



HAL
open science

Le vrai est-il un objet? Remarques sur l'analogie entre nom propre et énoncé dans la théorie de la signification de Frege.

Dewi Trebaul

► To cite this version:

Dewi Trebaul. Le vrai est-il un objet? Remarques sur l'analogie entre nom propre et énoncé dans la théorie de la signification de Frege.. 2012. hal-00666979

HAL Id: hal-00666979

<https://hal.science/hal-00666979>

Preprint submitted on 6 Feb 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Le vrai est-il un objet ? Remarques sur l' analogie entre nom propre et énoncé dans la théorie de la signification de Frege.

Dewi Trebault¹

Cet article se veut une introduction à quelques-uns des problèmes soulevés par la conception frégréenne de la vérité. Notre intérêt se porte principalement sur les motivations de la thèse des valeurs de vérité comme objets. Nous questionnons le principe d'analogie qui guide Frege dans l'établissement de sa sémantique. A l' aide d'un critère unique, l'insaturation, Frege classe les expressions linguistiques et les entités qui leur correspondent. Ce critère favorise l' analogie entre nom propre et énoncé, analogie qui est poussée jusqu'à l' assimilation.

Dans un premier temps, nous exposons les traits généraux de la sémantique frégréenne, puis nous étudions le rôle que joue le vrai dans l'exposition du formalisme des *Lois fondamentales de l' arithmétique*.

Mots-clés: valeur de vérité, objet, énoncé, nom propre

This article is meant as an introduction to some problems raised by Frege's conception of truth. We are mainly concerned with the motivations of the thesis that considers truth-values as objects. We question the analogy principle that guides Frege as he sets up his semantics. With the sole criterium of insaturation, Frege classifies linguistic expressions and their corresponding entities. This criterium furthers the analogy between proper noun and sentence, that is pushed to identification.

In a first step, we expound the general features of the fregean semantics, before scrutinising the role played by the true in the exposition of the formalism of *Basic laws of arithmetics*.

Keywords: truth-value, object, sentence, proper noun

¹ Doctorant au CEPERC, Université de Provence, dewitalite@yahoo.fr

La notion de vérité joue dans la philosophie de Frege un rôle éminent mais problématique. D'une part, elle sert à caractériser la logique, science qui expose les lois de l'être-vrai. Ces lois sont celles auxquelles doit obéir tout raisonnement pour être correct. Elles dépendent de principes fondamentaux ou axiomes, comme le principe du tiers-exclu ou le principe de non-contradiction.

Cependant, si la notion de vérité sert à caractériser la logique, cette notion est elle-même indéfinissable. Frege rejette la théorie de la vérité-correspondance et à partir de là toute tentative de définition de la vérité, car elle entraîne nécessairement un cercle dans la détermination de la vérité des énoncés particuliers. Aussi écrit-il dans *La pensée*, article de 1918 : « Une définition proposerait certains traits caractéristiques du vrai, et dans une application particulière il s'agirait toujours de savoir s'il est vrai que les traits caractéristiques sont constatés. On tourne en cercle. Il est donc vraisemblable que le contenu du mot « vrai » est unique en son genre et indéfinissable. » (Ecrits logiques et philosophiques, p. 172-173) Le cercle survient lorsqu'on veut déterminer la vérité d'un énoncé particulier, mais n'exclut pas une définition générale. Cependant Frege n'envisage pas la possibilité de définir la vérité pour un langage dans un autre langage, comme le fait Tarski.

Dans la mise en oeuvre la plus aboutie du programme logiciste qu'il ait proposée, présentée dans les *Lois fondamentales de l'arithmétique* (1893/1903), Frege introduit le vrai et le faux comme des objets primitifs. Ils ne sont pas des propriétés des énoncés, mais bel et bien ce à quoi les énoncés réfèrent. Il le justifie à l'aide d'une théorie de la signification qui requiert une distinction systématique, pour toute expression, entre son sens et sa référence. Frege veut montrer que l'arithmétique est une logique plus développée. A cette fin, il doit rendre compte des énoncés arithmétiques, qui se présentent avant tout sous la forme d'équations. Il s'agit d'élucider le fait que fait que ces énoncés, interprétés comme des énoncés d'identité, parviennent à communiquer une connaissance. La célèbre distinction entre sens et référence d'une expression permet d'expliquer à la fois la coïncidence des objets dont il est question dans l'énoncé et le contenu informatif que celui-ci véhicule.

La référence d'une expression va être pensée sur le modèle de la relation entre un nom propre et son porteur. Pour un nom propre, ce que signifie désigner un objet est manifeste: il désigne un objet s'il renvoie à une entité dans le monde, que l'on peut identifier. Comment se fait cette identification ? Pour les objets sensibles, elle peut se faire de manière ostensive. Ce qui est sûr, c'est que certains noms propres ont une référence. Par analogie, Frege va affirmer que la référence d'un énoncé est également un objet. Ainsi le vrai et le faux deviennent des objets à part entière, doués d'une véritable indépendance ontologique. Pour pouvoir affirmer cela, Frege a d'abord dû établir que les valeurs de vérité sont les référents des énoncés.

Dans notre article, nous allons examiner le cheminement qui conduit Frege à un réalisme des valeurs de vérité. On se penchera tout d'abord sur la théorie de la signification de Frege, qui prétend à une portée générale, c'est-à-dire valoir aussi bien pour les langages naturels que pour les langages formalisant des théories scientifiques. Puis on examinera le rôle que joue le vrai comme objet dans l'exposition du formalisme des *Lois fondamentales*. Deux thèses, qu'il importe de distinguer, vont ainsi nous occuper successivement : d'une part, la thèse affirmant que la référence d'un énoncé est sa valeur de vérité. D'autre part, celle posant les valeurs de vérité comme des objets.

