



**HAL**  
open science

## ” Radioscopies ” d’une fissure de fatigue

François Hild, Stéphane Roux, Marie-Christine Baietto, Alain Combescure,  
Anthony Gravouil, Johann Rannou, Julien Réthoré, Jean-Yves Buffiere,  
Nathalie Limodin, Wolfgang Ludwig

► **To cite this version:**

François Hild, Stéphane Roux, Marie-Christine Baietto, Alain Combescure, Anthony Gravouil, et al.. ” Radioscopies ” d’une fissure de fatigue. *Instrumentation, Mesure, Métrologie*, 2012, 12 (1-2), pp.131-152. 10.3166/I2M.12.1-2.131-152 . hal-00713478

**HAL Id: hal-00713478**

**<https://hal.science/hal-00713478v1>**

Submitted on 1 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

## « Radioscopies » d'une fissure de fatigue

**F. Hild<sup>1</sup> — S. Roux<sup>1</sup> — M.-C. Baietto<sup>2</sup> — A. Combescure<sup>2</sup> —  
A. Gravouil<sup>2</sup> — J. Rannou<sup>2</sup> — J. Réthoré<sup>2</sup> — J.-Y. Buffière<sup>3</sup> —  
N. Limodin<sup>3</sup> — W. Ludwig<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> *Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan)  
ENS de Cachan / UMR CNRS 8535 / UPMC / PRES UniverSud Paris  
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex  
{francois.hild,stephane.roux}@lmt.ens-cachan.fr*

<sup>2</sup> *Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)  
Université de Lyon / INSA-Lyon / UMR CNRS 5259  
20 avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne  
{anthony.gravouil,julien.rethore}@insa-lyon.fr*

<sup>3</sup> *Laboratoire Matériaux, Ingénierie et Sciences (MATEIS)  
Université de Lyon / INSA-Lyon / UMR CNRS 5510  
7 avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne  
{Jean-yves.buffiere,nathalie.limodin,wolfgang.ludwig}@insa-lyon.fr*

---

*RÉSUMÉ. L'étude présentée a pour but de traiter de la propagation des fissures de fatigue par une démarche globale couplant imagerie 3D par microtomographie à rayons X, mesure de champs cinématiques 3D par corrélation d'images volumiques, et simulation numérique 3D dédiée à la fissuration.*

*ABSTRACT. The present paper deals with the study of fatigue crack propagation by following a global approach coupling 3D (tomography) imaging, measurement of 3D displacement fields through Digital Volume Correlation, and 3D numerical simulations dedicated to cracking.*

*MOTS-CLÉS : Corrélation d'images numériques, Facteurs d'intensité des contraintes, Fatigue, Fissure, Tomographie.*

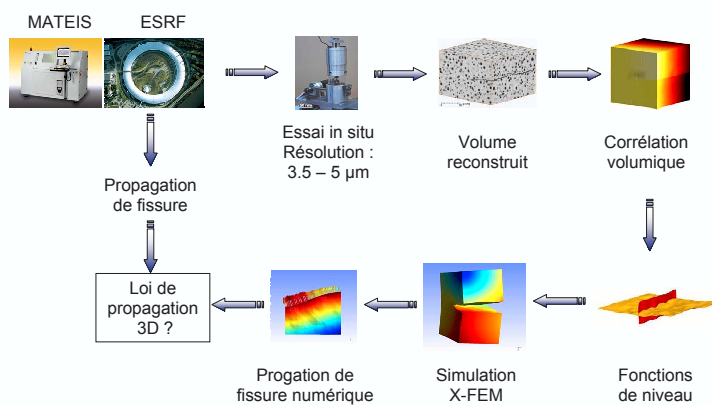
*KEYWORDS: Crack, Digital image correlation, Fatigue, Stress intensity factors, Tomography.*

---

## 1. Introduction

Un objectif majeur en mécanique de la rupture, et plus spécifiquement pour la fissuration de fatigue (Suresh, 2001), est d'avoir accès à la répartition réelle des facteurs d'intensité des contraintes le long d'un front de fissure en trois dimensions. Cet objectif est toutefois un défi pour les expérimentateurs, même lorsque la forme 3D est accessible par les techniques d'imagerie tridimensionnelle (e.g., microtomographie RX (Baruchel *et al.*, 2000)). C'est aussi un défi pour la modélisation numérique, même avec l'aide de stratégies numériques multi-échelles. En effet, la méconnaissance à des degrés divers du comportement de la matière, des conditions de chargement ou de la géométrie exacte de la fissure demeure une véritable difficulté en vue d'utiliser les modèles dans un but prédictif. Cependant, lorsque les deux approches de simulation et d'imagerie sont combinées à l'aide de mesures cinématiques tridimensionnelles (volumiques), cet objectif devient accessible.

L'étude présentée a ainsi pour but de traiter de la propagation des fissures de fatigue par une démarche globale couplant l'imagerie 3D par microtomographie, la mesure de champs cinématiques 3D par corrélation d'images volumiques, et la simulation numérique 3D dédiée à la fissuration (figure 1). Dans ce contexte, la fonte à graphite sphéroïdal s'est avérée être le matériau idéal pour mettre en œuvre cette stratégie.



**Figure 1.** Couplage entre microtomographie RX, mesure de champ 3D par corrélation d'images volumiques étendue, simulation 3D multi-grilles X-FEM en vue de l'analyse de la propagation 3D de fissures.

La préparation des échantillons pour les essais *in situ* débute par une étape de préfissuration en fatigue d'une éprouvette de grande taille. La géométrie, la morphologie de la fissure et les chargements cycliques sont choisis afin de limiter l'effet de la plasticité. De cet échantillon, une ou deux éprouvettes sont découpées pour obtenir une taille compatible avec l'effet d'atténuation associé au rayonnement X utilisé par la microtomographie. La sélection d'un côté de l'éprouvette de grande taille permet d'étudier des propagations de fissures non-uniformes à la fois en surface et en volume, ce qui est l'un des buts ultimes de cette étude. L'échantillon fissuré est ensuite caractérisé par microtomographie soit en l'état lors d'un chargement de la fissure à différents niveaux, soit lors d'essais de fatigue/propagation *in situ*. Ces expériences sont réalisées à l'aide d'un tomographe utilisant soit une source de rayons X de type micro-foyer (tomographe dit « de laboratoire ») soit un rayonnement X synchrotron (e.g., celui disponible à l'installation européenne de rayonnement synchrotron de Grenoble ESRF). La fonte à graphite sphéroïdal a le grand avantage d'avoir une microstructure aléatoire (la phase de graphite), qui autorise un bon contraste avec la matrice (fer) et facilite donc l'imagerie tridimensionnelle et surtout la mesure de champ (figure 1). Par ailleurs, le comportement en fatigue de ce matériau, très largement utilisé, est bien connu.

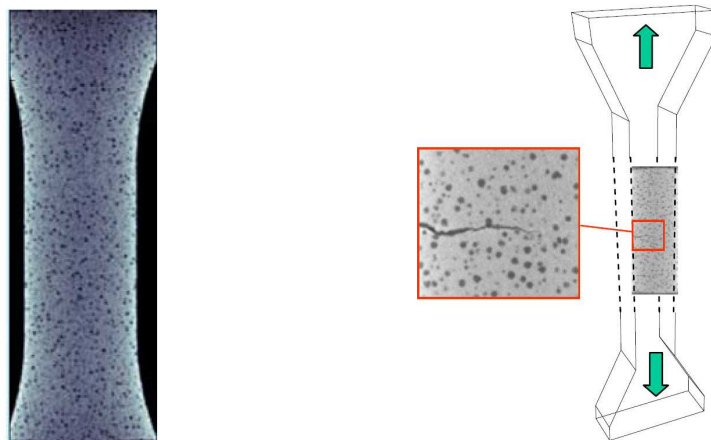
Les images 3D des fissures prises à différents niveaux de charge au cours d'un cycle sont traitées par corrélation d'images volumiques (ou DVC). Cette technique permet d'obtenir le champ de déplacement expérimental en volume pour une discrétisation à base d'éléments cubiques à 8 nœuds (Roux *et al.*, 2008). D'autre part, l'erreur résiduelle associée à la mesure de champ révèle nettement la fissure, même avec une ouverture sub-voxel (du fait de la discontinuité dans le champ de déplacement). Ainsi, la géométrie de la surface de la fissure peut être extraite et décrite par une première fonction de niveau, et le front de la fissure par une seconde. En s'inspirant de la méthode des éléments finis étendus, X-FEM (Black *et al.*, 1999 ; Moës *et al.*, 1999), un enrichissement de la cinématique est introduit dans la corrélation d'image pour tenir compte des discontinuités de déplacement associées à la géométrie de la fissure (Réthoré *et al.*, 2008b ; Rannou *et al.*, 2010). Ce développement particulier est naturellement dénommé mesure de champ par corrélation d'images étendue, ou X-DVC. Le champ de déplacement expérimental est ensuite post-traité (Limodin *et al.*, 2009 ; Rannou *et al.*, 2010) afin de mesurer les trois facteurs d'intensité des contraintes (FICs). Une attention particulière doit toutefois être portée sur les champs de déplacements qui sont inévitablement altérés par une incertitude de mesure. Cela permet aujourd'hui d'arriver à une estimation très robuste et précise des facteurs d'intensité des contraintes en 3D, couplée à des outils de modélisation numérique X-FEM multi-échelles qui permettent d'envisager à moyen terme l'identification directe, en volume, du comportement des fissures et des lois de propagation correspondantes.

