



HAL
open science

Planification multi-site : Modélisation sous forme d'un problème de satisfaction de contraintes dynamiques

Mariem Trojet, Fehmi H'Mida, Pierre Lopez, Patrick Esquirol

► To cite this version:

Mariem Trojet, Fehmi H'Mida, Pierre Lopez, Patrick Esquirol. Planification multi-site : Modélisation sous forme d'un problème de satisfaction de contraintes dynamiques. 9th International Conference on Modeling, Optimization & SIMulation, Jun 2012, Bordeaux, France. hal-00728591

HAL Id: hal-00728591

<https://hal.science/hal-00728591>

Submitted on 30 Aug 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Planification multi-site : Modélisation sous forme d'un problème de satisfaction de contraintes dynamiques

Trojet M., H'mida F.

UR MSSDT / ESSTT / Université de Tunis
5 Avenue Taha Husein, B.P. 58, 1008, Tunis, Tunisie
mtrojet@laas.fr, fehmi.hmida@esti.rnu.tn

Lopez P., Esquirol P.

CNRS, LAAS, 7 avenue du colonel Roche, F-31400
Toulouse, France
Univ de Toulouse, LAAS, F-31400 Toulouse, France
lopez@laas.fr, esquirol@laas.fr

RESUME : Cet article propose un modèle de planification d'une chaîne logistique, basé sur une structure décisionnelle à deux niveaux. Adoptant un processus dynamique permettant d'actualiser les données à chaque étape de planification, le premier niveau planifie la production en recherchant le meilleur compromis entre les leviers décisionnels disponibles liés aux aspects capacité et coût de production. Le deuxième niveau établit un ordonnancement des opérations de fabrication et de transport en minimisant la date de fin du planning. L'interaction entre les deux niveaux est établie par des contraintes de conservation d'énergie. Nous adoptons une approche par satisfaction de contraintes dynamiques («Dynamic Constraint Satisfaction Problem») permettant de mettre en évidence cette interaction.

MOTS-CLES : Planification multi-site, approche multi-niveau, interaction énergétique, problèmes de satisfaction de contraintes dynamiques, robustesse, réactivité.

1 INTRODUCTION

La planification des chaînes logistiques consiste à prendre des décisions coordonnées tout au long de la chaîne et se décline traditionnellement selon trois niveaux hiérarchiques: le niveau stratégique, le niveau tactique et le niveau opérationnel ([Galasso, 2007], [Thierry, 2003]). Cette structure hiérarchique implique des horizons temporels et des niveaux d'agrégation différents pour les décisions. Le niveau stratégique concerne une vision à long terme ; les décisions à ce niveau sont de première importance pour l'entreprise. La planification tactique correspond à un ensemble de décisions à moyen terme respectant le cadre défini par la planification stratégique. Ces décisions tactiques traitent, principalement, des objectifs de volumes à produire, à sous-traiter, à stocker et à transporter. Elles considèrent l'ensemble des entités de la chaîne logistique pour synchroniser les flux et les ressources à capacité limitée. A ce niveau, l'optimisation se fait par la maximisation ou la minimisation d'une fonction économique (généralement associée à des coûts), en se basant sur les leviers décisionnels disponibles pour l'entreprise ([Shapiro, 1998]). Les décisions à moyen terme consistent aussi en des directives pour la production détaillée et la planification du transport du niveau opérationnel qui, lui, s'intéresse aux problèmes d'affectation sur le court terme (ordonnancement) ([Huang *et al.*, 2003], [Giard, 2003], [Ganeshan *et al.*, 1998]). Les technologies de l'information et les systèmes d'information associés ont fortement influencé l'évolution des chaînes logistiques

dans l'implémentation d'outils supports à la collaboration. On trouve notamment : les APS (*Advanced planning system*), les ERP (*Enterprise Resource Planning*), les MES (*Manufacturing Execution Systems*), etc. [Galasso, 2007] présente dans sa thèse un rapprochement entre les différents progiciels et les niveaux décisionnels considérés. Plusieurs outils sont développés afin d'aider aux prises de décision, du niveau le plus haut (stratégie générale de l'entreprise) au niveau le plus bas (fonctionnement des machines dans l'atelier de fabrication).

Notre travail concerne les niveaux tactique et opérationnel. Très souvent, les décisions tactiques (Planification) sont prises indépendamment des décisions opérationnelles (Ordonnancement). Les contraintes de capacité de l'atelier sont modélisées grossièrement dans le calcul du plan, ce qui implique souvent la non faisabilité d'un plan de production. De plus, ce plan n'est pas remis en cause par le niveau opérationnel après avoir été transmis. Pour pallier ce problème, quelques approches proposant l'intégration de niveaux hiérarchiques de décision existent dans la littérature. S. Dauzère-Pérès a développé dans sa thèse ([Dauzère-Pérès, 1992]) un modèle de planification incluant des conditions suffisantes d'existence d'un ordonnancement pour le plan de production calculé. Une procédure itérative permet alors, en théorie, d'améliorer ce plan (en diminuant le coût associé) à chaque itération, et d'assurer une convergence monotone vers une solution localement optimale. L'approche intégrée de planifi-

cation et d'ordonnement a été aussi abordée dans la thèse de [Wolosewicz, 2008]. Elle développe un plan de production faisable, pour lequel il existe un ordonnancement.

Le travail présenté dans cet article s'intéresse à la planification tactique et opérationnelle d'une chaîne logistique multi-site, et propose une approche décisionnelle à deux niveaux. Le modèle proposé intègre les décisions prises au niveau supérieur comme contraintes à respecter au niveau inférieur (niveau opérationnel) en vue de garantir la faisabilité du plan de production et, par la suite, la robustesse de la solution. Nous développons une structure hiérarchique dans la perspective d'une approche de satisfaction de contraintes dynamiques. L'article est composé de trois parties. La première partie porte sur la présentation du système logistique étudié et la présentation de la structure décisionnelle à deux niveaux. Dans la deuxième partie, nous rappelons les principes de l'approche par *satisfaction de contraintes dynamiques*. La troisième partie présente la modélisation du premier et du deuxième niveau de décision, ainsi que de leur interaction énergétique sous la forme d'un problème de satisfaction de contraintes dynamiques.

