



HAL
open science

**FACTEUR DE SENSIBILITE
MULTI-DIRECTIONNELLE ET FACTEUR
D'IMPORTANCE FIABILISTE DIFFERENTIEL
POUR UN SYSTEME MARKOVIEN**

Phuc Do Van, Anne Barros, Christophe Bérenguer

► **To cite this version:**

Phuc Do Van, Anne Barros, Christophe Bérenguer. FACTEUR DE SENSIBILITE MULTI-DIRECTIONNELLE ET FACTEUR D'IMPORTANCE FIABILISTE DIFFERENTIEL POUR UN SYSTEME MARKOVIEN. 6ème Congrès International Pluridisciplinaire Qualité et Sûreté de Fonctionnement (Qualita2009), Mar 2009, Besançon, France. 9p. hal-00705251

HAL Id: hal-00705251

<https://hal.science/hal-00705251>

Submitted on 7 Jun 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FACTEUR DE SENSIBILITE MULTI-DIRECTIONNELLE ET FACTEUR D'IMPORTANCE FIABILISTE DIFFERENTIEL POUR UN SYSTEME MARKOVIEEN

DO VAN Phuc, BARROS Anne, BERENGUER Christophe

Université de technologie de Troyes (UTT)

Institut Charles Delaunay (ICD) - FRE CNRS 2848

Equipe Modélisation et Sûreté des Systèmes (M2S)

12, rue Marie Curie B.P. 2060 - 10010 Troyes Cedex – France

phuc.do_van@utt.fr, anne.barros@utt.fr, christophe.berenguer@utt.fr

Résumé:

Cette communication présente la mise en œuvre du facteur d'importance différentiel (DIM), récemment introduit pour un système à composants indépendants [Borgonovo], dans le cadre des systèmes markoviens. L'objectif est de pouvoir définir ce facteur pour des systèmes dont les composants peuvent être dépendants entre eux. Nous établissons ensuite le lien direct entre ce facteur et le facteur de sensibilité multi-directionnelle (MSM) qui a été récemment introduit [DoVan 1]. Grâce à ce lien direct, le facteur DIM peut être évalué en régime transitoire ainsi qu'en régime stationnaire à partir du facteur MSM. L'utilisation envisagée de chaque facteur d'importance et la comparaison entre ces deux facteurs sont illustrées au travers d'un système dynamique markovien simple.

Abstract:

In this paper, the differential importance measure (DIM), proposed recently for the use in risk-informed decision-marking of systems with independent components, is extended in the framework of dynamic systems including inter-component, functional dependencies, or more generally, systems described by Markov models. The direct link between this factor and the multi-directional sensitivity measure (MSM) introduced lately in [DoVan 1], is also presented. Thanks to this relationship, the DIM can be evaluated in the transient state as well as at the steady state by using the MSM. A numerical example is finally introduced to illustrate the use of each importance factor.

Mots clés: Sûreté de fonctionnement, facteurs d'importance fiabilistes, sensibilité directionnelle, facteur d'importance différentiel, processus de Markov, système dynamique.

Keywords: System reliability, reliability importance measures, directional sensitivity, differential importance measure, Markov process, dynamic system.

1. Introduction

Les analyses de sensibilité ou d'importance ont pour objectif d'analyser l'impact d'un ou plusieurs paramètres sur les performances d'un système. En sûreté de fonctionnement, il s'agit par exemple d'identifier les éléments qui sont critiques pour la fiabilité, la disponibilité ou la maintenabilité du système en vue d'optimiser des actions de maintenance préventive ou corrective et/ou de surveillance. Plusieurs facteurs d'importance fiabilistes ont été proposés pour évaluer l'importance relative d'un composant en prenant en compte de façon conjointe ses contributions structurelle et probabiliste à la fiabilité du système (facteur de Vesely-Fussel, de Lambert, etc.) [Rausand]. Récemment, le facteur d'importance différentiel (differential importance measure – DIM) a été introduit [Borgonovo] pour un système à composants indépendants. Ce facteur permet en fait de mesurer la contribution relative d'un composant ou d'un groupe de composants à la variation de performance du système provoquée par le changement des paramètres caractérisant ces composants. En effet, ce changement peut être lié, par exemple, aux

phénomènes de dégradation des composants à un choc ou au fait que l'on optimise la conception du système en modifiant ses caractéristiques fiabilistes.