Pour valider l'ensemble de la procédure (figure 1), une modélisation directe de la géométrie de la fissure en surface et en volume (basée sur l'échantillon réel) est également proposée. Les conditions aux limites issues des déplacements mesurés (par DVC) sont utilisées dans la modélisation. Cette dernière étape est indispensable car les premières modélisations idéalisées du chargement expérimental entraînaient des

écarts significatifs. La dissymétrie de la géométrie de la fissure et du chargement induit des effets de flexion absents dans une vision idéalisée de l'essai. Enfin, une stratégie X-FEM multi-grilles avec représentation externe des fissures par fonctions de niveaux a été développée et mise en œuvre (Rannou *et al.*, 2009a). Cette approche est particulièrement bien adaptée pour simuler de façon robuste et précise la propagation des fissures 3D sans remaillage ni projection de champ, et en adéquation directe avec les fissures issues de l'imagerie 3D ou de la corrélation d'images 3D (volumiques). Les paragraphes qui suivent ont pour but de montrer qu'une telle démarche est porteuse de progrès, en particulier pour l'analyse tridimensionnelle de la propagation des fissures.

## 2. Expérimentation

Le matériau d'étude est une fonte à graphite sphéroïdal (GS). Les nodules de graphite (fraction volumique de 13%) d'un diamètre moyen de  $45 \mu\text{m}$  sont finement dispersés dans la matrice ferritique et servent ainsi de marqueurs naturels pour la corrélation d'images volumiques. Les éprouvettes de tomographie (section  $1.6 \text{ mm} \times 1.6 \text{ mm}$ , figure 2) ont été prélevées par électroérosion dans des éprouvettes plus grandes (section  $6 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ ) préfissurées en fatigue à rapport de charge  $R = 0.1$ , et à  $K_{max}$  constant de manière à limiter la taille de la zone plastique en pointe de fissure.



**Figure 2.** Éprouvette de tomographie préfissurée (diamètre moyen des nodules :  $45 \mu\text{m}$ ).

Les essais sur tomographe de laboratoire ont permis de suivre l'ouverture progressive de fissures sous un chargement monotone croissant. L'utilisation d'une mini-machine de traction (Buffière *et al.*, 2010) a permis de réaliser le chargement *in situ* et d'acquérir des images 3D de la zone fissurée avec une taille de voxel de  $3.5 \mu\text{m}$ . Les

essais menés à l'ESRF ont permis de suivre *in situ* la propagation des fissures avec une taille de voxel de  $5.1 \mu\text{m}$ .

### 3. Mesures cinématiques

Les premières applications de la corrélation d'images volumiques (DVC) sont apparues dans le domaine de la biomécanique (Bay *et al.*, 1999 ; Smith *et al.*, 2002 ; Verhulp *et al.*, 2004 ; Liu *et al.*, 2007). Les applications en mécanique des (géo)matériaux (Bornert *et al.*, 2004 ; Forsberg *et al.*, 2008) ont ensuite suivi. De manière générale, les mêmes algorithmes que ceux utilisés pour des images bidimensionnelles ont été utilisés. On peut néanmoins noter que le fait que les images de tomographie soient obtenues par reconstruction induit un certain nombre d'artefacts qui peuvent être pénalisants en termes de performance (Bornert *et al.*, 2004).

Dans ce qui suit, il est proposé de suivre une autre voie qui fait appel à des approches globales de la corrélation. En effet, l'idée générale est d'adapter les outils (X-FEM) pour effectuer la mesure de champs de déplacement (X-DVC) et l'identification de facteurs d'intensité des contraintes (méthode d'extraction optimale par rapport à l'incertitude de mesure) à partir d'images 3D obtenues par microtomographie. L'objectif est que mesures et calculs utilisent le même langage descriptif (i.e., les mêmes bases cinématiques) et les mêmes outils (fonctions de niveaux) pour décrire les essais de fissuration.

#### 3.1. Corrélation d'images volumiques

La corrélation d'images volumiques consiste à déterminer un champ de déplacement à partir de l'analyse de volumes (i.e., un ensemble de voxels dont on connaît le niveau de gris). Ces volumes sont représentés par des fonctions (de la position  $\mathbf{x}$  et du vecteur déplacement inconnu  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ )  $g(\mathbf{x})$  qui sont des perturbations d'une image décalée par rapport à une image de référence  $f(\mathbf{x})$

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) + b(\mathbf{x}), \quad [1]$$

où  $b(\mathbf{x})$  est un signal aléatoire. La détermination de  $\mathbf{u}$  est un problème *mal posé* tant que des hypothèses supplémentaires ne sont pas formulées quant à la régularité du champ recherché pour que l'information à disposition (i.e., les images) soit suffisante à sa mesure. Soit la fonctionnelle  $E$  d'un champ de déplacement test  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$

$$E[\mathbf{u}] = \|f(\bullet) - g(\bullet + \mathbf{u})\|_{\Omega}^2, \quad [2]$$

où «  $\bullet$  » correspond à une variable muette. Les formulations qui en découlent sont en général basées sur la conservation des niveaux de gris. Lorsque l'on choisit la norme quadratique habituelle  $\|f\|_{\Omega}^2 = \int_{\Omega} |f(\mathbf{x})|^2 dx$ , on aboutit à la méthode de minimisa-

tion de la différence quadratique utilisée en mécanique des fluides (Gui *et al.*, 2000) dans le cas d'un champ localement constant. Il s'agit de minimiser la fonctionnelle  $E_2$

$$E_2[\mathbf{u}] = \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))]^2 d\mathbf{x}. \quad [3]$$

Cette fonctionnelle atteint sa valeur minimale, 0, pour la bonne cinématique et lorsque  $b = 0$  (cf. équation [1]). L'espace des vecteurs déplacements tests  $E_K$  est introduit et est choisi identique à celui utilisé pour les simulations numériques (description par éléments finis). Supposons que  $f$  et  $g$  soient suffisamment régulières aux petites échelles, et que le déplacement  $\mathbf{u}$  soit petit en amplitude pour que l'on puisse faire un développement de Taylor au premier ordre de  $g$  (ou de  $f$ ). La fonctionnelle à minimiser devient

$$R_{cor}[\mathbf{u}] = \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x}) - \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \nabla f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x}. \quad [4]$$

Le champ de déplacement test peut être écrit comme une combinaison linéaire dans une base de l'espace  $E_K$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_i u_i \Psi_i(\mathbf{x})$ , telle que  $R_{cor}[\mathbf{u}]$  soit une forme quadratique en amplitudes  $u_i$  inconnues. La condition d'extrémalité nécessite que pour tout  $i$  l'on ait

$$\left[ \int_{\Omega} (\nabla f \cdot \Psi_i)(\mathbf{x})(\nabla f \cdot \Psi_k)(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \right] u_k = \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})](\nabla f \cdot \Psi_i)(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad [5]$$

Ce système (*linéaire*) peut être écrit sous forme matricielle

$$M_{ik} u_k = a_i. \quad [6]$$

Le champ de déplacement est généralement déterminé de manière itérative. Ainsi, seul l'incrément de déplacement  $\delta \mathbf{u}$  doit être d'amplitude petite de telle manière qu'il minimise

$$R_{cor}[\delta \mathbf{u}] = \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) - \tilde{g}(\mathbf{x}) - \delta \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \nabla f(\mathbf{x})]^2 d\mathbf{x} \quad [7]$$

où  $\mathbf{u}$  désigne l'évaluation du déplacement à l'itération précédente, et  $\tilde{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  est l'image déformée corrigée du déplacement  $\mathbf{u}$ . En utilisant des approches multi-échelles (Hild *et al.*, 2002 ; Besnard *et al.*, 2006 ; Réthoré *et al.*, 2007a), les composantes du déplacement de faible longueur d'onde sont introduites progressivement ce qui permet d'améliorer la robustesse de l'algorithme pour de grands déplacements.

