



HAL
open science

Un modèle PLNE à temps continu pour la planification en production à la commande

Alain Hait

► **To cite this version:**

Alain Hait. Un modèle PLNE à temps continu pour la planification en production à la commande. 9th International Conference on Modeling, Optimization & SIMulation, Jun 2012, Bordeaux, France. hal-00728593

HAL Id: hal-00728593

<https://hal.science/hal-00728593>

Submitted on 30 Aug 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UN MODÈLE PLNE À TEMPS CONTINU POUR LA PLANIFICATION EN PRODUCTION À LA COMMANDE

Alain HAÏT*

Université de Toulouse
Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace
10 av. Édouard Belin, 31055 Toulouse
alain.hait@isae.fr

RÉSUMÉ : *Les modèles de planification tactique sont naturellement des modèles à temps discret, le découpage temporel correspondant à la période de référence de la planification sur laquelle les travaux à réaliser sont établis et la faisabilité en termes de capacité est vérifiée. Cet article présente un modèle original, basé sur une représentation en temps continu des dates de début et fin des travaux, pour la production à la commande.*

MOTS-CLÉS : *planification, production à la commande, job shop, temps continu.*

1 INTRODUCTION

La planification de la production consiste à organiser temporellement la charge de travail et la capacité de production pour satisfaire la demande et assurer la pérennité de l'entreprise. Dans un contexte de production à la commande (*make to order*), la méconnaissance du contenu exact des demandes du client et le degré de personnalisation des produits limite la possibilité de fabriquer des éléments standards en anticipation de la demande. La position amont du point de pénétration de commande réduit le domaine de l'information sur les besoins dépendants au profit de celle sur les besoins indépendants (Vollmann *et al.*, 2005). Pour la planification, il est donc difficile de s'appuyer sur des gammes et nomenclatures totalement préexistantes. Les informations pertinentes sont les commandes déjà acceptées (*backlog*), les estimations de charges pour ces commandes (éventuellement basées sur des nomenclatures de planification) et les capacités des ressources. Le management de la demande et la gestion de la capacité sont particulièrement proches dans ce contexte de production. En effet, les décisions d'acceptation de commandes, de détermination des dates de livraison et des prix de vente sont liées au positionnement relatif de la charge et de la capacité de production, celle-ci pouvant, à ce niveau de planification, présenter des leviers de flexibilité tels que les heures supplémentaires ou la sous-traitance. Par conséquent, si ces décisions sont prises sans tenir compte des capacités des ressources,

en se basant par exemple sur des délais standards issus de données historiques, elles peuvent induire un coût de production élevé (ex. appel répété à la sous-traitance) ou un taux de service faible (dépassement des dates de livraison convenues). La problématique de l'acceptation de commande est un sujet d'intérêt pour les chercheurs et les industriels. C'est un problème dynamique (arrivée des commandes), incertain (type et contenu des commandes, estimation des charges), et qui peut être abordé de multiples façons. Une revue récente de travaux sur ce thème, en ordonnancement et planification, peut être trouvée dans (Slotnick, 2011). Dans cet article nous nous intéressons au niveau planification, en considérant que les décisions d'acceptation ont été prises. L'objectif est d'établir un modèle de planification performant qui pourrait être utilisé dans un processus d'acceptation de commande.

L'article est organisé comme suit: la section 2 décrit la problématique de la planification en production à la commande et quelques modèles existant dans la littérature; la section 3 présente un modèle de planification basé sur une représentation en temps continu des débuts et fins de travaux; la section 4 illustre l'approche sur un exemple.

2 PLANIFICATION EN PRODUCTION À LA COMMANDE

La planification de la production couvre un horizon donné et est effectuée sur une base périodique. Ainsi, une des distinctions avec l'ordonnancement est que l'utilisation des ressources est étudiée globalement sur

*Membre de la structure fédérative IODE et du groupe Toulouse Optimisation Recherche Opérationnelle www.toro-toulouse.fr

une période. La notion de ressource est également agrégée: on considèrera suivant le cas un groupe de machines, une cellule, un atelier autonome. Si à ce niveau la capacité en termes de machines est fixe (les investissements sont vus au niveau supérieur), le nombre, les horaires et l'affectation des opérateurs peuvent varier, fournissant un levier de flexibilité à la planification.

