HAL open science

Analyse du comportement hyperélastique d'un tuyau en EPDM : Application pour distribuer de l'eau en irrigation

Julien Deborde, Adnane Boukamel, Séverine Tomas, Bruno Molle

To cite this version:

Julien Deborde, Adnane Boukamel, Séverine Tomas, Bruno Molle. Analyse du comportement hyperélastique d'un tuyau en EPDM : Application pour distribuer de l'eau en irrigation. VIèmes Journées d'Études Techniques 2010, The International congress for applied mechanics, La mécanique et les matériaux, moteurs du développement durable, May 2010, Marrakech, Maroc. 8 p. hal-00726161

HAL Id: hal-00726161

https://hal.science/hal-00726161v1

Submitted on 29 Aug 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

VI èmes Journées d'Etudes Techniques 2010
The International congress for applied mechanics
La mécanique et les matériaux, moteurs du développement durable

du 05 au 07 mai 2010, Marrakech – Maroc

Analyse du comportement hyperélastique d'un tuyau en EPDM : Application pour distribuer de l'eau en irrigation

Deborde Julien[1], Boukamel Adnane[2], Tomas Séverine[1], Molle Bruno[1]

[1] CEMAGREF d'Aix en Provence, 3275 Route de Cézanne, CS 40061, 13182 Aix en Provence (France), julien.deborde@cemagref.fr,severine.tomas@cemagref.fr, bruno.molle@cemagref.fr.

[2] Ecole Centrale de Marseille & Laboratoire de Mécanique et d'Acousitque de Marseille, Technôle de Château-Gombert, 38 Rue Loliot-Curie, 13451 Marseille Cedex 20 (France), adnane.boukamel@centrale-marseille.fr.

Résumé :

Dans le domaine de l'irrigation avec des eaux usées, bon nombre de travaux portent sur les aspects sanitaires. Cependant un des verrous à la diffusion de ces techniques demeure le système d'épandage. Il doit assurer une distribution homogène et durable. En s'inspirant des dispositif agricole, on observe que la régulation est souvent assurée par une membrane de type élastomère.

Pour cela, il nous faut comprendre le comportement des matériaux de type élastomère et de définir leurs lois de comportement. La famille des élastomères est remarquable par la multiplicité de ses propriétés mécaniques. Trois d'entre eux : l'effet Mullins, l'hystérésis et l'effet visqueux, ont été mis en évidence durant les expériences en laboratoire. Dans ces travaux, nous avons cherché à nous affranchir de ces effets pour caractériser le comportement réversible de ces matériaux. Pour cela plusieurs types d'essais de traction ont été réalisés : uniaxiale, biaxiale et équibiaxiale, afin d'identifier le comportement du matériau.

Mots clés : grandes déformations, hyperélasticité, loi de comportement.

Abstract :

In the field of the irrigation with waste water, a lot of works concern the sanitary aspects. However one of the bolts in the distribution of these techniques remains the system of manuring. It has to asssure a homogeneous and sustainable distribution. Being inspired by agricultural devices, we observe that the regulation is often garanted by a membrane of an elastomer type.

We need to understand the behaviour of the elastomer materials and the definition of their laws of behaviour. The family of elastomers is characterized by the multiplicity of its mechanical properties. Three of them: the Mullins effect, the hysteresis and the viscous effect, were noticed during the experiments in the laboratory. In these works, we tried to disengage from these effects in order to characterize the reversible behaviour of these materials. We therefore run a series of tests of tension were realized in ordre to identify the behaviour of material: uniaxial, biaxial and equibiaxial.

Keywords°: finite strain, hyperelasticity, law of behaviour.

1. Introduction et contexte général

Ce projet s'inscrit dans un objectif de préservation des ressources en eau, au travers de la réutilisation des eaux usées. Celle-ci offre des perspectives intéressantes pour les zones périurbaines ou rurales. Elle permet de valoriser des effluents dans des espaces verts ou agricoles, tout en diminuant leurs besoins de fertilisation. Indépendamment des aspects sanitaires, le verrou de la diffusion de ces méthodes est la technique d'épandage de l'effluent. Elle doit être simple, peu coûteuse, robuste et surtout insensible aux différentes formes de colmatage. Le laboratoire de recherche en irrigation du CEMAGREF d'Aix en Provence (LERMI), collabore avec une PME française (www.phytorem.com) et une PME allemande (www.subterra.de) afin de mieux appréhender les mécanismes en jeu et proposer des solutions durables d'irrigation avec des effluents chargés.