À ce niveau de généralité, différents espaces peuvent être choisis. C'est tout l'intérêt de la formulation présentée ici. Concernant la mesure de champs de déplacement en présence d'une fissure, la méthode des éléments finis étendue a été adaptée à la corrélation d'images volumiques (X-DVC). On peut considérer une discrétisation à base

de cubes à 8 nœuds (C8) et une interpolation trilinéaire du champ de déplacement dans chaque élément  $\mathbf{u}^e$

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{j=1,3} \sum_{n \in \mathcal{N}} a_{nj} N_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_j \quad [8]$$

où  $(a_{nj})_{n \in \mathcal{N}}$  sont les degrés de libertés associés aux fonctions de forme (continues et trilinéaires)  $N_n$  dans chaque direction  $\mathbf{e}_j$  du système de coordonnées du volume considéré. On obtient un code C8-DVC (Roux *et al.*, 2008). Si l'on enrichit le champ de déplacement, comme proposé dans la méthode des éléments finis généralisés (Black *et al.*, 1999 ; Moës *et al.*, 1999), le champ de déplacement élémentaire s'écrit

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{j=1,3} \sum_{n \in \mathcal{N}} a_{nj} N_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_j + \sum_{j=1,3} \sum_{n \in \mathcal{N}_{cut}} d_{nj} N_n(\mathbf{x}) H_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_j \quad [9]$$

où  $\mathcal{N}_{cut}$  est l'ensemble des nœuds qui portent des degrés de libertés enrichis  $d_{nj}$  associés à la fonction d'enrichissement  $H_n(\mathbf{x})$  définie par

$$H_n(\mathbf{x}) = \mathcal{H}(\mathbf{x}) - \mathcal{H}(\mathbf{x}_n) \quad [10]$$

où  $\mathcal{H}$  est la fonction de Heaviside dont la valeur est 0 au-dessous la surface fissurée et 1 au-dessus, et  $\mathbf{x}_n$  donne la position du nœud  $n$ . On obtient ainsi un code XC8-DVC (Réthoré *et al.*, 2008b ; Rannou *et al.*, 2010). Deux conclusions s'imposent à la suite d'études de performance qui ont été effectuées sur des images 2D (Réthoré *et al.*, 2007b ; Réthoré *et al.*, 2008a) et des volumes 3D (Réthoré *et al.*, 2008b ; Rannou *et al.*, 2010) :

- l'ajout de l'enrichissement ne détériore pas la détermination des degrés de liberté associés à la partie régulière du champ de déplacement ;
- les niveaux d'incertitude sont supérieurs pour les degrés de liberté enrichis (Réthoré *et al.*, 2007b ; Réthoré *et al.*, 2008a). Les fonctions auxquelles ils sont associés étant plus « riches », ce résultat était attendu.

Les paragraphes suivants ont pour but d'évaluer les incertitudes de mesure pour les volumes étudiés dans le cas d'un tomographe de laboratoire. En effet, contrairement au rayonnement synchrotron, le faisceau de rayons X est divergent et induit des artefacts supplémentaires. Dans le cas présent, seule une analyse avec une cinématique non enrichie est menée.

### 3.2. Incertitudes de mesure

Lorsque plusieurs acquisitions sont effectuées durant une journée, la température du tube de rayons X peut augmenter de plusieurs dizaines de degrés Celsius dans un tomographe de laboratoire. En conséquence des variations de grandissement entre différentes radiographies, mais de manière encore plus importante entre scans sont à craindre. Cette variation de grandissement peut avoir un impact *a priori* non négligeable en fonction des niveaux de déplacement recherchés. Ceci est particulièrement vrai pour des cas où les résolutions les plus fines possibles sont recherchées.



L'analyse qui suit a pour but de quantifier cet effet. L'acquisition de l'ensemble des 900 radiographies (1 scan) dure 45 minutes environ. Le champ de déplacement est mesuré par corrélation des différents volumes reconstruits. Afin d'exhiber une composante de dilatation, le champ de déplacement mesuré est projeté, au sens des moindres carrés, sur une base comportant les déplacements de corps rigide (i.e., translations et rotations) ainsi qu'une déformation (parasite) de dilatation  $\epsilon$

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{u}_0 + \mathbf{x} \times \boldsymbol{\omega} + \epsilon \mathbf{x} \quad [11]$$

où  $\mathbf{u}_0$  est la translation moyenne,  $\boldsymbol{\omega}$  le vecteur rotation et  $\epsilon$  la déformation de dilatation.

À titre d'illustration, pour la deuxième série de scans (figure 5a), les valeurs suivantes ont été obtenues pour le champ de déplacement interpolant

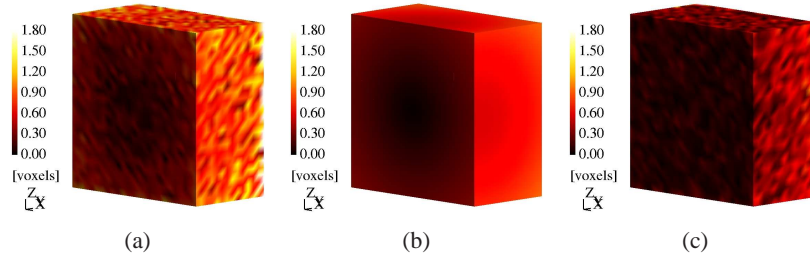
$$\mathbf{u}_i = \underbrace{\begin{bmatrix} -3.8 \\ 2.8 \\ -1.8 \end{bmatrix}}_{\text{translation}} + \underbrace{\mathbf{x} \times 10^{-5} \cdot \begin{bmatrix} 24 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}}_{\text{rotation}} + \underbrace{2.8 \cdot 10^{-3} \mathbf{x}}_{\text{dilatation}} \quad [12]$$

avec  $\mathbf{x} = \mathbf{OM}$ ,  $O$  étant le centre de la région d'étude et  $M$  un point courant (les positions et les déplacements sont exprimés en voxels, où 1 voxel correspond à 3.5  $\mu\text{m}$ , et les rotations en radian). La translation moyenne peut être causée par des dérives thermiques du point de focalisation (Salmon *et al.*, 2009) et/ou des dérives mécaniques de l'échantillon et de l'ensemble de la platine.

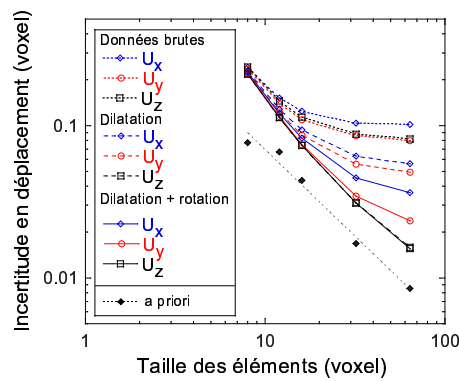
La figure 3 montre la norme du champ de déplacement lorsque les mouvements de corps rigide ont été soustraits, le champ de déplacement de dilatation, et le champ de déplacement corrigé de ces différentes contributions. L'amplitude maximale du champ de déplacement est de l'ordre de 1.8 voxel, valeur très supérieure à l'incertitude de mesure (i.e., 0.08 voxel). Ceci montre que les déformations mesurées ne sont pas liées à des incertitudes de mesure. Après projection, l'erreur résiduelle relative est inférieure à 3.5 %, cette erreur étant définie comme la norme  $L^2$  de la différence entre le champ de déplacement mesuré et interpolant divisée par la norme  $L^2$  du champ de déplacement mesuré. Cette valeur très faible valide la correction proposée.

Le champ de déplacement mesuré est interpolé par le champ  $\mathbf{u}_i$  en utilisant deux ou trois des éléments de la base de l'équation [11]. La figure 4 montre l'écart quadratique moyen avant et après correction en fonction de la taille  $\ell$  des éléments C8. Dans tous les cas, l'écart quadratique moyen diminue avec la taille des éléments. À titre de comparaison, on donne aussi le résultat d'une analyse *a priori* où un déplacement de 1/2 voxel est appliqué au volume de référence ; on estime ainsi la performance de l'algorithme de corrélation. Dans ce dernier cas on n'observe pas de saturation, contrairement au cas expérimental. Les niveaux d'incertitude sont significativement plus élevés dans le cas réel sans correction (figure 4).

