site de production. Nous avons décidé de considérer ce retour à vide comme la phase 4. Cette phase nécessite également un véhicule et un chauffeur, les mêmes que la phase 3.

Etant données les ressources utilisées pour chaque phase, nous avons décidé de modéliser une activité DCP par deux étapes au niveau du RCPSM comme indiqué sur la Figure 4.

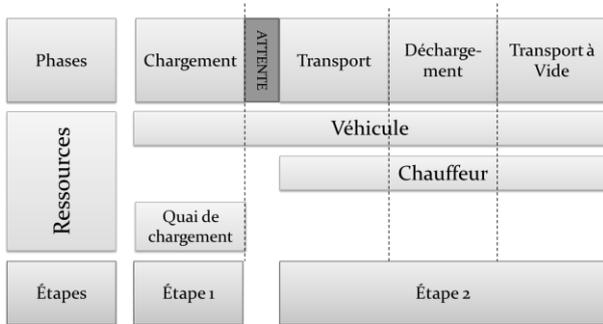


Figure 6 : Modélisation d'une activité de distribution de contenant propre

En reprenant les notations du RCPSM avec profil de demande en ressource variable, chaque activité  $j$  de distribution de contenant propre du site de production à un site de consommation  $X$  est alors caractérisée par les données suivantes :

- $N$  : le nombre d'activités à réaliser ;
- $T$  : l'horizon de planification ;
- Durée de la 1<sup>ère</sup> étape :  $p_{j,1}$  = durée du chargement du contenant ;
- Durée de la 2<sup>ème</sup> étape :  $p_{j,2}$  = somme de la durée de transport du site de production au site de consommation  $X$ , de la durée du déchargement au site de consommation  $X$  et de la durée du transport à vide du site de consommation  $X$  au site de production ;
- Date de fin au plus tôt de l'étape 1 de l'activité  $j$  :  $EF_{j,1}$  = somme de la date de début au plus tôt de l'activité  $j$  et la durée de l'étape 1 de l'activité  $j$  ;
- Date de fin au plus tôt de l'étape 2 de l'activité  $j$  :  $EF_{j,2}$  = somme de la date de début au plus tôt de l'activité  $j$ , de la durée de l'étape 1 et de la durée de l'étape 2 ;
- Date de fin au plus tard de l'étape 2 de l'activité  $j$  souhaitée :  $LF_{j,2}$  = la date de fin souhaitée de déchargement à laquelle on ajoute la durée du transport à vide du site de consommation  $X$  au site de production.

Le nombre de type de ressources  $K$  est 3. Nous notons  $R_1$  le nombre de véhicules disponibles,  $R_2$  le nombre de chauffeurs disponibles et  $R_3$  le nombre de quais de char-

gement disponibles au site de production. Le Tableau 3 précise les besoins en ressources pour chaque étape.

	Nombre de ressources requises pour l'étape 1	Nombre de ressources requises pour l'étape 2
Véhicule	1	1
Chauffeur	0	1
Quai de chargement	1	0

Tableau 3 : Besoins en ressources des étapes

Les variables utilisées sont :

- $x_{j,e,t}$  = 1, si l'étape  $e$  de l'activité  $j$  se termine à la période  $t$ , 0 sinon  
Pour  $j = 1, N; e = 1, 2; t = 1, T$
- $L_j$  Retard de l'activité  $j$

L'ensemble des contraintes est :

$$\sum_{t=EF_{j,e}}^T x_{j,e,t} = 1, \text{ pour } j = 1, N, e = 1, 2 \quad (1)$$

La contrainte (1) assure que chaque étape de chaque activité se termine dans une seule période.

$$EF_{j,1} \leq \sum_{t=EF_{j,1}}^T t \times x_{j,1,t}, \text{ pour } j = 1, N \quad (2)$$

La contrainte (2) assure que les dates de début au plus tôt des étapes 1 sont respectées.

$$\sum_{t=EF_{j,1}}^T t \times x_{j,1,t} + p_{j,2} \leq \sum_{t=EF_{j,2}}^T t \times x_{j,2,t}, \quad (3)$$

pour  $j = 1, N$

La contrainte (3) assure que la date de début de la seconde étape est supérieure ou égale à la date de fin de la première étape.

