

# expertise et fonctions qualitatives

Kamal Kansou, G. Della Valle, Amadou Ndiaye

## ▶ To cite this version:

Kamal Kansou, G. Della Valle, Amadou Ndiaye. expertise et fonctions qualitatives. 23es journées francophones d'ingénierie des connaissances, Jun 2012, Paris, France. pp.191. hal-00714824

HAL Id: hal-00714824

https://hal.science/hal-00714824

Submitted on 5 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Expertise et fonctions qualitatives

Kamal Kansou<sup>1</sup>, Guy Della Valle<sup>1</sup>, Amadou Ndiaye<sup>2</sup>

**Résumé**: Dans cet article, nous nous intéressons au problème de la modélisation d'une connaissance experte sous forme de fonctions qualitatives, dans un univers de description symbolique. La représentation sous la forme d'un système de fonctions qualitatives est symbolique et formelle et rend possible la manipulation algébrique de la connaissance d'experts. La formulation des fonctions s'appuie sur une algèbre qualitative existante. En traitant le cas de fonctions qualitativement linéaires, l'article montre que l'identification de relations fonctionnelles dans la connaissance recueillie est un élément clef pour établir la correspondance avec les fonctions qualitatives. Nous introduisons des opérateurs de différence, pour caractériser les relations fonctionnelles entre variables, décrites initialement à partir de règles ou de matrices de relation données par les experts.

**Mots-clés**: relation fonctionnelle, algèbre qualitative, expertise, raisonnement qualitatif, processus de fabrication.

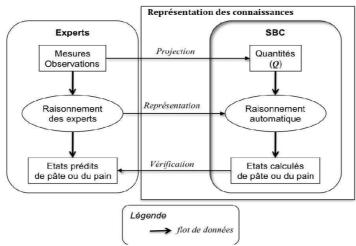
## 1 Introduction

Dans de nombreux domaines, la connaissance scientifique est trop incomplète pour aider à la prise de décision, voire même pour expliquer globalement les phénomènes. L'expertise devient alors une source de connaissance intéressante à formaliser. Ceci représente un enjeu dans notre domaine d'application, les opérations de transformation des aliments. Notre étude porte sur la modélisation d'un savoir-faire sur le processus de panification, à un niveau d'abstraction suffisant pour être représentatif d'une compréhension pertinente des phénomènes, tout en n'étant pas tributaire des équipements spécifiques. Dans ce domaine nous disposons d'un savoir-faire riche alors que les mécanismes mis en jeu sont souvent mal maîtrisés.

Dans le contexte de ce travail la connaissance experte est idéalement représentée sous forme de règles, tables de décision, arbre de décision, etc., toutes ses représentations étant inter-traduisibles (Colomb, 1999). Ces formalismes permettent de représenter les relations ponctuelles entre deux (ou plus) variables, exprimées par les experts sous forme de règles "Si\_alors". La connaissance experte s'exprime également sous forme de règles d'inférence graduelle, appelées "topos" en linguistique, de type "plus A est élevée, plus B sera élevée", avec A et B deux propriétés (Dieng *et al.* 1995). Cette connaissance caractérise les relations fonctionnelles entre variables ; elle décrit le plus souvent le comportement du système étudié qui est moins dépendant du contexte que les règles de production. Les règles "Si-alors" et les topoï sont l'expression d'un même raisonnement à des niveaux de détails différents.

Les fonctions qualitatives sont un moyen d'unifier dans un même modèle ces deux aspects du raisonnement expert. Le modèle obtenu est équivalent à une représentation algébrique qui facilite la manipulation étendue de la connaissance initialement recueillie, comme l'interpolation ou l'extrapolation (Guerrin, 1995; Kansou *et al.* 2008).

Dans un travail précédant, Ndiaye *et al.* (2009) ont introduit une algèbre qualitative (Q-algèbre) qui permet en particulier de représenter la connaissance du domaine, initialement sous forme de matrices de relation, en fonctions qualitatives. La Q-algèbre est basée sur un espace des quantités à sept éléments ordonnés (Guerrin, 1991) incluant un élément central. La démarche de représentation de la connaissance correspondante positionne la modélisation du raisonnement dans un univers de description symbolique indépendant du contexte (Fig. 1).