PHYTOREM® développe et commercialise une technologie brevetée de phytorémédiation (dépollution par les plantes) utilisant les propriétés bio épuratrices du bambou sur sol en place dans le but de remplacer les stations d'épuration traditionnelles ou de compléter leur action. Le coût financier de cette technique est équivalent à celui des systèmes classiques intensifs à la construction, leur coût énergétique indirect (à la construction) et direct (à l'exploitation) sont par contre très inférieurs. En revanche, les dispositifs d'épandage mis en place, qui dérivent des applications de micro-irrigation, imposent généralement une pré filtration et une filtration (ordre de 100µm) coûteuses en investissement et en maintenance. Cette filtration est indispensable pour assurer un bon rendement de la station de phytorémédiation au travers d'une répartition homogène de l'effluent.

Subterra développe des études et des projets autour des énergies renouvelables et du traitement des eaux résiduaires urbaines par phytoépuration. Elle a mis au point un dispositif enterré de distribution des eaux usées sur lit de roseaux qui ne nécessite aucune pré-filtrations de l'effluent. Le système est constitué d'un tuyau en élastomère perforé à intervalle régulier qui dilate sous l'effet de la pression, ce qui permet l'ouverture des perforations pour distribuer l'effluent sur la parcelle. L'élasticité du tuyau le rend insensible aux phénomènes de colmatage. Le problème reste que ce dispositif n'est pas capable de distribuer de manière suffisamment uniforme l'effluent pour étendre son application pour un usage agricole.

Dans ce contexte économique et environnemental, on souhaite proposer un dispositif assurant une distribution homogène et durable tout en s'affranchissant d'une filtration amont, sur une conception de base dérivée d'un goutteur agricole incluant des matériaux en élastomères. Pour atteindre ces objectifs, il convient de :

- Caractériser le comportement mécanique des élastomères (EPDM), en uniaxial et biaxial,
- Caractériser les propriétés d'écoulements des différents effluents à épandre,
- Etudier les interactions entre l'effluent et l'élastomère.

Le premier verrou est la compréhension du comportement du matériau, sachant qu'il n'existe pas d'élastomère standard. Pour chaque application, les additifs utilisés conférent des propriétés mécaniques particulière au matériau. On cherche donc à caractériser mécaniquement différents élastomères pour définir le matériau qui répondra aux contraintes imposées par un effluent.

L'objectif du présent travail est d'obtenir une base de données de résultats expérimentaux sur différents élastomères avec des conditions aux limites biens connues et ainsi pouvoir définir les paramètres d'une loi de comportement adaptée à notre objectif d'épandage d'eaux usées. Après avoir présenté les protocoles expérimentaux et méthodes développées, nous détaillerons les résultats obtenus sur chaques types d'essais de traction (uniaxiale, biaxiale et équibiaxiale).

2. Caractérisation des propriétés mécaniques du tuyau EPDM :

Les lois constitutives hyperélastiques permettant de décrire le comportement mécanique des élastomères isotropes et incompressibles en trajet quasi-statique font intervenir des paramètres caractéristiques du matériau considéré. Pour cet étude, plusieurs modèles ont été utilisés afin de caler au mieux les données expérimentales : Biderman, Rivlin Généralisé à l'ordre 2 et Yeoh. On choisit d'utiliser le modèle de comportement hyperélastique incompressible de Yeoh qui donne la meilleure représentation des réactions aux différents types de sollicitations dont la forme de la densité d'energie de déformation W s'écrit :

$$W = Q(I_1, I_2) = C_{10}.(I_1 - 3) + C_{20}.(I_1 - 3)^2 + C_{30}.(I_1 - 3)^3 \quad (1)$$

W est la densité d'énergie de déformation (MPa).

I_1 et I_2 étant les deux premiers invariants de déformations.

C'est à partir d'essais expérimentaux variés que nous pouvons déterminer les trois paramètres de ce modèle et tester la pertinence du modèle utilisé sur un ensemble de trajets de déformation.