La contrainte du respect du nombre de ressources disponibles est déclinée en 3 contraintes, une pour chaque type de ressource (la contrainte (4) pour les véhicules, la contrainte (5) pour les chauffeurs et la contrainte (6) pour les quais de chargements).

$$\sum_{j=1}^N \sum_{e=1}^2 \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,e}-1} x_{j,e,t_1} + \sum_{j=1}^N \left( \sum_{t_1=t}^T (x_{j,2,t_1} - x_{j,1,t_1}) - \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,2}-1} x_{j,2,t_1} \right) \leq R_1 \quad (4)$$

pour  $t = 1, T$

La contrainte (4) s'assure que pendant l'attente du chauffeur pour commencer l'étape 2, le véhicule reste utilisé.

$$\sum_{j=1}^N \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,2}-1} x_{j,2,t_1} \leq R_2, \text{ pour } t = 1, T \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,1}-1} x_{j,1,t_1} \leq R_3, \text{ pour } t = 1, T \quad (6)$$

A ces contraintes du modèle du RCPSP avec profil de demande en ressource variable, il convient d'ajouter deux contraintes :

- La contrainte concernant la mise à disposition des contenants au site de production, cette contrainte indique que  $nd$  contenants sont disponibles toutes les  $p$  périodes et se traduit de la façon suivante :

$$\sum_{t=1}^{pk} \sum_{j=1}^N x_{j,1,t} \leq k \times nd, \text{ pour } k = 1, \left\lfloor \frac{N}{nd} \right\rfloor \quad (7)$$

$k$  représente les « macro-périodes » de longueur  $p$  périodes.  $\left\lfloor \frac{N}{nd} \right\rfloor$  représente le nombre de macro-périodes nécessaires pour mettre à disposition  $N$  activités de distribution de contenant propre. Ainsi, cette contrainte permet de vérifier que les dates de mise à disposition des contenants respectent la fréquence imposée par une ligne de production.

- les contraintes permettant le calcul des retards pour chaque activité.

$$L_j \geq \sum_{t=EF_{j,2}}^T t \times x_{j,2,t} - LF_{j,2}, \text{ pour } j = 1, N \quad (8)$$

$$L_j \geq 0, \text{ pour } j = 1, N \quad (9)$$

La fonction objectif concerne la minimisation de la somme des retards et s'écrit :

$$\min \sum_{j=1}^N L_j$$

## 5.2 Retour de contenant sale

Entre chaque activité de retour de contenant sale, figure une activité de transport à vide du site de production au site de consommation. Nous avons décidé de considérer ce retour à vide comme la Phase 0. Cette phase nécessite également un véhicule et un chauffeur, les mêmes que ceux utilisés dans la phase 1.

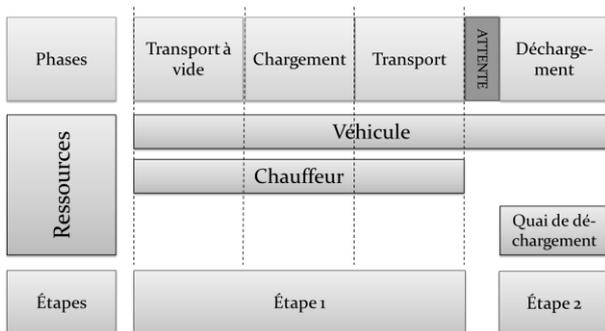


Figure 7 : Modélisation d'une activité de contenants sales

Tout comme pour la modélisation de l'activité de transports de contenant propre, nous pouvons avoir une at-

tente entre les phases 2 et 3 dans le cas où aucun quai de déchargement n'est disponible à la fin du transport. Cette attente ne concerne que le véhicule, qui sera placé au quai de déchargement du site de production par les agents du site de production.

