



**HAL**  
open science

## ANSYS et le calcul des structures sandwich

Vincent Manet, Han Woo-Suck

► **To cite this version:**

Vincent Manet, Han Woo-Suck. ANSYS et le calcul des structures sandwich. Conférence des utilisateurs d'Ansys, Oct 1997, Paris, France. pp.1-18. hal-00664568

**HAL Id: hal-00664568**

**<https://hal.science/hal-00664568>**

Submitted on 31 Jan 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# ANSYS et le calcul des structures sandwich

Vincent MANET et Woo-Suck HAN

École des Mines de Saint-Étienne  
Département Mécanique et Matériaux  
158, cours Fauriel  
42023 Saint-Etienne cedex 2  
Tél : 04-77-42-00-79 et 01-89  
Fax : 04-77-42-00-00  
Mél : [manet@emse.fr](mailto:manet@emse.fr) et [han@emse.fr](mailto:han@emse.fr)

## Résumé

Ce papier présente une série d'études comparatives menées sur une poutre sandwich simplement supportée soumise à une pression uniforme à l'aide de différents éléments proposés dans ANSYS 5.2 : l'influence du raffinement du maillage ainsi que celle du rapport des modules d'Young entre les couches sont étudiées.

À travers ces études, nous constatons une nécessité du développement d'une méthode de post-traitement, appelée Reissner local, qui permet d'améliorer la précision des contraintes aux interfaces pour les grands rapports entre modules d'Young des peaux et âme. La validité et l'efficacité de cette méthode est montrée au travers de ces études.

## 1 Introduction

Les structures sandwich sont maintenant réellement appréciées dans l'industrie, et notamment dans le domaine du transport (automobile, aéronautique, construction navale ou ferroviaire) ou en génie civil. Il est donc important de savoir quel élément utiliser pour leur modélisation.

Une structure sandwich est composée de trois couches :

- deux couches extérieures, les peaux, fines et rigides, travaillant en membrane ;
- une couche centrale épaisse et de faible densité, l'âme, soumise essentiellement au cisaillement transverse.

Dans le processus de conception, les contraintes d'interface sont particulièrement importantes car elles jouent un rôle crucial dans les modes de rupture, comme exposé dans [1, 2]. L'âme étant essentiellement soumise au cisaillement transverse, cette composante, généralement beaucoup plus faible que les autres, ne

peut pas être négligée : dans certains cas, les effets dus à cette composante peuvent supplanter tous les autres phénomènes (de flexion par exemple), comme montré dans [3, 4, 5, 6]. La détermination des contraintes de cisaillement transverse est donc particulièrement importante dans la conception de matériaux optimisés.

Si nous supposons que les couches restent parfaitement collées aux interfaces :

- le champ de déplacements doit être continu ;
- les composantes normales de la trace du tenseur des contraintes doivent être continues.

Dans ce papier, nous étudierons un cas très simple avec ANSYS 5.2 en vue d’illustrer la nécessité d’un post-traitement [7] qui permet de vérifier les conditions de continuité précitées. Cette méthode de post-traitement est basée sur la formulation de Reissner afin d’améliorer la précision des contraintes aux interfaces des structures sandwich.

Par contre, les éléments spéciaux hybrides développés au sein du département [7, 8], les éléments mixtes [9, 10, 11, 12], les éléments basés sur la théorie des plaques stratifiées homogénéisées [13, 14, 15] et les méthodes de post-traitement [16, 17] ne sont pas abordés.

## 2 Description de l’étude

L’un des exemples les plus simples est celui de la poutre simplement supportée et soumise à une pression uniforme sur sa face supérieure, comme présenté en figure 1.

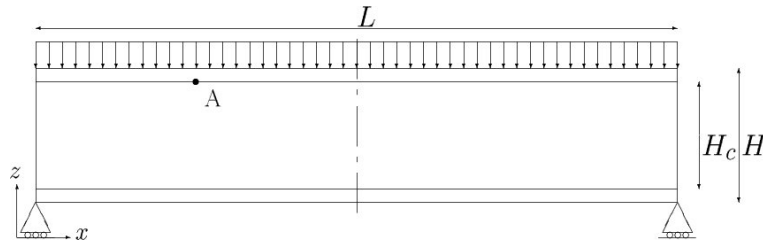


FIGURE 1 – Poutre sandwich

### 2.1 données

Les données géométriques sont les suivantes :

- longueur totale de la poutre  $L = 24$  mm ;
- épaisseur totale  $H_T = 2$  mm, épaisseur de la peau supérieur  $H_{st} = 0,2$  mm, épaisseur de âme  $H_C = 1,6$  mm, épaisseur de la peau inférieur  $H_{sb} = 0,2$  mm ;

– largeur de la poutre  $B = 1$  mm.