Dans cet article, nous présentons la mise en œuvre du facteur DIM dans le cadre des systèmes markoviens. L'objectif est de définir ce facteur pour des systèmes dont les composants peuvent être dépendants entre eux (architecture reconfigurable selon la phase de mission en cours, redondances passives, effets des actions de maintenance, partage de charge, interactions stochastiques entre composants, etc.). Nous établissons ensuite le lien direct entre ce facteur et le facteur de sensibilité multi-directionnelle (MSM) qui a été récemment introduit [DoVan 1] dans le but d'analyser la sensibilité des performances par rapport à un paramètre, à un groupe de paramètres, ou plus généralement, suivant des "directions" caractéristiques du système. Grâce à ce lien direct, le facteur DIM peut être évalué en régime transitoire ainsi qu'en régime stationnaire à partir du facteur MSM. L'utilisation envisagée de chaque facteur d'importance et la comparaison entre ces deux facteurs sont illustrées au travers d'un système dynamique markovien simple.

2. Facteur de sensibilité multi-directionnelle (MSM)

Considérons un système dont le comportement au cours du temps est décrit par un processus de Markov ayant un espace d'états fini $E = \{S_1, S_2, \dots\}$ et une matrice de taux de transition $\mathbf{M} = [m_{ij}]_{i, j \in E}$.

Soit $\mathbf{P}(t) = (P_1(t), P_2(t), \dots)$ le vecteur de probabilité d'occupation des états à l'instant t et $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}(t=0)$ le vecteur de probabilité d'occupation des états à l'instant initial. $\mathbf{P}(t)$ satisfait l'équation différentielle du premier ordre de Chapman-Kolmogorov appliquée au processus Markovien homogène :

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{P}(t)\mathbf{M}. \quad (1)$$

En sûreté de fonctionnement, on s'intéresse souvent à une mesure de performance $A(t)$ (la disponibilité, fiabilité, ...) du système qui est une fonction linéaire des probabilités d'occupation des états, c'est-à-dire :

$$A(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{f}. \quad (2)$$

où $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots)^\top$ est un vecteur colonne associé aux états du système. Par exemple pour un système à composants binaires, $f_i = 1$ si le système est en état de marche dans l'état i et $f_i = 0$ sinon.

2.1. Définition du facteur MSM

Supposons que la matrice de taux de transition \mathbf{M} soit perturbée de la manière suivante:

$$\mathbf{M}_\delta = \mathbf{M} + \delta \mathbf{Q}, \quad (3)$$

avec δ est un réel positif et $\mathbf{Q} = [q_{ij}]$ est une matrice directionnelle indiquant la direction de perturbation effectuée. Un élément $q_{ij} = 0$ indique que le taux de transition de l'état i à l'état j n'est pas perturbé, et un élément $q_{ij} = \alpha$ ($\alpha \neq 0$) indique que le taux de transition de l'état i à l'état j est perturbé par une quantité $\alpha\delta$. La condition nécessaire sur la matrice \mathbf{Q} pour que \mathbf{M}_δ soit aussi une matrice de taux de transitions d'un processus de Markov est que la somme de chaque ligne de \mathbf{Q} soit égale à 0 [Cao].

Cette perturbation peut conduire à un changement de la mesure de performance du système. De ce fait, notons $A_\delta(t)$ la mesure de performance du système perturbé ayant pour matrice de taux de transition perturbée \mathbf{M}_δ .