L'approche traditionnelle de planification de la production consiste à séparer le placement des commandes ou ordres de fabrication de la vérification de la capacité. Au niveau du programme directeur de production, une vérification globale de la capacité est effectuée pour les ressources susceptibles de constituer un goulot. L'approche est plus ou moins fine suivant les informations disponibles. Au niveau de la planification des besoins en composants, la vérification est effectuée sur la base d'un ordonnancement au plus tard et à capacité infinie. Au delà des classiques réserves concernant ce schéma, on constate qu'un environnement de production de type job shop et un contexte de production à la commande rendent la situation plus délicate. Ebben *et al.* (2005) comparent différentes approches de planification des ressources pour le problème d'acceptation de commandes d'un atelier de type job shop et notent que lorsque la marge est faible sur les dates de livraison, une approche de planification sophistiquée se justifie.

2.1 Description du problème

Nous nous intéressons à une organisation de type job-shop dans laquelle des ressources indépendantes sont utilisées pour réaliser des commandes (O ensemble des commandes, indice o). Ces commandes sont composées de travaux (indice $j = 1, \dots, NJ[o]$). À tout travail (o, j) est affectée une ressource et une seule (R ensemble des ressources, indice r). Les travaux d'une même commande se succèdent dans l'ordre croissant de l'indice j , le chevauchement n'est pas autorisé. La réalisation d'un travail requiert d'y consacrer un certain nombre d'heures $L_{o,j}$ (charge).

La vérification de la capacité se fait sur une base périodique. L'horizon est découpé en périodes (P ensemble des périodes, indice p) de même durée D . Pour chaque ressource r , la capacité B_r est connue. Elle peut être fixe ou dépendre de la période. On doit vérifier que pour chaque période, la somme des charges planifiées pour une ressource est inférieure ou égale à sa capacité. Des réserves de capacité sont disponibles sous la forme d'heures supplémentaires et éventuellement intérim et sous-traitance.

L'objectif est de minimiser le coût du plan. Ce coût comprend les dépenses liées aux heures de travail (différents taux pour les heures régulières, supplémentaires, etc.). Suivant la situation, on considèrera la

date de livraison comme ferme ou flexible et dans ce dernier cas, des pénalités de non respect peuvent être introduites dans l'objectif.

2.2 Formulations existantes

Hernandez Silva (2008) propose un modèle à deux niveaux pour l'ordonnancement en production à la commande. Le premier niveau, appelé "macro-ordonnancement", est basé sur un mécanisme d'agrégation temporelle des données et correspond à la planification. Il s'agit de minimiser le coût global, constitué des coûts horaires (heures régulières et supplémentaires), du coût de la sous-traitance et des pénalités d'avance ou de retard. Dans ce modèle, on considère que les travaux ont une durée inférieure à celle des périodes. Une variable binaire sert donc à repérer dans quelle période sera réalisé un travail. L'enchaînement des travaux au sein d'une période est ignoré, la seule contrainte étant que la somme des durées opératoires des travaux d'une commande situés dans la même période soit inférieure ou égale à la durée de la période. La sous-traitance affecte une commande dans son ensemble et apparaît comme un coût dans l'objectif, aucune notion de charge ou de durée n'y est associée dans le modèle. Plusieurs politiques de guidage du niveau ordonnancement sont ensuite proposées à partir de la solution du niveau agrégé.