L'identification des paramètres requiert la confrontation des résultats d'essais à des réponses théoriques dont les formes soient analytiquement ou semi-analytiquement exploitables. Classiquement les essais homogènes, de type uni ou bi-directionnel [1], permettent d'identifier les paramètres caractéristiques du modèle de comportement. Le présent article rend compte de la mise en œuvre de cette procédure pour un matériau de type Ethylène Propylène Diène Monomère (EPDM).

1 Protocole expérimental, méthodes et objectifs

En réalité, le comportement mécanique d'un élastomère présente souvent un caractère irréversible : l'effet Mullins, les effets visqueux et l'hystérésis due à des frottements internes en sont des exemples. Dans cette étude, nous cherchons à caractériser le comportement hyperélastique de ce matériau où nous devons nous affranchir de ces trois phénomènes.

Pour l'effet Mullins [2], des essais d'assouplissement (4 ou 5 cycles) sont effectués pour stabiliser le matériau. Pour réduire les effets visqueux, l'élastomère stabilisé est soumis à des solliciations à faible vitesse afin d'avoir la réponse relaxée du matériau. Pour ces élastomères, les effets de frottement sec (hystérésis) restent minimes à faible vitesse et pour un matériau assoupli. Nous avons alors choisi de prendre la réponse en charge pour caractériser le comportement hyperélastique du matériau.

Essais de traction uniaxiale

On utilise des éprouvettes de type H2 (ISO37 [3]) pour ces essais de traction. Quatre éprouvettes sont testées afin d'étudier la reproductibilité des essais. Les essais sont réalisés, à température constante, le niveau de déformation maximal appliqué est de 200%. Les essais de stabilisation préalable sont réalisés à une vitesse de 20 mm/min [4] alors que l'essai de traction est mené à une plus faible vitesse jusqu'à rupture de l'éprouvette (cf. Figure 1).

Rupture d'une éprouvette L'élongation d'une éprouvette est d'environ 200%

Figure 1. Représentation d'un essai de traction uniaxiale sur une éprouvette de type H2 en EPDM (Ecole Centrale Marseille-ECM)

Essais de traction biaxiale

Nous avons mis en place deux types d'essais biaxiaux : le premier, réalisé sur un tuyau sous pression interne fait appel à des déformations différentes dans les deux directions et le second, réalisé sur une membrane permet d'avoir un état équibiaxial des déformations.

Test de traction biaxiale

Le premier dispositif utilise un échantillon du tuyau en EPDM, positionné verticalement et relié à un GDS[1] à son extrémité supérieure et bouché à l'autre. On évalue les déformations longitudinale et radiale en prenant des photos à chaque palier de pression (de 0,5 à 3,5 bars). Des repères ont été disposés axialement et radialement afin d'estimer ces déformations (cf. Figure 2). A partir de la variation de volume mesurée par le GDS et de la variation du diamètre externe du tuyau, on peut approcher l'évolution de l'épaisseur et du

[1] Il s'agit d'un appareil de mesure qui permet à la fois de contrôler la pression d'un liquide dans un circuit (fermé) et le volume de liquide injecté dans le circuit afin d'atteindre la pression désirée.

diamètre interne du tuyau sous contraintes. Le fait d'avoir pris une longueur de tuyau suffisamment grande par rapport à son diamètre, nous permet de postuler que le tuyau se déforme uniformément sur toute sa longueur.

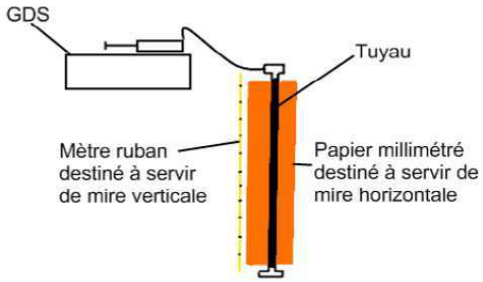

Figure 2. Dispositif expérimental permettant de réaliser les essais biaxiaux.

Test de traction équibiaxiale

Le second dispositif (cf Figure 3) s'inspire du protocole définit par la norme XP P84-503 [5]. L'essai consiste à appliquer une pression hydraulique sous une éprouvette circulaire en élastomère de 200mm de diamètre afin d'éviter les effets de bords. Ce chargement induit au centre de l'échantillon un état de déformation et/ou de contrainte équibiaxial. Lors de l'essai, on mesure la déflexion du centre de l'éprouvette et de la pression sous l'élastomère. Ces deux mesures permettent de calculer les valeurs de déformation et de contrainte. L'appareillage comprend une cellule, un système de mesure de déflexion et un système de mise sous pression.