Le facteur de sensibilité multi-directionnelle (Multi-directional Sensitivity Measure – MSM, [Dovan1, Dovan2]) est défini comme la dérivée de la mesure de performance $A(t)$ suivant une direction spécifique définie par la matrice directionnelle \mathbf{Q} . C'est-à-dire :

$$\text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}) = \frac{dA(t)}{d\mathbf{Q}} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{A_{\delta}(t) - A(t)}{\delta} \quad (4)$$

Par définition, plusieurs types de mesure de sensibilité MSM peuvent être considérés en choisissant la matrice directionnelle \mathbf{Q} . On s'intéresse ici aux deux types principaux suivants :

- le MSM correspond à une mesure de sensibilité par rapport à un paramètre quand la matrice directionnelle est relative à un paramètre. Notons la matrice directionnelle \mathbf{Q}_{x_i} relative au paramètre x_i . Par conséquent :

$$\text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_i}) = \frac{\partial A(t)}{\partial x_i}; \quad (5)$$

- le MSM correspond à une mesure de sensibilité selon une direction “composée” quand la matrice \mathbf{Q} est relative à un ensemble de paramètres du système.

Le facteur MSM peut être également utilisé dans le but de classer l'importance d'un composant, d'un groupe de composants, d'un état et aussi d'un groupe d'états à la performance du système, [Dovan 2]. On s'intéresse dans la suite à l'évaluation de ce facteur.

2.2. Evaluation de MSM

Afin d'étudier les mesures de performance instantanée, moyenne sur une période d'observation et asymptotique, le MSM instantané, le MSM moyen, et le MSM stationnaire ont été considérés.

2.2.1. MSM instantané

D'après [Dovan 2], le MSM instantané défini par l'équation (4) peut s'écrire comme suit:

$$\text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}) = \int_0^t \mathbf{P}_0 e^{\mathbf{M}s} \mathbf{Q} e^{\mathbf{M}(t-s)} f ds. \quad (6)$$

Selon cette équation, on peut calculer analytiquement la sensibilité de la mesure de performance suivant une direction quelconque à l'instant donné t .

2.2.2. MSM moyen

Rappelons que la mesure de performance moyenne sur l'intervalle de temps $[0, t]$ peut être calculée grâce à la relation suivante, [Rausand]:

$$\tilde{A}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t A(s) ds = \frac{1}{t} \int_0^t \mathbf{P}(s) f ds.$$

La sensibilité de la mesure de performance moyenne $\tilde{A}(t)$ suivant la direction \mathbf{Q} (appelée le MSM moyen) peut s'exprimer de la façon suivante, [Dovan 2]:

$$\text{MSM}^{\tilde{A}(t)}(\mathbf{Q}) = \frac{d\tilde{A}(t)}{d\mathbf{Q}} = \frac{1}{t} \int_0^t \left[\int_0^s \mathbf{P}_0 e^{\mathbf{M}v} dv \right] \mathbf{Q} e^{\mathbf{M}(t-s)} f ds. \quad (7)$$

Cette relation nous permet d'évaluer analytiquement la sensibilité de la mesure de performance moyenne sur l'intervalle de temps $[0, t]$ par rapport à une direction de sensibilité.

2.2.3. MSM stationnaire

Si le système atteint un régime permanent, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} \{dP(t)/dt\} = 0$. Il existe alors une et une seule loi stationnaire π et, pour toute loi initiale, $\pi = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t)$. On s'intéresse dans ce paragraphe à la mesure de sensibilité multi-directionnelle en régime stationnaire.

La sensibilité de la mesure de performance asymptotique A ($A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \pi f$) suivant la direction Q , appelée MSM stationnaire, peut s'exprimer comme suit [Dovan 2]:

$$MSM^A(Q) = \frac{dA}{dQ} = -\pi Q M^\# f, \quad (8)$$

avec $M^\#$ l'inverse généralisée de la matrice des taux de transition M . La solution exacte de MSM stationnaire est obtenue en calculant l'inverse généralisée $M^\# = (M + e\pi)^{-1} - e\pi$ [Meyer]. L'estimation de ce MSM stationnaire à partir des données de retour d'expérience a été étudiée dans [Dovan 1].