Hans (2001) présente un modèle basé sur la notion de charge. À chaque travail est associée une durée minimale, en nombre de périodes. La planification consiste à déterminer sur quelles périodes un travail est réalisé (une variable binaire par période), puis pour chacune de ces périodes la proportion de la charge qui y est réalisée (une variable $[0, 1]$ par période). La capacité des ressources est vérifiée globalement par période. Plusieurs niveaux de flexibilité sont proposés: heures supplémentaires, embauche d'intérimaires, sous-traitance. Ce dernier levier est simplement traité comme une réserve de capacité supplémentaire dans ce modèle. Deux options sont proposées pour la prise en compte des contraintes de précédence. La première consiste à interdire que deux travaux successifs soient planifiés dans la même période. La seconde permet d'accepter que la dernière période d'un travail coïncide avec la première période de son successeur. Dans ce cas, la notion de séquence peut ne pas être respectée dans cette période, même si les capacités des ressources le sont. Aussi, Hans propose une solution intermédiaire en limitant le nombre de travaux de la même commande planifiés dans une même période. La fonction objectif représente le coût du plan, c'est-à-dire les coûts horaires aux différents régimes et une pénalisation du retard.

La première option proposée par Hans permet de faire le lien entre ces modèles et ceux d'ordonnancement

de projet sous contraintes de ressources avec intensité variable (RCPSVP). En effet, le fait d'interdire la présence de deux travaux successifs dans la même période nous ramène à un modèle purement discret. Kis (2005) a démontré la complexité de ces problèmes et propose une approche de résolution de type *Branch and Cut* pour le RCPSVP. Notons que Hans (2001) a également proposé une évolution de son modèle pour traiter la planification de projets, qu'il appelle *Rough Cut Capacity Planning* (RCCP).

Chen *et al.* (2009) proposent un modèle dont la structure ressemble à celui de Hans: des variables binaires sont utilisées pour repérer dans quelles périodes et de quelle manière (heures régulières, heures supplémentaires, sous-traitance) sont réalisés les travaux, et des variables réelles donnent, pour ces périodes, le nombre d'heures affectées à ces travaux. La sous-traitance concerne un travail complet, ce qui ajoute des variables binaires au problème. La capacité est vérifiée globalement sur une période pour chaque type de fonctionnement et chaque ressource. Chen *et al.* proposent un mécanisme visant à respecter les contraintes de séquence, qui consiste à autoriser un travail à commencer dans une période si son prédécesseur est terminé. Cependant, les mêmes problèmes que ceux identifiés par Hans peuvent se poser.

Dans les modèles décrits ci-dessus, les notions temporelles sont traitées au niveau des périodes, comme les notions de charge. Cela pose plusieurs problèmes. Tout d'abord, le respect des contraintes de précédence entre travaux: soit on surcontraint le problème en empêchant deux travaux successifs d'appartenir à la même période, soit on risque des incohérences. Ensuite, la détermination des périodes dans lesquelles les travaux ont lieu repose sur un grand nombre de variables binaires. Aussi, des approches de résolution par décomposition ont été proposées par ces auteurs. Dans la section suivante, une formulation alternative est présentée, visant à résoudre ces difficultés.

3 MODÈLE DE PLANIFICATION

Contrairement aux formulations précédentes, le modèle proposé dans cet article repose sur une formulation en temps continu des dates de début et de fin des travaux. Il est issu d'un modèle proposé par Haït et Artigues (2011) pour un problème d'ordonnancement d'une aciérie pour lequel la facturation d'électricité est basée sur des bilans périodiques de la consommation. L'objectif est d'abord d'assurer le respect des contraintes de précédence grâce aux dates de début et de fin des travaux. Les considérations de charge restent évidemment gérées globalement par période, la formulation proposée permettant de relier ces notions périodiques aux notions temporelles. L'objectif est également de trouver une formulation performante pour ces problèmes de planification.

3.1 Contraintes temporelles et de séquence

Puisqu'on se place dans le cas d'un problème statique pour lequel les dates de livraison des commandes ont été fixées, les dates des travaux se trouvent contraintes par la fenêtre de temps de leur commande ainsi que par les contraintes de précédence. On notera $ts_{o,j}$ la date de début du travail j de la commande o , et $tf_{o,j}$ sa date de fin. Le nombre de travaux de la commande o est noté $NJ[o]$.