2 PROBLEMATIQUE

2.1 Problème de planification multi-site

La chaîne logistique se compose de plusieurs sites de production appartenant à une même entreprise, et réalisant différents types de produits. La réalisation d'un produit nécessite une succession d'opérations de fabrication, réalisée chacune sur un site donné. Dans l'exemple de la figure 1, la réalisation du produit A est répartie sur plusieurs sites (1, 3, 4 et 5).

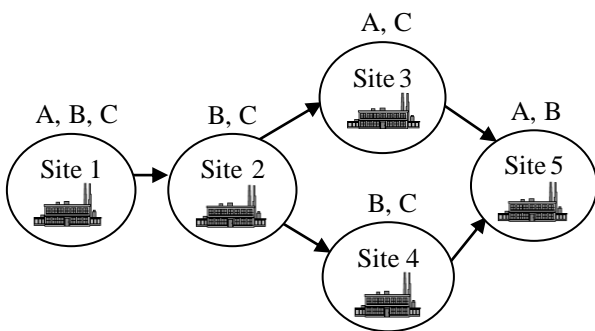


Figure 1 : Exemple d'entreprise multi-site

Un site est globalement défini par sa capacité de production et sa capacité de transport. La capacité de production (*i.e.*, de réalisation d'une opération) est le nombre de ressources (*i.e.*, de machines) du site. Le transfert entre deux sites est assuré par une opération de transport pour un produit donné. Le terme «opération» est employé pour caractériser une «charge de travail». Le transport est réalisé par des véhicules, propriétés de l'entreprise. Les véhicules sont définis par leurs bases de rattachement (sites),

leur disponibilité sur la période de planification, et le nombre maximal d'unités disponibles sur chaque site. Le voyage d'un véhicule consiste à transporter un seul type de produit de son site de rattachement au site de livraison suivi de son retour au site de départ.

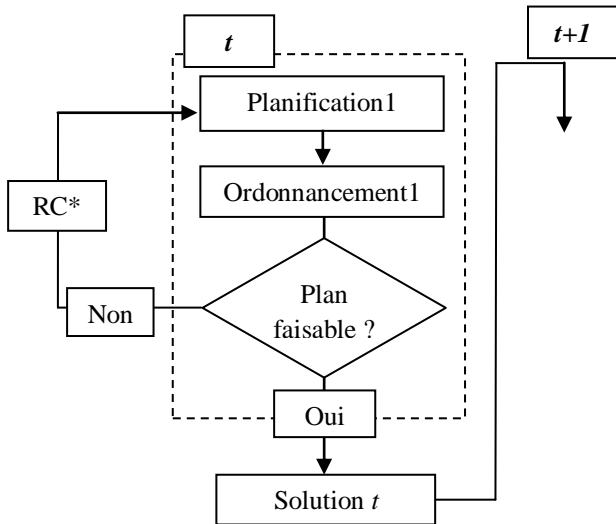
2.2 Description de l'approche proposée

Nous considérons le cadre d'une entreprise au sein de laquelle il existe un service logistique central assurant la planification des charges de fabrication et de transport. Il s'agit de répartir et de coordonner les productions et les transports entre les sites tout en laissant à chaque site une autonomie au niveau de l'ordonnement local.

Le problème de planification est structuré sous la forme de deux niveaux de décision. Le premier niveau de décision consiste à planifier les volumes de production de chaque site pour chaque produit, les volumes de production sous-traités ainsi que le nombre d'heures supplémentaires utilisées à chaque période de l'horizon de planification, tout en respectant la capacité pour les différents sites de production définie sous la forme d'un nombre d'heures de travail disponibles. Cela correspond à la définition d'un régime de fonctionnement nominal pour l'entreprise (*i.e.*, un temps d'ouverture de 8 heures/jour et une seule équipe de travail). Nous introduisons un coût correspondant à chaque type décision et c'est en termes de coût qu'une solution est considérée comme plus favorable qu'une autre. Il s'agit de trouver une solution qui minimise le coût total des opérations, que nous détaillerons plus loin.

Le deuxième niveau consiste à planifier pour chaque site, les dates de début des opérations de fabrication et de transport tout en respectant la limitation de la capacité des ressources de fabrication (nombre de machines) et la limitation de la capacité des ressources de transport (nombre de véhicules). Il s'agit alors de trouver une solution qui minimise la date de fin du planning de production de tous les produits, en respectant à la fois les contraintes de précédence issues des gammes, les contraintes de précédences issues de la synchronisation des transports et les contraintes cumulatives des ressources.

Il s'agit enfin, au niveau opérationnel, de gérer l'atelier de manière à suivre du mieux possible le plan généré par le niveau planification. Au niveau inférieur, s'il n'existe pas d'ordonnement faisable pour la première période, une remise en cause des décisions du niveau planification a lieu en relâchant certaines contraintes à ce niveau (augmentation du nombre d'heures supplémentaires, changement du régime de fonctionnement nominal avec un temps d'ouverture de 2×8 heures). La procédure itérative (figure 2) prend fin à l'obtention d'un plan faisable.



RC* : remettre en cause le plan généré par le niveau supérieur (Planification)

Figure 2 : Approche décisionnelle à deux niveaux

3 PROBLEMES DE SATISFACTION DE CONTRAINTES DYNAMIQUES

3.1 Définitions

Pour rappel, un problème de satisfaction de contraintes (*Constraint Satisfaction Problem* ou *CSP*) est un problème modélisé sous la forme d'un ensemble de contraintes qui pèsent sur des variables, chaque variable prenant ses valeurs dans un domaine. De manière plus formelle, on définit un CSP par un triplet (V, D, C) [Dechter, 2003], où :

- $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ est l'ensemble des variables du problème ;
- $D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$ est l'ensemble des domaines. A est l'ensemble des domaines. A chaque variable $V_i \in V, 1 \leq i \leq m$, est associé un domaine $D_i \in D$ qui représente l'ensemble des valeurs possibles pour V_i . Ces domaines sont obligatoirement finis, mais de nature quelconque, symbolique ou numérique ;
- $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ est l'ensemble des contraintes. Chaque contrainte C_j est une relation entre certaines variables de V . Ces contraintes sont de nature quelconque, linéaires ($V_1 + V_2 \leq 4$) ou non linéaires ($V_3 \neq V_4$).