Nous reprenons les notations du RCPSP avec profil de demande en ressource variable, chaque activité  $j$  de retour de contenant sale du site de consommation X au site de production est caractérisée par :

- $N$  : le nombre d'activités à réaliser ;
- Durée de la 1<sup>ère</sup> étape :  $p_{j,1}$  = somme de la durée de transport à vide du site de production au site de consommation X, de la durée du chargement au site de consommation X et de la durée de transport du site de consommation X au site de production ;
- Durée de la 2<sup>ème</sup> étape :  $p_{j,2}$  = durée du déchargement du contenant au site de production ;
- Date de fin au plus tôt de l'étape 1 de l'activité  $j$  :  $EF_{j,1}$  = la date de début de chargement à laquelle on ajoute la durée du chargement au site de consommation et la durée du transport retour au site de production ;
- Date de fin au plus tôt de l'étape 2 de l'activité  $j$  :  $EF_{j,2}$  = la date de fin au plus tôt de l'étape 1 à laquelle on ajoute la durée de la seconde étape ;
- Date de fin au plus tard de l'étape 2 de l'activité  $j$  souhaitée :  $LF_{j,2}$  = la date de fin souhaitée de déchargement.

Le nombre de type de ressources  $K$  est 3. Nous notons  $R_1$  le nombre de véhicules,  $R_2$  le nombre de chauffeurs et  $R_3$  le nombre de quais de déchargement au site de production. Le Tableau 3 précise les besoins en ressources pour chaque type de chaque étape.

	Nombre de ressources requises pour l'étape 1	Nombre de ressources requises pour l'étape 2
Véhicule	1	1
Chauffeur	1	0
Quai de déchargement	0	1

Tableau 4 : Besoins en ressources des étapes

Nous retrouvons les mêmes contraintes (1), (2), (3) et (4) décrites dans le paragraphe précédent. Seules les contraintes du respect du nombre de chauffeurs disponibles et du nombre de quais de déchargement changent. Ces nouvelles contraintes sont :

$$\sum_{j=1}^N \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,1}-1} x_{j,1,t_1} \leq R_2, \text{ pour } t = 1, T \quad (10)$$

La contrainte (10) vérifie que le nombre de chauffeurs disponibles est bien respecté lors de la réalisation de la première étape de chaque activité. Dans le cas des activités de transport de contenant sale, le chauffeur ne participe pas au déchargement (étape 2).

$$\sum_{j=1}^N \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,2}-1} x_{j,2,t_1} \leq R_3, \text{ pour } t = 1, T \quad (11)$$

Les quais de déchargement du site de production sont pris en compte de la même manière que les quais de chargement pour les activités de DCP.

La fonction objectif est de minimiser la somme des retards, et est définie exactement de la même manière que précédemment, selon les contraintes (8) et (9). La contrainte (7) sur la mise à disposition des contenants n'a plus de raison d'être.

### 6. ORDONNANCEMENT DE DEUX TYPES D'ACTIVITE

Les résultats obtenus en considérant séparément les activités de distribution de contenant propre et de retour de contenant sale, n'ayant pas donné satisfaction aux responsables du CHU, nous avons ensuite été amenés à proposer une organisation prenant en compte simultanément ces deux types d'activité.

En traitant les transports par type d'activité, nous n'avons pas pris en compte les enchaînements possibles pour les deux types d'activités de transport. Par contre lors de la prise en compte simultanée des deux types, à la fin d'une distribution de contenant propre, le véhicule et le chauffeur peuvent effectuer un chargement de contenant sale avant de retourner au site de production. Ainsi, au niveau de la modélisation, l'intégration du transport à vide dans les activités de distribution de contenant propre ou de retour de contenant sale n'a plus lieu d'être. Nous sommes toutefois repartis de la modélisation à l'aide du RCPSP avec profil de demande en ressources variable.

