HAL
open science

Comparaison et évaluation des méthodes de calcul des facteurs d'importance fiabilistes pour les systèmes dynamiques

van Phuc Do, Christophe Bérenguer, Laurence Dieulle

To cite this version:

van Phuc Do, Christophe Bérenguer, Laurence Dieulle. Comparaison et évaluation des méthodes de calcul des facteurs d'importance fiabilistes pour les systèmes dynamiques. 6ème Congrès International Pluridisciplinaire Qualité et Sûreté de Fonctionnement (Qualita2005), Mar 2005, Bordeaux, France. 8p. hal-00705260

HAL Id: hal-00705260

https://hal.science/hal-00705260v1

Submitted on 7 Jun 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

COMPARAISON ET EVALUATION DES METHODES DE CALCUL DES FACTEURS D'IMPORTANCE FIABILISTES POUR LES SYSTEMES DYNAMIQUES

Van Phuc DO - Christophe BERENGUER - Laurence DIEULLE

Université de Technologie de Troyes (UTT)
Institut des Sciences et Technologies de l'Information de Troyes (ISTIT-FRE 2732 CNRS)
Equipe Modélisation et Sûreté des Systèmes (M2S)
12, rue Marie Curie B.P. 2060 - 10010 Troyes Cedex - France
Tel: 03 25 71 56 33 – Fax: 03 25 71 56 49
E-mail: christophe.berenguer@utt.fr

Résumé:
Cette communication présente trois méthodes d'évaluation les facteurs d'importance des composants d'un système dynamique modélisé dans l'espace des états. Les possibilités d'application de ces méthodes en fonction des caractéristiques (composants indépendants et/ou réparables, taille du système) du système étudié sont évoquées et leurs performances sont illustrées sur un exemple simple de système dynamique.

Mots clés : Sûreté de fonctionnement des systèmes, arbre de défaillance dynamique, facteurs d'importance fiabilistes, études probabilistes de sûreté, chaîne de Markov.

Abstract: In this paper, three methods are presented for sensitivity analysis and importance factor evaluation for dynamic systems. The application scope of these three methods, based on a Markov modelling approach, is analysed with respect to the system properties (size, repairable components, components dependencies). Numerical results obtained on a simple dynamic systems are presented.

Key words: System reliability, dynamic fault tree, importance factors, probabilistic risk assessment, Markov chain.

1 – Introduction

Les facteurs d'importance fiabilistes permettent de fournir des éléments d'aide à la décision pour améliorer la conception et l'exploitation d'un système en en identifiant les principaux points faibles. Plusieurs indicateurs de sensibilité ont été proposés pour évaluer l'importance relative d'un composant en prenant en compte de façon conjointe ses contributions structurelle et probabiliste à la fiabilité du système (facteur de Birnbaum, de Vesely-Fussel, de Lambert, …). Les facteurs d'importance ont été classiquement définis dans le cadre des modèles booléens de fiabilité (arbres de défaillances, arbres d'événements) et des algorithmes d'évaluation performants, basés notamment sur les diagrammes de décision binaire ont été développés, [1]. Sous leur forme classique et avec les méthodes d'évaluation actuelles, ils constituent donc des indicateurs de performances statiques, utilisables sous l'hypothèse de composants binaires et indépendants et pour une architecture de système définie a priori. L'utilisation des facteurs d'importances fiabilistes pour l'aide à la décision sur des systèmes réels impose pourtant souvent la prise en compte d'hypothèses plus réalistes et, par suite, le développement de nouvelles méthodes d'évaluation. En présence de dépendances fonctionnelles et structurelles entre les composants d'un système (architecture reconfigurable selon la phase de mission en cours, redondances passives, effets des actions de maintenance, partage de charge, interactions stochastiques entre composants, …), les études de fiabilité doivent adopter des approches dynamiques, relevant soit de modèles analytiques (modèle de Markov, arbres de défaillances dynamiques, …), soit de méthodes basées sur la simulation stochastique (simulation de Monte Carlo), soit de méthodes mixtes. Dans ce contexte, l'analyse de sensibilité basée sur des modèles analytiques, notamment pour les systèmes de grande taille, se heurte naturellement aux difficultés classiques de l'analyse markovienne et il est nécessaire d'élaborer des méthodes pour une analyse de sensibilité approchée des systèmes dynamiques de grande taille. L'objectif de ce papier est de proposer une comparaison des méthodes permettant d'évaluer les facteurs d'importance des composants à