À partir des résultats bruts (i.e., sans correction de rotation et de déformation), on observe que l'erreur de corrélation est dominante pour de petites tailles d'éléments (i.e., inférieure à 12 voxels). Ceci est dû au fait que la mesure d'un champ de dépla-



**Figure 3.** Norme en voxels du champ de déplacement mesuré après soustraction d'un déplacement de corps rigide (a), du déplacement de dilatation (b), et différence des deux champs de déplacement (c). La région d'étude est coupée en deux pour pouvoir visualiser les trois champs.



**Figure 4.** Écart quadratique moyen en déplacement en fonction de la taille des éléments  $l$ . L'effet d'une correction de dilatation et de rotation est comparé aux valeurs brutes. Le résultat d'une analyse a priori est également donné.

ement est un problème mal posé, de ce fait des petites tailles d'élément ne le régularisent pas suffisamment et l'écart quadratique moyen augmente (Roux *et al.*, 2008). Pour des tailles d'éléments supérieure à 12 voxels, l'influence des artefacts liés à la tomographie domine et l'incertitude devient quasiment indépendante de la taille de l'élément. Après avoir corrigé des effets de dilatation, le niveau de saturation est inférieur, mais reste néanmoins présent. Lorsque l'on prend également en compte d'éventuelles rotations, on observe à nouveau une diminution de l'écart quadratique moyen. Cette correction n'affecte pas la composant  $z$  suivant l'axe de rotation de la platine du tomographe mais uniquement les composantes  $x$  et  $y$ .

Afin de prouver que l'estimation des composantes du champ de déplacement  $\mathbf{u}_i$  (équation [11]) est fiable, l'incertitude en déplacement  $\sigma_u$  de chaque nœud d'un élément de taille 16 voxels est prise égale à 0.08 voxel (figure 4). En interpolant le champ de déplacement mesuré, il est possible d'estimer les incertitudes associées à une composante du vecteur rotation, par exemple  $\omega_z$ , et celle de  $\epsilon$ . Dans le cas présent, la région d'étude est un cube contenant  $2n + 1$  nœuds (avec  $n = 12$ ). En négligeant les corrélations entre les degrés de liberté (Besnard *et al.*, 2006), l'incertitude en rotation  $\sigma_\omega$  s'écrit

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma_u}{\sqrt{\sum_{i,j,k} (x_i^2 + y_j^2)}} \quad [13]$$

et celle associée à  $\epsilon$

$$\sigma_\epsilon = \frac{\sigma_u}{\sqrt{\sum_{i,j,k} (x_i^2 + y_j^2 + z_k^2)}} \quad [14]$$

Lorsque  $-n \leq i, j, k \leq n$ ,  $\sum_{i,j,k} x_i^2 = \sum_{i,j,k} y_j^2 = \sum_{i,j,k} z_k^2 = n(n+1)(2n+1)^3 \ell^2 / 3$ . Lorsque  $\sigma_u = 0.08$  voxel et  $n = 12$ ,  $\sigma_\omega \approx 4 \cdot 10^{-6}$  rad, et  $\sigma_\epsilon \approx 3.2 \cdot 10^{-6}$ . Ces niveaux montrent que les valeurs identifiées (cf. par exemple équation [12]) sont largement supérieures à l'incertitude de mesure ; elles sont donc fiables.

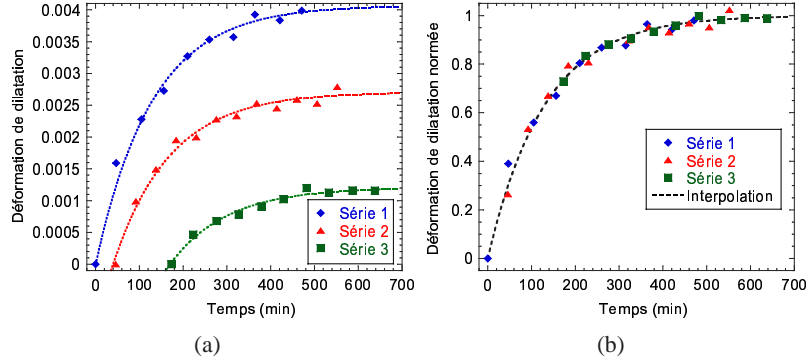
La figure 5a montre l'évolution de la déformation de dilatation avec le temps pour une série de scans. Une interpolation exponentielle donne de très bons résultats. Cette déformation dépend de la dilatation du tube de rayons X et de l'ensemble du support. La température peut varier exponentiellement avec le temps lorsque l'équation de la chaleur est résolue avec un terme de perte (la réponse est alors celle d'un système du premier ordre (De Vriendt, 1987))

$$\epsilon(t) = \epsilon_\infty [1 - \exp(-t/\tau)] \quad [15]$$

où  $\epsilon_\infty$  est la déformation à l'équilibre (thermique), c'est-à-dire lorsque la température du tomographe est stabilisée. La figure 5a montre que des niveaux non négligeables sont atteints. Par exemple, pour un essai de traction in situ la déformation apparente s'écrit

$$\epsilon_l^a = \frac{\sigma}{E} + \epsilon \quad , \quad \epsilon_t^a = -\frac{\nu\sigma}{E} + \epsilon \quad [16]$$

où  $\epsilon_l^a$  est la déformation longitudinale apparente,  $\epsilon_t^a$  la déformation transverse apparente,  $\sigma$  la contrainte de traction,  $E$  le module de Young, et  $\nu$  le coefficient de Poisson. Si l'on considère une fonte à graphite sphéroïdal (comme dans le cas présent), la déformation longitudinale pour une contrainte appliquée de 290 MPa est de l'ordre de  $1.8 \cdot 10^{-3}$ , et la déformation transverse de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-4}$ . Ces niveaux sont inférieurs à ceux observés en figure 5a. Si cet effet n'est pas pris en compte, il est impossible d'estimer ni les propriétés élastiques de ce type de matériau, ni les facteurs d'intensité des contraintes comme illustré sur la figure 10 du paragraphe 4.2.



**Figure 5.** Évolution de la déformation de dilatation en fonction du temps pour trois séries d'acquisitions (a). Évolution de la déformation normée  $\epsilon/\epsilon_\infty$  en fonction du temps pour les trois séries (b). Les lignes pointillées correspondent à une interpolation utilisant les équations [15] et [16].

Dans d'autres cas, le scan de référence n'est pas fait au tout début de la mise en chauffe du tomographe, mais à un temps  $t_\Delta$  de telle manière que l'incrément de déformation  $\Delta\epsilon$  doit être considéré

$$\Delta\epsilon(t) = \epsilon_\infty [1 - \exp\{(t_\Delta - t)/\tau\}] \quad [17]$$

où  $\epsilon_\infty$  doit être ajusté indépendamment pour chaque condition d'utilisation du tomographe (la température de l'environnement du tomographe n'étant pas nécessairement identique). On suppose cependant que le temps caractéristique  $\tau$  est une donnée intrinsèque au système étudié. Les paramètres  $\epsilon_\infty$  et  $\tau$  sont déterminés pour les trois séries considérées (figure 5b). La valeur de la déformation à saturation varie de  $3.7 \cdot 10^{-3}$  à  $4.5 \cdot 10^{-3}$ . Le temps  $t_\Delta$  est égal à 40 min pour la deuxième série, et 170 min pour la troisième. Ces valeurs sont cohérentes avec le fait que pour la deuxième série un scan a été réalisé entre le moment où le tomographe a été allumé et où l'essai 2 a commencé (cela a duré 40 min environ). Pour la troisième série, trois scans ont été réalisés avant que commence l'essai (durée total : 173 min). Enfin, le temps caractéristique  $\tau$  est de 130 min. Ce dernier résultat indique que si l'on veut éviter des déformations parasites supérieures à  $10^{-3}$ , il est nécessaire de faire chauffer le tube durant 3 heures. Ceci est confirmé par les résultats obtenus pour la troisième série (figure 5a). Un temps de chauffage de l'ordre de 5 h conduit à des déformations inférieures à  $4 \cdot 10^{-4}$  dans le cas présent.