Etant donné un CSP (V, D, C) , sa résolution consiste à affecter des valeurs aux variables, de telle sorte que toutes les contraintes soient simultanément satisfaites. Résoudre un CSP est un problème *NP*-complet. La résolution est basée sur des techniques de propagation de contraintes (phase de filtrage : réduction de l'espace de recherche en éliminant les valeurs des variables qui n'ont aucune chance d'intervenir dans une solution [Bessière

et Régim, 2001 ; Zhang et Yap, 2001; Bessière *et al.*, 2005)) et sur une stratégie de recherche arborescente (phase de recherche de solutions : énumération des combinaisons de valeurs compatibles entre elles au regard de toutes les contraintes, (*Real-Full-Look-Ahead*, *Forward-Checking* [Haralick et Elliot, 1980; Nadel, 1989], *Maintaining Arc-Consistency* [Sabin et Freuder, 1994])).

Un problème de satisfaction de contraintes dynamique (*Dynamic Constraint Satisfaction Problem* ou *DCSP*) est une suite P^0, P^1, \dots de CSP classiques, tels que deux problèmes successifs P^i et P^{i+1} ne diffèrent que par l'ajout ou le retrait de **certaines** contraintes. Si le CSP P^{i+1} est obtenu à partir du CSP P^i après le retrait d'une ou plusieurs contraintes, alors P^{i+1} est considéré comme une relaxation de P^i . De même, si nous passons du CSP P^i au CSP P^{i+1} en ajoutant une ou plusieurs contraintes, alors P^{i+1} est considéré comme une restriction de P^i ([Richaud, 2009]).

En outre, les domaines pouvant être vus comme des contraintes unaires, retirer ou ajouter une variable revient alors à modifier toutes les contraintes dans lesquelles la variable apparaît ([Dechter et Dechter, 1988; Vareilles, 2005; Verfaillie et Schiex, 1995]).

3.2 Le formalisme DCSP

L'aspect dynamique d'un problème peut être appréhendé de différentes façons. En effet, un DCSP permet d'adapter un CSP aux perturbations extérieures qui peuvent modifier le problème. D'autres formalismes tels que les CCSP (Conditional CSP; [Sabin et Freuder, 1994]), les TCSP (Temporal CSP; [Schwalb et Dechter, 1993]), les OCSP (Open CSP; [Faltings et Macho-Gonzalez, 2005]) permettent de prendre en compte des évolutions déjà intégrées au modèle ([Verfaillie et Jussien, 2005]) pour gérer l'aspect dynamique du problème. Par exemple, un OCSP est un CSP dans lequel les domaines des variables ne sont pas, initialement, totalement connus. Leur objectif est de pouvoir prendre en compte des systèmes distribués dans lesquels connaître des valeurs des domaines passe par des requêtes à des serveurs distants. Un OCSP peut être vu comme un DCSP dont toutes les modifications se traduisent par une extension des domaines et des contraintes. Un CCSP peut aussi être vu comme une restriction d'un DCSP dans lequel toutes les modifications μ possibles sont définies par les contraintes d'activité. Ainsi, on peut écrire un CCSP sous la forme d'un DCSP où CSP_0 est défini par les variables obligatoires et les contraintes de compatibilité et μ correspond à la transformation qui retire les variables optionnelles inactives et qui ajoute les variables optionnelles activées ainsi que les contraintes dont l'ensemble des variables sont activées ([Richaud, 2009]).

3.3 Les CSP conditionnels

Un CSP conditionnel est défini par un triplet (V, D, C) où :

- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_l\}$ est un ensemble fini de variables composé de deux sous-ensembles disjoints:
 - Un ensemble V_a non vide de variables initialement actives ;
 - Un ensemble V_i de variables initialement inactives.
- $D = \{d_1, d_2, \dots, d_l\}$ est un ensemble fini de domaines de définition des variables de V .
- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_l\}$ est un ensemble fini de contraintes de deux natures possibles :
 - Un ensemble $C^c = \{C_1^c, C_2^c, \dots, C_{k_c}^c\}$ de contraintes classiques, dites de compatibilité ;
 - Un ensemble $C^a = \{C_1^a, C_2^a, \dots, C_{k_a}^a\}$ de contraintes d'activation.

Les contraintes d'activation définissent les conditions d'activation des variables optionnelles en fonction des variables obligatoires. Elles sont composées d'une prémissse $P(V_p)$ et d'un conséquent V_c . L'ensemble des variables V_p de la prémissse et l'ensemble des variables V_c du conséquent doivent être disjoints. Les contraintes d'activation de variables sont de la forme :

$$P(V_p) \rightarrow (\text{dés})\text{activation: } V_c$$

Chaque variable possède un état actif ou inactif qui indique si celle-ci doit être ou non prise en compte dans le problème courant. Une contrainte est activée uniquement si les variables sur lesquelles elle porte sont activées. Ainsi, durant la résolution d'un CCSP la structure du problème peut évoluer en fonction de l'instanciation courante.

4 MODELISATION DU PROBLEME

Dans cette partie, nous présentons la modélisation par « quantités » du premier niveau, la modélisation par « dates » du deuxième niveau, ainsi que l'interaction énergétique établie entre les deux niveaux. La structure globale forme le modèle de planification multi-site développé.

4.1 Premier niveau de décision

A ce niveau, les variables de décision concernent les ajustements de capacité des ressources, les heures supplémentaires allouées, les volumes de production réalisés en interne et ceux qui sont sous-traités à chaque période de l'horizon de planification HP sur les différents sites de production. L'objectif est de minimiser un coût global lié à la fabrication, au stockage, aux heures supplémentaires, à la rupture et à la sous-

traitance. Un modèle par « quantités » (nombre d'unités de produits) est utilisé dans ce cadre.