Les propriétés des matériaux et le chargement sont les suivants :

- les peaux sont en aluminium de module d'Young  $E_s = 70000$  MPa et de coefficient de Poisson  $\nu_s = 0,34$  ;
- intensité de la pression  $q = -1$  N/mm.

les propriétés des matériaux de l'âme varient suivant les cas d'étude :

- Cas A : en époxyde ( $E_c = 3400$  Mpa et  $\nu_c = 0,34$ ) ;
- Cas B : en mousse ( $E_c = 340$  Mpa et  $\nu_c = 0,4$ ) ;
- Cas C : en mousse légère ( $E_c = 70$  Mpa et  $\nu_c = 0,4$ ) ;
- Cas D : autre :  $\nu_c = 0,4$  est fixé et  $E_s/E_c$  varie.

Grâce à la symétrie du problème, seule une demi poutre est modélisée.

## 2.2 Modélisations par éléments finis

Avant de construire les modèles utilisant différents éléments disposés dans ANSYS 5.2, nous introduisons les termes abrégés suivants pour le maillage :

- $ncuts$  = nombre d'éléments dans la direction de l'axe de la poutre ;
- $nskin$  = nombre d'éléments suivant l'épaisseur de chaque peau ;
- $ncore$  = nombre d'éléments suivant l'épaisseur de l'âme.

La solution analytique de Pagano [18] est reprise comme solution de référence pour la comparaison avec les résultats par éléments finis.

Les modèles utilisés sont les suivants :

- modèle Plane 82 :  $nskin = ncore = 1$ , *i.e.* 3 éléments suivant l'épaisseur de la poutre. Il y a un deuxième modèle Plane 82/2 ayant  $ncore = 2$  afin de comparer convenablement les résultats d'ANSYS à ceux obtenus par la méthode de post-traitement, Reissner local ;
- modèle Solid 46 (cubique multicouche 20 nœuds) : 1 élément suivant l'épaisseur totale, représentant toutes les couches de la poutre ;
- modèle Shell 91 (coque quadrilatère multicouche 8 nœuds) avec l'option sandwich ( $keyopt(9)=1$ ) : 1 élément suivant l'épaisseur totale, représentant toutes les couches de la poutre ;

## 2.3 Valeurs de comparaison

Dans cette étude, nous nous intéressons plus particulièrement aux résultats suivants :

- le déplacement maximal de la structure suivant  $z$ , noté  $U_z$  ;
- la composante discontinue des contraintes,  $\sigma_{xx}$ , au point A dans la peau et dans l'âme, et la composante continue  $\sigma_{zz}$  ;
- la contrainte interlaminaire : il s'agit de la composante continue  $\sigma_{xz}$ , toujours au point A.

Le point A se situe à l'interface entre peau supérieure et âme, et à  $x_1 = L/4$  suivant l'axe de la poutre.

### 3 Étude de la poutre sandwich

Nous présentons maintenant les résultats obtenus avec ANSYS 5.2 suivants les cas.

#### 3.1 Influence de $ncuts$

Dans cette partie, nous traitons les cas A, B et C (respectivement  $E_c = 3400$  MPa,  $E_c = 340$  MPa et  $E_c = 70$  MPa pour l'âme).

La figure 2 présente les déplacements du cas B, les figures 3 et 4 les deux composantes continues  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xz}$ , et les figures 5 et 6  $\sigma_{xx}$  dans l'âme et dans la peau respectivement.