partir de modèles dynamiques définis dans l'espace des états et de faire le point sur leur champ d'application en fonction des caractéristiques du système considéré (composants indépendants et/ou réparables).
Après un bref rappel sur le facteur d'importance considéré dans cette communication, on envisage successivement trois méthodes de calcul des facteurs d'importance (méthode de perturbation, méthode Frank et méthode de Ou & Dugan). Ces méthodes sont comparées sur un exemple simple de système dynamique.

2 – Facteur d'importance fiabiliste (facteur d'importance marginal)

Le facteur d'importance marginal, introduit par Birnbaum en 1969 [2], est défini comme une mesure de la variation de la fiabilité (ou disponibilité du système) en fonction de la fiabilité d'un composant, défini de la façon suivante :

$$I^B(i/t) = \frac{\partial A(t)}{\partial p_i(t)} = \frac{\partial \overline{A}(t)}{\partial q_i(t)} \qquad (1)$$

avec $A(t)$, $p_i(t)$: fiabilité (ou disponibilité) du système et du composant i
$\overline{A}(t)$, $q_i(t)$: défiabilité (ou indisponibilité) du système et du composant i
Si le facteur $I^B(i/t)$ est grand, un changement de la fiabilité du composant i aura un grand impact sur la fiabilité du système. Il s'agit donc d'un facteur de sensibilité.

3 – Méthodes de calcul des facteurs d'importance fiabiliste

3.1- Méthode de perturbation
La méthode de perturbation est appliquée pour calculer les facteurs d'importance fiabilistes dans [3] par A. Gandini. Les équations d'état différentielles du système étant :

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{M}.\mathbf{P}(t) \qquad (2)$$

où $\mathbf{P}(t)$ représente le vecteur des probabilités d'occupation des états, avec pour condition initiale $\mathbf{P}(t_0) = \begin{bmatrix}1 & 0 & \dots & 0\end{bmatrix}^T$. La défiabilité (non disponibilité) moyenne du système sur le temps de mission du système (t_o, t_F) est :

$$\overline{A} = \frac{1}{t_F - t_0}\int_{t_0}^{t_F} h_0^{+T}\mathbf{P}dt \qquad (3)$$

où $h_0^+ = \begin{bmatrix}0\\0\\.\\.\\0\\1\\1\\.\\.\\1\end{bmatrix}$ $\begin{matrix}\text{ligne 1}\\\text{ligne 2}\\\dots\dots\\\dots\dots\\\text{ligne i}\\\text{ligne i+1}\\\text{ligne i+2}\\\dots\dots\\\dots\dots\\\text{ligne K}\end{matrix}$ $\left.\begin{matrix}\\\\\\\\\end{matrix}\right\}$ Etats de marche $\left.\begin{matrix}\\\\\\\\\end{matrix}\right\}$ Etats de panne

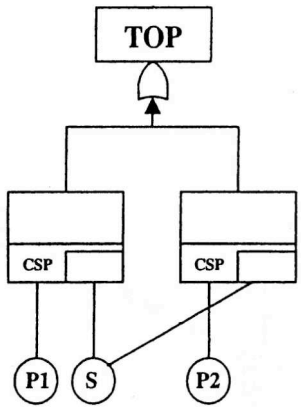

Figure1: AdDD

La méthode de calcul par perturbation [2] consiste à calculer le facteur d'importance $P_m^*(t)$ associé à l'état m à l'instant t selon $\frac{\delta\overline{A}}{\delta P_m}$. Le formalisme de la théorie des perturbations généralisées permet d'établir que le vecteur des facteurs d'importance $\mathbf{P}^*(t) = \begin{bmatrix}P_1^*(t) & P_2^*(t) & \dots & P_K^*(t)\end{bmatrix}^T$ satisfait l'équation suivante :

$$-\frac{d\mathbf{P}^*(t)}{dt} = \mathbf{H}^* \mathbf{P}^*(t) + h^+ \tag{4}$$

avec $\mathbf{H}^* = \mathbf{M}^T$ dans le cas d'un système d'équations d'état linéaires et $h^+ = h_0^+ \delta(t - t_F)$ où $\delta(t)$ est la fonction de Dirac.