**FIGURE 1** – Démarche de représentation de la connaissance experte suivie dans ce travail.

Actuellement, associer une matrice de relation donnée par un expert à une fonction qualitative repose sur l'expérience du cogniticien. En effet, le lien entre les matrices de relation des experts et les fonctions qualitatives correspondantes n'a pas été clairement explicité, ni formalisé.

L'objectif de ce papier est d'illustrer puis de formaliser ce lien qui passe par les relations fonctionnelles entre les variables du système.

#### 2 Contexte

## 2.1 Algèbre qualitative $(Q, \approx, \oplus, \otimes)$

La Q-algèbre (Ndiaye et al. 2009) est définie sur un espace des quantités qualitatives (Q) à sept éléments strictement ordonnés : vvl<vl<l<m<h<vh<vvh (Guerrin, 1995), avec une égalité qualitative (≈) qui signifie "possiblement égale à", une addition qualitative (⊕) et une multiplication qualitative (⊗). Deux sous-espaces des quantités Q pour <vvl, vl, l, m> et Q<sup>+</sup> pour <m, h, vh, vvh> sont identifiées. Q représente une échelle d'évaluation centrée sur une valeur qualitative normale de référence (m). Les autres éléments de Q expriment l'écart entre une valeur qualitative et la référence. Les éléments de Q inférieurs à m représentent les niveaux d'insuffisance, les éléments de Q<sup>+</sup> supérieures à m représentent les niveaux d'excès. Les éléments vvl et vvh de Q délimitent l'univers de description, ils représentent les niveaux d'insuffisance et d'excès qui vont de très important à infiniment important. Deux fonctions de base prédécesseur de x, noté pred(x), et successeur de x, noté suc(x), ont été définies sur Q. Ces fonctions acceptent les deux cas particuliers suivants :  $pred(vvl) \approx vvl$  et  $suc(vvh) \approx vvh$ . L'égalité qualitative,  $\approx$ , est réflexive, symétrique et intransitive dans le cas général. L'addition qualitative,  $\oplus$ , dont la définition est rappelée table 1, est commutative, associative, admet m comme élément neutre et admet l'élément symétrique. La multiplication qualitative,  $\otimes$ , dont la définition est rappelée table 1, est commutative, associative, admet h comme élément neutre, m comme élément absorbant, n'admet pas d'élément symétrique et est qualitativement distributive par rapport à  $\oplus$ . Deux fonctions spécifiques tau et antitau notées respectivement T et  $\perp$ , dont les définitions sont rappelées table 2, ont été introduites pour représenter les évolutions non-linéaires, telles que les phénomènes de saturation ou d'initiation. T(x) et  $\bot(x)$  sont complémentaires pour l'addition qualitative  $: \mathsf{T}(x) \oplus \bot(x) = x.$ 

**TABLES 1** - Définition de l'addition qualitative ( $\oplus$ ) et de la multiplication ( $\otimes$ ) dans l'espace  $Q \cup \{?\}$  (Ndiaye et al. 2009).

$\oplus$	vvl	vl	1	m	h	vh	vvh	?
vvl	vvl	vvl	vvl	vvl	[vvl, vl]	[vvl, l]	?	?
vl	vvl	vvl	vvl	vl	1	m	[h, vvh]	?
1	vvl	vvl	vl	1	m	h	[vh, vvh]	?
m	vvl	vl	1	m	h	vh	vvh	?
h	[vvl, vl]	1	m	h	vh	vvh	vvh	?
vh	[vvl, l]	m	h	vh	vvh	vvh	vvh	?
vvh	?	[h, vvh]	[vh, vvh]	vvh	vvh	vvh	vvh	?
?	?	?	?	?	?	?	?	?

$\otimes$	vvl	vl	1	m	h	vh	vvh	?
vvl	vvh	vvh	vvh	m	vvl	vvl	vvl	?
vl	vvh	vvh	vh	m	vl	vvl	vvl	?
1	vvh	vh	h	m	l	vl	vvl	?
m	m	m	m	m	m	m	m	m
h	vvl	vl	1	m	h	vh	vvh	?
vh	vvl	vvl	vl	m	vh	vvh	vvh	?
vvh	vvl	vvl	vvl	m	vvh	vvh	vvh	?
?	?	?	?	m	?	vvl vvl vl m vh vvh vvh	?	?

**TABLE 2 -** Définition des fonctions spécifiques T et  $\bot$  dans l'espace  $Q \cup \{?\}$ .

x	vvl	vl	1	m	h	vh	vvh	?
<b>T</b> ( <i>x</i> )	vvl	vl	1	m	m	m	m	?
$\perp (x)$	m	m	m	m	h	vh	vvh	?