La fenêtre de temps $[RD[o], DD[o]]$ associée à une commande correspond à l'intervalle entre le lancement en production et la date de livraison fixée. À ce niveau cette fenêtre est calée sur les périodes de planification (RD en début de période, DD en fin de période). Elle se répercute sur les travaux de la commande:

$$ts_{o,1} \geq RD[o] \quad \forall o \in O \quad (1)$$

$$tf_{o,NJ[o]} \leq DD[o] \quad \forall o \in O \quad (2)$$

Des fenêtres pour chacun des travaux peuvent être aisément déduites de ces contraintes en association avec des bornes min/max sur les durées des travaux.

Les contraintes temporelles et de séquence des travaux s'expriment très simplement avec cette formulation:

$$ts_{o,j} \leq tf_{o,j} \quad \forall o \in O, j = 1, \dots, NJ[o] \quad (3)$$

$$tf_{o,j-1} \leq ts_{o,j} \quad \forall o \in O, j = 2, \dots, NJ[o] \quad (4)$$

3.2 Lien temps continu/temps discret

Le passage des dates de début et fin des travaux à une vision par période se fait via la détermination de la durée $d_{o,j}^p$ consacrée à un travail (o, j) dans une période p . Pour cela il est nécessaire de repérer dans quelles périodes se situent le début et la fin d'un travail, grâce à des variables binaires notées respectivement $zs_{o,j}^p$ et $zf_{o,j}^p$. Elles jouent un rôle similaire à celui des variables de planification de Hans.

3.2.1 Positionnement date/période

La formulation présentée ci-après a été introduite par Pritsker et Watters (1968) pour l'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources. Elle utilise des variables binaires pour indiquer la position relative d'un événement et d'une période. Ainsi, $zs_{o,j}^p$ vaudra 1 si la date de début $ts_{o,j}$ du travail (o, j) se situe dans la période p ou dans une période qui la précède, 0 sinon (Fig. 1). De même pour $zf_{o,j}^p$ avec la date de fin $tf_{o,j}$.

Les contraintes sont les suivantes (de même pour les

dates de fin):

$$ts_{o,j} \geq D.p(1 - zs_{o,j}^p) \quad p = 1, \dots, |P| \quad (5)$$

$$ts_{o,j} \leq D.p + H(1 - zs_{o,j}^p) \quad p = 1, \dots, |P| \quad (6)$$

$$zs_{o,j}^p \geq zs_{o,j}^{p-1} \quad p = 2, \dots, |P| \quad (7)$$

où H représente l'horizon de planification, c'est-à-dire $H = D|P|$. On remarque que si $ts_{o,j}$ coïncide avec la date de fin de la période p , la variable $zs_{o,j}^p$ peut valoir indifféremment 0 ou 1. Ce n'est pas un problème car la cohérence globale est assurée par la suite du modèle (équations (8) à (12)).

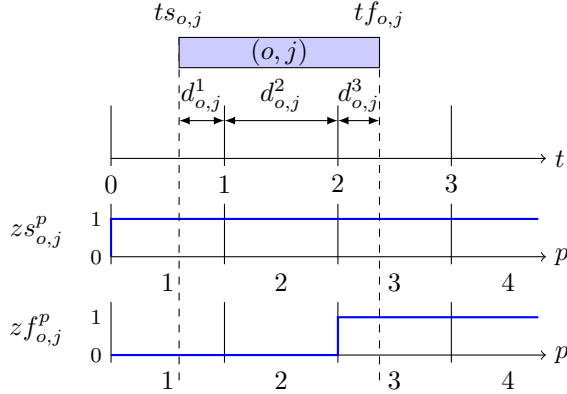


Figure 1: Position relative travail/périodes et variables associées.