Le facteur d'importance de Birnbaum (1) à l'instant t_F est ensuite calculé grâce à l'expression suivante :

$$I^B(i/t_F) = \frac{\partial \bar{A}(t)}{\partial q_i(t)} = \left(\frac{\partial q_i}{\partial \alpha_i}\right)^{-1} \times \int_0^{t_F} \mathbf{P}^{*T} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \alpha_i} \mathbf{P} dt \tag{5}$$

où α_i représente le taux de transition (taux de défaillance ou de réparation).

Cette technique nous permet de calculer le facteur d'importance de Birnbaum. Cependant, elle reste complexe à mettre en oeuvre. En effet, l'expression (5) nous montre que pour chaque intervalle de temps de mission fixé (t, t_F), on ne peut obtenir qu'une valeur de chaque facteur d'importance. D'autre part, les calculs deviennent rapidement difficiles en présence de systèmes complexes.

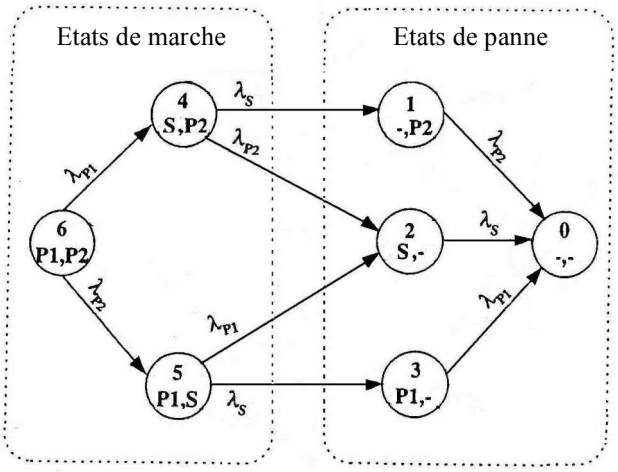

Figure 2 : Chaîne d'états de Markov du système de la figure 1

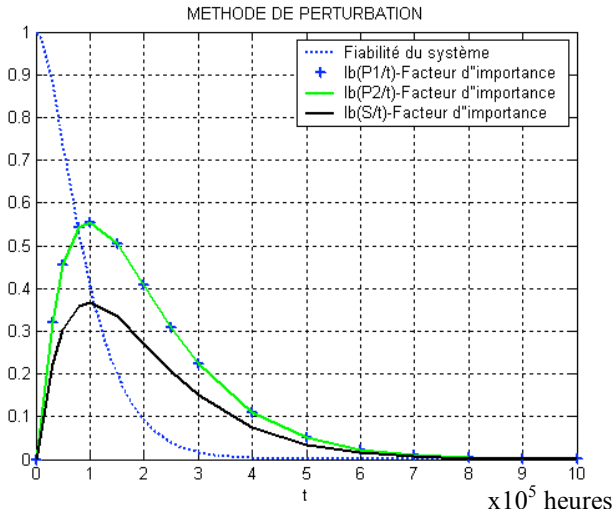

Figure 3: Facteurs d'importance de Birnbaum

Prenons l'exemple d'un système dynamique décrit par l'arbre de défaillance dynamique AdDD de la figure 1 :

- P1, P2 sont les composants primaires, les taux de défaillance respectivement λ_{P1} et λ_{P2}
- S est un composant de secours (en attente) avec taux de défaillance λ_S

La figure 2 donne le modèle de comportement de ce système dans l'espace d'état (modèle de Markov). Les courbes représentant le facteur d'importance de Birnbaum obtenu pour chacun des 3 composants P1, P2 et S par la méthode de perturbation sont présentées dans la figure 3 dans le cas $\lambda_{P1} = \lambda_{P2} = \lambda_S = 10^{-5} h^{-1}$.