## 2.2 Univers de description de la Q-algèbre

Avec la Q-algèbre décrite ci-dessus, une addition qualitative peut avoir pour résultat une intervalle de valeurs (Tab. 1), par conséquent l'univers de description Q\* incluant toutes les valeurs possibles est :

 $Q^* = Q \cup \{[vvl, vl], [vvl, l], [h, vvh], [vh, vvh], ?\}$ Les définitions des opérateurs et des fonctions, tables 1 & 2, peuvent s'appliquer aux intervalles de  $Q^*$ , par analogie avec les règles de calcul de l'algèbre des intervalles pour les nombres réels. Notons également que dans  $Q^*$  la multiplication qualitative est sous-distributive :  $A \otimes (B \oplus C) \subseteq (A \otimes B) \oplus (A \otimes C)$ , avec  $A, B, C \in Q^*$ 

## 3 Représentation des relations fonctionnelles monotones

Considérons une matrice de relation exprimant une expertise en panification et sa projection dans Q (Tab. 3). La table 3 décrit la relation fonctionnelle "Plus la teneur en protéines de la farine est élevée, plus la consistance de la pâte sera ferme". Il s'agit d'une relation monotone et

positive qui correspond à la fonction identité, c'est-à-dire à : y = x, qui est aussi une instance de la fonction générale  $y = a \otimes x \oplus b$ , avec a la "pente" qualitative de la fonction, ici égale h (élément neutre de la multiplication qualitative) et b, "l'ordonnée à l'origine", ici égal à m (élément neutre de l'addition qualitative). La "pente" est négative pour a < m, positive pour a > m et nulle pour a = m. En faisant varier les valeurs de a puis celles de b nous obtenons les 49 instances possibles de la fonction générale.

Teneur en protéine de la farine (%) (tp)	Consistance de la pâte (Cons)	_	q-tp	tab(q-tp) = q-Cons
tp ≤ 9,5%	molle		vl	vl
$9.5 < tp \le 10.5$	un peu molle		1	1
$10,5 < tp \le 11,5$	standard	$\longrightarrow$	m	m
$11,5 < tp \le 12,5$	un peu ferme		h	h
12.5 < tp	ferme		vh	vh

**TABLE 3 -** *Matrice de relation décrivant une relation fonctionnelle positive.* 

### 3.1 Outils d'analyse des relations fonctionnelles

En analyse mathématique, la pente d'une fonction y = f(x) continue est sa dérivée, elle est aussi la différence entre deux points consécutifs de la courbe de f(x). Nous nous appuierons sur cette dernière définition de la pente pour définir la notion de pente qualitative d'une fonction qualitative que nous noterons q-pente. La q-pente est la différence entre les valeurs y pour deux valeurs consécutives de x,  $x_i$  et  $x_{i+1}$ . Nous introduirons deux opérateurs de différence : la différence avant entre  $x_i$  et  $x_{i+1}$  que nous noterons  $\Delta f(x)$  et la différence arrière entre  $x_i$  et  $x_{i-1}$  que nous noterons  $\nabla f(x)$ . Les opérateurs de différence s'appliquent aux fonctions qualitatives mais aussi aux matrices de relation représentatives de fonctions qualitatives que nous noterons pareillement par f(x):

```
\Delta: Q \rightarrow Q^*
(\Delta f(x))_{\text{def}}
\forall i \in \{1,7\}: x_i < vvh, \Delta f(x_i) = f(x_{i+1}) \oplus l \otimes f(x_i)
(\nabla f(x))_{\text{def}}
 \forall i \in \{1,7\}: x_i > vvl, \nabla f(x_i) = f(x_i) \oplus l \otimes f(x_{i-1})
De ces définitions on déduit les propriétés suivantes :
Propriété 1. \forall i \in \{1,7\}: x_i < vvh, \Delta f(x_i) = \nabla f(x_{i+1})
```

**Propriété 2.**  $\forall i \in \{1,7\}: x_i > vvl, \Delta f(x_{i-1}) = \nabla f(x_i)$ Ensuite pour une fonction qualitative nous avons les égalités suivantes qui s'appliquent à la variable qualitative x, lorsque vvl < x < vvh:

```
\forall x \in Q : vvl < x < vvh, \Delta f(x) = f(x \oplus h) \oplus l \otimes f(x)
\forall x \in Q : vvl < x < vvh, \nabla f(x) = f(x) \oplus l \otimes f(x \oplus l)
```

Ces expressions peuvent être étendues à x = vvl et x = vvh grâce aux propriétés 1 & 2, car :  $\Delta f(vvl) = \nabla f(vl)$  et  $\nabla f(vvh) = \Delta f(vh)$ .