3. Facteur d'importance différentiel (DIM)

Supposons que les K paramètres (x_1, x_2, \dots, x_K) changent. Ces changements peuvent conduire à une variation de performance $\delta A(t)$. Sous l'hypothèse de changements assez petits [Borgonovo], la variation $\delta A(t)$ peut être approximée au premier ordre selon l'expression suivante:

$$\delta A(t) \approx \delta^1 A(t) = \frac{\partial A(t)}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial A(t)}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial A(t)}{\partial x_K} \delta x_K,$$

où $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_K$ sont les variations des paramètres x_1, x_2, \dots, x_K respectivement. De façon similaire, la variation produite par la variation d'un seul paramètre est:

$$\delta A_{x_i}(t) \approx \delta^1 A_{x_i}(t) = \frac{\partial A(t)}{\partial x_i} \delta x_i.$$

3.1. Définition du facteur DIM

Le facteur d'importance différentiel (DIM) pour le paramètre x_i , introduit par Borgonovo [Borgonovo], est défini comme suit:

$$DIM^{A(t)}(x_i) = \frac{\delta^1 A_{x_i}(t)}{\delta^1 A(t)} = \frac{\frac{\partial A(t)}{\partial x_i} \delta x_i}{\sum_{j=1}^K \frac{\partial A(t)}{\partial x_j} \delta x_j}. \quad (9)$$

Cette relation donne la contribution relative du composant i (qui est caractérisé par le paramètre x_i) à la variation de la mesure de performance du système. De façon similaire, on peut définir le DIM pour un groupe de paramètres (x_i, x_j, \dots, x_l) comme:

$$DIM^{A(t)}(x_i, x_j, \dots, x_l) = \frac{\frac{\partial A(t)}{\partial x_i} \delta x_i + \frac{\partial A(t)}{\partial x_j} \delta x_j + \dots + \frac{\partial A(t)}{\partial x_l} \delta x_l}{\sum_{j=1}^K \frac{\partial A(t)}{\partial x_j} \delta x_j}. \quad (10)$$

D'après l'équation (9), on a : $\text{DIM}^{A(t)}(x_i, x_j, \dots, x_l) = \text{DIM}^{A(t)}(x_i) + \text{DIM}^{A(t)}(x_j) + \dots + \text{DIM}^{A(t)}(x_l)$. C'est-à-dire que le DIM est additif. L'utilisation du facteur DIM dans le but de classer l'importance d'un composant, ou d'un groupe de composants pour un système dynamique sera étudiée dans la section 4.

3.2. Lien direct avec le facteur MSM

On s'intéresse dans ce paragraphe au lien direct entre le facteur MSM présenté à la section précédente et le facteur DIM. Selon les équations (5) et (9), on obtient la relation suivante:

$$\text{DIM}^{A(t)}(x_i) = \frac{\delta x_i \text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_i})}{\sum_{j=1}^K \delta x_j \text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_j})}. \quad (11)$$

Ce lien permet de calculer le facteur DIM à partir du facteur MSM dans le cas des systèmes markoviens. Rappelons que le MSM peut être évalué analytiquement en régime transitoire ainsi qu'en régime stationnaire en introduisant le MSM instantané, le MSM moyen et le MSM stationnaire. De façon similaire, on peut alors définir le DIM instantané, le DIM moyen et le DIM stationnaire correspondant à la performance instantanée, moyenne sur une période d'observation et asymptotique.