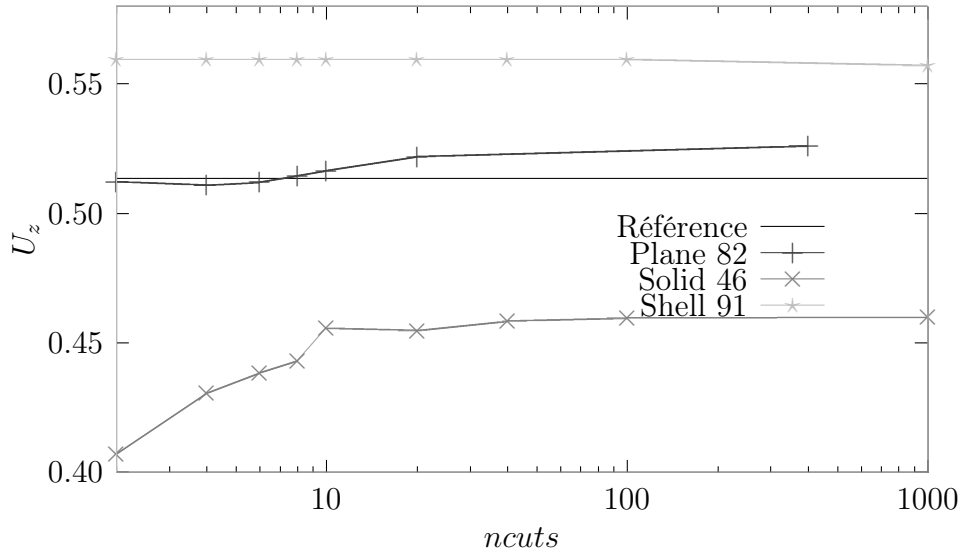


FIGURE 2 – Influence de  $ncuts$  :  $U_z$  (cas B)

Les tableaux 1, 2 et 3 présentent respectivement les résultats numériques et pourcentages d'erreur après convergence pour ces 3 cas.

De ces figures et tableaux, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- L'élément Plane 82 est le plus adapté. Toutefois il semble diverger concernant les déplacements pour le maillage choisi (grossier avec  $n_{skin} = n_{core} = 1$ );
- Solid 46 est le plus mauvais. Il ne converge jamais vers la solution de référence (que ce soit pour les déplacements ou pour les contraintes);

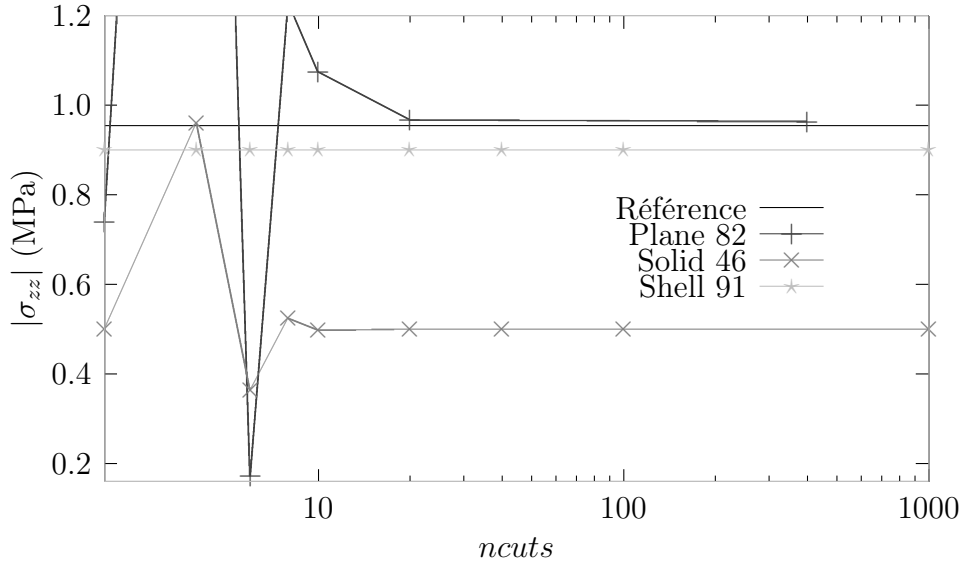


FIGURE 3 – Influence de  $ncuts$  :  $\sigma_{zz}$  (cas B)