Figure 3. Dispositif d'essai de traction équibiaxiale avec le système de mesure de déflexion (CEMAGREF-Antony)

2 Résultats

Pour chaque type de sollicitation, il convient de définir une fonction reliant la contrainte σ ou la pression γ au déplacement λ, et ainsi comparer les données théoriques avec celles issues de l'expérience.

Test de traction uniaxiale

Par dérivation de l'expression de la densité d'energie de déformation (relation (1)) pour le modèle de Yeoh, on obtient la solution analytique suivante :

$$\sigma = 2.\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right).\left[W_1 + \frac{W_2}{\lambda}\right] = 2.\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right).\left[\frac{\partial Q(I_1, I_2)}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial Q(I_1, I_2)}{\partial I_2}\right] \quad (2)$$

$$\sigma = 2.\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right).\left[\left(C_{10} + 2.C_{20}.(I_1 - 3) + 3.C_{30}.(I_1 - 3)^2\right)\right] \quad (3)$$

σ est la contrainte en MPa.

$$avec\ I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda}$$

$et\ C_{10}, C_{20}$, et C_{30} (en MPa) sont les coefficients à identifier.

Les essais de traction uniaxiale ont permis de déterminer les courbes contraintes/déformations pour quatre éprouvettes. La réponse moyenne permet de construire la courbe nécessaire à l'identification des paramètres (cf. figure 4).

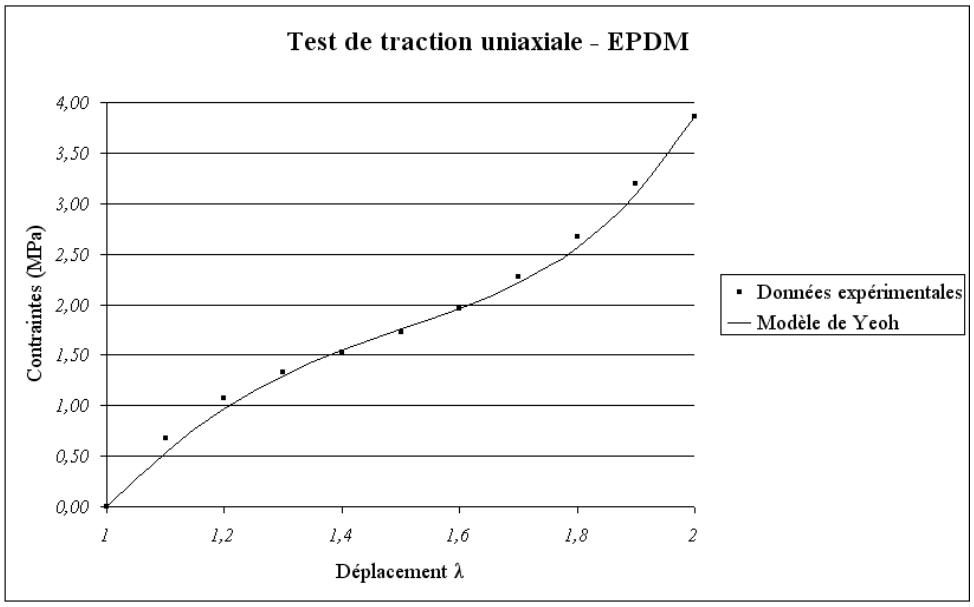

Figure 4. Représentation du modèle de Yeoh avec l'essai de traction uniaxiale.

L'identification des coefficients de la loi de Yeoh a été effectuée par une méthode d'évaluation du matériau à l'aide du logiciel Abaqus :

$$C_{10} = 1{,}000MPa \quad C_{20} = -0{,}214MPa \quad C_{30} = 0{,}080MPa$$

Test de traction biaxiale

Le tableau (cf. Figure 5) répertorie les volumes extérieurs observés, le volume d'eau injecté par le GDS, l'estimation du volume intérieur et celle de l'épaisseur de la paroi. La longueur du tuyau étant constante (infiniment long), l'augmentation de pression provoque un élargissement du tuyau. Etant donné le volume d'eau injecté, on en déduit qu'il a une diminution de l'épaisseur de paroi du tuyau.