La relation de référence et le modèle du nom propre

- Une sémantique à trois niveaux

Le nom propre est ce dont l'existence d'un référent a un sens manifeste: si un nom propre a un référent, ce référent est un objet déterminé. Dire quel est le référent caractérise le sens du nom. Cela va moins de soi pour les autres types d'expressions. Mais il est nécessaire à la sémantique d'un langage quantifié de leur attribuer également une référence. En effet elles participent à la détermination de la valeur de vérité des phrases du langage.

Afin d'opérer une reconstruction du langage de l'arithmétique, Frege développe une théorie sémantique à trois niveaux: expression, sens, référence/référent (ce couple de mots traduit l'allemand *Bedeutung*; il permet de distinguer entre la relation de référence et ce à quoi on fait référence). Dans un langage logiquement parfait, celui que Frege envisage de construire, tout signe se voit attribuer à la fois un sens et un référent. Ce n'est pas le cas dans le langage naturel où bien souvent les conditions d'un usage entièrement dépourvu d'ambiguïté du nom propre, que sont l'existence et l'unicité de l'objet, ne sont pas satisfaites. Ainsi, par exemple, les expressions «Tintin» et «le fils de Spinoza» n'ont pas d'objet réel qui leur correspond. L'expression «l'auteur de la Bible», elle, ne satisfait pas à la condition d'unicité. Tous ces noms ont un sens mais n'ont pas de référence. Ils sont donc à proscrire du langage que Frege entend créer.

Il importe ici de distinguer entre analyse grammaticale et analyse logique. L'analyse grammaticale met à jour les unités signifiantes du discours, qui sont de différents types: noms, verbes, adjectifs, adverbes, prépositions, ... L'analyse logique, telle que la conçoit Frege, opère elle de manière duale, par une division ciblée entre deux types d'expressions: noms propres et expressions fonctionnelles. Les deux modes d'analyse ne se recouvrent pas. Ainsi les différents types d'expressions grammaticales peuvent servir à former chacune des deux types logiques. Prenons quelques exemples:

Expression	Type logique
« le corps céleste le plus éloigné de chez moi »	description définie (joue le rôle d'un nom propre)
« () a chanté joyeusement tout l'été »	expression fonctionnelle
« le plus long fleuve de () »	expression fonctionnelle

On voit que chacune de ces expressions emploie des mots appartenant à plusieurs catégories grammaticales; celles-ci ne déterminent pas le type logique dont il s'agit.

Dans les langages naturels, chaque expression ne peut être identifiée comme un nom propre ou une expression fonctionnelle. Ces catégories valent pour le langage formel que crée Frege afin de proposer une dérivation de l'arithmétique. Frege déplore l'inadéquation du langage naturel à l'expression des rapports logiques. L'écriture conceptuelle, ou idéographie, est nécessaire pour exprimer ces rapports. Cependant les remarques relatives à la référence des expressions de ce langage s'inspirent du langage naturel et valent aussi pour celui-ci. C'est pourquoi nos exemples, tout comme la plupart de ceux que prend Frege dans *Sens et référence*, appartiennent au langage naturel.

Le sens d'un nom propre est la manière d'identifier l'objet auquel on peut l'appliquer; son

réfèrent est l' objet même. Le sens d'une expression fonctionnelle est la manière d' identifier la corrélation entre des arguments et des valeurs déterminées pour ces arguments. Sa référence est une fonction. Le passage du niveau linguistique, celui de l' expression, au niveau ontologique, celui de la référence, se fait par l'intermédiaire du sens. Frege l'expose ainsi : " la liaison régulière entre le signe, son sens et son réfèrent est telle qu'au signe correspond un certain sens, et à celui-ci à son tour un réfèrent" (*Sens et référence*, p. 27).

Pour caractériser la fonction, Frege emploie la métaphore de l'insaturation. Ce qu'est une fonction, de par sa simplicité logique, n'est pas définissable et ne peut faire que l'objet d'un éclaircissement. En effet, le propre d'une expression fonctionnelle, et de son réfèrent, la fonction, est d'être incomplète, insaturée. Cette insaturation se manifeste par la présence d'une place vide, signalée par les parenthèses dans les exemples ci-dessus. La saturation, à l'aide d'une expression saturée, lève l' état d'insaturation ; le résultat de la saturation est une expression complète. Deux questions méritent d' être posées: en quoi consiste la saturation d'une entité incomplète ?

D'autre part: la relation de référence est-elle la même pour une expression complète et pour une expression incomplète ? Y a-t-il identité ou simple analogie ? S'il ne s'agit que d'une analogie, rien ne nous oblige à conclure à l'existence d'une entité indépendante, corrélatrice de l'expression fonctionnelle. En effet, admettre une telle entité ne sert pas à rendre compte du sens d'une expression fonctionnelle, mais vise à parfaire l'analogie entre différents types d'expressions.