Le recours à la sous-traitance étant conditionné par l'impossibilité d'absorber en interne à l'entreprise la demande totale de production, ceci explique la modélisation de ce niveau sous la forme d'un CSP conditionnel : le décideur n'a recours à la sous-traitance que si, à chaque période t de l'horizon de planification HP , la demande client du produit p est supérieure à la capacité du site de production. Ce type de CSP intègre deux types de variables : des variables initialement actives et des variables initialement inactives. De plus, il intègre des contraintes de compatibilité et des contraintes d'activation.

4.1.1 Paramètres dynamiques actualisés à chaque étape de planification τ

$D_{p,t}^\tau$: Demande en produit p à actualiser à chaque pas de planification τ ,

C_t^τ : Capacité de production interne des sites à la période t à actualiser à chaque pas de planification τ .

4.1.2 Coûts unitaires associés aux décisions

x_p, i_p, g_p, s_p : Coûts unitaires respectifs de fabrication, de stockage, de rupture, de sous-traitance du produit p sur le site de production s ; e est le coût d'utilisation d'une heure supplémentaire sur le site de production s .

4.1.3 Variables de décision

$H_{t,s}^\tau$: Heures supplémentaires utilisées pour augmenter la capacité du site de production s à la période t ,

$X_{p,t,s}^\tau$: Quantités à lancer en production du produit p au cours de la période t sur le site de production s ,

$S_{p,t,s}^\tau$: Quantités à sous-traiter du produit p à la période t sur le site de production s ,

$I_{p,t,s}^\tau$: Niveaux de stock en fin de période t pour le produit fini p sur le site de production s ,

$G_{p,t,s}^\tau$: Niveaux de rupture en fin de période t pour le produit fini p sur le site de production s ,

$B_{p,t,s}^\tau$: Variable binaire = 1 si la contrainte d'activation est vraie à la période t , 0 sinon.

4.1.4 Contraintes

- Contraintes de compatibilité :

$$I_{p,t,s}^\tau - G_{p,t,s}^\tau = I_{p,t-1,s}^\tau - G_{p,t-1,s}^\tau + X_{p,t-LP,s}^\tau + S_{p,t-LS,s}^\tau - D_{p,t}^\tau \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^\tau(1)$$

$$\sum_p h_{p,s} * X_{p,t,s}^\tau \leq C_{t,s}^\tau + H_{t,s}^\tau \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^\tau \quad (2)$$

$$S_{p,t,s}^\tau \leq ST_{p,t}^\tau \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^\tau \quad (3)$$

$$H_{t,s}^\tau \leq Hmax_t^\tau \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^\tau \quad (4)$$

- Contrainte d'activation :

$$\sum_p D_{p,t}^\tau * h_{p,s} > C_{t,s}^\tau + H_{max}^\tau \Rightarrow S_{p,t-LS,s}^\tau > 0$$

$$\forall p \forall s \forall t \in HP^\tau \quad (5)$$

- La fonction de minimisation de coût :

$$\min \sum_{t=\tau}^{t=\tau+T+1} \left[\sum_p i_p I_{p,t,s}^\tau + \sum_p g_p G_{p,t,s}^\tau + \sum_p x_p X_{p,t,s}^\tau \right]$$

$$+ \sum_p s_p S_{p,t,s}^\tau + e H_{s,t}^\tau$$

$$\forall p \forall s \forall t \in HP^\tau \quad (6)$$

La contrainte (1) garantit la conservation de la matière (le stock au début de la période t ($I_{p,t,s}^\tau$) moins le stock en rupture à la fin de la période t est égal au stock au début de la période $t-1$ moins le stock en rupture à la fin de la période $t-1$ plus les quantités de produits p lancés en périodes $(t-LP)$ plus les quantités de produits p soustraits en $(t-LS)$ sur le site s). La contrainte (2) permet de vérifier que, dans chaque période de l'horizon de planification HP , la capacité de production interne augmentée des heures supplémentaires ainsi que de la capacité additionnelle de sous-traitance est compatible avec la charge globale de production que doit assurer le site. La contrainte (3) exprime le fait qu'à chaque période t , le volume d'heures supplémentaires utilisées ne doit pas dépasser la valeur maximale autorisée. La contrainte (5) permet l'activation ou la désactivation de l'action de sous-traitance. En effet, si le nombre d'heures de travail nécessaire pour la réalisation de la demande en produits p dans la période t est supérieur à la capacité du site de production augmentée du nombre d'heures supplémentaires allouées, alors on a recours à la sous-traitance.

- *Prémisse : le nombre d'heures de travail nécessaire pour la réalisation de la demande en produits p dans la période t est supérieur (inférieur) à la capacité du site de production*
- *Conséquent d'activation (désactivation) de l'action de sous-traitance : $S_{p,t}^\tau > 0$ ($S_{p,t}^\tau = 0$).*

La programmation par contraintes (PPC) offre une puissance de modélisation très grande. Les contraintes

réifiées sont des contraintes qui consistent à associer un booléen à la satisfaction d'une contrainte. Il s'agit donc de contraintes de la forme générale ' $B \Leftrightarrow$ contrainte', que l'on peut voir comme des contraintes n -aires multidomains, et donc comme des contraintes globales particulières. Par exemple, la contrainte ' $B \Leftrightarrow X < Y$ ' exprime que le booléen B est vrai si et seulement si $X < Y$. Cette contrainte pose la contrainte $X < Y$ (resp. $X \geq Y$) si B est vrai (resp. faux) et, inversement, positionne B à vrai (resp. faux) si la contrainte $X < Y$ est satisfaite (resp. insatisfiable). La contrainte (5) en particulier est modélisée comme suit :

- $\sum_p D_{p,t}^\tau * h_{p,s} > C_{t,s}^\tau + H_{max}^\tau \Leftrightarrow B = 1$
- $S > 0 \Leftrightarrow B = 1$

ce qui implique que si la contrainte d'activation ($\sum_p D_{p,t}^\tau * h_{p,s} > C_{t,s}^\tau + H_{max}^\tau$) est vraie alors ($B = 1$) et si ($B = 1$) alors ($S > 0$).

La fonction objectif (6) somme l'ensemble des coûts pris en compte, qu'il faut minimiser.

4.2 DEUXIEME NIVEAU DE DECISION

Le niveau inférieur établit un ordonnancement sur un horizon détaillé plus court que l'horizon de planification. Nous détaillons ci-dessous les paramètres, les variables de décision et les contraintes de ce niveau.