Pression (MPa)	Vol. ext. (mL)	Vol. injecté (mL)	Vol. int. (mL)	Epaisseur (mm)
0	105,0	0	66,2	1,2
0,05	105,4	3,5	69,7	1,1
0,1	109,8	7,8	74,0	1,1
0,15	112,4	13,4	79,6	1,0
0,2	121,1	21,1	87,3	0,9
0,25	131,0	31,5	97,7	0,9
0,3	141,7	42,4	108,6	0,8
0,35	157,8	60,5	126,7	0,7

Figure 5. Variation de l'épaisseur de paroi en fonction de la pression.

Nous en déduisons les déformations des parois internes (λ_i) et externes (λ_e) en fonction de la pression :

- $\lambda_i = \frac{r_i}{R_i}$ avec R_i le rayon interne du tuyau au repos et r_i le rayon interne à la pression γ.
- $\lambda_e = \frac{r_e}{R_e}$ avec R_e le rayon externe du tuyau au repos et r_e le rayon externe à la pression γ.

Pour avancer dans la compréhension du comportement du matériau, on cherche à vérifier s'il est incompressible. Pour ce faire, on compare le λ_e mesuré à la valeur théorique pour le cas d'un matériau incompressible.

Pour ce type de sollicitation, les composantes du gradient de transformation F dans $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ s'écrivent :

$$F = \begin{bmatrix} R.\lambda'(R) + \lambda(R) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda(R) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

En prenant le déterminant de F (relation (4)) autrement dit en calculant J, nous en déduisons l'expression de la valeur théorique des déformations internes $\lambda_{e_{Théorique}}$:

$$J = Det(F) = tr(F) = 1$$
$$\Rightarrow (R.\lambda'(R) + \lambda(R)).\lambda(R) = 1$$
$$\Rightarrow \frac{d(R.\lambda(R))}{dR}.\lambda(R) = 1$$
$$\Rightarrow R^2.\lambda^2(R) - A^2.\lambda^2(A) = R^2 - A^2$$
$$Soit\ \lambda(R) = \sqrt{\frac{A^2}{R^2}.\lambda^2(A) + 1 - \frac{A^2}{R^2}}$$
$$Avec \begin{cases} R = \text{rayon interne } R_i, \\ A = \text{rayon externe } R_e. \end{cases}$$

On obtient l'expression des déformations théoriques $\lambda_{e_{Théorique}}$:

$$\lambda_{e_{Théorique}} = \sqrt{\frac{R_i^2}{R_e^2}(\lambda_i^2 - 1) + 1} \tag{5}$$

Pression (MPa)	λi	λe mesuré	λe théorique
0	1,000	1,000	1,000
0,05	1,026	1,002	1,016
0,1	1,056	1,022	1,036
0,15	1,096	1,034	1,061
0,2	1,148	1,074	1,096
0,25	1,215	1,117	1,141
0,3	1,282	1,161	1,185
0,35	1,382	1,226	1,255

Figure 6. Les déformations des parois internes (λ_i) et externes (λ_e) en fonction de la pression.

La dernière colonne de la Figure 6 calculée à l'aide de la relation (5), nous montre la différence entre les déformations externes expérimentales et théoriques, et nous observons une augmentation des déformations théoriques par rapport à celles expérimentales ce qui se traduirait par le fait que notre matériau n'est pas incompressible.

Par ailleurs, la pression interne $\gamma(\text{en } MPa)$ en fonction du déplacement λ, à l'aide de la relation (2) s'écrit :

$$\gamma = 2\int_{R_i}^{R_e}\left[W_1.\left(1 - \frac{1}{\lambda^4}\right)\right]\frac{dR}{R} \tag{6}$$

$avec\ W_1 = C_{10} + 2.C_{20}.(I_1 - 3) + 3.C_{30}.(I_1 - 3)^2$ déduit de la relation (3)

$$et\ I_1 = \frac{1}{\lambda^2} + \lambda^2 + 1$$

A partir de la relation (6), nous obtenons la courbe théorique obtenus grâce aux coefficients des essais de traction uniaxiale, que nous comparons avec celle des données expérimentales (cf. Figure 7).