- Critère logique de distinction entre types d' expressions: leur caractère saturé ou insaturé

Le critère de la saturation permet de distinguer parmi les expressions entre celles qui sont autonomes et celles qui ont besoin d' être complétées. Ce critère joue aux trois niveaux du signe, du sens et du réfèrent. Une expression insaturée ne peut à elle seule désigner un objet, ni exprimer une pensée complète ; seule la complétion à l' aide d'une expression saturée (équivalent de complet, clos sur soi) ou d'une autre expression insaturée permet d'obtenir une expression complète, soit un nom propre, soit une pensée. Qu'est-ce qu'une pensée complète? Un contenu objectif où rien n'est laissé indéterminé, auquel on peut attribuer une valeur de vérité.

Les expressions fonctionnelles sont incomplètes, les noms propres sont complets. Mais à quel niveau le caractère complet ou incomplet est -il constaté? Tout d' abord au niveau de l'expression: un nom propre, même s'il n' exprime pas une pensée complète, forme une unité à laquelle on peut attribuer un sens ; corrélativement, l'objet qu'il désigne, son réfèrent, est une entité complète, indépendante. Par exemple, « Everest » a un sens complet, et son réfèrent est la montagne qui porte ce nom. L'expression fonctionnelle, elle, comporte une ou plusieurs places vides qui indiquent où et comment la complétion doit avoir lieu pour former quelque chose de complet. Exemples: « le joueur de l' équipe de () »; « () a guidé () jusqu' à () ». Au lieu des parenthèses, on peut indiquer la ou les places vides par une/des lettres, qui jouent alors le rôle de variables. Ces lettres servent à indiquer comment le signe de fonction doit être complété, mais ne font pas partie de l' expression fonctionnelle.

Qu'en est-il de l' énoncé ? Il est, comme le nom propre, complet ; il exprime une pensée complète, qui peut être vraie ou fausse. On peut l'analyser en une expression fonctionnelle complétée par un ou plusieurs noms propres, ou en deux expressions fonctionnelles se complétant mutuellement. Voici deux exemples: « Abraham a guidé les Juifs jusqu'en Palestine » est un énoncé complet obtenu à l' aide de l' expression fonctionnelle « () a guidé () jusqu' à () », complétée par les noms propres « Abraham », « les Juifs », « Palestine ». « Les baleines sont des mammifères » est un énoncé obtenu à l' aide des deux expressions incomplètes « () est une baleine » et « () est un mammifère »².

2 A propos de ce dernier exemple, voir *Fondements de l' arithmétique*, § 47

A ce stade de notre exposé, on peut se poser la question: nom propre et énoncé sont-ils complets en un même sens ? On peut tout d'abord remarquer que le critère de complétude est différent pour ces deux expressions: un nom propre est complet parce qu'il exprime un sens complet, un énoncé est complet parce qu'il exprime une pensée complète. Par suite, un énoncé peut faire l'objet d'une assertion, tandis qu'un nom propre ne le peut pas. Ainsi ce n' est pas tout à fait dans le même sens que nom propre et énoncé sont dits complets; l' énoncé est complet en un sens plus fort. L' assimilation de l'énoncé au nom propre implique de le séparer de la force assertive dont il est ordinairement doté.

Un nom propre a une référence, qui est un objet déterminé. Frege écrit ainsi au début de l' article *Sens et référence* : « par " signes " et " noms ", j'entends toute manière de désigner qui joue le rôle d'un nom propre: ce dont la dénotation est un objet déterminé (ce mot – « objet » – étant pris dans l'acception la plus large) mais ne saurait être un concept ni une relation » (*Sens et référence*, p.27). Par analogie, on peut se demander quelle est la référence d'un énoncé. Qu'un énoncé doive avoir un référent est exigé par son apparition dans des inférences. Ce référent ne peut être le fait décrit par l' énoncé ; le fait, en tant que possible et non comme réalisé, correspond bien plutôt au sens de l'énoncé. Le référent d'un énoncé doit être quelque chose d'invariant. Frege établit qu'il ne peut s'agir que de sa valeur de vérité.³ C'est le premier pas dans la détermination de la référence d'un énoncé. Il y a donc deux référents possibles pour les énoncés: le vrai ou le faux.

Le deuxième pas, dont on peut se demander s'il est nécessairement impliqué par le premier, consiste à poser les valeurs de vérité comme des objets; Frege le fait en choisissant une formulation équivalente, disant que les énoncés sont des noms propres.

Par valeur de vérité d'une proposition, j' entends la circonstance qu' elle est vraie ou qu' elle est fausse. Il n'y a pas d'autres valeurs de vérité. Par souci de brièveté, je nomme l'une le vrai et l'autre le faux. *Toute proposition affirmative, dans laquelle il y va de la référence des mots, doit donc être conçue comme un nom propre* ; sa référence, si elle existe, est soit le vrai, soit le faux. (*Sens et référence*, p. 34 ; nous soulignons)

Dans ce texte, on assiste à une substantivation du vrai et du faux: d' adjectifs qualifiant des propositions, ils deviennent des substantifs. Le souci de brièveté motive ce passage ; mais Frege s'autorise de cette possibilité grammaticale pour parler des valeurs de vérité comme d'objets. Cela n' est pas explicite dans le passage cité, où Frege préfère parler de la proposition affirmative visant à exprimer le vrai comme d'un nom propre; mais comme il est dit dans *Sens et référence*, un nom propre est employé comme ce qui désigne un objet déterminé. La proposition affirmative devient ainsi un nom propre du vrai ou du faux, et ces derniers des objets. Simple artifice grammatical ou bien nécessité liée à la nature de la chose ?