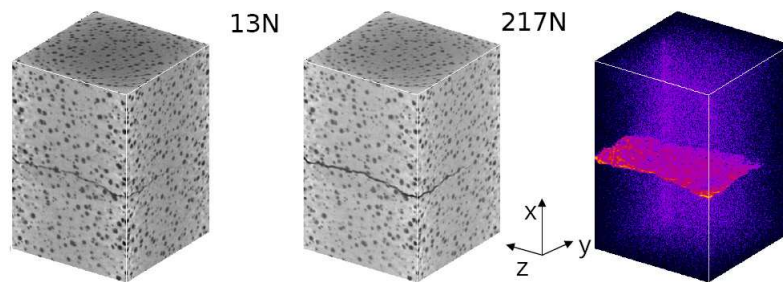
#### 4. Analyse d'un essai de fissuration

Afin de pouvoir analyser un essai de fissuration, il faut caractériser la morphologie de la surface de la fissure, localiser le front de la fissure et enfin estimer les facteurs

d'intensité de contraintes. Ces trois informations sont extraites à partir du champ de déplacement mesuré et des résidus de corrélation.

#### 4.1. Surface de fissuration

L'utilisation des éléments finis étendus nécessite de connaître avec précision la position et la géométrie de la fissure (problème qui ne se pose pas pour la simulation). Une voie naturelle est la segmentation de l'image de tomographie (Ferrié *et al.*, 2006). Une autre méthodologie a été adoptée ici. Une première mesure de champ de déplacement utilisant une cinématique non enrichie (C8-DVC) aboutit à des cartes de résidus de corrélation caractérisant très clairement le support géométrique de la fissure (figure 6). En effet, en utilisant une cinématique non enrichie (c'est-à-dire continue et donc inapte à représenter la cinématique de la fissure) des niveaux d'erreur élevés sont obtenus le long de son support géométrique.

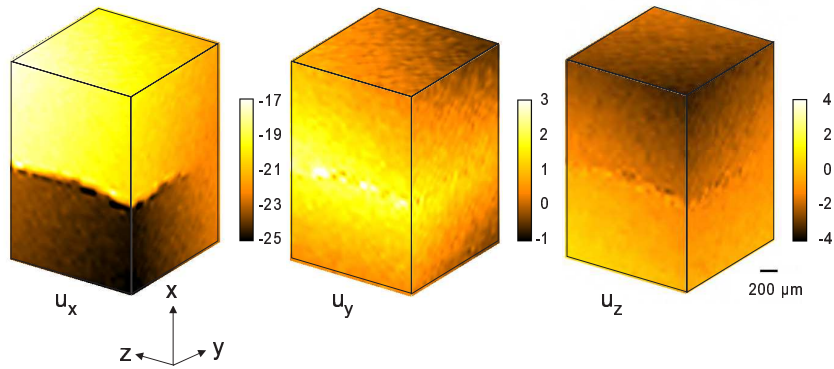


**Figure 6.** Volume de référence, volume sous sollicitation corrigé du déplacement mesuré, et champ de résidu de corrélation obtenu par soustraction des deux volumes.

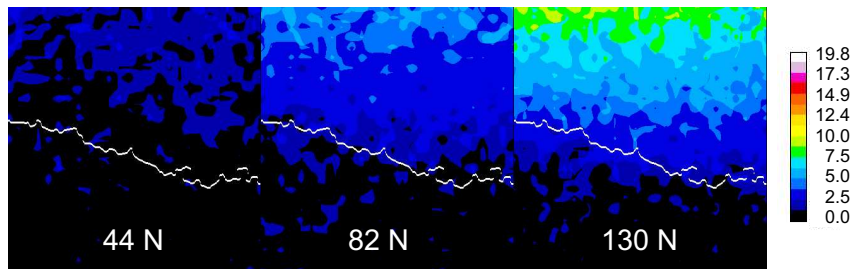
Les trois composantes du champ de déplacement  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  sont montrées en figure 7. L'amplitude la plus grande est obtenue pour la composante  $u_x$  le long de la direction de sollicitation, montrant que la situation étudiée est en mode I prépondérant.

D'un point de vue théorique, une fissure est ouverte en mode I lorsque le saut de déplacement  $\Delta u_x > 0$ . Pour la taille d'élément choisie, l'incertitude de mesure est estimée à 0.08 voxel (ou 300 nm) et une ouverture de fissure supérieure à trois fois cette valeur (0.24 voxel ou 1  $\mu\text{m}$ ) est considérée pour pouvoir déclarer la fissure ouverte. Les valeurs inférieures à ce seuil sont noires sur la figure 8. Pour un effort de 44 N, de nombreux points de contact sont observés. Seule une petite zone semble résister à l'ouverture lorsque l'effort est égal à 82 N. Enfin, la fissure est complètement ouverte pour un effort de 130 N.

À partir des cartes d'erreur, des algorithmes de détection de surfaces en 3D (Rannou *et al.*, 2010) ont été mis en œuvre. Une stratégie multiéchelles a été mise

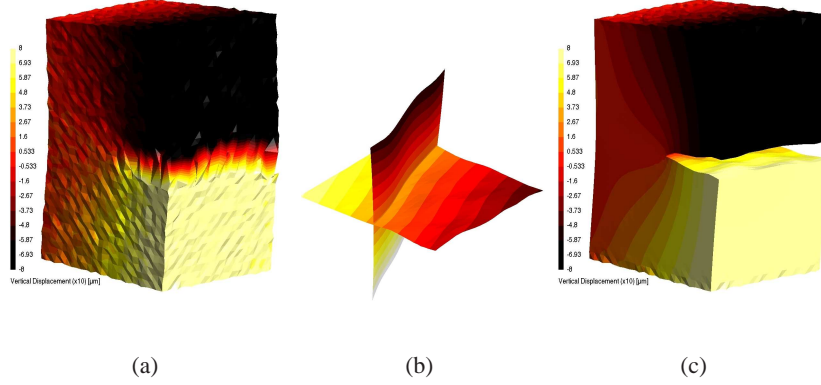


**Figure 7.** Représentation 3D des composantes (en voxels) du déplacement du volume sollicité (1 voxel  $\leftrightarrow$  3.5  $\mu\text{m}$ ).



**Figure 8.** Champs d'ouverture de fissure  $\Delta u_x$  (en  $\mu\text{m}$ ) extrait du saut de déplacement  $u_x$  de part et d'autre de la surface de la fissure pour différentes valeurs d'effort. La ligne blanche indique la position estimée visuellement du front.

en œuvre afin de restaurer progressivement l'ensemble des rugosités des surfaces de fissuration dans une description par fonctions de niveau (Réthoré *et al.*, 2008a ; Rannou *et al.*, 2010). La figure 9a montre les champs de déplacement dans la direction de traction obtenus par corrélation volumique corrigée et par la simulation numérique effectuée avec le premier champ utilisé comme condition aux limites. On montre également les iso-0 des fonctions de niveaux obtenues à partir des résidus de corrélation et grâce aux algorithmes de détection de fissure (figure 9b).



**Figure 9.** Analyse d'un essai de traction *in situ* dans un tomographe de laboratoire. (a) Champ de déplacement obtenu par corrélation de tomographies (DVC). (b) Géométrie de fissure extraite des résidus de corrélation. (c) Champ de déplacement obtenu par simulation numérique à partir des conditions aux limites issues de la corrélation d'images. La comparaison des évolutions le long du front de la fissure des facteurs d'intensité des contraintes obtenus à partir des champs de déplacement mesurés et calculés est montrée en figure 11.

#### 4.2. Localisation du front de fissure et extraction des facteurs d'intensité des contraintes

Le champ de déplacement dans un milieu infini contenant une fissure semi-infinie dans la direction  $y$  ( $y < 0$  du plan  $x = 0$ ) s'écrit comme une combinaison d'une triple série (Bui, 1978) de solutions élémentaires  $\phi$  associées aux modes I (ouverture), II (cisaillement plan) et III (cisaillement anti-plan)

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{M=I,II,III} \sum_n \omega_M^n \phi_M^n(\mathbf{x}) \quad [18]$$

où  $\omega_M^n$  sont les amplitudes à déterminer. Afin d'alléger la présentation, on n'explicitera les expressions que dans le cas particulier du mode I. On peut utiliser les coordonnées polaires  $(r, \theta)$  pour un point courant, ou son affixe dans le plan complexe  $\mathbf{z} = r \exp(i\theta)$ , où l'origine se situe à la pointe de la fissure dans le plan  $z = \text{constante}$  considéré et les angles  $\theta$  sont mesurés par rapport à  $y$ . En mode I, la solution élémentaire d'ordre  $n$  s'écrit (Williams, 1957)

$$\begin{aligned} \phi_I^n(r, \theta) = r^{n/2} & \left[ \kappa \exp(in\theta/2) - \frac{n}{2} \exp\{i(4-n)\theta/2\} \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{n}{2} + (-1)^n \right\} \exp(-in\theta/2) \right] \end{aligned} \quad [19]$$

où  $\kappa$  est la constante de Kolossov,  $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  en contraintes planes ou  $\kappa = (3 - 4\nu)$  en déformations planes, et  $\nu$  le coefficient de Poisson. Tous ces champs sont des fonctions homogènes de la distance  $r$  à la pointe de fissure. Avec la convention choisie ici, tous les champs tels que  $0 \leq n < \infty$  conduisent à des solutions à énergie élastique finie (même lorsque  $r \rightarrow 0$ ). Tous les indices impairs produisent des champs discontinus au travers de la surface fissurée contrairement aux indices pairs. Le cas  $n = 0$  correspond à une translation dans la direction  $y$ ,  $n = 1$  est le champ classique de mécanique de la rupture dont l'amplitude est proportionnelle au facteur d'intensité des contraintes (ici en mode I). Le cas  $n = 2$  caractérise l'effet de la contrainte T. Les indices plus grands correspondent à des champ « sub-singuliers » qui permettent de prendre en compte des conditions aux limites mais n'affectent pas le chargement mécanique près du front de fissure.