4.2.1 Paramètres dynamiques actualisés à chaque étape de planification τ

Les capacités F_s^τ , T_s^τ représentent respectivement pour chaque site de production s , le nombre maximal de machines et de camions pouvant être utilisées au cours des différentes périodes t .

Les consommations de ressource $E_{p,s}^\tau$, $E_{p,ss'}^\tau$ correspondent respectivement au temps de fabrication et de transport du produit p , **par unité de ressource** (machine) sur le site s .

4.2.2 Variables de décision

$S_{p,i}^\tau$ représente la date de début de l'opération de fabrication $OP^{p,s}$,

$S_{p,ss'}^\tau$ représente la date de début de l'opération de transport $OP^{p,ss'}$,

$R_{p,s}^\tau$ exprime une intensité de consommation de ressource de production et correspond au nombre de machines allouées à la fabrication du produit p sur le site de production s ,

$R_{p,ss}^t$ exprime une intensité de consommation de ressource de transport, et correspond au nombre de camions alloués au transport du produit p du site de production s au site de production s' ,

$l_{p,s}^t$ correspond à la durée de fabrication du produit p sur le site de production s . C'est une variable dépendante du nombre de machines allouées $R_{p,s}^t$,

$l_{p,ss'}^t$ est la durée de transport du produit p du site de production s au site de production s' . C'est une variable dépendante du nombre de camions alloués $R_{p,ss'}^t$,

ZF_s^t est la date de fin de fabrication de l'ensemble des produits p sur le site de production s ,

ZT_s^t est la date de fin de transport des produits p du site de production s vers les sites de production s' ,

Z^t est la date de fin globale, et correspond à la plus grande date de fin sur l'ensemble des opérations de fabrication et des opérations de transport sur l'ensemble des sites.

4.2.3 Contraintes

$$E_{p,s}^t = l_{p,s}^t * R_{p,s}^t \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (7)$$

$$E_{p,ss'}^t = l_{p,ss'}^t * R_{p,ss'}^t \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (8)$$

$$\sum_p R_{p,s}^t \leq F_s^t \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (9)$$

$$\sum_p R_{p,ss'}^t \leq T_s^t \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (10)$$

$$S_{p,s'} \geq S_{p,s} + l_{p,s} \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (11)$$

$$S_{p,ss'} \geq S_{p,s} + l_{p,s} \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (12)$$

$$S_{p,s} \geq S_{p,ss'} + l_{p,ss'} \quad \forall p \forall s \forall t \in HP^t \quad (13)$$

Fonction objectif :

$$\min \left(\max_p (S_{p,ss'} + l_{p,ss'}) \right) \quad (14)$$

La contrainte (7) exprime la relation existante entre la variation de la durée de l'opération de fabrication $l_{p,s}^t$ en fonction du nombre de machines allouées $R_{p,s}^t$ pour sa réalisation. La contrainte (8) exprime la relation existante entre la variation de la durée de l'opération de transport en fonction du nombre de camions

alloués $R_{p,ss'}^t$ pour transférer le produit p du site de production s au site de production s' .

Les contraintes (9) et (10) sont des contraintes cumulatives. La contrainte (9) permet de vérifier qu'à chaque site de production s et à tout instant, le nombre total des machines utilisées par un ensemble d'opérations en cours d'exécution en période t ne dépasse pas une certaine capacité limite F_s^t . La contrainte (10) exprime le fait qu'à tout instant, le nombre total des camions utilisés au temps t , pour le transport d'un ensemble de produits p du site de production s aux sites de production suivants s' , ne dépasse pas une certaine capacité limite T_s^t . La contrainte (11) impose un ordre entre deux opérations successives au sein d'une même gamme de fabrication pour chaque produit p . Les contraintes (12) et (13) sont les contraintes de synchronisation des opérations de transport et de fabrication. En effet, le transport de chaque produit p du site de production initial s au site de production suivant s' ne peut commencer avant la fin de sa fabrication sur s . De même, une opération de fabrication d'un produit p sur le site s' ne peut commencer avant la fin de l'opération de son transport du site s au site s' . La fonction objectif (14) minimise la date de fin totale Z de toutes les opérations de fabrication et de transport sur tous les sites de production. Après le premier critère économique (niveau 1), ce deuxième niveau, d'ordre opérationnel, porte sur la maîtrise du délai. Notons que, dans certains contextes organisationnels, d'autres objectifs pourraient être prioritaires tel que le lissage de la charge.

4.3 INTERACTION ENERGETIQUE ENTRE LES DEUX NIVEAUX DE DECISIONS

Le recours à une structure décisionnelle hiérarchique implique une interaction entre les niveaux supérieur et inférieur de décision. Dans notre approche, le niveau supérieur se base sur une agrégation temporelle. En s'appuyant sur un horizon discrétisé en périodes, il transmet au deuxième niveau, à chaque période t , les quantités $(X_{p,s,t}^t)$ à lancer en production sur chaque site s . Ces variables sont soumises à des contraintes dites de conservation d'énergie, qui doivent être satisfaites par le niveau inférieur de décision.

La première contrainte exprime l'égalité entre la consommation de ressource et le travail correspondant à la quantité à lancer à la période t . Plus précisément, elle lie la durée de fabrication du produit p ($l_{p,s}^t$) sur le site de production s et le nombre de ressources utilisées ($R_{p,s}^t$) à la quantité à lancer en fabrication du produit p sur le site s à la période t ($X_{p,s,t}^t$), et à la durée opératoire nécessaire pour la fabrication d'une unité du produit p ($h_{p,s,t}$). On a ainsi :

$$E_{p,s}^t = l_{p,s}^t * R_{p,s}^t = X_{p,s,t}^t * h_{p,s,t} \quad (15)$$

La deuxième contrainte exprime aussi le même type de conservation d'énergie mais cette fois pour les opérations de transport. Elle exprime la relation existant entre la durée nécessaire pour le transport du produit p ($l_{p,ss'}^r$) et le nombre de ressources de transport utilisées ($R_{p,ss'}^r$) à la quantité à transporter du produit p d'un site s à un site s' à la période t ($X_{p,s,t}^r$), la capacité de transport d'un camion C_{tc} , et la durée de transport unitaire entre le site s et s' ($h_{ss'}$) :

$$E_{p,ss'}^r = l_{p,ss'}^r * R_{p,ss'}^r = (X_{p,s,t}^r / C_{tc}) * h_{ss'} \quad (16)$$