Cette thèse nous éloigne de la considération du langage naturel, où nom propre et énoncé ont des fonctionnements bien différents. Est-elle légitimée dans le contexte idéographique ? Frege assimile nom propre et énoncé car il veut à tout prix les distinguer des expressions fonctionnelles. Cela est manifeste dans la remarque qu'il fait à propos de la notion d'objet dans l' article *Fonction et concept*:

Dès lors que l'on admet tout objet sans restriction comme argument ou valeur d'une fonction, la question est de savoir ce que l'on entend par objet. Une définition dans les règles de l'Ecole est impossible à mon sens, car nous touchons à quelque chose dont la simplicité ne permet aucune analyse logique. Il est seulement possible d' indiquer (*hindeuten*) ce qui est entendu par là. Ici on ne peut dire brièvement que ceci: *un objet est tout ce qui n'est pas fonction, dont l'expression ne comporte donc aucune place vide*.

Une proposition affirmative ne contient aucune place vide, et pour cette raison sa référence doit être vue comme un objet. Mais cette référence est une valeur de vérité. Les deux valeurs de vérité sont donc des objets. (*Fonction et concept*, p. 18 ; nous

3 Voir *Sens et référence*, p. 33-34

soulignons)

On voit ainsi que l'objet est défini à l'aide de l'expression qui en tient lieu, par un trait négatif de celle-ci, ne pas comporter de lacune pouvant être remplie. Le niveau linguistique sert de guide pour établir ce qu'il en est au niveau ontologique. Et pourtant, malgré cette détermination négative, c'est le nom propre qui joue le rôle de modèle pour la relation de référence. L'analyse frégréenne est peu plausible au niveau du langage naturel ; elle va à l'encontre de la pratique linguistique, où nommer et décrire sont deux activités différentes. Frege va assimiler le rôle de l'énoncé à celui du nom propre. Mais peut-être s'agit-il là d'une contrainte interne au projet frégréen. Qu'est-ce qui justifie le réalisme des valeurs de vérité? On va voir que ce sont en partie des considérations formelles, liées à la visée d'une simplicité d'expression, qui conduisent Frege à voir le vrai et le faux comme des objets.

Le vrai dans les *Lois fondamentales de l'arithmétique*

L'ouvrage *Les lois fondamentales de l'arithmétique* (qui comprend deux tomes, publiés en 1893 et en 1903), expose la deuxième idéographie de Frege, qui comprend nombre de changements notables par rapport à la *Begriffsschrift* (1879). Les changements principaux entre les deux idéographies sont l'introduction d'un symbole pour les parcours de valeurs, d'un opérateur de description, permettant de parler du seul élément d'une classe-unité, ainsi que la division du contenu jugeable en deux composantes: la pensée et la valeur de vérité. Cette division est la conséquence de la distinction pour toute expression entre son sens et sa référence. Ainsi les valeurs de vérité n'apparaissent en tant que référents et objets qu'avec la deuxième idéographie. Frege considère cette introduction comme un progrès majeur de son formalisme: « A quel point tout devient plus simple et plus précis grâce à l'introduction des valeurs de vérité, seule une fréquentation assidue de ce livre peut l'enseigner. » (*Lois fondamentales*, Préface, p. 10) Nous allons examiner comment Frege en vient à y poser les valeurs de vérité comme des objets et quelles stipulations permettent de définir les fonctions primitives.

- Le double élargissement

Frege élargit successivement ce qu'il faut entendre par valeur et par argument d'une fonction. Comment Frege justifie-t-il l'introduction des valeurs de vérité dans son idéographie? Il va montrer qu'elles sont les valeurs de certaines fonctions, et par suite qu'elles doivent être admises comme arguments légitimes de toutes fonctions. En effet, Frege n'envisage qu'un seul domaine, comprenant tous les objets, dans lequel les fonctions prennent leurs arguments. La restriction se fait à l'intérieur même de l'énoncé, à l'aide d'un prédicat. Elle ne doit pas se faire au préalable, lors de la définition de la fonction.

Frege élargit tout d'abord la notion de fonction, afin de permettre l'admission du vrai et du faux comme valeurs possibles de fonctions. Place est ainsi faite aux fonctions de vérité. Par exemple, « $2x + 1$ » est l'expression d'une fonction numérique, « $2x = 3$ » l'expression d'une fonction de vérité. Frege montre la possibilité de cet élargissement à l'aide des seuls signes mathématiques: si on considère les signes $=$ et \leq comme des signes de fonctions, alors les fonctions qu'ils désignent ont pour valeurs des valeurs de vérité. Par exemple, la fonction « $x.x=4$ » a pour valeur le vrai pour les arguments 2 ou -2, et le faux pour tout autre argument.

Citons un passage des *Lois fondamentales*, où Frege présente comme identiques la relation de

référence pour les énoncés et la relation de référence pour les noms propres, les noms propres étant ici des termes numériques:

$0 = 4$, $1.1 = 4$, $2.2 = 4$, $3.3 = 4$ sont des expressions de pensées vraies et de pensées fausses. J'exprime cela ainsi: la valeur de la fonction $x.x = 4$ est soit la valeur de vérité du Vrai, soit celle du Faux. (...) Je dis: les noms « $2.2 = 4$ » et « $3 \geq 2$ » réfèrent (*bedeuten*) à la même valeur de vérité, que je nomme brièvement le Vrai. De la même manière « $3.3 = 4$ » et « $1 \geq 2$ » réfèrent à la même valeur de vérité, que je nomme brièvement le Faux, exactement comme le nom « 2.2 » réfère au nombre quatre. Je nomme par suite le nombre quatre la référence de « 4 » et de « 2.2 », et je nomme le Vrai la référence de « $3 \geq 2$ ». (*Lois fondamentales*, §2, page 7)

Ainsi l'élargissement du domaine des fonctions entraîne l'élargissement du domaine des valeurs que peut prendre une fonction. Les énoncés contenant le signe d'identité sont considérés comme des noms de valeurs de vérité. S'agit-il de noms propres ? Dans le passage cité, cela n'est pas explicite. Il est seulement question de "noms". Toutefois, l'analogie avec les termes numériques le suggère fortement. La considération de ce qui peut figurer comme argument va confirmer cette lecture.