Dans le cadre des études de la sûreté des systèmes nucléaires, deux types de variation des paramètres ont été envisagés dans [Borgonovo]:

- Type 1 - variations uniformes : les K paramètres varient simultanément d'une même quantité. C'est-à-dire que : $\delta x_i = \delta x_j = \delta x$ pour tout $i, j = 1, 2, \dots, K$. Par conséquent, l'équation (11) peut s'écrire simplement comme suit :

$$\text{DIM}^{A(t)}(x_i) = \frac{\text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_i})}{\sum_{j=1}^K \text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_j})}. \quad (12)$$

Cette relation montre que si les paramètres varient uniformément, alors le DIM ne dépend pas de δx . Si on suppose $|\text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_i})| > |\text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_j})|$, alors l'équation (12) conduit à $|\text{DIM}^{A(t)}(x_i)| > |\text{DIM}^{A(t)}(x_j)|$. Cela signifie que l'importance d'un composant basée sur le critère DIM, sous l'hypothèse de changement uniforme des paramètres, et celle liée au facteur MSM conduisent au même résultat.

- Type 2 - variations proportionnelles: les paramètres varient simultanément d'un même pourcentage ω ($\omega = \frac{\delta x_i}{x_i} = \frac{\delta x_j}{x_j}$ pour tout $i, j = 1, 2, \dots, K$). D'après l'équation (11), on a :

$$\text{DIM}^{A(t)}(x_i) = \frac{x_i \text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_i})}{\sum_{j=1}^K x_j \text{MSM}^{A(t)}(\mathbf{Q}_{x_j})}. \quad (13)$$

Selon cette relation, dans le cas de variations proportionnelles, le DIM ne dépend pas du pourcentage de variation de paramètres ω . On verra dans la suite la comparaison entre l'importance d'un composant basée sur le DIM et celle basée sur le critère MSM.

4. Exemple d'application

Cette section a pour objectif de montrer comment le facteur MSM et le facteur DIM peuvent être utilisés dans le but d'analyser la sensibilité de performance du système et d'étudier l'importance d'un composant,

d'un groupe de composants au travers d'un système dynamique à trois composants dépendants qui est représenté sur la figure 1. Le composant 3 (noté C3) est en redondance passive (il est mis en service dès la défaillance du composant 2 (C2) et il est arrêté dès que le C2 est réparé). Le composant 2 est le composant principal du groupe de deux composants (C2,C3), c'est-à-dire que le C2 est prioritaire pour la réparation lorsque les deux composants (C2,C3) sont en panne. Le graphe d'états du système est reporté sur la figure 2 où i, \bar{i} indiquent que le composant i ($i=1,2,3$) est en marche, et en panne respectivement, et "a" indique que le composant est en attente. On suppose que les taux de défaillance $\lambda_1 = 1.10^{-3} (h^{-1})$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 5.10^{-3} (h^{-1})$ et les taux de réparation $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1.10^{-2} (h^{-1})$.

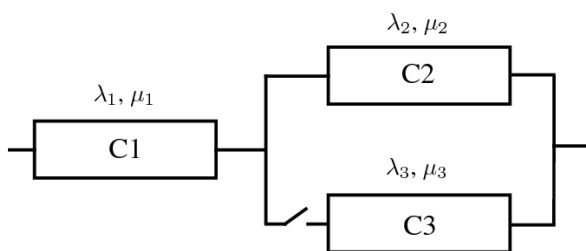


Figure 1. Structure du système

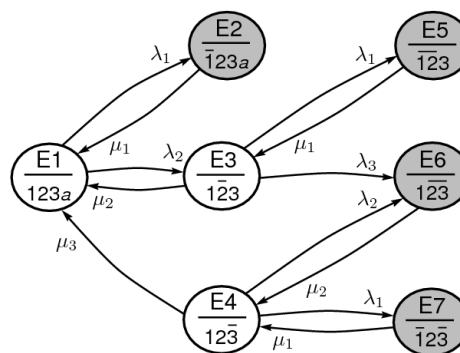


Figure 2. Diagramme de Markov

On s'intéresse tout d'abord au calcul de la sensibilité de la disponibilité du système par rapport à un paramètre et à un groupe de paramètres en utilisant le facteur MSM. On s'intéresse ensuite au classement de l'importance d'un composant en se basant sur la sensibilité par rapport au paramètre caractérisant le composant.