3.2 - Méthode de Frank [4]

Considérons un système régi par le système d'équations d'état (2). Sa disponibilité $A(t)$ est donnée par $A(t) = \sum_{i \in \Omega_{UP}} P_i(t)$, Ω_{up} représentant l'espace des états en marche. Reprenons l'expression (1) du facteur d'importance de Birnbaum:

$$I^B(i/t) = \frac{\partial A(t)}{\partial p_i(t)} = \frac{\partial \alpha_i}{\partial p_i(t)} \frac{\partial A(t)}{\partial \alpha_i} \tag{7}$$

où α_i est le taux de défaillance ou de réparation du composant *i*. On a également

$$\frac{\partial A(t)}{\partial \alpha_j(t)} = \sum_{i \in \Omega_{UP}} \frac{\partial P_i(t)}{\partial \alpha_j(t)}. \tag{8}$$

Notons $\mathbf{I}^T(i/t)$ le vecteur des dérivées partielles des probabilités d'occupation des états de Markov par rapport au taux de transition α_i caractérisant le composant i :

$$\mathbf{I}^T(i/t) = \frac{\partial \mathbf{P}(t)}{\partial \alpha_i}. \tag{9}$$

Les expressions (7) et (8) montrent que le facteur d'importance de Birnbaum peut se calculer comme la somme des composantes du vecteur $\mathbf{I}^T(i/t)$ correspondant aux états de marche :

$$I^B(i/t) = \frac{\partial \alpha_i}{\partial p_i(t)} \frac{\partial A(t)}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial \alpha_i}{\partial p_i(t)} . \sum_{j \in \Omega_{UP}} I_j^T(i/t) \tag{10}$$

Pour calculer les facteurs d'importance de Birnbaum des composants du système, il suffit donc de calculer les quantités $\mathbf{P}(t)$ et $\mathbf{I}^T(i/t)$ pour tout i. En dérivant les deux membres du système d'équations d'état (2) par rapport à α_i, en dérivant (9) par rapport au temps et en combinant les expressions ainsi obtenues, il vient :

$$\mathbf{I}'^T(i/t) = \frac{\partial \mathbf{P}'(t)}{\partial \alpha_i} = \mathbf{M}\frac{\partial \mathbf{P}(t)}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \alpha_i}\mathbf{P}(t) = \mathbf{M}.\mathbf{I}^T(i/t) + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \alpha_i}\mathbf{P}(t). \tag{11}$$

Pour l'ensemble des composants, on obtient donc le système équations différentielles suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}'(t) \\ \mathbf{I}'^T(1/t) \\ \vdots \\ \mathbf{I}'^T(k/t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \lambda_1} & \mathbf{M} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \lambda_k} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{M} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{P}(t) \\ \mathbf{I}^T(1/t) \\ \vdots \\ \mathbf{I}^T(k/t) \end{bmatrix} \tag{12}$$

En résolvant (12) on peut obtenir $\mathbf{P}(t)$ et $\mathbf{I}^T(i/t)$ pour tout i, et par suite, il est possible d'obtenir les facteurs d'importance de Birnbaum d'après l'équation (10). Cette approche permet de calculer facilement la fiabilité (disponibilité) et les facteurs d'importance fiabilistes. Notons malgré tout que cette méthode est basée sur l'approche markovienne et suppose donc l'indépendance entre les taux de défaillance (ou taux de réparation). La méthode de Frank est une méthode simple et élégante, mais comme précédemment, pour des systèmes de grande taille, le nombre d'états de la chaîne de Markov rend l'application impossible. Des algorithmes améliorés ont ainsi été proposés pour permettre la mise en œuvre efficace de cette méthode, [5]. La méthode de Ou & Dugan présentée ci-dessous consiste précisément à calculer les facteurs d'importance de Birnbaum des composants du système en utilisant seulement la résolution du système des équations d'état (2).