La Figure 8 montre la modélisation des activités de DCP dans le cas où nous prenons en compte simultanément les deux types d'activité. L'activité est comme précédemment décomposée en deux étapes.

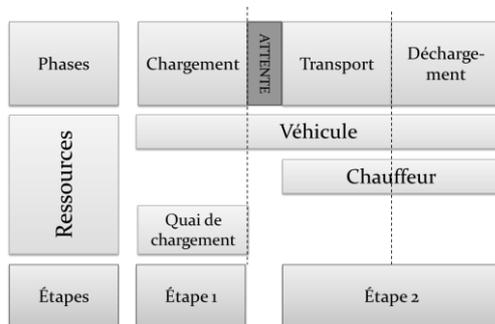


Figure 8 : Modélisation d'une activité de DCP

L'activité de RCS est présentée dans la Figure 9. Tout comme l'activité de DCP, celle-ci est aussi composée de deux étapes.

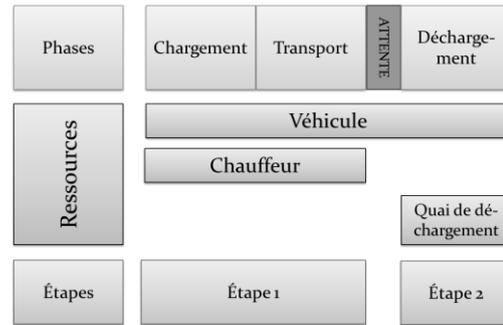


Figure 9 : Modélisation d'une activité de RCS

Les transports à vide ne peuvent pas être modélisés comme des étapes ou des activités au sens du RCPSP dans la mesure où leur existence dépend de l'activité précédente et de l'activité suivante. Ainsi, par analogie avec les problèmes d'ordonnancement avons-nous décidé de modéliser le transport à vide entre deux activités de transport comme un temps de montage dépendant de la séquence.

Les transports à vide peuvent être modélisés par des temps de montage dépendant de la séquence de la façon suivante :

- Si l'activité de transport précédente a un site destination identique au site origine de l'activité suivante alors la durée du transport à vide est nulle, ce qui revient à considérer un temps de montage nul,
- Si l'activité de transport précédente a un site destination différent du site origine de l'activité suivante alors la durée du transport à vide (donc le temps de montage) correspond à la durée de trajet entre les deux sites.

La Figure 10 donne un exemple de construction de cette matrice des temps de montage. Dans cet exemple, on dénombre trois activités de distribution de contenant propre à réaliser entre le site de production et les sites 1, 2 et 4 (DCP1, DCP2 et DCP3) et deux activités de retour de contenant sale (RCS1 et RCS2).

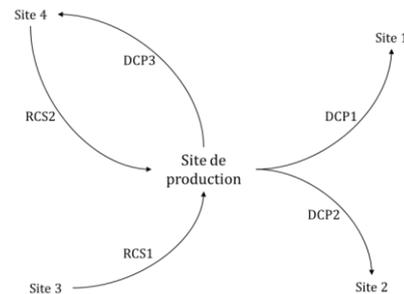


Figure 10 : exemple d'activités de DCP et RCS

Le Tableau 5 donne les temps de transport à vide et donc les temps de montage. L'activité 0 est l'activité fictive de début d'ordonnancement.

	DCP1	DCP2	DCP3	RCS1	RCS2
0	0	0	0	SP→S3	SP→S4
DCP1	0	S1→SP	S1→SP	S1→S3	S1→S4
DCP2	S2→SP	0	S2→SP	S2→S3	S2→S4
DCP3	S4→SP	S4→S2	0	S4→S3	0
RCS1	0	0	0	0	SP→S4
RCS2	0	0	0	SP→S3	0

Tableau 5 : Les valeurs des transports à vide

Nous donnons dans le Tableau 5, les durées de trajets entre les sites (SX→SY : temps de trajet entre le site X et le site Y). Les données sont définies dans le Tableau 6.