En un second temps, en effet, Frege élargit le domaine des arguments à tous les objets possibles. Les valeurs de vérité sont des valeurs légitimes de fonctions; elles sont donc également des arguments légitimes. On doit alors les poser comme des objets, car ne peuvent figurer comme arguments que des objets.

Frege va chercher à construire des fonctions dont à la fois les valeurs et les arguments sont des valeurs de vérité. Mais en principe il n'y a pas de restriction sur ce qui peut figurer comme argument d'une fonction; tout objet peut y figurer. Cependant la détermination se fait selon que l'argument est le vrai, le faux ou bien ni l'un ni l'autre. Aucun autre objet n'a jusqu' alors été introduit. La détermination de la fonction identité est une exception, puisqu'elle se fait sans la mention explicite du vrai et du faux, à l'aide de la seule considération de tout objet en général.

Le vrai et le faux sont les objets primitifs à partir desquels vont être définies les fonctions primitives des *Lois fondamentales*. Examinons ces fonctions, selon l'ordre adapté par Frege pour leur introduction.

- Construction des fonctions de vérité

Quelle méthode pour construire les fonctions de vérité ? On part des objets qu'on a reconnu, à savoir au départ les seules valeurs de vérité, et on détermine les valeurs de fonctions pour ces objets, ou bien on examine laquelle de ces deux valeurs prend la fonction pour tous objets comme arguments. Frege admet des fonctions de premier niveau à 1 et 2 arguments. Une fonction de premier niveau a ses places d'arguments remplies par des noms propres. Si ces fonctions sont des fonctions de vérité, les premières sont des concepts, les secondes des relations. Une fonction peut prendre pour argument une fonction de premier niveau; elle sera alors de second niveau. S'il n'y a pas de typage au niveau des objets, il y a dans le langage formel fréquent un typage des fonctions.

Nous allons considérer les trois premières fonctions que Frege introduit dans le langage d'exposition des *Lois fondamentales*, afin d'examiner comment il procède dans la stipulation des valeurs prises par les fonctions pour des arguments déterminés. Ces fonctions sont la fonction « barre horizontale » (que l'on renommera fonction valeur-de-vérité), la fonction de négation et la fonction identité. Toutes ces fonctions sont donc des fonctions de vérité, ne prenant pour valeurs que les seules valeurs de vérité.

Examinons dans un premier temps la fonction « valeur-de-vérité ». Elle est déterminée de manière purement extensionnelle par les valeurs qu'elle prend pour des arguments donnés. Ses valeurs sont déterminées ainsi: si l'argument est le vrai, sa valeur est le vrai; si l'argument n'est pas le vrai, sa valeur est le faux. Tout objet peut prendre la place d'argument; la valeur de la fonction est

déterminée quel que soit cet objet.

Cette fonction joue un rôle crucial en ce qu'elle transforme toute expression en nom d'une valeur de vérité. L'expression doit avoir une référence; si c'est un terme singulier, on peut dire qu'il est transformé en énoncé, puisque sa référence devient une valeur de vérité. L'énoncé est assimilé à un nom et devient dans l'idéographie le modèle de tout nom. La fonction valeur-de-vérité est un concept (puisque sa valeur est toujours une valeur de vérité) sous lequel ne tombe que le vrai.

Prenons quelques exemples:

- $2+2 = 4$	désigne le vrai
$2+2=4$	désigne le vrai
- $2+1 = 4$	désigne le faux
- 2	désigne le faux
2	désigne 2

On remarque qu' aucun terme singulier ne peut être transformé en nom du vrai.

Dummett considère que ce signe est superflu, puisque Frege envisage pour chaque fonction les valeurs qu' elle prend pour tout argument possible. Citons le passage: " - est un symbole primitif dans le système de Frege, et apparaît comme entièrement superflu. (...) Si nous avons des variables portant sur tous les objets, valeurs de vérité incluses, et que nous voulions les restreindre aux seules valeurs de vérité, préfixer à chacune le signe - aurait cet effet; mais puisque toutes les constantes logiques sont définies pour tout argument possible, il n'y a nul besoin de cela." Il aurait été utile pour restreindre les arguments aux deux seules valeurs de vérité, et ainsi réduire le nombre de stipulations. (*Frege's philosophy of language*, p.315) Toute autre fonction aurait ainsi pris comme arguments les valeurs de cette fonction.

Passons à la fonction de négation. Ses valeurs sont déterminées par rapport aux valeurs prises par la fonction valeur-de-vérité pour les arguments donnés. Pour tout argument pour lequel la fonction valeur-de-vérité a le vrai pour valeur, elle a pour valeur le faux. Pour tout autre argument, elle a le vrai pour valeur. Ainsi sous cette fonction tombent tous les énoncés faux, ainsi que tous les termes qui ne sont pas des énoncés.