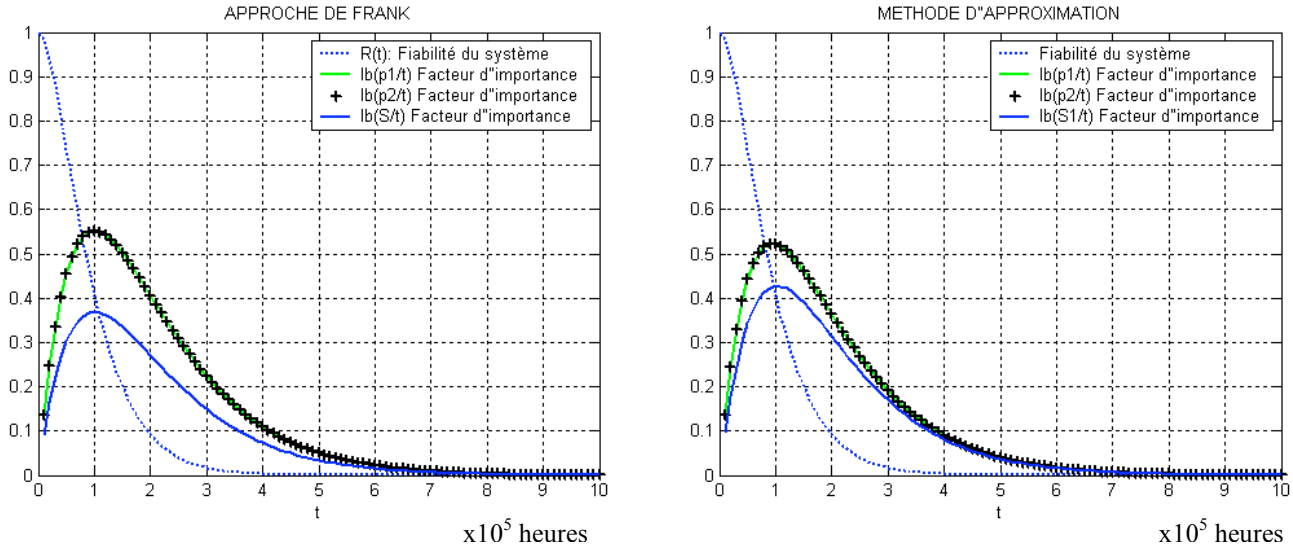

Figure 4 : Facteurs d'importance de Birnbaum

La figure 4 présente les résultas obtenus en calculant par la méthode de Frank les facteurs d'importance de Birnbaum pour les composants du système décrit dans la figure 1.

3.3 - Méthode d'approximation de Ou & Dugan [6]

En pratique, on rencontre très souvent des systèmes pour lesquels l'état d'un composant dépend de l'état des autres composants. Pour analyser la sensibilité d'un tel système, une méthode d'approximation est proposée par Ou & Dugan [6]. Pour la mise en œuvre de cette méthode, deux situations doivent être distinguées selon le comportement de défaillance du composant étudié :

- Composant avec comportement de défaillance individuel : le composant est soit en cours d'utilisation, soit défaillant.
- Composant avec comportement de défaillance non individuel : le composant peut être en attente, en utilisation partielle, … Il s'agit en fait des composants dont le comportement de défaillance est affecté par le comportement dynamique du système.

3.3.1- Composants avec comportement de défaillance individuel

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'analyse de sensibilité des composants à comportement de défaillance individuel (composant *i*). En partitionnant l'espace d'états de la chaîne de Markov décrivant du système en 4 sous-ensembles d'états :

- $\Omega_1(i)$: états pour lesquels le système est en marche avec le composant *i* en panne ($R(\bar{i},t)$est la somme des probabilités d'être dans un état de $\Omega_1(i)$).
- $\Omega_2(i)$: états pour lesquels le système est en marche avec le composant *i* en marche ($R(i,t)$ est la somme des probabilités d'être dans un état de $\Omega_2(i)$).
- $\Omega_3(i)$: états pour lesquels le système est en panne avec le composant *i* est en panne ($Q(\bar{i},t)$est la somme des probabilités d'être dans un état de $\Omega_3(i)$).
- $\Omega_4(i)$: états pour lesquels le système est en panne avec le composant *i* en marche ($Q(i,t)$est la somme des probabilités d'être dans un état de $\Omega_4(i)$).