Données	Notation
Nombre d'activités	$N$
Borne supérieure du makespan en nombre de période	$T$
Nombre de type de ressources	$K = 4$
Nombre de véhicules disponibles	$R_1$
Nombre de chauffeurs disponibles	$R_2$
Nombre de quais de chargement disponibles sur le site de production	$R_3$
Nombre de quais de déchargement disponibles sur le site de production	$R_4$
Durée de la 1 <sup>ère</sup> étape de l'activité $j$	$p_{j,1}$
Durée de la 2 <sup>ème</sup> étape de l'activité $j$	$p_{j,2}$
Date de fin au plus tôt de l'étape $e$ de l'activité $j$	$EF_{j,e}$
Date de fin au plus tard de l'étape $e$ de l'activité $j$	$LF_{j,e}$
Délai entre la fin de l'activité $j$ et le début de l'activité $j'$ (temps de montage)	$z_{j,j'}$
Nombre d'activités de transport de contenants sales	$NS$
Nombre d'activités de transport de contenants propres	$NP$
Date de début de mise à disposition des contenants propres	$d_1$

Tableau 6 : Notations

Aux variables  $x_{j,e,t}$  et  $L_j$  définies précédemment, nous ajoutons :

$$y_{j,j',s} = 1, \text{ si l'activité } j \text{ est affectée au chauffeur } s \text{ juste après l'activité } j', 0 \text{ sinon}$$

Pour  $j = 1, N; j' = 0, N; s = 1, R_2; j \neq j'$

L'objectif de ce problème est de minimiser la somme des retards :

$$\min \sum_{j=1}^N L_j$$

Tout en respectant les contraintes suivantes :  
Les contraintes (1), (2), (3) et (4) présentées précédemment sont inchangées.

$$\sum_{j=1}^{NP} \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,2}-1} x_{j,2,t_1} + \sum_{j=NP+1}^{NP+NS} \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,1}-1} x_{j,1,t_1} \leq R_2, \quad (12)$$

pour  $t = 1, T$

Dans le cas des transports de contenant propre, le chauffeur ne participe qu'à la deuxième étape. L'utilisation des chauffeurs est prise en compte dans la contrainte (12).

Les contraintes (6) et (11) sur le respect du nombre de quais de chargement et de déchargement sur le site de production sont adaptées en fonction de l'activité considérée :

$$\sum_{j=1}^{NP} \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,1}-1} x_{j,1,t_1} \leq R_3, \text{ pour tout } t = 1, T \quad (13)$$

Nous obtenons une contrainte du respect du nombre de quais décomposée en deux. En effet, lors du chargement des contenants propres, le quai de chargement du site de production est nécessaire pour la 1<sup>ère</sup> étape.

$$\sum_{j=NP+1}^{NP+NS} \sum_{t_1=t}^{t+p_{j,2}-1} x_{j,2,t_1} \leq R_4, \text{ pour } t = 1, T \quad (14)$$

Dans le cas des activités de transport de contenant sale, seul le quai de déchargement du site de production est pris en compte.

$$\sum_{t=1}^{d_1} \sum_{j=1}^{NP} x_{j,1,t} = 0 \quad (15)$$

Il nous faut prendre en compte la non-mise à disposition des armoires propres avant la date de début  $d_1$  de la première production, c'est l'objet de la contrainte (16) et de la contrainte (17).

$$\sum_{t=d_1}^{pk+d_1} \sum_{j=1}^{NP} x_{j,1,t} \leq k \times nd, \text{ pour } k = 1, \left\lceil \frac{NP}{nd} \right\rceil \quad (16)$$

Nous définissons le retard de la manière suivante :

$$L_j \geq \sum_{t=1}^T t \times x_{j,2,t} - LF_{j,2}, \text{ pour } j = 1, N \quad (17)$$