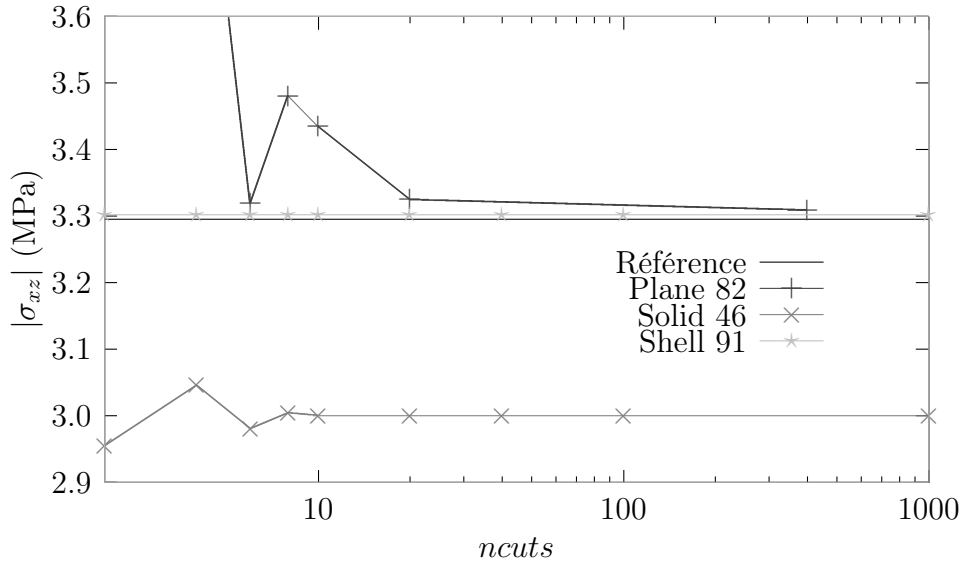


FIGURE 4 – Influence de  $ncuts$  :  $\sigma_{xz}$  (cas B)

- Shell 91 est particulièrement intéressant pour les composantes continues des contraintes  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xz}$  ;
  - Plane 82 est le seul modèle donnant une détermination correcte de la composante discontinue  $\sigma_{xx}$  dans la peau et l'âme ;
- Enfin, notons qu'il semble que l'erreur augmente en fonction du rapport  $E_s/E_c$ . Nous allons étudier ce point dans le paragraphe suivant.

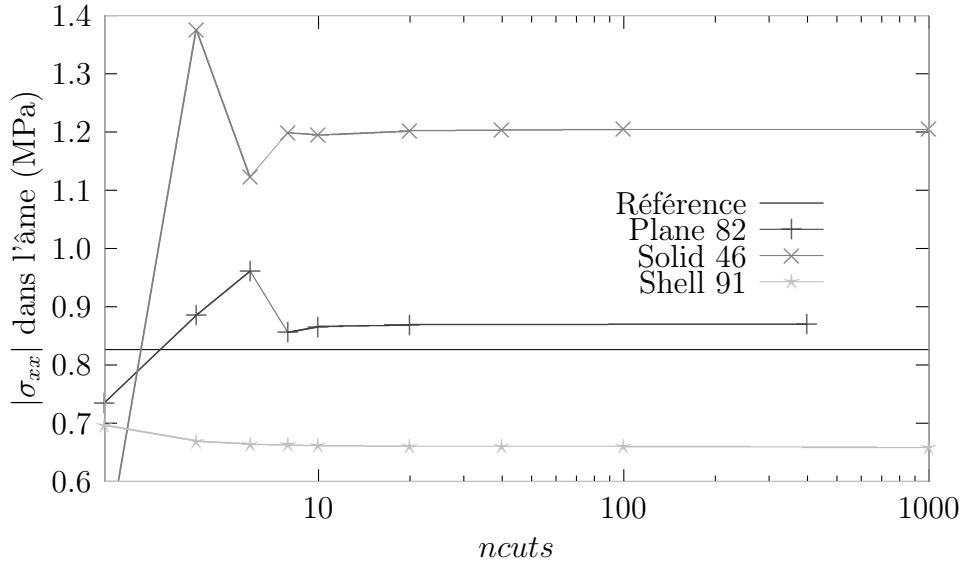


FIGURE 5 – Influence de  $ncuts$  :  $\sigma_{xx}$  dans l'âme (cas B)