La fiabilité du système devient $R(t)=R(i,t)+R(\bar{i},t)$ et la probabilité de défaillance (défiabilité) du système s'exprime sous la forme $Q(t)=Q(i,t)+Q(\bar{i},t)$. Enfin, le facteur d'importance de Birnbaum, s'écrit :

$$I^B(i/t)=\frac{\partial Q(t)}{\partial q_i(t)}=\frac{\partial\left(Q(i,t)+Q(\bar{\mathrm{i}},t)\right)}{\partial q_i(t)}=\frac{\partial Q(i,t)}{\partial q_i(t)}+\frac{\partial Q(\bar{\mathrm{i}},t)}{\partial q_i(t)} \tag{13}$$

Le premier terme de (13) mesure la sensibilité du composant *i* dans l'espace de défaillance $\Omega_4(i)$, calculé par l'expression suivante :

$$\frac{\partial Q(i,t)}{\partial q_i(t)}=-\frac{Q(i,t)}{1-q_i(t)} \tag{14}$$

Le second terme mesure quant à lui l'importance du composant *i* dans l'espace de défaillance $\Omega_3(i)$.

En remarquant que l'on peut approximer la dérivation partielle $\frac{\partial Q(\bar{\mathrm{i}},t)}{\partial q_i(t)}$ par $\frac{\Delta Q(\bar{\mathrm{i}},t)}{\Delta q_i(t)}$, on obtient :

$$\frac{\partial Q(\bar{\mathrm{i}},t)}{\partial q_i(t)}\approx\frac{Q(\bar{\mathrm{i}},t)}{q_i(t)}. \tag{15}$$

En résumé, le facteur d'importance de Birnbaum pour un composant avec comportement de défaillance individuel, se calcule grâce à l'approximation suivante :

$$I^B(i/t)=\frac{\partial Q(t)}{\partial q_i(t)}\approx\frac{Q(\bar{i},t)}{q_i(t)}-\frac{Q(i,t)}{1-q_i(t)} \tag{16}$$

De façon similaire,

$$I^B(i/t)=\frac{\partial R(t)}{\partial p_i(t)}\approx\frac{R(i,t)}{p_i(t)}-\frac{R(\bar{i},t)}{1-p_i(t)} \tag{17}$$

Notons que ces équations (16) & (17) sont en accord avec celles obtenues par la méthode directe dans le cadre de système à composants indépendants.

3.3.2- Composants avec comportement de défaillance non individuel

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté une méthode de calcul de la fiabilité et des facteurs d'importance fiabilistes pour les systèmes à composants non réparables dont les composants ont un comportement de type « défaillance individuelle ». En pratique, il existe beaucoup de systèmes à comportement de défaillance non individuel, par exemple lorsqu'il existe des dépendances fonctionnelles dynamiques de type redondance. La probabilité de défaillance du composant *i* dans le système ($q^S_i(t)$) doit ainsi être distinguée de celle du composant pris isolément ($q^I_i(t)$). Ces deux probabilités sont en effet différentes et il est raisonnable de considérer que les expressions (16) ou (17) expriment la sensibilité du système au composant lorsqu'il est inséré dans le système et qu'il s'agit d'un facteur d'importance de Birnbaum par rapport à la probabilité de défaillance du composant *i* dans le système $q^S_i(t)$ égal à $\partial Q(t)/\partial q_i^S(t)$. En termes d'aide à la décision, l'indicateur évaluant la sensibilité du système à la fiabilité intrinsèque (c'est-à-dire pris isolément) du composant utilisé a davantage d'intérêt. Cette sensibilité, comme le montre l'équation ci-dessous, dépend à la fois de la sensibilité du système à la fiabilité du composant inséré dans le système et de la modification de la fiabilité intrinsèque du composant considéré lorsqu'il est pris dans le système :

$$I^B(i/t) = \frac{\partial Q(t)}{\partial q_i(t)} = \frac{\partial Q(t)}{\partial q_i^S(t)} \times \frac{\partial q_i^S(t)}{\partial q_i^I(t)}. \tag{18}$$