Les contraintes de (18) à (21) correspondent à la prise en compte des activités de transports à vide. Les contraintes (18) et (19) vérifient que chaque activité est affectée à un et un seul chauffeur et n'a qu'un seul prédécesseur et qu'un seul successeur. La contrainte (18) nécessite une constante très grande  $M$  ( $M$  choisie telle que la valeur de la constante soit supérieur makespan au de toute solution).

$$\sum_{t=0}^T t \times x_{j,1,t} \geq \sum_{t=0}^T t \times x_{j',2,t} + p_{j,1} + \left[ \left( \sum_{s=1}^{R_2} y_{j,j',s} \right) - 1 \right] \times M + z_{j,j'}, \quad (18)$$

pour tout  $j = 1, N, j' = 0, N$

$$\sum_{j'=0}^N \sum_{s=1}^{R_2} y_{j,j',s} = 1, \text{ pour } j = 1, N \quad (19)$$

Les contraintes (20) et (21) prennent en compte la durée de montage qui dépend de la séquence des activités à réaliser par le chauffeur.

$$\sum_{j'=1}^N y_{0,j',s} \leq 1, \text{ pour } s = 1, R_2 \quad (20)$$

$$\left( \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq j'}}^N y_{j,j',s} \right) - \left( \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq j'}}^N y_{j',j,s} \right) = 0, \quad (21)$$

$$y_{j,j',s} \in \{0,1\}, \text{ pour } j = 1, N, j' = 1, N \text{ et } s = 1, R_2 \quad (22)$$

$$L_j \geq 0, \text{ pour } j = 1, N \quad (23)$$

## 7. MISE EN ŒUVRE ET RESULTATS

L'approche proposée a été utilisée pour dimensionner le nombre de chauffeurs et de véhicules pour la distribution de contenant propre des repas. Pour l'ensemble des tests, le pas de temps considéré est de 5 minutes. Nous avons considéré les activités du matin et de l'après-midi. L'ensemble des résultats est obtenu avec un ordinateur équipé de Cplex 11.1, d'un environnement Windows XP et d'un processeur Intel Xeon de 2.5GHz.

### 7.1 Ordonnancement d'un seul type d'activité

#### 7.1.1 Distribution de contenant propre

Dans un premier temps, nous avons effectué nos tests avec les données qui concernent les 6 livraisons de repas entre 9h30 et 11h20 : 2 à destination de l'Hôpital Estaing (HE) et 4 à destination de Gabriel Montpied (GM). La fréquence de mise à disposition des contenants propres est de 2 contenants toutes les 30 minutes. Le Tableau 7 fournit les durées opératoires et les dates de fin souhaitées. L'heure de début de planification est 9h30.

Activités $j$	A et B		C à F	
Site	HE		GM	
Etapes $e$	1	2	1	2
$p_{j,e}$	0h10	0h45	0h10	0h30
$EF_{j,e}$	9h40	10h25	9h40	10h10
$LF_{j,e}$	10h40	11h25	10h50	11h20

Tableau 7 : Durées opératoires et les dates de fin souhaitées pour les transports de contenant propre

Nous avons résolu ce problème en utilisant le logiciel Cplex. Pour ces instances, nous avons 174 contraintes et 546 variables. Nous avons effectué des tests en faisant varier le nombre de ressources disponibles (véhicules et chauffeurs), sachant que 2 quais de chargement sont disponibles. Nous avons indiqué le retard obtenu et la durée de résolution pour chaque variation du nombre de ressources dans le Tableau 8.

Ressources		Retard (en minutes)		Durée résolution
$R_1$ Véhicules	$R_2$ Chauffeurs	HE	GM	
4	4	0	0	<1s
3	3	0	0	<1s
3	2	0	5	<1s
2	2	5	10	3s

Tableau 8 : Résultats obtenus pour l'ordonnancement des activités de transports de contenants propres

Une étude analogue a été menée sur les activités de l'après-midi qui n'a induit aucun retard. Au vu des résultats,

la solution comportant 3 véhicules et 2 chauffeurs semble être la plus intéressante, les 5 minutes de retard pour les activités du matin pouvant être absorbées par les unités de consommation.