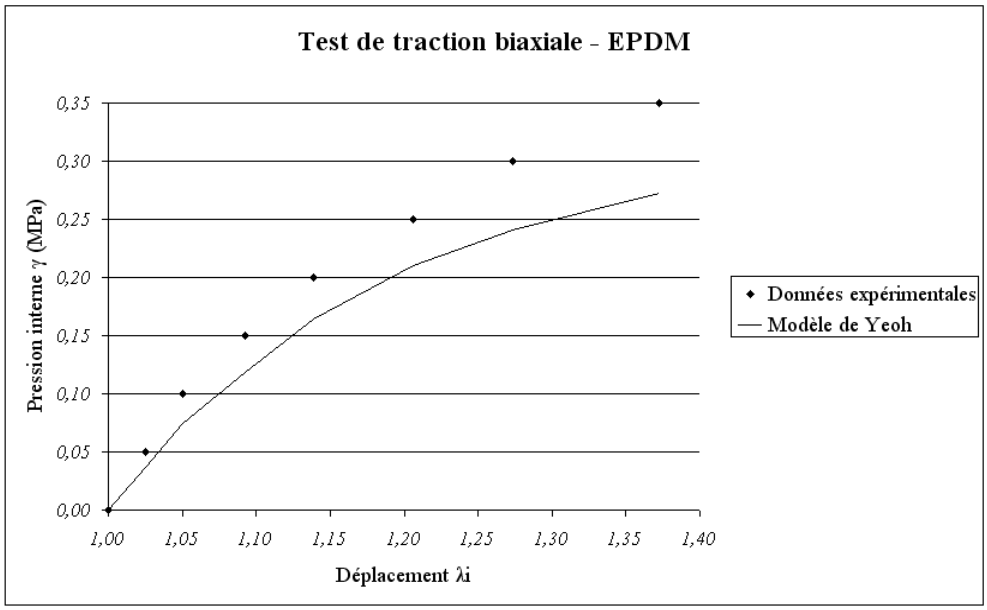

Figure 7. Représentation du modèle de Yeoh avec l'essai de traction biaxial.

La Figure 7 représente la compraison du modèle de Yeoh avec l'essai de traction biaxiale (courbe « données expérimentales ») en fonction des déformations internes (λ_i). Nous observons que ces deux courbes sont proches et de même forme, ce qui signifie que les coefficients identifiés grâce à l'essai de traction uniaxiale semblent être vérifié avec l'essai de traction biaxiale. Il reste à vérifier si ces coefficients déterminés par les essais uniaxiaux permettent de reproduire le comportement d'un élastomère sollicité équibiaxialement.

Test de traction équibiaxiale

Nous procédons au couplage de l'essai de traction équibiaxiale à l'aide des paramètres identifiés grâce à l'essai de traction uniaxiale. Cela nous permet une nouvelle vérification de la caractérisation du matériau pour une probable validation.

Tout d'abord, la pression γ en fonction du déplacement λ, à l'aide de la relation (2), s'écrit :

$$\gamma = 4\int_{R_i}^{R_e}\left[W_1.\left(\frac{1}{\lambda^7}-\frac{1}{\lambda}\right)\right]\frac{dR}{R} \tag{7}$$

$$avec\, W_1 = C_{10} + 2.C_{20}.(I_1-3) + 3.C_{30}.(I_1-3)^2 \text{ déduit de la relation (4)}$$

$$et\, I_1 = \frac{1}{\lambda^4} + 2.\lambda^2$$

A partir de la relation (10), nous obtenons la courbe théorique (cf. Figure 9) que nous comparons avec celle des données expérimentales (cf. Figure 8).

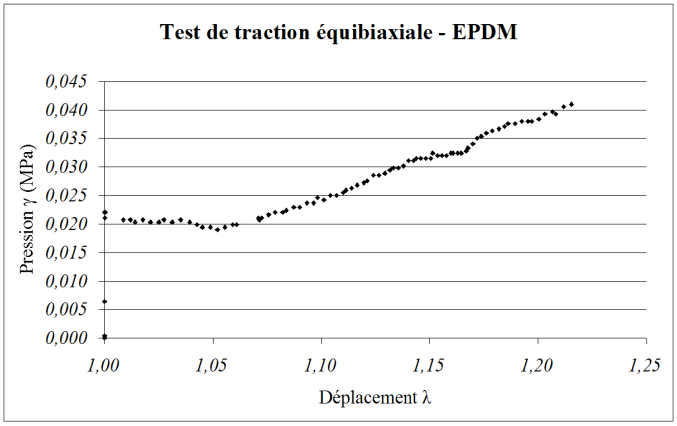

Figure 8. Représentation de l'essai de traction équibiaxiale.