4.1. Analyse de sensibilité par rapport à un paramètre et à un groupe de paramètres

Considérons maintenant la sensibilité de la disponibilité du système (y compris la disponibilité instantanée, la disponibilité moyenne sur une période d'observation [0 1500h], et la disponibilité asymptotique) par rapport aux taux de défaillance des composants. Pour ce faire, choisissons la matrice directionnelle de sensibilité concernant les taux de défaillance, notée $Q_{\lambda_i (i=1,2,3)}$.

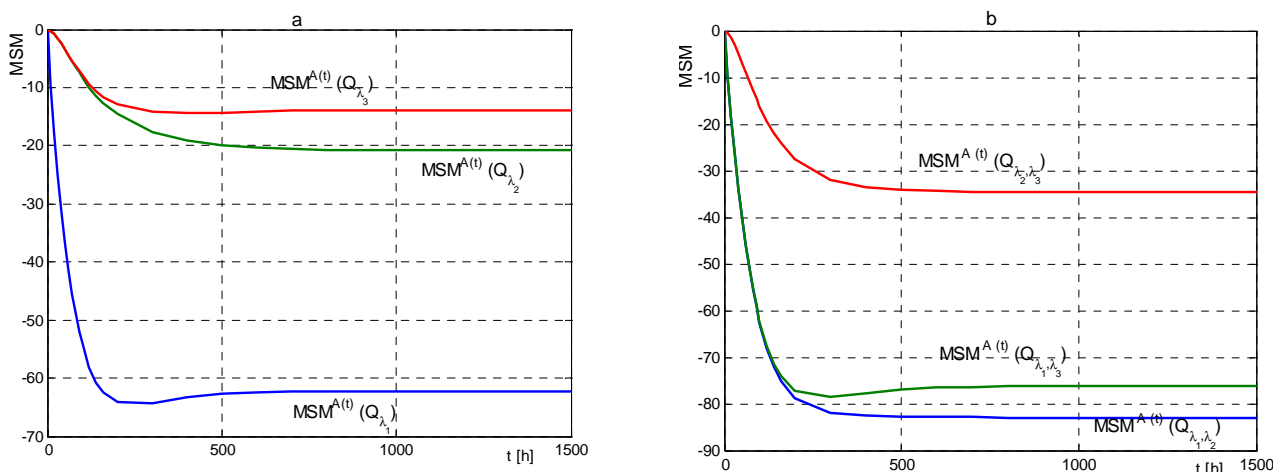


Figure 3. Sensibilité par rapport aux taux de défaillance (a) et aux groupes de taux de défaillance (b)

Les mesures de sensibilité correspondantes sont calculées analytiquement en utilisant les équations (6), (7) et (8). Les résultats obtenus sont reportés sur la figure 3.a (le MSM instantané), au tableau 1 (le MSM moyen et le MSM stationnaire). De façon naturelle, les résultats numériques montrent qu'une augmentation du taux de défaillance amène à une diminution de la disponibilité du système car ces

mesures sont toujours négatives. En se basant sur la sensibilité de la disponibilité du système par rapport aux taux de défaillance, on peut classer les composants selon leur importance. Plus concrètement, le classement d'importance des composants est : $C3 \leq C2 < C1$.

Du point de vue pratique, les composants dans un groupe spécifique peuvent être affectés par une même action (maintenance, remplacement, ...) ou par un même événement (choc, ...). Il est alors intéressant de connaître l'influence de ce groupe sur la disponibilité du système. On note Q_{λ_i, λ_j} la matrice directionnelle composée qui indique que les taux de défaillance des composants i, j sont uniformément perturbés. On considère ensuite la sensibilité de la disponibilité du système suivant ces directions comme un critère permettant de classer l'importance d'un groupe de composants. Les résultats donnés dans la figure 3.b et dans le tableau 1 conduisent au classement : Groupe (C2,C3) \leq Groupe (C1,C3) < Groupe (C1,C2).