Les égalités ci-dessus permettent de déterminer l'expression des opérateurs de différence en fonction la variable qualitative *x*.

Enfin, les valeurs de  $\Delta f(x)$  (resp.  $\nabla f(x)$ ) permettent de déterminer si la relation qui lie les deux variables x et y d'une matrice de relation donnée est strictement croissante ou strictement décroissante. Ces informations permettent d'établir si la relation est du type "plus x est élevé, plus y est élevé" ou "plus x est élevé, plus y est faible".

 $\forall x \in Q, si \ \Delta f(x) > m \quad alors \quad f(x) \text{ est strictement croissante sur } Q, \text{ et donc}$ "plus x est 'elev'e, plus y est 'elev'e"

 $\forall x \in Q, si \ \Delta f(x) < m \ alors \ f(x)$  est strictement décroissante sur Q, et donc "plus x est élevé, plus y est faible"

#### 3.2 Relation matrice de relation et fonctions q-linéaires

Considérons une fonction q-linéaire, f, telle que :

$$y = f(x) = a \otimes x \oplus b$$

avec a et b deux éléments de Q. D'après l'expression de f(x) et les définitions ci-dessus, nous pouvons établir que la valeur des opérateurs de différence est qualitativement constante et qualitativement égale à la q-pente, a. Ainsi :

 $\forall x \in Q : x < vvh, a \approx \Delta f(x) \; ; \; \forall x \in Q : x > vvl, a \approx \nabla f(x) \; ; f(m) \approx b$ 

Donc f croît ou décroît q-linéairement sur Q, selon la valeur de a par rapport à m. Ainsi nous pouvons raisonnablement penser qu'une matrice de relation telle que,  $\forall i \in \{1,7\}$ ,  $tab(x_i) = y_i$  et  $\forall i \in \{1,7\}$ :  $x_i < vvh$ ,  $\Delta tab(x_i) \approx a$ , pourra être représentée qualitativement par une fonction q-linéaire comme f. Cette correspondance est valide dans la plupart des situations, cependant, dues aux imprécisions de calcul, il existe des exceptions pour lesquelles une fonction plus complexe sera une représentation plus fidèle de la matrice de relation.

*Exemple d'application.* Considérons une matrice de relation, table 4, reliant deux variables qualitatives, x et y, tel que y = tab(x).

**TABLE 4 -** Une table décrivant une relation fonctionnelle monotone et sa traduction en fonction qualitative.

x	tab(x) = y	$\Delta tab(x)$	$g(x) = \mathbf{vh} \otimes x \oplus \mathbf{vh}$	$g(x) = \mathbf{vh} \otimes (x \oplus \mathbf{h})$
vvl	vvl	[h,vvh]	[vvl,l]	vvl
vl	vl	vh	[vvl,l]	vl
1	m	vh	m	m
m	vh	[h,vvh]	vh	vh
h	vvh	?	vvh	vvh
vh	vvh	?	vvh	vvh
vvh	vvh	-	vvh	vvh

La relation fonctionnelle décrite est monotone et positive mais l'incrément est supérieur à h. Ainsi l'analyse de la tab(x) nous donne :

 $\forall i \in \{1,7\}: x_i < vvh, \Delta tab(x_i) \approx vh \text{ avec } tab(\mathbf{m}) = vh$ 

Ce résultat nous amène à représenter cette table avec une fonction qualitative q-linéaire. Soit *g* la fonction qualitative correspondante telle que :

 $g(x) = \text{vh} \otimes x \oplus \text{vh}$  ou  $g(x) = \text{vh} \otimes (x \oplus \text{h})$  sous forme factorisée. A partir de la table 4 nous avons g(x) = tab(x) pour la forme factorisée de g(x), les imprécisions de calcul apparaissent avec g(vl) et g(vvl) pour la forme développée.