3.2.2 Intersection travail/période

Il existe six configurations d'intersection entre un travail et une période (Fig. 2). Les variables binaires utilisées pour représenter la position relative des dates de début et de fin et des périodes permettent d'écrire simplement les contraintes nécessaires à la détermination de la durée $d_{o,j}^p$ du travail (o, j) dans la période p . Cette durée n'est supérieure à 0 que pour les périodes dans lesquelles $zs_{o,j}^p - zf_{o,j}^{p-1} = 1$ (Fig. 1). Les équations (8) à (12) ci-dessous sont valables pour tout travail (o, j) et toute période p .

$$d_{o,j}^p \leq D(zs_{o,j}^p - zf_{o,j}^{p-1}) \quad (8)$$

$$d_{o,j}^p \geq D(zs_{o,j}^{p-1} - zf_{o,j}^p) \quad (9)$$

$$d_{o,j}^p \geq tf_{o,j} - D.p + D.zs_{o,j}^{p-1} - H(1 - zf_{o,j}^p) \quad (10)$$

$$d_{o,j}^p \geq D.p(1 - zs_{o,j}^{p-1}) - ts_{o,j} - D.zf_{o,j}^p \quad (11)$$

$$\sum_{p=1}^{|P|} d_{o,j}^p = tf_{o,j} - ts_{o,j} \quad (12)$$

Les contraintes (9) à (11) correspondent respectivement aux configurations (d), (e) et (f) de la figure 2. Les autres configurations et la cohérence globale sont données par (8) et (12). Cette formulation présente l'intérêt de représenter l'ensemble des configurations possibles à l'aide d'un nombre limité de

variables binaires et de contraintes de type "grand-M". Des coupes peuvent être ajoutées pour améliorer l'efficacité du modèle.

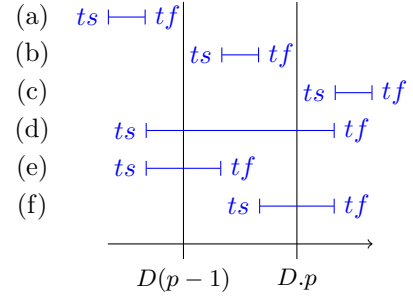


Figure 2: Position relative travail/période: configurations possibles.

3.3 Contraintes de charge/capacité

Le problème de planification consiste à déterminer pour chaque travail la répartition de sa charge dans les différentes périodes, tout en assurant le respect de la capacité des ressources à chaque période.

La charge $l_{o,j}^p$ que l'on peut affecter à un travail pour une période donnée est proportionnelle à la durée $d_{o,j}^p$ accordée à ce travail dans cette période. Les limites sont établies à partir des bornes BJ_{\min} et BJ_{\max} de la charge sur une période complète (pour tout travail (o, j)):

$$l_{o,j}^p \geq BJ_{\min} \cdot d_{o,j}^p / D \quad \forall p \in P \quad (13)$$

$$l_{o,j}^p \leq BJ_{\max} \cdot d_{o,j}^p / D \quad \forall p \in P \quad (14)$$

Suivant les problèmes, les bornes BJ_{\min} et BJ_{\max} seront liées au travail (o, j) , à la ressource r utilisée par ce travail ou aux deux. Remarquons que le cas où $BJ_{\min} = 0$ permet de modéliser la préemption. En effet, sur une période, il est alors possible d'avoir $d_{o,j}^p = D$ et $l_{o,j}^p = 0$.

La vérification de la capacité des ressources se fait globalement sur une période:

$$\sum_{(o,j) \in OJ[r]} l_{o,j}^p \leq B_r \quad \forall r \in R, p \in P \quad (15)$$

où $OJ[r]$ est l'ensemble des travaux (o, j) utilisant la ressource r et B_r la capacité de cette ressource (avec $BJ_{\min} \leq BJ_{\max} \leq B_r$). Là encore, l'expression de la capacité peut être adaptée aux besoins du problème traité: capacité par période, capacité partagée entre des ressources, etc.

La réalisation du travail correspond à l'affectation de la charge $L_{o,j}$ requise par celui-ci:

$$\sum_{p \in P} l_{o,j}^p \geq L_{o,j} \quad \forall o \in O, j \in J[o] \quad (16)$$

Notons la simplicité des expressions de charge/capacité. Elles sont linéaires et mettent en œuvre des variables réelles.