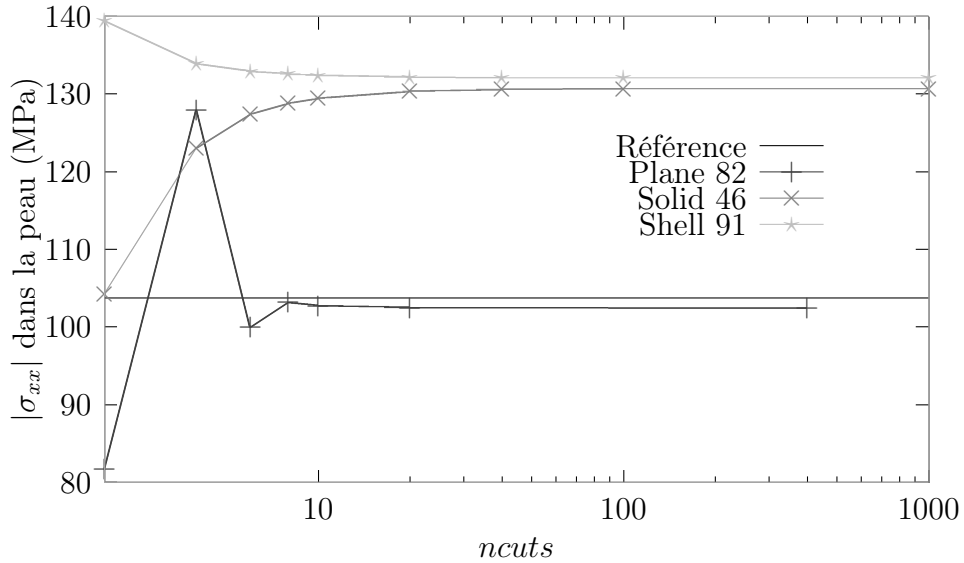


FIGURE 6 – Influence de  $ncuts$  :  $\sigma_{xx}$  dans la peau (cas B)

### 3.2 Influence du rapport $E_s/E_c$

Tout matériau pouvant être obtenu sous forme de peau fine étant acceptable pour les peaux, et tout matériau de faible densité étant acceptable pour l'âme, les structures sandwich peuvent avoir des caractéristiques extrêmement différentes entre peaux et âme.

TABLE 1 – Cas A :  $E_c = 3400$  Mpa

	$ U_z $	$ \sigma_{zz} $	$ \sigma_{xz} $	$ \sigma_{xx} $ peau	$ \sigma_{xx} $ âme	ncuts
Ref	0.21596	0.94624	3.1635	123.13	6.2844	
P82	0.21527	0.95033	3.2616	123.08	6.2843	400
	0.319%	0.432%	3.10%	0.04%	0.001%	
S91	0.21388	0.90000	3.1587	126.35	6.1369	1000
	0.963%	4.887%	0.15%	2.61%	2.35%	
S46	0.20355	0.50000	3.0000	123.28	8.4202	1000
	5.746%	47.16%	5.17%	0.12%	34.0%	

TABLE 2 – Cas B :  $E_c = 340$  Mpa

	$ U_z $	$ \sigma_{zz} $	$ \sigma_{xz} $	$ \sigma_{xx} $ peau	$ \sigma_{xx} $ âme	ncuts
Ref	0.51353	0.95461	3.2956	103.71	0.8262	
P82	0.52618	0.96321	3.3091	102.38	0.8701	400
	2.463%	0.901%	0.41%	1.28%	5.31%	
S91	0.55712	0.90000	3.3024	132.09	0.6599	1000
	8.488%	5.721%	0.22%	27.4%	20.1%	
S46	0.45994	0.50000	3.0000	130.68	1.2042	1000
	10.44%	47.62%	8.97%	26.0%	45.7%	

TABLE 3 – Cas C :  $E_c = 70$  Mpa

	$ U_z $	$ \sigma_{zz} $	$ \sigma_{xz} $	$ \sigma_{xx} $ peau	$ \sigma_{xx} $ âme	ncuts
Ref	1.740	0.96121	3.2926	20.43	0.3614	
P82	1.741	0.96847	3.1561	20.77	0.3301	400
	0.06%	0.755%	4.15%	1.66%	8.66%	
S91	1.987	0.90000	3.3161	132.64	0.1364	1000
	14.2%	6.368%	0.71%	549 %	62.2%	
S46	1.506	0.50000	3.0000	131.43	0.4802	1000
	13.4%	47.98%	8.89%	543 %	32.9%	

Un paramètre intéressant est donc le rapport des modules d'Young  $E_s/E_c$  entre peaux et âme. Ce paramètre peut varier de 4 (sandwich proche d'un stratifié) à 1500 (pour les nouveaux sandwiches high-tech). Il faut toutefois noter que



ce rapport varie généralement entre 200 et 1000.