Notons que $\frac{\partial q_i^S(t)}{\partial q_i^I(t)}$ peut être approximée par $\frac{\Delta q_i^S(t)}{\Delta q_i^I(t)}$. En réinjectant cette approximation dans l'équation (18), on obtient :

$$I^B(i/t) = \frac{\partial Q(t)}{\partial q_i^S(t)} \times \frac{q_i^S(t)}{q_i^I(t)} \tag{19}$$

Le terme $\frac{\partial Q(t)}{\partial q_i^S(t)}$ est calculé grâce à l'expression (16) ou (17) en utilisant la probabilité de défaillance du composant inséré dans le système. On obtient donc :

$$I^B(i/t) = \left(\frac{Q(\bar{i},t)}{q_i^S} - \frac{Q(i,t)}{1-q_i^S} \right) \times \frac{q_i^S(t)}{q_i^I(t)} \tag{20}$$

ou bien

$$I^B(i/t) = \left(\frac{R(i,t)}{1-q_i^S} - \frac{R(\bar{i},t)}{q_i^S} \right) \times \frac{q_i^S(t)}{q_i^I(t)} \tag{21}$$

La dernière difficulté réside alors dans le calcul de la probabilité $q_i^S(t)$ de défaillance du composant lorsqu'il occupe sa place dans le système étudié.

Calcul de $q_i^S(t)$

La procédure de calcul de $q_i^S(t)$ (probabilité de défaillance du composant *i* intégré dans le système) s'appuie sur une augmentation de la chaîne de Markov décrivant le système, qui permet de faire apparaître les états de panne du système avec le composant *i* en panne et les états de panne du système avec le composant *i* en marche. Un composant est soit en marche, soit en panne. Le système est quant à lui modélisé par la chaîne de Markov dans un espace fini d'états $O \cup \{F\}$, où F sont des états absorbants qui représentent la défaillance du système et O rassemble les états de marche du système, voir équations d'état (2).

Appelons $\mathbf{F}_i$ l'ensemble des états de défaillance du système avec composant i en marche et $F_{\bar{i}}$ l'état de défaillance du système avec le composant *i* est en panne. Pour générer les états supplémentaires $\mathbf{F}_i \cup F_{\bar{i}}$ de la chaîne de Markov, on adopte la démarche suivante :

1. Si le composant *i* est déjà défaillant dans l'état courant, on arrête de générer les états à partir de l'état courant ;

2. Si le composant i est en marche dans l'état courant mais qu'il n'existe pas dépendance (pour les défaillances) entre le composant i et les autres composants en état de marche, on génère une transition vers l'état $F_{\bar{i}}$ avec le taux de défaillance du composant i.
3. Si le composant i est en marche dans l'état actuel et qu'il subsiste des dépendances (en ce qui concerne les défaillances) entre le composant i et les autres composants en état de marche, on continue de générer tous les états possibles à partir de l'état courant jusqu'à ce qu'une des 2 conditions ci-dessus soit vérifiée.

Définissons ensuite les quantités suivantes :

- $\mathbf{P}_E(t)$: vecteur de probabilité des états de défaillance du système ($\mathbf{F}_i$ et $F_{\bar{i}}$)
- $\mathbf{M}_{E1}$: matrice de transition avec les transitions de l'état (global) de marche O du système aux états de défaillance $\mathbf{F}_i$ et $F_{\bar{i}}$
- $\mathbf{M}_{E2}$: matrice de transition contenant les taux de transition entre les états de panne $\mathbf{F}_i$ à $F_{\bar{i}}$

En intégrant les nouvelles équations d'état ainsi obtenues aux équations d'état (2), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}'(t) \\ \mathbf{P}'_E(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ \mathbf{M}_{E1} & \mathbf{M}_{E2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{P}(t) \\ \mathbf{P}_E(t) \end{bmatrix} \tag{22}$$

La probabilité de défaillance du composant i intégré dans le système peut alors être calculée comme

$$q_i^S(t) = R(\bar{i},t) + Q(\bar{i},t) = R(\bar{i},t) + \Pr(F_{\bar{i}}) \tag{23}$$

où $\Pr(F_{\bar{i}})$ est la probabilité de défaillance du système quand le composant i est en panne.