5 EXPERIMENTATION

5.1 Objectif et description du problème

Nous présentons une expérimentation numérique basée sur un problème académique et nous ne considérons qu'un seul pas de planification ($\tau = 1$). Nous présentons en premier lieu les données relatives au premier niveau de décision : il s'agit d'organiser la production et le transport de 3 produits finis (A, B et C), sur un horizon de planification de 6 périodes. Nous nous restreignons volontairement au cas d'une entreprise multi-site où le site de production 1 supervise l'ensemble du processus d'élaboration du produit. Les délais d'anticipation ainsi que les coûts unitaires associés aux décisions de production (interne ou sous-traitée) sont indiqués dans le tableau 1.

Type de décision	Délai d'obtention		Coût unitaire	
Production interne (LP)	A	1	A	4
	B	1	B	4
	C	1	C	4
Sous-traitance (LS)	A	2	A	6
	B	2	B	6
	C	2	C	6
Heures supplémentaires	1		50	

Tableau 1 : Caractéristiques des éléments de production

Le tableau 2 représente les coûts unitaires de stockage et de rupture de chaque produit.

	A	B	C
Coût unitaire de stockage	15	15	15
Coût unitaire de rupture	20	20	20

Tableau 2 : Coûts unitaires de stockage et de rupture

Le profil de la demande prévisionnelle est présenté dans le tableau 3.

	P	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
$D_{p,t}^1$	A	60	166	78	60	84	52
$D_{p,t}^1$	B	52	52	67	52	152	52
$D_{p,t}^1$	C	25	67	78	58	46	53

Tableau 3 : Profil de la demande

Les capacités des éléments de production sont définies ci-dessous :

- $C_{t,s}^1=240$: le volume horaire alloué pour la production par période est de 240 ut ;
- $H_{max}=30$: un contingent maximum de 30 heures supplémentaires peut être affecté par période ;
- $ST_{p,r}=50$: le volume de production maximal du sous-traitant est de 50 produits par période ;
- $h_{p,t}=1$: la fabrication d'une unité de produit p en interne nécessite une unité de temps.

Les 3 produits seront réalisés sur les différents sites de production (5 sites) selon les gammes indiquées sur la figure 3.

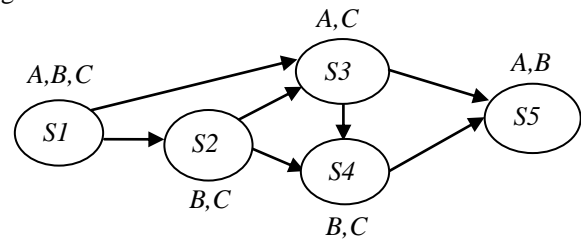


Figure 3 : Gamme de fabrication des différents produits

Chaque site est défini par sa capacité de production (en nombre de machines) et sa capacité de transport (en nombre de véhicules). Dans un souci de simplification, nous considérons que les différents sites utilisent des machines parallèles (tableau 4).

	Site 1	Site 2	Site 3	Site 4	Site 5
F_s^1	5	3	3	3	3
T_s^1	5	3	3	3	3

Tableau 4 : Capacité des sites de production

5.2 Résolution en PLC (Programmation Logique avec Contraintes)

Une modélisation a été réalisée sous ECLiPS^e 6.0 qui est une extension du langage Prolog incluant des bibliothèques de programmation par contraintes. Dans une première étape, nous établissons un plan de fabrication sur les différentes périodes de l'horizon tactique en minimisant le coût total de la production. Dans le tableau 5, nous présentons la solution relative au premier niveau de décision. C'est une solution optimale qui minimise le coût total de production ($C_{1min}=10839$).

	<i>p</i>	<i>t=1</i>	<i>t=2</i>	<i>t=3</i>	<i>t=4</i>	<i>t=5</i>	<i>t=6</i>
$B_{p,t}^1$	A	0	0	1	0	1	0
	B	0	0	1	0	1	0
	C	0	0	1	0	1	0
$S_{p,t}^1$	A	0	0	2	0	33	0
	B	0	0	23	0	1	0
	C	0	0	24	0	32	0
$I_{p,t}^1$	A	7	0	9	1	5	5
	B	9	9	5	5	5	5
	C	5	0	9	5	5	5
$G_{p,t}^1$	A	5	9	5	9	5	4
	B	1	2	7	6	6	8
	C	6	9	5	6	6	6
H_{sup}^1		1	1	1	1	1	1
$X_{p,t}^1$	A	126	91	48	90	53	120
	B	30	58	53	129	50	92
	C	10	91	53	22	53	28

Tableau 5 : Résultat (premier niveau de décision)

A partir du tableau 3, on constate que, sur la période 5, la demande (84+152+46) est au dessus de la capacité du site 1 (270 produits par période=(240/1)+(30/1)). Cette sous-capacité est traitée par l'activation de la sous-traitance à la période ($t - LS$). Le tableau 5 montre que la sous-traitance est activée à la période 3:

$$\sum_{p=1}^3 D_{p,5}^1 > C_{5,1}^1 + H_{max}^1 \rightarrow B_{p,3}^1 = 1 \forall p$$

$$B_{p,3}^1 = 1 \rightarrow S_{p,3}^1 > 0 \forall p$$

Ces décisions sont aussi influencées par le critère de minimisation du coût de la production à chaque période t . Le tableau 5 montre que les quantités à lancer en production sont importantes par rapport aux quantités à sous-traiter et surtout par rapport au recours aux heures supplémentaires ; ceci est dû au coût très élevé relatif à l'utilisation d'une heure supplémentaire (tableau 1).

A partir des décisions prises au niveau supérieur pour la première période de l'horizon de planification ($t=1$), nous établissons un ordonnancement de la production en minimisant ensuite la date de fin de fabrication de tous les produits sur les différents sites de la chaîne logistique considérée.