Une propriété intéressante est que la dérivée de ces champs par rapport à la position de la pointe de fissure le long de l'axe  $y$  (égale à  $-\partial\phi_M^n/\partial y$ ) appartienne à la même série (Roux *et al.*, 2009)

$$-\frac{\partial\phi_I^n}{\partial y} = \frac{n}{2}\phi_I^{n-2} \quad [20]$$

De cette dernière équation, on peut en déduire que

$$\frac{\partial^m\phi_I^1}{\partial x^m} = -\frac{(2m-2)!}{2^{2m-1}(m-1)!}\phi_M^{1-2m} \quad [21]$$

Bien que la surface fissurée puisse généralement être déterminée par corrélation d'images, la localisation précise du front de fissure est beaucoup plus délicate (l'incertitude de mesure rend cet exercice particulièrement délicat). Supposons que la pointe de la fissure ait été mal positionnée d'une petite distance  $d$  le long de l'axe  $y$ . La nouvelle décomposition du champ de déplacement s'écrit

$$\mathbf{u}(\mathbf{z} + d) = \sum_n \tilde{\omega}_I^n \phi_I^n(\mathbf{z} + d) \quad [22]$$

Lorsque cette expression est linéarisée par rapport à la position exacte de la pointe de fissure, on obtient

$$\omega_I^n = \tilde{\omega}_I^n - \frac{n+2}{2}\tilde{\omega}_I^{n+2}d \quad [23]$$

En particulier, une fissure dans un milieu infini telle que  $\omega_j^n = \delta_{n1}K_0$ , va induire un term correctif  $\tilde{\omega}_j^{-1} = dK_0/2$  d'ordre -1. Ce champ « super-singulier » est d'habitude écarté car à énergie élastique infinie en pointe de fissure. Il est cependant naturel d'interpréter l'amplitude  $\tilde{\omega}_j^{-1}$  comme résultant d'un mauvais positionnement de la pointe de la fissure. Le positionnement de la fissure va alors consister à annuler l'amplitude ( $\omega_j^{-1} = 0$ ) associée à ce premier champ super-singulier

$$d = \frac{2\tilde{\omega}_j^{-1}}{\tilde{\omega}_j^1} \quad [24]$$



On notera également qu'un mauvais positionnement de la pointe de la fissure engendre une variation du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta\omega_j^1 = \tilde{\omega}_j^1 - \omega_j^1$

$$\frac{\Delta\omega_j^1}{\tilde{\omega}_j^1} = \frac{3\tilde{\omega}_j^{-1}\tilde{\omega}_j^3}{(\tilde{\omega}_j^1)^2} \quad [25]$$

qui dépend de trois amplitudes ( $\tilde{\omega}_j^{-1}$ ,  $\tilde{\omega}_j^1$ , et  $\tilde{\omega}_j^3$ ). La localisation du front de la fissure sur sa surface s'effectue à l'aide d'un processus itératif en utilisant les résultats précédents. A position de front fixée, on détermine au sens des moindres carrés les meilleures amplitudes  $\omega_M^n$  associées à la décomposition [18]. La nouvelle position peut alors être estimée en utilisant le résultat [24]. Ce schéma est stoppé lorsque  $d$  n'évolue plus.

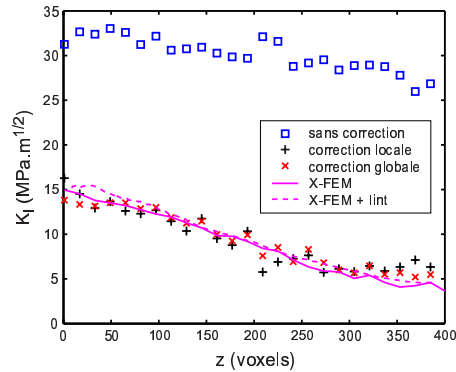
Il existe d'autres manières d'extraire des facteurs d'intensité des contraintes (Roux *et al.*, 2009). Parmi celles-ci, une des plus utilisées dans le cas de simulations numériques est l'intégrale d'interaction. Il s'agit d'évaluer une intégrale de domaine ( $\Omega$ )

$$I = - \int_{\Omega} [\sigma_{ml}^a u_{m,l} \delta_{kj} - (\sigma_{ij}^a u_{i,k} + \sigma_{ij} u_{i,k}^a)] q_{k,j} \, dx \quad [26]$$

où  $\mathbf{u}$  et  $\boldsymbol{\sigma}$  sont les champs de déplacements et de contraintes liés par une loi de comportement élastique,  $\mathbf{u}^a$  et  $\boldsymbol{\sigma}^a$  ceux d'un problème élastique auxiliaire,  $\delta$  le symbole de Kronecker, et  $\mathbf{q}$  un champ vectoriel appelé champ d'extension virtuelle (Parks, 1974 ; Hellen, 1975). Ce dernier s'annule à l'extérieur du domaine  $\Omega$ , il est parallèle au chemin de fissuration, et il est égal au vecteur unité pointant dans la direction de propagation à la pointe de la fissure. Ces deux méthodes ont été utilisées pour évaluer les facteurs d'intensité des contraintes présentés en figure 10.

Les variations de température dans le bâti du tomographe induisent pour la mesure par corrélation volumique une dilatation artificielle qui rend délicate l'exploitation quantitative de cette mesure. Cet effet, qui est négligeable sur les images « classiques » de tomographie ou sur des tomographes synchrotron à faisceau parallèle (Rannou *et al.*, 2010), est du même ordre de grandeur que les déformations élastiques des matériaux métalliques courants (de l'ordre de  $10^{-3}$ ) et vient par conséquent perturber fortement les champs de déplacement mesurés par corrélation (voir paragraphe 3.2). Une technique de correction de ces artefacts consiste à ajouter à la base de fonctions sur laquelle on projette les champs de déplacement pour extraire les facteurs d'intensité des contraintes, un champ de dilatation homogène (cf. équation [12]). Ainsi, cette dilatation artificielle ne fait plus « travailler » les champs correspondant à l'ouverture de la fissure et l'extraction des facteurs d'intensité des contraintes fournit des informations quantitatives (figure 10). La méthode de correction de dilatation présente un fort intérêt, au delà de la caractérisation des fissures de fatigue, pour corriger les images de tomographie obtenues dans un tomographe de laboratoire, par exemple dans le cas où des résolutions micrométriques (voire sub-micrométriques pour les sources nanofoyers) sont attendues.

La figure 10 montre l'évolution de  $K_I$  le long du front de la fissure pour différentes stratégies. Si l'on extrait  $K_I$  directement en utilisant la méthode des moindres car-

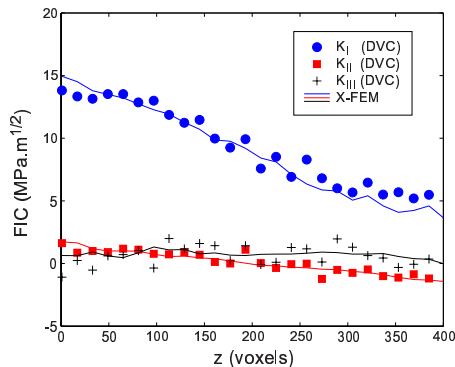


**Figure 10.** Extraction du champ de facteur d'intensité en mode I avec et sans prise en compte de la dilatation pour le post-traitement des mesures par corrélation d'images. Comparaison avec des calculs X-FEM avec deux techniques d'extraction de facteur d'intensité des contraintes.

rés, on obtient des valeurs comprises entre 25 et 35  $\text{MPa.m}^{1/2}$ . Une correction locale tranche par tranche permet de retrouver des valeurs cohérentes de  $K_I$ . Une correction globale donne des résultats similaires mais avec moins de fluctuations et le champ de déplacement corrigé globalement peut être utilisé comme condition aux limites pour une simulation numérique X-FEM.