Composant	$MSM^{\tilde{A}(1500)}(Q_{\lambda_i})$	$MSM^A(Q_{\lambda_i})$	Ordre	Groupe de composants	$MSM^{\tilde{A}(1500)}(Q_{\lambda_i, \lambda_j})$	$MSM^A(Q_{\lambda_i, \lambda_j})$	Ordre
C1	-50.76	-62.32	1	(C1,C2)	-63.36	-83.09	1
C2	-12.60	-20.77	2	(C1,C3)	-60.27	-76.17	2
C3	-9.51	-13.85	3	(C2,C3)	-22.11	-34.62	3

Tableau 1. Sensibilité de la disponibilité moyenne/asymptotique par rapport aux taux de défaillance

4.2. Importance d'un composant, d'un groupe de composants basée sur le critère DIM

Supposons maintenant que les taux de défaillance des composants varient simultanément avec le même pourcentage $\omega = 1\%$ (variation proportionnelle - type 2). Ces changements conduisent à une variation de la disponibilité du système. Nous nous intéressons au classement de l'importance d'un composant, ou d'un groupe de composants en nous basant sur la contribution du composant, ou du groupe de composants à cette variation de la disponibilité. Pour ce faire, on calcule alors le facteur DIM relatif de chaque composant, et celui de chaque groupe de composants. Sachant que la relation (13) nous permet d'obtenir facilement le DIM grâce aux résultats de MSM donnés au paragraphe précédent. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4 (le DIM instantané), au tableau 2 (le DIM moyen et le DIM stationnaire).

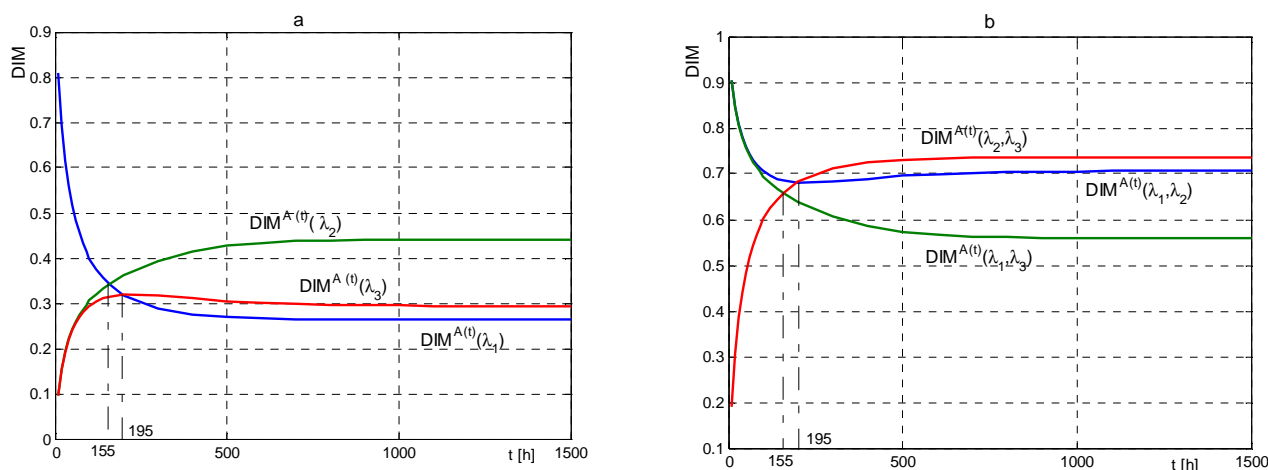


Figure 4. DIM pour un taux de défaillance (a) et DIM pour un groupe de taux de défaillance (b)

En se basant sur les mesures de DIM, nous obtenons des classements d'importance suivants :

- $C3 \leq C2 \leq C1$ et Groupe (C2,C3) \leq Groupe (C1,C3) \leq Groupe (C1,C2) sur l'intervalle de temps (0,155 h) ;
- $C3 \leq C1 < C2$ et Groupe (C1,C3) \leq Groupe (C2,C3) < Groupe (C1,C2) sur l'intervalle de temps (155,195h) ;

- et après $t = 195h$: $C1 < C3 < C2$ et Groupe $(C1, C3) \leq$ Groupe $(C1, C2) <$ Groupe $(C2, C3)$. Ces classements sont maintenus jusqu'à l'infini, voir tableau 2.