Site 1	A	B	C	Site 2	A	B	C
Production			Production				
$R_{p,1}^1$	3	3	3	$R_{p,2}^1$	-	2	2
$I_{p,1}^1$	44	10	4	$I_{p,2}^1$	-	15	6
$S_{p,1}^1$	148	138	360	$S_{p,2}^1$	-	383	86
Transport			Transport				

$S_{p,12}^1$	-	338	360	$S_{p,23}^1$	-	-	179
$S_{p,13}^1$	340	-	-	$S_{p,24}^1$	-	440	-
$S_{p,14}^1$	-	-	-	$S_{p,25}^1$	-	-	-
$S_{p,15}^1$	-	-	-	-	-	-	-
$R_{p,12}^1$	-	2	2	$R_{p,23}^1$	-	-	1
$R_{p,13}^1$	2	-	-	$R_{p,24}^1$	-	1	-
$R_{p,14}^1$	-	-	-	$R_{p,25}^1$	-	-	-
$R_{p,15}^1$	-	-	-				
$L_{p,12}^1$	-	4	4	$L_{p,23}^1$	-	-	8
$L_{p,13}^1$	8	-	-	$L_{p,24}^1$	-	8	-
$L_{p,14}^1$	-	-	-	$L_{p,25}^1$	-	-	-
$L_{p,15}^1$	-	-	-	-	-	-	-
Site 3	A	B	C	Site 4	A	B	C
Production			Production				
$R_{p,3}^1$	2	-	2	$R_{p,4}^1$	-	2	2
$I_{p,3}^1$	66	-	6	$I_{p,4}^1$	-	15	6
$S_{p,3}^1$	422	-	274	$S_{p,4}^1$	-	490	548
Transport			Transport				
$S_{p,34}^1$	-	-	367	$S_{p,45}^1$	-	547	-
$S_{p,35}^1$	563	-	-	$R_{p,45}^1$	-	1	-
$R_{p,34}^1$	-	-	1	$L_{p,45}^1$	-	8	-
$R_{p,35}^1$	2	-	-	-	-	-	-
$L_{p,34}^1$	-	-	8	-	-	-	-
$L_{p,35}^1$	8	-	-	-	-	-	-
Site 5	A	B	C	-	-	-	-
Production			Production				
$R_{p,5}^1$	2	2	-	-	-	-	-
$I_{p,5}^1$	66	15	-	-	-	-	-
$S_{p,5}^1$	646	631	-	-	-	-	-

Tableau 6 : Résultat (deuxième niveau de décision)

Le tableau 6 représente la solution relative au deuxième niveau de décision. C'est une solution optimale qui minimise la date de fin de toutes les tâches de fabrication et de transport de tous les produits sur tous les sites ($C_{2min}=712$). On peut constater que les opérations de fabrication et de transport des produits sont organisées sur les différents sites de fabrication : la fabrication du produit A est par exemple répartie sur les sites 1, 3 et 5 comme le montre la figure 3. Elle débute sur le site 1 ($S_{A,1}^1 = 148$) et dure ($I_{A,1}^1 = 44$). Le produit A est ensuite transporté vers le site 3, ($S_{A,13}^1 = 340$) ; la durée de transport du produit A du site 1 vers le site 3 est égale à ($I_{A,13}^1 = 8$). La date de début de fabrication sur le site 3 est ($S_{A,3}^1 = 422$) pour une durée de fabrication ($I_{A,3}^1 = 66$). Finalement, le produit est transporté vers le site 5

($S_{A,35}^I = 563$) ; la durée de transport du produit A du site 3 vers le site 5 est égale à ($l_{A,35}^I = 8$). Sur le site 5, la réalisation du produit commence à ($S_{A,5}^I = 646$) et dure ($l_{A,5}^I = 66$).

5.3 Stratégie de résolution

Le problème étudié est un problème d'optimisation où l'objectif est donc de déterminer une solution associée à la meilleure performance. Pour cela, nous utilisons une procédure de type séparation et évaluation (*branch-and-bound*) dont le principe de base est le suivant :

1. Trouver une première solution ;
2. Ajouter une contrainte nécessitant une meilleure solution que la meilleure solution déjà trouvée (par exemple, imposant un moindre coût) ;
3. Trouver une solution qui satisfait cette nouvelle contrainte. S'il en existe, nous avons une meilleure solution et on répète l'étape 2 ; sinon, la dernière solution trouvée est la solution optimale.

La bibliothèque *branch-and-bound* de ECLⁱPS^e 6.0 fournit des prédicats génériques qui implémentent cette procédure et offre différentes stratégies de recherche :

- *Continue* : après avoir trouvé une solution, continuer la recherche avec la nouvelle borne imposée sur le coût.
- *Restart* : après avoir trouvé une solution, recommencer la recherche avec la nouvelle borne imposée sur le coût.
- *Dichotomic* : après avoir trouvé une solution, diviser l'espace de recherche en deux et recommencer la recherche pour trouver une solution dans la partie inférieure. Si cela échoue, revenir à la partie supérieure et diviser de nouveau.

Dans le cadre de ce travail, nous adoptons une stratégie de recherche du type *Continue*. Étant donné que le problème considéré est à deux niveaux de décision, deux critères d'optimisation différents (C1 et C2) sont considérés. Ainsi, à partir d'une solution qui optimise le premier critère C1, nous recherchons une solution qui optimise le deuxième critère C2.

La bibliothèque *ic* de ECLⁱPS^e 6.0 fournit également des prédicats génériques pour la recherche de solutions et offre différentes méthodes de recherche qui peuvent être classifiées en des méthodes de recherche complètes et des méthodes de recherche incomplètes. La solution fournie dans le cadre de ce travail a été générée à partir d'une méthode de recherche incomplète dite *Credit search*. Cette méthode explore le haut de l'arbre de la recherche complètement. Initialement, un montant donné de crédit est fixé. À chaque nœud de l'arbre, la première alternative obtient la moitié du crédit disponible, la

seconde alternative aura le crédit restant et ainsi de suite. Lorsque le crédit est épuisé (crédit = 100), on passe à une deuxième méthode de recherche. Dans notre exemple, nous avons utilisé la méthode de recherche *Bounded backtracking search* qui est aussi une méthode de recherche incomplète avec un nombre de backtracks égal à 5. Nous trouvons 176 solutions; la meilleure solution a été générée après 3 secondes de temps CPU. Le choix d'une méthode de recherche incomplète a été fait après avoir testé une méthode de recherche complète. Cette méthode génère rapidement un certain nombre de solutions, mais nécessite plusieurs heures de calcul pour aboutir à une solution optimale.