#### 7.1.2 Retour de contenant sale

Nous avons également réalisé des tests pour les activités de retour de contenant sale du début d'après-midi. L'objectif est de collecter les chariots repas avant l'ouverture de la ligne de production l'après-midi. Nous avons des chariots repas à collecter en début d'après-midi dans deux sites : deux pour HE et quatre pour GM. Le Tableau 9 fournit les durées opératoires et les dates de fin souhaitées. L'heure de début de planification est 13h30. Pour ces instances, nous avons 171 contraintes et 546 variables.

Activités $j$	H' et I'		J' à M'	
Destination	HE		GM	
Etapes $e$	1	2	1	2
$p_{j,e}$	0h45	0h10	0h30	0h10
$EF_{j,e}$	15h15	15h25	15h	15h10
$LF_{j,e}$	15h50	16h	15h50	16h

Tableau 9 : Durées opératoires et quantités de ressources utilisées pour les transports de contenants sales

Ressources		Retard (en minutes)		Durée résolution
Véhicules	Chauffeurs	HE	GM	
4	4	0	0	<1s
3	3	0	20	<1s
3	2	5	40	<1s
2	2	55	50	1s

Tableau 10 : Résultats obtenus pour l'ordonnancement des activités de transports de contenants sales

On constate que l'organisation qui consiste à avoir une alternance propre/sale matin et après-midi ne peut pas être appliquée en tant que telle, car les délais très courts de l'après-midi ne permettent pas d'assurer le nettoyage des véhicules. En effet, les retards observés pour le retour des contenants sales ont un impact sur les dates de début de distribution des contenants propres qui n'ont pas une marge suffisante pour absorber ces retards. Par conséquent, le CHU a décidé de relâcher la contrainte de l'alternance propre/sale tout en maintenant un nettoyage quotidien du véhicule.

### 7.2 Ordonnancement de plusieurs types d'activités

L'organisation de livraison des repas le matin déterminée précédemment ayant donné satisfaction aux responsables, nous nous focalisons sur les activités de l'après-midi soit 7 DCP (2 pour HE, 4 pour GM et 1 pour l'Hôpital Nord) et 6 RCS (2 pour HE et 4 pour GM). Nous présentons les données pour chacune des activités dans les tableaux 11 et 12.

Activités $j$	A' et B'		C' à F		G'	
Site	HE		GM		HN	
Etapas $e$	1	2	1	2	1	2
$P_{j,e}$	0h10	0h30	0h10	0h20	0h10	0h50
$EF_{i,e}$	14h40	15h25	14h40	15h10	14h40	15h30
$LF_{i,e}$	16h40	17h25	16h50	17h20	16h40	17h30

Tableau 11 : Données pour les DCP

Activités $j$	H' et I'		J' à M'	
Site	HE		GM	
Etapas $e$	1	2	1	2
$p_{j,e}$	0h20	0h10	0h20	0h10
$EF_{i,e}$	15h15	15h25	15h	15h10
$LF_{i,e}$	15h50	16h	15h50	16h

Tableau 12 : Données pour les RCS

Le Tableau 13 donne pour un nombre variable de véhicules et de chauffeurs, le retard obtenu ainsi que la durée d'exécution du modèle.

Ressources		Retard (en minutes)		Durée résolu- tion	Nb Con- traintes	Nb Va- riables
$R_1$	$R_2$	DCP	RCS			
5	4	0	0	<1s	4664	13950
4	4	0	5	5s	4013	13325
4	3	0	10	6h	4013	13325
3	3	0	30	24h	3362	12700

Tableau 13 : Résultats pour deux types d'activité

Compte tenu des résultats, les responsables du CHU ont retenu la solution du Tableau 13 comportant 3 véhicules et 3 chauffeurs, car les 30 minutes de retard concernent 1 RCS et ce retard, après négociation, peut être absorbé par le site de production.