3.4 Heures supplémentaires

Il peut être intéressant d'utiliser le levier des heures supplémentaires pour absorber des surcharges ponctuelles, même avec un coût plus élevé. La prise en compte des heures supplémentaires repose sur le même principe que les heures régulières: la charge dépend de la durée accordée au travail. Cependant, les dates de début et de fin du travail doivent rester associées au décompte des heures régulières. Aussi, on retranchera de la charge requise par le travail la somme des charges $lsup_{o,j}^p$ effectuées en heures supplémentaires. On modifie donc la contrainte (16):

$$\sum_{p \in P} (l_{o,j}^p + lsup_{o,j}^p) \geq L_{o,j} \quad \forall o \in O, j \in J[o] \quad (17)$$

Il faut cependant réserver les heures supplémentaires aux périodes pour lesquelles un travail est commencé et non terminé. Les variables binaires définies plus haut permettent de modéliser cette contrainte (pour tout travail (o, j)):

$$dsup_{o,j}^p \leq Dsup(zs_{o,j}^p - zf_{o,j}^p) \quad \forall p \in P \quad (18)$$

où $Dsup$ représente le nombre d'heures supplémentaires disponible pour une période, et $dsup_{o,j}^p$ la portion de $Dsup$ affectée au travail (o, j) à la période p . La charge est alors déterminée comme pour les heures régulières:

$$lsup_{o,j}^p \geq BJ_{\min} \cdot dsup_{o,j}^p / Dsup \quad \forall p \in P \quad (19)$$

$$lsup_{o,j}^p \leq BJ_{\max} \cdot dsup_{o,j}^p / Dsup \quad \forall p \in P \quad (20)$$

De même pour la charge globale de la ressource en heures supplémentaires:

$$\sum_{(o,j) \in OJ[r]} lsup_{o,j}^p \leq Bsup_r \quad \forall r \in R, p \in P \quad (21)$$

où $Bsup_r$ peut simplement valoir $B_r \cdot Dsup / D$.

Remarquons qu'un travail pourrait être intégralement réalisé en heures supplémentaires, par exemple à la fin de la période p . Sa date de début serait alors $D \cdot p$, fin de la période p en heures régulières, et sa date de fin serait également $D \cdot p$, début de la période suivante. Afin de satisfaire la contrainte (18) pour pouvoir affecter de la charge en heures supplémentaires à ce travail, il faut vérifier $zs_{o,j}^p = 1$ et $zf_{o,j}^p = 0$. Cela est possible puisque $ts_{o,j}$ et $tf_{o,j}$ coïncident avec la fin de la période p , donc leurs variables binaires respectives peuvent valoir indifféremment 0 ou 1. Ainsi, le modèle permet d'envisager la situation pour laquelle un ou plusieurs travaux sont entièrement réalisés en heures supplémentaires. La dernière chose à vérifier

est la contrainte de séquence: pour une même commande, la durée des travaux réalisés en heures supplémentaires durant une période ne doit pas dépasser $Dsup$:

$$\sum_{j \in J[o]} dsup_{o,j}^p \leq Dsup \quad \forall o \in O, p \in P \quad (22)$$

Une extension à la sous-traitance peut être envisagée. Deux cas sont possibles: soit, à la manière de Hans (2001), on considère la sous-traitance comme une réserve de capacité additionnelle, et sa prise en compte sera semblable au cas des heures supplémentaires, soit, à la manière de Mestry *et al.* (2011), on considère que l'appel à la sous-traitance entraîne la réalisation du travail complet de cette manière, ce qui entraîne l'ajout de variables binaires.

4 RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Dans cette section sont présentés les résultats des premiers tests effectués avec ce modèle. Les données utilisées proviennent de l'article de Mestry *et al.* (2011), où elles servent à illustrer une approche d'acceptation des commandes. Nous nous contentons ici de la planification, en considérant que les commandes ont déjà été sélectionnées. Deux commandes sont à planifier en début de période 1 (les périodes correspondent à un jour). Elles doivent être terminées à la fin du jour 3. Le tableau ci-dessous présente les caractéristiques de ces commandes.