La fonction identité est une fonction de vérité à deux arguments. Frege ne spécifie pas la valeur de la fonction pour des valeurs de vérité comme arguments; il se contente de la détermination suivante:

« $G = D$ » signifie le vrai si G est identique à D.

Ainsi G et D peuvent être remplacés aussi bien par des termes singuliers que par des énoncés. Le signe d'égalité signifie aussi bien l'identité que l'équivalence logique, ceci grâce à la double thèse de la valeur de vérité comme référence des énoncés et comme objet. Cette fonction est reprise directement du langage mathématique; elle servait à justifier informellement l'introduction du vrai et du faux comme valeurs de fonctions. Frege la considère comme un signe logique primitif.

Pour toutes les fonctions qu'il construit, Frege va s'assurer, au § 31 des *Lois fondamentales*, qu'elles ont bien une référence. Pour cela, il faut vérifier que les noms obtenus par remplacement des variables par des noms de valeurs de vérité ont eux aussi une référence. Ceci est obtenu par les stipulations exposées plus haut qui posent la valeur des fonctions pour tous arguments possibles.

La logique se présente comme la science la plus générale. Ce qu'elle établit doit valoir pour les objets de toute enquête scientifique. L'universalité de la logique s'exprime chez Frege par l'admission d'un domaine non-restreint d'objets, dans lequel toutes les fonctions puisent leurs arguments.

L'exigence à laquelle doit se conformer toute fonction est d'être définie pour tout objet : pour chaque objet pris comme argument, on doit pouvoir donner la valeur correspondante de la fonction.

Cependant un langage, comme celui des *Lois fondamentales*, peut ne pas contenir de nom pour tout objet. Les stipulations de Frege laissent ouvert le domaine sans énumérer ce qu'il contient.

Pour parler d'un objet, il faut disposer d'un symbole pour le désigner. Les premières fonctions (négation, égalité, implication) sont définies à l'aide du vrai et du faux sans qu'on dispose encore de représentation symbolique pour ces objets. Ces définitions se font de manière informelle. Ainsi le domaine des arguments est ouvert, mais Frege n'examine jamais que le cas des objets qu'il a introduits explicitement. La représentation symbolique du vrai et du faux intervient lorsqu'il apparaît nécessaire de disposer d'un critère pour comparer valeurs de vérité et extensions de concept. Tout objet pouvant être donné de plusieurs manières, il faut déterminer si les valeurs de vérité peuvent être des extensions de concept.

Mais si l'on considère le vrai et le faux en tant que servant à l'interprétation des formules du langage, leur représentation symbolique, procurée par leur identification avec certains parcours de valeurs, est accessoire. Ces deux objets sont désignés par des pensées. Lorsque c'est le Vrai qui est désigné, la pensée peut être assertée, assertion exprimée par la barre de jugement : on obtient alors une proposition de l'idéographie (*Begriffsschriftsatz*). La doctrine de l'assertion est essentielle en ce qu'elle redonne sa spécificité à l'énoncé, spécificité suspendue lors de l'établissement de la sémantique du langage formel. Il nous faut maintenant comprendre en quoi la désignation du vrai par une phrase n'est pas équivalente à son assertion.

- Le problème de l'assertion

Frege pose l'équivalence entre les deux thèses suivantes:

- (1) les énoncés sont des noms propres
- (2) les valeurs de vérité sont des objets

Cette équivalence reflète la correspondance entre le niveau linguistique et le niveau ontologique. Afin de l'établir, il s'éloigne du fonctionnement du langage naturel et brouille la distinction entre nom propre et énoncé qu'on y trouve. Considérer l'énoncé comme un nom implique de séparer le contenu (la pensée) et la force assertive. Frege redonne sa spécificité à l'énoncé en lui reconnaissant la possibilité d'être asserté ; l'assertion est exprimée à l'aide d'un signe particulier, la barre de jugement. Ainsi l'assimilation de l'énoncé à un nom propre rend nécessaire et justifie la doctrine de l'assertion. Dans un article sur la vérité chez Frege, Tyler Burge fait ce constat: " Les différences profondes entre prédicats et signes ordinaires de fonctions, et entre phrases et termes, furent largement repoussées dans la théorie de la force ou usage" (*Frege on truth*, p. 117). L'assertion est un acte correspondant à la phrase déclarative; elle dote la pensée d'une force spécifique, tout comme le souhait peut attribuer à une pensée une force spécifique.

Du coup nous voici confrontés à une ambiguïté : un énoncé doit pouvoir désigner le vrai sans être posé comme vrai. C'est ce qui se passe lorsqu'il n'est pas asserté. Un parallèle avec le nom propre est de mise: « On voit que je ne veux encore rien affirmer, lorsque j'écris une équation, mais que je désigne seulement une valeur de vérité, de la même manière que je n'affirme rien, quand j'écris "2.2", mais désigne seulement un nombre. » (*Lois fondamentales*, §2, p.7)

Le signe numérique ici considéré est un nom propre; il va de soi qu'il n'y a pas de sens à l'affirmer ou à le nier. La valeur de vérité étant la référence d'un énoncé (et non un prédicat attribué à l'énoncé), elle n'est pas posée par l'énoncé, mais seulement désignée. Ainsi la possession d'une référence par un énoncé n'équivaut jamais à une affirmation; celle-ci doit être exprimée explicitement. Pour Frege, asserter consiste à exprimer la reconnaissance de la vérité d'une pensée. Il s'agit d'un acte spécifique requérant un symbole particulier, la barre de jugement: \vdash . Ainsi « $2 + 3 = 5$ » désigne une valeur de vérité; « $\vdash 2 + 3 = 5$ » nous dit que cette valeur est le vrai.