Dans ce paragraphe, nous allons étudier l'influence de ce rapport pour les différents modèles lorsque  $ncuts$  est fixé à 20.

Les déplacements obtenus sont présentés dans la figure 7, les composantes  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xz}$  dans les figures 8 et 9, et la composante discontinue  $\sigma_{xx}$  dans les figures 10 et 11 pour l'âme et la peau respectivement.

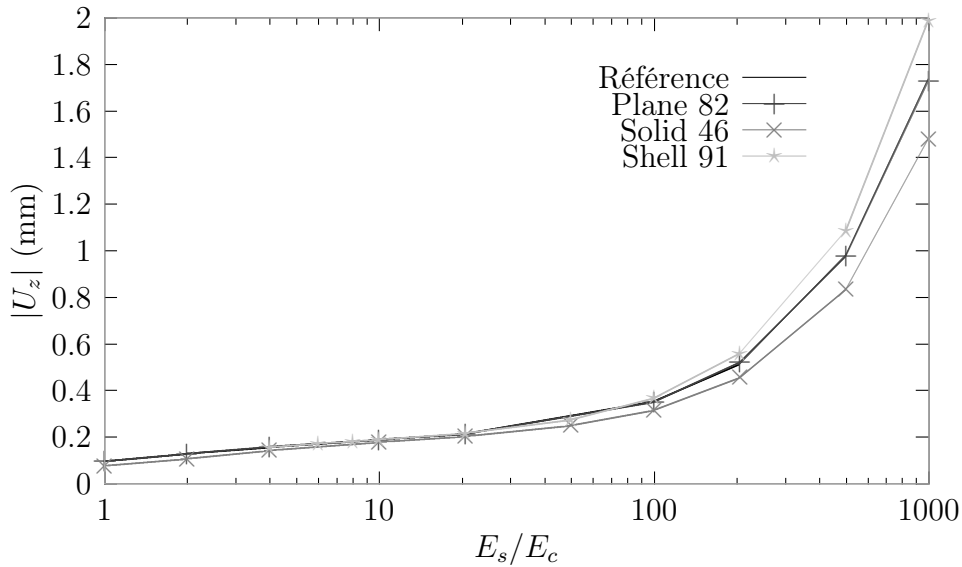


FIGURE 7 – Influence de  $E_s/E_c$  :  $U_z$  ( $ncuts=20$ )

De ces figures, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Plane 82 est le meilleur modèle pour les déplacements,  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xx}$  dans l'âme et la peau ;
- Shell 91 et Solid 46 sont acceptables pour les déplacements et  $\sigma_{xx}$  dans l'âme. Ils sont encore acceptables pour  $\sigma_{xx}$  dans la peau, mais seulement pour  $E_s/E_c \leq 50$  ;
- Shell 91 donne une approximation acceptable de  $\sigma_{zz}$ , et il est très intéressant pour  $\sigma_{xz}$  ;
- Plane 82, qui était exceptionnellement bon dans l'étude précédente, montre quelques difficultés, tout spécialement pour des rapports  $E_s/E_c$  importants pour  $\sigma_{xz}$ . L'influence du maillage pour le modèle Plane 82 est étudié au paragraphe suivant.