## 5. Calcul

Un comportement élastique linéaire s'est révélé être suffisant pour l'évaluation des facteurs d'intensité des contraintes. Les estimations numériques des FICs peuvent finalement être confrontées à celles obtenues expérimentalement. Le champ de déplacement calculé est ensuite post-traité avec l'intégrale d'interaction et la méthode des moindres carrés utilisée ici pour les champs mesurés. On obtient un excellent accord non seulement entre les valeurs expérimentales et numériques mais également entre l'intégrale d'interaction et les moindres carrés (figure 10) dans le cas du mode I. Un très bon accord a été observé sur l'ensemble du front de la fissure pour tous les modes (I, II et III) et la majorité des niveaux de charge (dont l'un est montré en figure 11). L'hypothèse de plasticité confinée a pu être validée par des calculs élasto-plastiques 3D X-FEM pour des géométrie de fissures et des conditions de chargement similaires (Rannou *et al.*, 2009b). Ces résultats sont une première validation de l'ensemble de la démarche proposée dans le cadre de cette étude.



**Figure 11.** Facteurs d'intensité des contraintes (FIC) en mode I, II et III le long du front de la fissure obtenus par simulation (X-FEM) et par corrélation d'images volumiques (DVC). Les résultats expérimentaux (symboles) sont comparés aux simulations numériques (X-FEM) avec le même maillage, la même géométrie de fissure et des conditions aux limites expérimentales.

## 6. Discussion

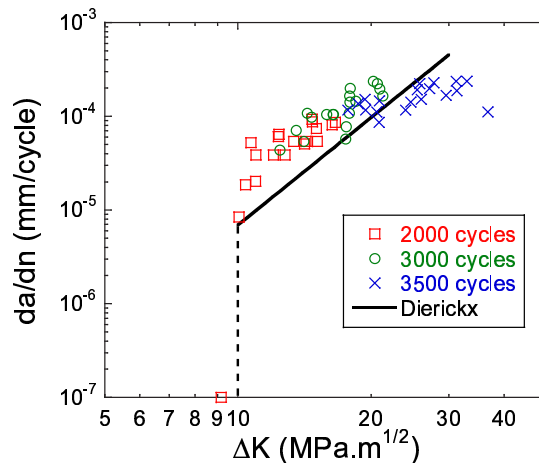
L'exploitation de ces données par corrélation d'images volumiques a donné des résultats permettant notamment d'évaluer le facteur d'intensité des contraintes à l'ouverture,  $K_{ouv}$ . La valeur de  $K_{ouv}$  mesurée,  $6.5 \text{ MPa.m}^{1/2}$ , est en accord avec les données de la littérature pour ce matériau (Clément *et al.*, 1984 ; Ogawa *et al.*, 1987 ; Wasen *et al.*, 1998) prouvant ainsi la faisabilité de ce type de mesure sur un « simple » tomographe de laboratoire. Le dépouillement des essais (figure 11) a été réalisé en combinant l'analyse directe des images 3D qui permet de mesurer la position du front de fissure, l'analyse des champs de déplacement obtenus par corrélation qui permet d'extraire la cartographie de l'ouverture de la fissure (COD) dans toute la section de l'éprouvette et l'extraction des valeurs de FIC le long du front à partir des résultats de corrélation.

Une campagne complète d'essais a par ailleurs été menée à l'ESRF en 2008 pour suivre *in situ* la propagation des fissures. L'utilisation d'un dispositif de fatigue *in situ* permet de soumettre l'éprouvette préfissurée à une charge donnée comprise entre les efforts  $F_{min}$  et  $F_{max}$  du chargement cyclique à  $R = 0.1$  de manière à détecter l'ouverture / fermeture de la fissure puis de cycloper l'éprouvette à une fréquence pouvant atteindre 50 Hz de manière à faire propager la fissure entre deux acquisitions d'images.

Les images 3D ainsi obtenues (taille de voxel de  $5.1 \mu\text{m}$ ) pour 3 échantillons préfissurés ont été exploitées par corrélation volumique en utilisant les outils développés pour le dépouillement des essais sur tomographe de laboratoire. La corrélation a été réalisée entre l'image à  $F_{min}$  du cycle considéré et l'image à une charge  $F$  supérieure : on mesure ainsi une amplitude de FIC  $\Delta K$ . Les résultats obtenus montrent un

bon accord avec ceux obtenus à l'aide du tomographe de laboratoire puisqu'une valeur de  $K_{ouv}$  autour de  $6.5 \text{ MPa.m}^{1/2}$  a également été estimée pour les 3 échantillons testés. Par ailleurs, des différences de propagation notables entre ces échantillons ont été observées. Celles-ci ont été analysées à l'aide des cartes de COD et des valeurs locales de  $K_I$ .

Les analyses combinées mettent systématiquement en évidence un retard à la propagation dans la zone du front de fissure qui présente un phénomène de fermeture (et réciproquement). Des mesures de profilométrie post mortem ont mis en évidence un lien entre la fermeture locale et la topographie de la fissure. Il apparaît ainsi que la zone où la fissure s'ouvre le moins (et possède donc un  $\Delta K_I$  plus faible) correspond à une « marche » d'environ  $75 \mu\text{m}$  de hauteur alors que le reste de la fissure (où l'ouverture est plus importante) est plutôt plan.



**Figure 12.** Report des valeurs de  $\Delta K_I$  mesurées le long du front pour différents nombres de cycles  $N$  sur une courbe  $da/dN-\Delta K$  et comparaison avec les données de propagation obtenues sur éprouvettes CT (Dierickx, 1996).

Afin de tester la cohérence des mesures faites sur mini-éprouvettes avec celles obtenues lors d'essais classiques sur éprouvettes macroscopiques, une courbe  $da/dN$  en fonction de  $\Delta K = \Delta K_I$  est obtenue pour la même fonte GS. Il apparaît (figure 12) que les points correspondant au côté bloqué (droit) se situent en dessous du seuil de propagation (mesuré lors d'essais macroscopiques sur éprouvettes CT) alors que ceux mesurés du côté gauche (où la propagation est immédiate) sont situés au dessus (vitesse de propagation de l'ordre de  $10^{-4} \text{ mm/cycle}$ ). Ceci montre le potentiel des essais sur micro-éprouvettes pour suivre la propagation des fissures par rapport aux éprouvettes macroscopiques classiques.

## 7. Conclusions et perspectives

Grâce au couplage fort entre les techniques d'imagerie tridimensionnelle (microtomographie RX), la mesure de champ de déplacements tridimensionnels par corrélation d'images étendue (X-DVC), et la simulation X-FEM 3D multi-grilles, il est maintenant possible d'identifier localement, en trois dimensions, tout au long de la sollicitation de fatigue la distribution complète des facteurs d'intensité des contraintes le long du front de fissure.

Ce travail a également révélé les défis scientifiques et techniques suivants :

- Le domaine des mesures 3D par corrélation d'images volumiques obtenues par microtomographie RX a révélé des erreurs systématiques et surtout des fluctuations sur les champs de déplacements expérimentaux plus élevées que pour des analyses 2D, probablement en raison d'artefacts de reconstruction de l'image 3D à partir des radiographies 2D. Pour les tomographes de laboratoire à faisceau divergent, on peut également observer un artefact très important lié à la variation de la température du tube de rayons X.

- La mécanique élastique linéaire de la rupture comme hypothèse principale de l'outil de simulation multi-grilles X-FEM (couplée à la modélisation de la fissure par fonctions de niveaux externes), s'est révélée insuffisante pour la simulation de la croissance des fissures de fatigue en 3D avec des effets non linéaires au voisinage du front de la fissure. Ces effets doivent être pris en compte dans le modèle numérique afin de décrire les effets induits par la plasticité confinée en pointe de fissure, les effets de surcharge, l'effet de refermeture, et le contact-frottement entre les lèvres de la fissure dans la loi de propagation (Pommier *et al.*, 2009).

- Une première estimation de la loi de propagation a été obtenue (figure 12) à partir des données expérimentales post-traitées. Une loi de propagation 3D locale et intrinsèque n'est cependant pas encore disponible pour une description précise dans le cas de fissures micro-structuralement longues, non planes et soumises à des chargements cycliques en mode mixte (éventuellement avec spectres complexes). En effet, la plasticité confinée, les effets de refermeture au voisinage du front de la fissure ont une influence significative sur les taux de croissance des fissures de fatigue.