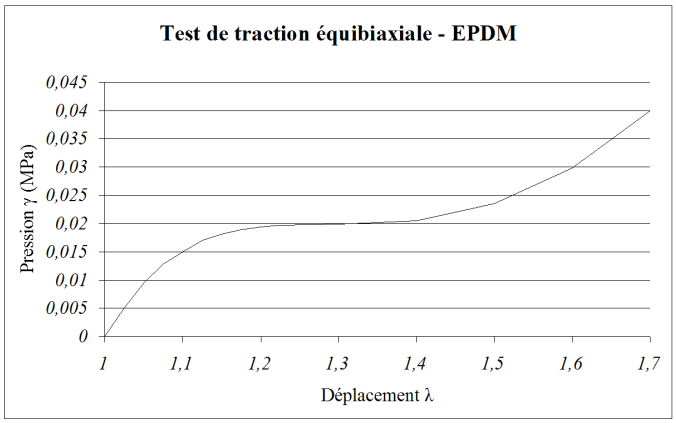

Figure 9. Représentation du modèle de Yeoh pour un essai de traction équibiaxiale

La comparaison entre la pression γ et le déplacement λ pour le modèle de Yeoh (cf. Figure 9) et l'essai de traction équibiaxiale (cf. Figure 8) nous montrent qualitativement que les résultats semblent similaires. Le plateau apparaissant Figure 8 sur les mesures expérimentales, suivi d'une croissance linéaire se retrouve Figure 9. D'après la Figure 8, les déformations ne sont prises qu'à partir d'un niveau de pression nécessaire au rattrapage de la pré-déformation de la membrane, alors que les résultats théoriques supposent une déformation sphérique à l'instant initial, ce qui explique le décalage entre ces deux courbes.

3. Conclusions et perspectives

Cet article s'inscrit dans le cadre général de l'étude d'un tube en matériau élastomère de type : **Ethyl Propylène Diène Monomère (EPDM)** destiné à une utilisation hydraulique. La présente étude est principalement destinée à la caractérisation du comportement hyperélastique dans le domaine des grandes déformations. Le modèle de Yeoh a été choisi pour approcher le comportement hyperélastique non-linéaire du matériau.

Par ailleurs, lors des expériences, nous nous sommes affranchis des effets de Mullins et visqueux. Il semble intéressant de pouvoir les intégrer dans la modélisation pour approcher le comportement réel des élastomères.

Les coefficients obtenus lors de l'essai de traction unixiale ne permettent pas de caractériser le comportement du matériau pour tous les types de sollicitations multiaxiales abordées dans cet article. Il serait donc nécessaire de faire une identification couplée des essais de traction uniaxiale et équibiaxiale pouvant servir aussi de validation tout en procédant à une vérification via l'essai de traction biaxiale, et ainsi caractériser ce matériau.

L'hypothèse émise sur l'incompressibilité ne se vérifie pas lors des essais. De ce fait, il faudrait aussi prendre en compte ce facteur de compressibilité du matériau.

Une campagne d'essais sera effectuée afin de valider les caractéristiques de ce type de matériau avec différents types de sollicitations multiaxiales.

Enfin ces caractéristiques nous serviront à modéliser les interactions fluide/structure en jeu dans les écoulements sous pression.

Bibliographie

[1] HEUILLET P., ROUMAGNAC P., DUGAUTIER L., *Quid du comportement élastique ? Caoutchoucs et plastiques*. n° 741, pp 63-75, sept.1992.

[2] MULLINS L. *Effect of stretching on the properties of rubber*. The research Association of British Rubber Manufacturers, vol. 16, n° 12, pp. 275-289, dec 1947.

[3] Norme ISO37, *Caoutchouc vulcanisé ou thermoplastique.* Détermination des caractéristiques en traction uniaxiale, AFNOR, juillet 2005.

[4] JAMES A., GREEN A, *Strain energy functions of rubber. II-The Characterization of filled vulcanizates*.

[5] Norme XP P84-503, *Dispositifs d'étanchéité par géo-membrane (DEG)*. Détermination des caractéristiques en traction biaxiale, AFNOR, oct. 2008.