6 CONCLUSION

Cet article présente une approche de planification des opérations de fabrication et de transport d'une chaîne logistique multi-site. Cette approche est fondée sur une structure décisionnelle à deux niveaux. Le premier niveau, le niveau tactique, se base sur un horizon de planification moyen terme. Il permet de générer des décisions relatives à la production (quantités à produire, quantités à sous-traiter, ajustement de la capacité) à partir de demandes prévisionnelles et à moindre coût. Ces décisions sont intégrées, sous formes de contraintes dites de conservation d'énergie, et formant un lien d'interaction avec le niveau inférieur. Ce dernier planifie les opérations de fabrication et de transport en respectant au mieux ces contraintes. L'interaction énergétique assure la transmission de données entre les deux niveaux et cela dans le but de faire face aux incertitudes qui caractérisent certaines données. Ce problème de planification multi-site est modélisé sous la forme d'un problème de satisfaction de contraintes dynamiques (DCSP).

Un élément basique de la gestion de la chaîne logistique est la prise en compte de l'incertitude qui caractérise quelques données (capacités, temps, demandes). Dans le but de limiter son influence et d'assurer la réactivité de la solution, la suite de ce travail portera sur un processus de planification conduit sur les bases d'un rafraîchissement périodique de la demande à chaque pas de planification τ . Afin de comparer les performances de résolution de notre modèle, différents scénarios à complexité croissante seront traités.

REFERENCES

- Bessière, C. et Régis J.-C. (2001). Refining the Basic Constraint Propagation Algorithm. *Proceedings of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-01)*, Seattle, WA, USA, pp. 309-315.
- Bessière, C., Régis J.-C., Yap R. et Zhang Y. (2005). An optimal coarse-grained arc consistency algorithm, *Artificial Intelligence*, 165(2): 165-185.

- Dauzère-Pérès, S. (1992). *Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, France.
- Dechter, A. et Dechter, R. (1988). Belief maintenance in dynamic constraints networks. *Proceedings of the Seventh National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-88)*, St Paul, USA, pp.37-42.
- Dechter, R. (2003). *Constraint Processing*, Morgan Kaufmann, San Francisco.
- Faltings, B. et Santiago M. (2005). Open constraint programming. *Artificial Intelligence*, 161(1-2): 181-208.
- Fontan G., Mercé C., Erschler J. (2001). La planification des flux de production. In *Performance industrielle et gestion des flux*, Hermès Lavoisier, Traité IC2 (Information-Commande-Communication), Chapitre 3, pp.69-112.
- Ganeshan R., Jack E., Magazine M.J., Stephens P. (1998). A taxonomic review of supply chain management research. In *Quantitative models for Supply Chain Management*, Kluwer Academic Publisher, Boston, pp. 841-880.
- Galasso, F. (2007). *Aide à la planification dans les chaînes logistiques en présence de demande flexible*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France.
- Giard, V. (2003). *Gestion de la production et des flux*, Economica.
- Genin, P., Thomas, A., Lamouri, S. (2007). How to manage robust tactical planning with an APS (Advanced Planning Systems). *Journal of Intelligent Manufacturing*, 18(2): 209-221.
- Haralick, R. et Elliot G. (1980). Increasing Tree Search Efficiency for Constraint Satisfaction Problems, *Artificial Intelligence*, 14(3): 263-313.
- Hétreux, G. (1996). *Structures de décision multi-niveaux pour la planification de la production : robustesse et cohérence des décisions*, Thèse de doctorat, INSA, Toulouse, France.
- Huang, G.Q., Lau, J.S.K. et Mak, K.L. (2003) The Impacts of Sharing Production Information on Supply Chain Dynamics: A Review of the Literature. *International Journal of Production Research*, 41(7): 1483-1517.
- Miller, T. (2001). *Hierarchical Operations And Supply Chain Planning*, Springer.
- Nadel, B. (1989). Constraint Satisfaction Algorithms, *Computational Intelligence*, 5: 188-299.
- Richaud, G. (2009). *Outillage logiciel pour les problèmes dynamiques*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Techniques Industrielles et des Mines de Nantes, France.
- Sabin, D. et Freuder E. (1994). Contradicting conventional wisdom in constraint satisfaction. *Proceedings of the 11th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI-94)*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 125-129.
- Shapiro, J. (1998). Bottom-up versus top-down approaches to supply chain modelling. In *Quantitative Models for Supply Chain Management*, Kluwer Academic Publishers, pp. 739-759.
- Schwalb, E., Dechter, R., (1993). Coping with Disjunctions in Temporal Constraint Satisfaction Problems, *Proceedings of the Eleventh National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-93)*, Washington, DC, pp. 127-132.
- Thierry C., Chapeaublanc N., Lepage P. et Bel G. (1994). Multi site Planning: A centralized or a distributed approach? *Actes de la 11^{ème} conférence internationale sur l'analyse et l'optimisation des systèmes (systèmes à évènement discrets)*, Sophia Antipolis, France, pp. 609-615.
- Vareilles, E., (2005). *Conception et approches par propagation de contraintes : contribution à la mise en œuvre d'un outil d'aide interactif*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, France.
- Verfaillie, G. et Schiex, T. (1995). Maintien de solution dans les problèmes dynamiques de satisfaction de contraintes : bilan de quelques approches. *Revue d'Intelligence Artificielle (Numéro spécial Contraintes)*, 9(3): 269-310.
- Verfaillie, G. et Jussien, N. (2005). Constraint solving in uncertain and dynamic environments: A survey. *Constraints*, 10(3): 253-281.
- Wolosewicz, C. (2008). *Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, France.
- Zhang, Y. et Yap R. (2001). Making AC-3 an Optimal Algorithm. *Proceedings of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-01)*, Seattle, WA, USA, pp. 316-321.