Citons un texte qui exprime clairement l'idée sous-tendant la nécessité d'un signe pour l'assertion et la raison pour laquelle Frege s'éloigne de l'interprétation courante:

Quand on écrit une égalité ou une inégalité, par exemple $5 \geq 4$, on veut d'ordinaire exprimer en même temps par là un jugement; dans notre cas, on veut affirmer que 5 est plus grand que 4. Dans la conception que j'expose ici, « $5 \geq 4$ » ou « $1+3 = 5$ », sont seulement des expressions de valeurs de vérité, sans que par là quoi que ce soit soit affirmé. Cette distinction entre le jugement et ce sur quoi on juge apparaît incontournable, car sinon on ne pourrait exprimer une simple supposition, la considération d'un cas, sans juger aussitôt de son occurrence. Nous avons donc besoin d'un signe particulier pour pouvoir affirmer quelque chose. » (*Fonction et concept*, p. 21-22)

Toute phrase de l'idéographie doit être précédée de ce signe, car pour Frege, c'est seulement à partir de propositions vraies que l'on peut faire des inférences. Frege réclame la nécessité de pouvoir faire de simples suppositions, mais n'en emploie jamais au cours de ses démonstrations. Les systèmes de déduction naturelle feront usage de la possibilité de poser des hypothèses et de les décharger au cours d'un raisonnement. Pour Frege, les suppositions ne sont présentes que dans l'antécédent des énoncés conditionnels.

Qu'en est-il des énoncés mentionnant le vrai ? Doivent-ils eux aussi faire l'objet d'une assertion ou bien la mention du vrai permet-elle de s'en dispenser ? Deux textes de Frege abordent ce problème sous deux angles différents : l'un considère le prédicat "est vrai" comme ne pouvant porter l'assertion, l'autre cherche à déterminer ce que l'on vise en employant un tel prédicat.

Le premier de ces textes se trouve dans l'article *Sens et référence*. Soit l'énoncé « $3 \leq 4$ » et un énoncé disant que la pensée exprimée par cet énoncé est vraie: « La pensée que $3 \leq 4$ est vraie. » Ces deux énoncés ont le même contenu, c'est-à-dire le même sens. Les mots "est vrai" ne contribuent en rien au sens d'un énoncé. Par ailleurs, ils ne confèrent aucune force à cet énoncé, qu'elle soit assertive, interrogative ou autre. On pourra toujours demander la valeur de vérité de ce dernier énoncé; elle sera identique à celle du premier énoncé. Ainsi le rapport de la pensée au vrai ne peut être comparé à celui du sujet au prédicat. Sujet et prédicat sont des parties de pensée; en les combinant on obtient une nouvelle pensée, sans passer du sens à la référence (ici l'expression linguistique change mais la pensée reste exactement la même). Le rapport de la pensée au vrai n'est pas exprimable dans la pensée elle-même; il se manifeste dans la force assertive. Frege conclut le passage ainsi: "Une valeur de vérité ne peut être une partie d'une pensée, aussi peu que le soleil, parce qu'elle n'est pas une pensée, mais un objet." (*Sens et référence*, p. 35)

Le second de ces textes présente une interprétation plus radicale : aucune occurrence des termes "est vrai" ne doit être considérée comme une expression prédicative. Il s'agit d'une manière détournée d'exprimer le rapport d'un signe à son référent:

« Si nous disons « la pensée est vraie », nous semblons assigner la vérité en tant que propriété à la pensée. Si c'était le cas, nous serions en présence d'un cas de subsumption. La pensée serait comme un objet, subsumée sous le concept du vrai. Mais ici nous sommes trompés par le langage. Nous n'avons pas la relation d'un objet à une propriété, mais celle du sens d'un signe à sa signification. » (*Introduction à la logique*, texte de 1906)

Dans le premier cas, les mots "est vrai" étaient reconduits à leur statut prédicatif et donc à leur absence de force, dans le second est reconnu leur statut particulier. On ne sait cependant s'ils peuvent alors prétendre porter l'assertion.

Wittgenstein critique de manière virulente la nécessité alléguée par Frege du recours au signe d'assertion. Dans le *Tractatus*, en 4.442, il lui conteste toute signification logique et fait à ce propos la remarque suivante: « Il n'est pas possible qu'une proposition dise d'elle-même qu'elle est vraie. » Que signifie cette critique de Wittgenstein ? La barre de jugement doit-elle être considérée comme un signe méta-linguistique? Un point à remarquer est que pour Frege, une fois asserté, un énoncé cesse de désigner une valeur de vérité ; sa fonction linguistique change. Il cesse donc de dire

son sens pour affirmer que son sens désigne le vrai. Le signe d'assertion est donc tout à fait incomparable aux signes de fonctions. Un passage de *Fonction et concept* l'exprime sans ambiguïté: « La barre de jugement ne peut pas être utilisée pour former une expression fonctionnelle, car elle ne sert pas, combiné avec d'autres signes, à désigner un objet. « $\vdash 2 + 3 = 5$ » ne désigne rien, mais affirme quelque chose. » (*Fonction et concept*, p.22, note 7) Le signe d'assertion est unique en son genre; aucun prédicat ne peut lui être substitué, pas même le prédicat de vérité.