## 8. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Nous avons décrit un problème de transport d'un type de produit dans lequel les activités de transport sont décomposées en plusieurs étapes afin de prendre en compte l'utilisation de plusieurs ressources : les chauffeurs, les quais de chargement et de déchargement et les véhicules.

Etant donné la difficulté concernant la gestion des ressources, nous avons proposé de modéliser notre problème pour l'organisation des transports d'un seul type de produit avec un RCPSP avec profil de demande en ressources variable. Nous avons ensuite ajouté la gestion des transports à vide en faisant un parallèle entre les temps de montage dépendant de la séquence et les temps de transport à vide.

Les résultats ont été soumis à validation des responsables des différents services. Lorsque nous avons présenté les résultats aux responsables, très rapidement, de nouvelles contraintes à prendre en compte sont apparues :

- Le nombre de quais au niveau des sites de consommation est vite devenu insuffisant à certaines heures de la journée, par conséquent, ce nombre doit être pris en compte ;
- le nombre limité de contenants ne permet pas de faire un enchaînement d'activité du type distribu-

tion de contenant propre et retour de contenant sale et ce nombre doit être dimensionné et pris en compte ;

- la date d'arrivée des contenants sales ne permet pas de prendre en compte la phase de nettoyage des contenants : une seule aire de nettoyage permet de laver l'équivalent d'un chargement de véhicule en 40 minutes.

La suite du travail concerne donc la prise en compte des quais de chargement/déchargement aux sites de consommation, des aires de nettoyage des contenants et des contenants. La prise en compte des quais aux sites de consommation nécessite de traiter l'ensemble des produits, c'est-à-dire le linge, les repas et les médicaments. Ces nouvelles contraintes à prendre en compte vont remettre en question la modélisation et la méthode de résolution. En effet, nous avons vu les limites de notre méthode au niveau des durées d'exécution avec un nombre limité de contraintes et d'activité de transport. Nous préconisons de concevoir un outil basé sur un couplage métaheuristique et modèle de simulation. Une seconde perspective est de prendre en compte la variabilité des temps de transport en fonction de la période la journée.

## REFERENCES

- Beaudry A., Laporte G., Melo T., Nickel S., 2006, *Dynamic transportation of patients in hospital*. Institut Techno- und Wirtschaftsmathematik.
- Boutevin, C., 2003, *Problème d'ordonnancement et d'affectation avec contraintes de ressources de type RCPSP et line balancing*. Thèse de doctorat, Clermont-Ferrand.
- de Magalhães J. M., de Sousa, J. P., 2006, Dynamic VRP in pharmaceutical distribution - a case study. *Central European Journal of Operations Research*, 14(2), p. 177-192
- Florez D. C., Aguirre S., Amaya S., Velasco, N., 2008, *Optimization of the laundry service in a public hospital in Bogota d. c., Colombia: A case of vehicle routing with split delivery*, Systems and Information Engineering Design Symposium. SIEDS, 25, p. 106-111.
- Parker R., Deane R., Holmes R., 1977, *On the use of Vehicle Routing Algorithm for the Parallel Processor Problem with Sequence Dependent Changeover Costs*. AIIE Transactions, p. 155-160.
- Shang J. S., Cuff C. K., 1996, *Multicriteria pickup and delivery problem with transfer opportunity*, Computers and Industrial Engineering, 30(4), p. 631-645.
- Sheng H.-M., Wang J.-C., Huang H.-H., Yen D. C., 2006, *Fuzzy Measure on vehicle routing problem of hospitals materials*. Expert Systems with Applications, 30, p. 367-377.
- Shih L.-H., Chang H.-C., 2001, *A routing and scheduling system for infectious waste collection*. Environmental Modeling and Assessment, 6, p. 261-269.