Les résultats montre que dans ce cas (variations proportionnelles des paramètres) l'importance d'un composant (d'un groupe de composants) basée sur le facteur DIM est différente de celle donnée par le facteur MSM. Cela est tout à fait compréhensible car le DIM prend en compte les variations effectives des paramètres et pas seulement la valeur des dérivées partielles. Le DIM est ainsi plus adapté à un changement proportionnel des paramètres car il synthétise mieux toutes les caractéristiques de la perturbation. Il peut donc être intéressant de prendre en compte ces deux critères pour les études de sensibilité en fonction du type de variations envisagée.

Composant	$DIM^{\tilde{A}(1500)}(\lambda_i)$		$DIM^A(\lambda_i)$		Groupe de composants	$DIM^{\tilde{A}(1500)}(\lambda_i \lambda_j)$		$DIM^A(\lambda_i \lambda_j)$	
	Valeur	Ordre	Valeur	Ordre		Valeur	Ordre	Valeur	Ordre
C1	0.38	1	0.26	3	(C1,C2)	0.72	1	0.70	2
C2	0.34	2	0.44	1	(C1,C3)	0.66	2	0.56	3
C3	0.28	3	0.30	2	(C2,C3)	0.62	3	0.74	1

Tableau 2. DIM moyen et asymptotique pour un paramètre, un groupe de paramètres

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons montré comment évaluer le facteur de sensibilité multi-directionnelle (MSM) par une méthode analytique afin d'étudier la sensibilité des mesures de performance d'un système markovien à composants dépendants suivant une direction spécifique définie par une matrice dans un espace approprié. Nous avons présenté la mise en œuvre du facteur d'importance différentiel (DIM) et le lien direct entre ce facteur et le facteur MSM. Grâce à ce lien, le DIM peut être évalué analytiquement en régime transitoire ainsi qu'en régime stationnaire à partir du facteur MSM.

L'étude de sensibilité de la disponibilité du système par rapport aux taux de défaillance des composants a été considérée au travers d'un système dynamique simple. Nous avons proposé également une démarche qui permet de classer l'importance d'un composant, d'un groupe de composants en basant sur le critère MSM et/ou le critère DIM.

Le facteur DIM correspond à une mesure de sensibilité au premier ordre et ce facteur est limité par l'hypothèse de petite variation des paramètres. Nous prévoyons une extension de DIM qui permet de prendre en compte des effets aux ordres supérieurs de changements des paramètres.

Références

- [Borgonovo] Borgonovo E. and Apostolakis G. *A new importance measure for risk-informed decision making*. Reliability Engineering and System Safety, Vol.72(2), p 193–212, 2001.
- [Cao] Cao X.-R. and Chen H.-F. *Perturbation realization, potentials, and sensitivity analysis of markov processes*. IEEE Transactions on Automatic Control, 42(10):1382–1393, 1997.
- [DoVan 1] Do Van P., Barros A. and Bérenguer C. *Reliability importance analysis of Markovian systems at steady state using perturbation analysis*. Reliability Engineering and System Safety, Vol.93 (11), p 1605-1615, 2008.
- [DoVan 2] Do Van P., Barros A. and Bérenguer C. *Importance measure on finite time horizon and application to Markovian multi-state production systems*. Journal of Risk and Reliability, 2009 – à paraître.

[Meyer] Meyer, Jr, C. D. *The role of the group generalized inverse in the theory of finite markov chains.* SIAM Rev., 1975, 17, 443–464.

[Rausand] Rausand M. and Hoyland A. *System Reliability Theory – Models, Statistical methods and Applications.* 2nd edition, Wiley Interscience, 2004.