Conclusion

Dans quelle mesure l'assimilation de l'énoncé au nom propre est-elle essentielle au calcul des prédicats du premier ordre avec égalité, c'est-à-dire le fragment consistant du calcul développé par Frege, du second ordre ? Elle l'est seulement si on considère que la seule sémantique pour un tel calcul est celle présentée par Frege: les références de toutes les expressions complètes sont des objets, tandis que les référents des expressions incomplètes sont des fonctions. Ne peuvent apparaître comme arguments et comme valeurs de fonctions que des objets. Peut-on se dispenser de ces catégories sémantiques?

On le peut et Frege aurait pu maintenir que les énoncés sont d'un type logique différent à la fois des noms et des expressions fonctionnelles. On aurait alors trois référents de types différents: objets, fonctions et valeurs de vérité. Néanmoins, l'assimilation entre nom propre et énoncé produit une simplification, une économie au niveau des types d'expressions et des types d'entités; son défaut est d'effacer la différence de fonction entre énoncé et nom propre. Citons à cet effet Michael Dummett : " L'identification des valeurs de vérité comme les référents des phrases, accompagnée de la thèse des valeurs de vérité comme objets, mena à une grande simplification dans l'ontologie de Frege, au prix d'une analyse hautement implausible du langage." (*Frege's philosophy of language*, p. 183) . Ainsi, les seules entités reconnues comme existantes seraient les fonctions et les objets, désignés respectivement par des expressions fonctionnelles et des noms propres. Les énoncés sont des cas particuliers de noms propres, les valeurs de vérité des cas particuliers d'objets. Les prédicats et les expressions relationnelles apparaissent comme des cas particuliers d'expressions fonctionnelles, les concepts et relations comme des cas particuliers de fonctions.

Ce serait donc pour des raisons de simplicité d'exposition et de manipulation que Frege aurait choisi cette assimilation surprenante au premier abord. Ceci doit nous faire appréhender l'approche pragmatique, c'est-à-dire visant la simplicité des ressources symboliques combinée à la plus grande expressivité, qu'adopte en partie Frege dans l'établissement de son système logique. Il accepte d'abandonner certains traits de l'usage du langage - la spécificité des phrases par rapport aux noms propres - afin de simplifier l'exposition de la syntaxe et de la sémantique. Des traits syntaxiques, complétude et incomplétude, imposent l'attribution aux expressions d'un certain référent. Le cercle des référents est restreint - valeurs de vérité et extensions de concept - , ce qui garantit l'absence d'indétermination dans la définition des opérateurs logiques.

La question du sens est en retrait dans l'exposition du formalisme de la deuxième idéographie. Il est néanmoins intéressant de s'interroger sur le sens des noms complexes désignant des valeurs de vérité. Tout énoncé vrai a le même référent, qui est le Vrai. Le Vrai étant un objet, peut se poser la question de son identification. D'ordinaire, il n'y a pas de frontière stricte entre le sens comme manière d'identifier l'objet et le sens comme information sur l'objet. Etant donnés deux sens relatifs à un même objet, l'un ou l'autre peut valoir comme sens ou comme véhiculant une

information sur l' objet. Par exemple, selon mes connaissances en géographie, "le fleuve prenant sa source au Mont Gerbier de Jonc" et "le fleuve traversant Nantes" vaudront soit comme moyen d'identifier un objet, la Loire, soit comme information sur cet objet. Dans le cas du vrai, il n' y a aucune information sur l' objet que pourrait véhiculer l' énoncé. Le vrai n' étant saisi que comme référent, tout ce qui y fait référence vaut comme moyen d'identification. Ainsi il n'y a pas de jugement de reconnaissance pour le vrai et le faux. S' ajoute à cela qu' ils ne peuvent être nommés au sein d'un énoncé. Le sens ne vaut donc dans ce cas très particulier que comme manière d'identifier l' objet, et jamais comme une information sur cet objet. Cela rejoint l' idée que la logique est la science la plus générale. Elle a des objets, qui sont le vrai et la faux, mais on ne peut rien en dire. Pourtant le vrai et le faux sont requis, si ce n' est comme objets, tout du moins comme références différenciées des énoncés.

Bibliographie

- Burge Tyler, 1986, *Frege on truth*, ed. Haaparanta & Hintikka, Frege synthesized, p. 97-154, Dordrecht, D. Reidel
- Dummett Michael, 1981, *Frege's philosophy of language*, Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press
- Frege Gottlob, 2007, *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, Hildesheim, Georg Olms Verlag
- Frege Gottlob, 1987, *Die Grundlagen der Arithmetik*, Stuttgart, Reclam
- Frege Gottlob, 2008, *Funktion, Begriff, bedeutung*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht
- Frege Gottlob, 1962, *Grundgesetze der Arithmetik*, Hildesheim, Georg Olms Verlag
- Frege Gottlob, 2003, *Logische Untersuchungen*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht
- Frege Gottlob, 1969, *Nachgelassene Schriften*, Hamburg, Felix Meiner
- Frege Gottlob, 1969, *Les fondements de l'arithmétique*, Paris, Seuil
- Frege Gottlob, 1971, *Ecrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil
- Frege Gottlob, 1994, *Ecrits posthumes*, Nîmes, Jacqueline Chambon
- Wittgenstein Ludwig, 1993, *Tractatus logico-philosophicus*, Paris, Gallimard