Commande	Travail	Ressource	Charge (h)
1	1	1	8
	2	2	6
	3	2	12
2	1	1	10
	2	2	8
	3	3	12

Une journée de travail correspond à 8h en heures régulières et éventuellement 8h en heures supplémentaires. Le tableau ci-dessous précise les coûts horaires.

Ressource	Heures régulières	Heures supplém.
1	40	60
2	20	30
3	30	45

Dans cet exemple, la capacité des ressources correspond au nombre d'heures sur la période, soit 8h, et de même en heures supplémentaires. Un travail mobilisant entièrement une ressource, les bornes sur la charge BJ_{\min} et BJ_{\max} sont également fixées à 8h pour tous les travaux. On retrouve donc un problème disjonctif, mais contrairement à l'ordonnancement, la contrainte de ressource est vue globalement sur une période ce qui pourra entraîner des violations de la contrainte disjonctive entre travaux de commandes

différentes. Pour des travaux d'une même commande, le respect de la contrainte de séquence garantit si nécessaire le respect des disjonctions.

Le fait de fixer BJ_{\min} à la même valeur que BJ_{\max} permet de s'assurer que si la ressource est utilisée, elle l'est à 100 % de sa capacité. En revanche, cela ne suffit pas à garantir la non-préemption, comme on pourra le voir dans les résultats ci-dessous.

Le modèle a été implémenté en langage OPL. Le solveur CPLEX est utilisé pour la résolution. Pour cet exemple simple, la solution est obtenue en 0,3 seconde. L'optimum est atteint pour un coût (heures régulières + heures supplémentaires) de 1800. Les tableaux ci-dessous présentent la charge obtenue, par travail puis ressource par ressource, sur les différentes périodes.

Tableau 1: Charge: répartition par travail

Travail	1		2		3	
	Rég.	Sup.	Rég.	Sup.	Rég.	Sup.
(1,1)	6	2				
(1,2)			6			
(1,3)			2		8	2
(2,1)	2		8			
(2,2)				8		
(2,3)					8	4

Tableau 2: Charge: répartition par ressource

Resso.	1		2		3	
	Rég.	Sup.	Rég.	Sup.	Rég.	Sup.
1	8	2	8		8	2
2			8	8	8	2
3					8	4

A titre indicatif, car l'important est bien la charge, le tableau 3 ci-dessous présente les dates de début et de fin des travaux. On peut y vérifier le respect des contraintes de séquence, ainsi que la valeur égale des dates de début et de fin pour le travail (2,2) réalisé intégralement en heures supplémentaires durant le jour 2.

Tableau 3: Dates de début et de fin des travaux

Travail	Début	Fin
(1,1)	2	8
(1,2)	8	14
(1,3)	14	24
(2,1)	6	16
(2,2)	16	16
(2,3)	16	24

Le diagramme de Gantt de la solution obtenue est donné sur la figure 3. On peut vérifier à la période

1 que les dates obtenues pour les travaux (1,1) et (2,1) ne permettent pas de respecter une contrainte disjonctive sur la ressource 1, mais que la capacité globale de la ressource sur cette période est bien respectée. On remarque également que le travail (2,2) est effectué en heures supplémentaires sur la ressource 2, entre deux affectation du travail (1,3), ce qui correspond à de la préemption pour ce dernier. Le fait de fixer BJ_{\min} à la même valeur que BJ_{\max} permet d'assurer la non-préemption en heures régulières, mais les heures supplémentaires échappent à cette contrainte du fait de la disparition de la notion de date. Si la non-préemption est un impératif (ce qui ressemble plus à des situations d'ordonnancement), un autre mécanisme devra être proposé. La figure 4 présente une solution non préemptive de coût légèrement supérieur à la solution précédente (une heure supplémentaire de plus).

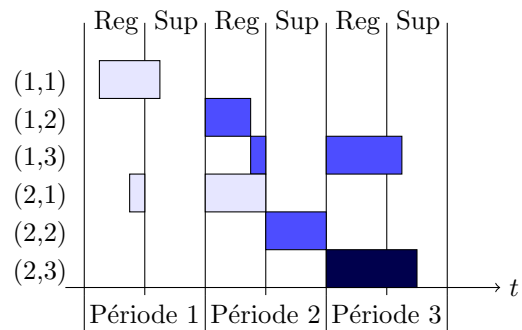


Figure 3: Diagramme de Gantt de la solution optimale trouvée.