## Remerciements

Cette étude a été soutenue par la Fondation CETIM (projet PROPAVANFIS), le CNRS et l'ANR (projet RUPXCUBE, ANR-09-BLAN-0009) que nous remercions ici chaleureusement. Elle a également bénéficié d'un soutien par l'ESRF (expérience MA-501 sur la ligne de lumière ID19).

## 8. Bibliographie

- J. Baruchel, J.-Y. Buffière, E. Maire, P. Merle, G. Peix, *X-Ray Tomography in Material Sciences*, Hermes Science, Paris (France), 2000.
- B. K. Bay, T. S. Smith, D. P. Fyhrie, M. Saad, « Digital volume correlation: three-dimensional strain mapping using X-ray tomography », *Exp. Mech.*, vol. 39, 1999, pp. 217-226.
- G. Besnard, F. Hild, S. Roux, « "Finite-element" displacement fields analysis from digital images: Application to Portevin-Le Châtelier bands », *Exp. Mech.*, vol. 46, 2006, pp. 789-803.
- T. Black, T. Belytschko, « Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 45, 1999, pp. 601-620.
- M. Bornert, J.-M. Chaix, P. Doumalin, J.-C. Dupré, T. Fournel, D. Jeulin, E. Maire, M. Moreaud, H. Moulinec, « Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l'analyse des matériaux et des structures », *Inst. Mes. Métrol.*, vol. 4, 2004, pp. 43-88.
- J.-Y. Buffière, E. Maire, J. Adrien, J.-P. Masse, E. Boller, « In Situ Experiments with X ray Tomography: an Attractive Tool for Experimental Mechanics », *Exp. Mech.*, vol. 50, 2010, pp. 289-305.
- H.D. Bui, *Mécanique de la rupture fragile*, Masson, Paris (France), 1978.
- P. Clément, J.-P. Angeli, A. Pineau, « Short Crack Behavior in Nodular Cast Iron, *Fatigue Eng. Mater. Struct.*, vol. 7, 1984, pp. 251-265.
- A. B. De Vriendt, *La transmission de la chaleur*, Morin, Québec (Canada), 1987.
- P. Dierickx, Etude de la microstructure et des mécanismes d'endommagement de fontes G.S. ductiles : influence des traitements thermiques de ferritisation, thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1996.
- E. Ferrié, J.-Y. Buffière, W. Ludwig, A. Gravouil, L. Edwards, « Fatigue crack propagation: In situ visualization using X-ray microtomography and 3D simulation using the extended finite element method », *Acta Mat.*, vol. 54, 2006, pp. 1111-1122.
- F. Forsberg, R. Mooser, M. Arnold, E. Hack, P. Wyss, « 3D micro-scale deformations of wood in bending: Synchrotron radiation  $\mu$ CT data analyzed with digital volume correlation », *J. Struct. Biol.*, vol. 164, 2008, pp. 255-262.
- L. C. Gui, W. Merzkirch, « A comparative study of the MQD method and several correlation-based PIV evaluation algorithms », *Exp. in Fluids*, vol. 28, 2000, pp. 36-44.
- T. K. Hellen, « On the method of virtual crack extensions », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 9, 1975, pp. 187-207.
- F. Hild, B. Raka, M. Baudequin, S. Roux, F. Cantelaube, « Multi-Scale Displacement Field Measurements of Compressed Mineral Wool Samples by Digital Image Correlation », *Appl. Optics*, vol. IP 41, 2002, pp. 6815-6828.
- N. Limodin, J. Réthoré, J.-Y. Buffière, A. Gravouil, F. Hild, S. Roux, « Crack closure and stress intensity factor measurements in nodular graphite cast iron using 3D correlation of laboratory X ray microtomography images », *Acta Mat.*, vol. 57, 2009, pp. 4090-4101.
- L. Liu, E. Morgan, « Accuracy and precision of digital volume correlation in quantifying displacements and strains in trabecular bone », *J. Biomech.*, vol. 40, 2007, pp. 3516-3520.
- N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, « A finite element method for crack growth without remeshing », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 46, 1999, pp. 133-150.

- T. Ogawa, H. Kobayashi, « Near-threshold fatigue crack growth and crack closure in a nodular cast iron », *Fat. Fract. Eng. Mat. Struct.*, vol. 10, 1987, pp. 273-280.
- D. M. Parks, « A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors », *Int. J. Fract.*, vol. 10, 1974, pp. 487-502.
- S. Pommier, P. Lopez-Crespo, P.-Y. Decreuse, « A multi-scale approach to condense the cyclic elastic-plastic behaviour of the crack tip region into an extended constitutive model », *Fat. Fract. Eng. Mat. Str.*, vol. 32, 2009, pp. 899-915.
- J. Rannou, A. Gravouil, M.-C. Baietto, « A local multigrid X-FEM strategy for 3-D crack propagation », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 77, 2009, pp. 581-600.
- J. Rannou, A. Gravouil, M.-C. Baietto, « Une méthode multi-grilles localisée X-FEM dédiée à la propagation tridimensionnelle de fissures de fatigue », *Actes du 9<sup>e</sup> Colloque national en calcul des structures*, Giens (France), 25-29 mai 2009, 6 p.
- J. Rannou, N. Limodin, J. Réthoré, A. Gravouil, W. Ludwig, M.-C. Baietto, J.-Y. Buffière, A. Combescure, F. Hild, S. Roux, « Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack », *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 199, 2010, pp. 1307-1325.
- J. Réthoré, F. Hild, S. Roux, « Shear-band capturing using a multiscale extended digital image correlation technique », *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 196, 2007, pp. 5016-5030.
- J. Réthoré, S. Roux, F. Hild, « From pictures to extended finite elements: Extended digital image correlation (X-DIC) », *C. R. Mécanique*, vol. 335, 2007, pp. 131-137.
- J. Réthoré, F. Hild, S. Roux, « Extended digital image correlation with crack shape optimization », *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 73, 2008, pp. 248-272.
- J. Réthoré, J.-P. Tinnes, S. Roux, J.-Y. Buffière, F. Hild, « Extended three-dimensional digital image correlation (X3D-DIC) », *C. R. Mécanique*, vol. 336, 2008, pp. 643-649.
- J. Réthoré, S. Roux, F. Hild, « Noise-robust Stress Intensity Factor Determination from Kinematic Field Measurements », *Eng. Fract. Mech.*, vol. 75, 2008, pp. 3763-3781.
- J. Réthoré, G. Besnard, G. Vivier, F. Hild, S. Roux, « Experimental investigation of localized phenomena using Digital Image Correlation », *Phil. Mag.*, vol. 88, 2008, pp. 3339-3355.
- J. Réthoré, S. Roux, F. Hild, « An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis fractured samples », *Eur. J. Comput. Mech.*, vol. 18, 2009, pp. 285-306.
- S. Roux, F. Hild, P. Viot, D. Bernard, « Three dimensional image correlation from X-Ray computed tomography of solid foam », *Comp. Part A*, vol. 39, 2008, pp. 1253-1265.
- S. Roux, J. Réthoré, F. Hild, « Digital Image Correlation and Fracture: An Advanced Technique for Estimating Stress Intensity Factors of 2D and 3D Cracks », *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 42, 2009, pp. 214004.
- P. L. Salmon, X. Liu, A. Sasov, « A post scan method for correcting artefacts of slow geometry changes during micro-tomographic scans », *J. X-Ray Sci. Tech.*, vol. 17, 2009, pp. 161-174.
- T. S. Smith, B. K. Bay, M. M. Rashid, « Digital volume correlation including rotational degrees of freedom during minimization », *Exp. Mech.*, vol. 42, 2002, pp. 272-278.
- S. Suresh, *Fatigue of Materials*, Cambridge University Press, Cambridge (UK), 1991.
- E. Verhulp, B. van Rietbergen, R. Huiskes, « A three-dimensional digital image correlation technique for strain measurements in microstructures », *J. Biomech.*, vol. 37, 2004, pp. 1313-1320.

- J. Wasen, E. Heier, « Fatigue crack growth thresholds-the influence of Young's modulus and fracture surface roughness », *Int. J. Fat.*, vol. 20, 1998, pp. 737-742.
- M. L. Williams, « On the stress distribution at the base of a stationary crack, *ASME J. Appl. Mech.*, vol. 24, 1957, pp. 109-114.