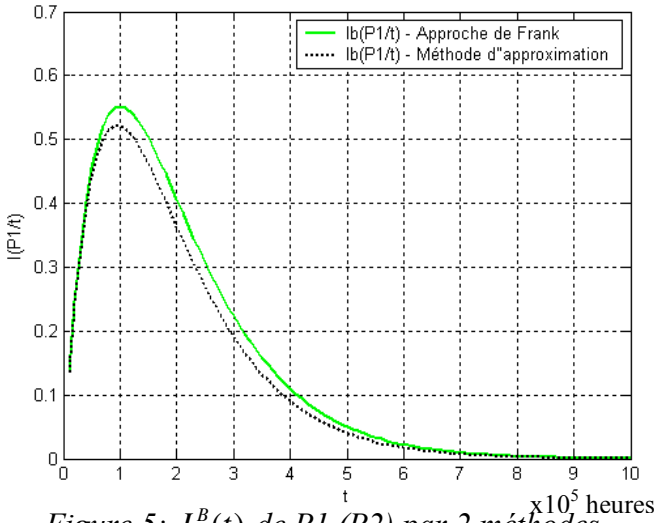

Figure 5: $I^B(t)$ de P1 (P2) par 2 méthodes

Les figures 3, 4 et 5 permettent une comparaison des résultats obtenus pour le calcul des facteurs d'importance de Birnbaum des composants du système dynamique décrit dans la figure1. On constate notamment que la méthode proposée par Ou & Dugan permet une bonne approximation des résultats exacts obtenus par la méthode Frank (au moins pour des temps de mission raisonnables), tout en nécessitant une charge de calcul moins élevée.

En résumé, le bilan des méthodes applicables pour calculer les facteurs d'importance fiabilistes selon les caractéristiques du système étudié est donné dans le tableau ci-dessous :

Systèmes / Méthodes	Système non réparable à composants indépendants	Système non réparable à composants dépendants	Système réparable
Méthode de perturbation	+	+	+
Méthode de Frank	+	+	+
Méthode d'approximation	+	+	-

4 – Conclusion.

Les facteurs fiabilistes jouent un rôle important dans l'analyse de la sûreté de fonctionnement des systèmes. Ils contribuent au diagnostic de défaillance ainsi qu'à l'optimisation des décisions en exploitation, en maintenance et en conception. Des méthodes puissantes basées sur l'approche markovienne (méthode de perturbation, méthode de Frank, méthode d'approximation) nous permettent de calculer ces facteurs dans les systèmes dynamiques possédant éventuellement des composants réparables.
Les exemples traités dans cet article semblent montrer que la méthode de perturbation et la méthode de Frank aboutissent aux mêmes résultats. Quant à la méthode d'approximation, elle semble la plus pratique, malgré une erreur importante dans certains cas, notamment pour les temps de mission élevés. A l'avenir, il s'avérait d'ailleurs intéressant de modifier les procédures d'approximation mise en œuvre dans cette approche afin de pallier ce défaut.

Références :

[1].Y. Dutuit and A. Rauzy, Efficient Algorithms to Assess Component and Gate Importance in Fault Tree Analysis, *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 72, pp. 21—222, 2001

[2]. M. Rausand and A. Hoyland, *System Reliability Theory – Models, Statistical methods and Applications*, 2nd edition, Wiley Interscience, 2004

[3]. A. Gandini, Importance & Sensitivity Analysis in Assessing System Reliability, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 39, n° 1, pp. 61-70, avril 1990

[4]. P.M. Frank. *Introduction to System Sensitivity*, Academic Press, 1978.

[5]. J.T. Blake, A.L. Reibman and K.S and Trivedi, Sensitivity analysis of reliability and performability measures for multiprocessor systems, *Performance Evaluation Review*, vol. 16, n° 1, pp 177-186, 1988

[6]. Y. Ou and J.B. Dugan. Approximate Sensitivity Analysis for Acyclic Markov Reliability Models. *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 52, n° 2, p 220-230, June, 2003

[7]. Van Phuc DO. Facteurs d'importance fiabilistes et leurs extensions pour les systèmes dynamiques, Rapport de DEA TORIC de l'UTT, 46 pages, sept 2004