#### 4 Travaux relatifs et discussion

La modélisation de la connaissance experte sous forme de fonctions qualitatives permet de capturer les relations fonctionnelles décrites par les matrices de relation. Il s'agit d'un aspect de la connaissance relatif au comportement du système intéressant à prendre en compte lors de la construction d'un système à base de connaissance. En particulier cette connaissance peut compléter ou être associée à la compréhension scientifique du domaine (Lapalut, 1995). Des travaux précédents se sont intéressés à la formalisation de cette connaissance ; ainsi Dieng et al. (1995) ont signalé que les relations fonctionnelles, de type topos, étaient une connaissance qualitative de l'expert qui pouvait être formalisée avec les prédicats et les fonctions des formalismes du raisonnement qualitatif, tels que les proportionnalités (Forbus, 1984) ou les contraintes fonctionnelles (Kuipers, 1986). Les relations fonctionnelles décrites dans les matrices de relation, sont plus élaborées que les topoï et requièrent un formalisme adapté. Ainsi Guerrin (1991) a introduit une algèbre qualitative qui permet l'expression d'une expertise en écologie sous forme de fonctions qualitatives. Dans le prolongement du travail de Guerrin, Bousson et al. (1998) ont défini une algèbre diédrique qui permet de générer des matrices de relation à partir de tables incomplètes. Ces auteurs ont basé leur approche sur la reconnaissance de propriétés géométriques présentées souvent par les tables fournies par les experts. La Q-algèbre de Ndiaye et al. (2009) reprend l'espace des quantités de Guerrin (1995), pour proposer une algèbre qualitative permettant de représenter, sous forme de fonctions qualitatives, la connaissance experte sur le processus de panification française.

Dans ce travail, nous avons montré que la Q-algèbre permet de représenter divers aspects de la connaissance experte incluant les topoï, ce qui n'avait pas encore été proposé dans la littérature.

#### 5 Conclusion

Cet article présente les résultats d'un travail en cours, sur l'utilisation de fonctions qualitatives pour modéliser une connaissance experte, recueillie sous forme de matrices de relation entre variables. Nous montrons qu'un des intérêts du formalisme réside dans la possibilité de représenter fidèlement la matrice donnée par les experts tout en capturant la relation fonctionnelle sous-jacente. Des opérateurs de différence sont introduits pour caractériser cette relation fonctionnelle décrite par une matrice de relation ou par une fonction qualitative. La relation fonctionnelle étant une connaissance portant sur le comportement du système, cet aspect est important pour expliciter et simuler le raisonnement expert.

L'extension à des relations fonctionnelles non-monotones et la construction d'une procédure automatique de traduction des tables données par les experts en fonctions qualitatives, sont des travaux en cours.

#### Références

- BOUSSON K., STEYER J., TRAVE-MASSUYES L. & DAHHOU B. (1998). From a rule-based to a predictive qualitative model-based approach using automated model generation: Application to the monitoring and diagnosis of biological processes. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 11(4): 477-493, 1998.
- COLOMB R.M. (1999). Representation of propositional expert systems as partial functions. *Artificial Intelligence*, 109(1-2): 187-209.
- DIENG R., CORBY O. & LAPALUT S. (1995). Acquisition and exploitation of gradual knowledge. *International Journal of Human and Computer Studies*, 42(5), 465-499.
- FORBUS K. (1984). Qualitative Process Theory. *Artificial Intelligence*, 24: 85-168.
- GUERRIN F. (1991). Qualitative reasoning about an ecological process: interpretation in hydroecology. *Ecological Modelling*, 59(3-4): 165-201.
- GUERRIN F. (1995). Dualistic algebra for qualitative analysis. *Proceeding of the 9th International Workshop on Qualitative Reasoning, QR'95*, pp. 64-73.
- KANSOU K., DELLA VALLE G., & NDIAYE A. (2008). Qualitative modelling to prospect expert's reasoning. *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, STAIRS '08*. IOS Press Amsterdam (Eds). Vol 179, pp. 94-105.
- KUIPERS B. (1986). Qualitative simulation. *Artificial Intelligence*, 29: 289-338
- LAPALUT S. (1995). Intégration de connaissances qualitatives dans KATEMES. Rapport de Recherche INRIA n°2554, Mai.
- NDIAYE A., DELLA VALLE G., & ROUSSEL P. (2009). Qualitative modelling of a multi-step process: The case of French breadmaking. *Expert Systems with Applications*, 36(2): 1020-1038.