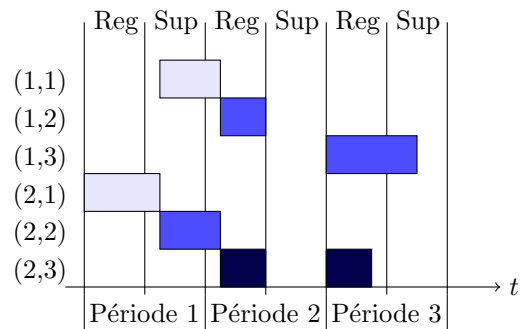


Figure 4: Diagramme de Gantt non préemptif.

5 CONCLUSION

Dans cet article nous avons présenté un modèle pour la planification en production à la commande. Une particularité de ce modèle est la représentation en temps continu des dates de début et de fin des travaux, la discrétisation par période étant réservée aux aspects liés à la charge et la capacité des ressources. Un premier intérêt de ce modèle est la prise en compte satisfaisante des contraintes de précé-

dence. Une phase de tests plus conséquente est maintenant nécessaire pour vérifier le second objectif, celui de la performance du modèle.

De nombreuses extensions de ce travail sont envisageables. L'ajout de la sous-traitance peut être fait rapidement. Un autre ajout intéressant concerne la possibilité de sélectionner ou non des commandes, ce qui correspond à une vision statique de l'acceptation de commandes (les commandes candidates sont connues). Cette extension est proposée pour le modèle de Hans (2001) dans Ebben *et al.* (2005), et pour le modèle de Chen *et al.* (2009) et Mestry *et al.* (2011). Si cela est nécessaire, l'étude de la décomposition du modèle peut être faite. Hans (2001) propose un Branch and Price basé sur la décomposition de son modèle en un sous-problème générateur de plans et un problème maître qui ajuste les charges. Mestry *et al.* (2011) décomposent également en autant de sous-problèmes qu'il y a de commandes. Enfin, l'intégration à un processus complet d'acceptation de commande constitue une étape plus lointaine.

RÉFÉRENCES

- C.-S. Chen, S. Mestry, P. Damodaran et C. Wang, 2009. The capacity planning problem in make-to-order enterprises. *Mathematical and computer modelling*, 50, p.1461–1437.
- M.J.R. Ebben, E.W. Hans et F.M. Olde Weghuis, 2005. Workload based order acceptance in job shop environments. *OR Spectrum*, 27(1), p.107–122.
- A. Haït et C. Artigues, 2011. On electrical load tracking scheduling for a steel plant. *Computers and Chemical Engineering*, 35(12), p. 3044–3047.
- E.W. Hans, 2001. *Resource loading by branch-and-price techniques*. Thèse de Doctorat, Université de Twente, Pays-Bas.
- J. F. Hernandez Silva, 2008, *Approche multiniveau et ordonnancement d'activités dans un contexte de production à la commande*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France.
- S. Mestry, P. Damodaran et C.-S. Chen, 2011. A branch and price solution approach for order acceptance and capacity planning in make-to-order operations. *European Journal of Operational Research*, 211, p. 555–579.
- A. Pritsker et L. Watters, 1968. *A zero-one programming approach to scheduling with limited resources*. Rapport technique RM-5561-PR, RAND Corporation.
- S. A. Slotnick, 2011. Order acceptance and scheduling: A taxonomy and review. *European Journal of Operational Research* 212, p.1–11.
- T. Kis, 2005. A branch-and-cut algorithm for scheduling of projects with variable-intensity activities. *Mathematical Programming*, Ser. A 103, p. 515–539.
- T. E. Vollmann, W. L. Berry, D. C. Whybark et F. R. Jacobs, 2005. *Manufacturing planning and control for supply chain management*. McGraw-Hill, 5^e édition.