### 3.3 Élément Plane 82 : influence du maillage

Dans les études précédentes, nous avons mis 1 seul élément dans chaque couche du sandwich avec Plane 82. Maintenant, nous allons voir l'influence du nombre

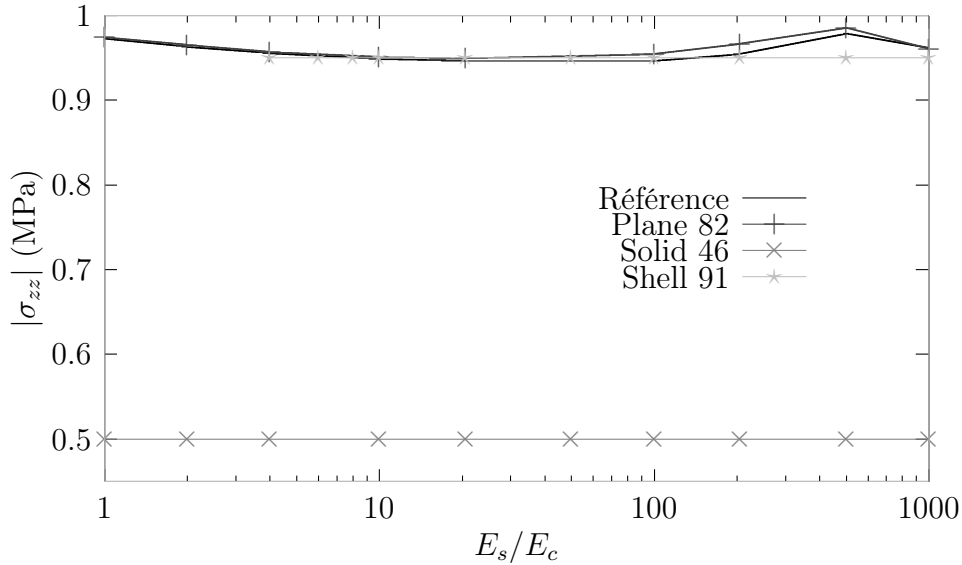


FIGURE 8 – Influence de  $E_s/E_c$  :  $\sigma_{zz}$  (ncuts=20)

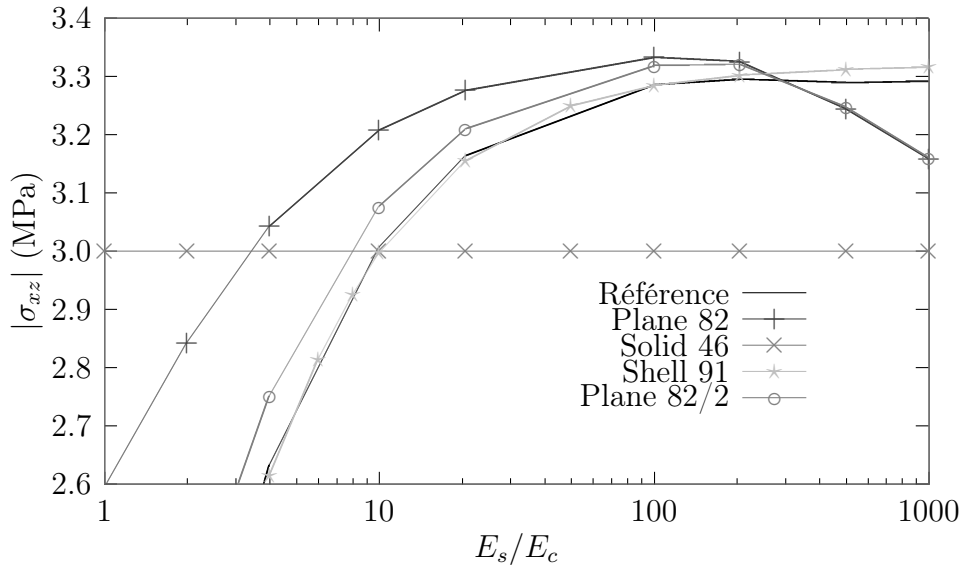


FIGURE 9 – Influence de  $E_s/E_c$  :  $\sigma_{xz}$  (ncuts=20)

d'éléments suivant l'épaisseur des peaux (nskin) et de l'âme (ncore).

Les déplacements sont donnés à la figure 12,  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xz}$  aux figures 13 et 14, et  $\sigma_{xx}$  aux figures 15 and 16 dans l'âme et la peau respectivement. Ces calculs sont faits pour  $E_s/E_c = 500$ .

De ces figures, on tire les conclusions suivantes :

- les résultats sont toujours bons quand  $ncore = 8$  nskin, *i.e.* lorsque le maillage est régulier suivant l'épaisseur ;

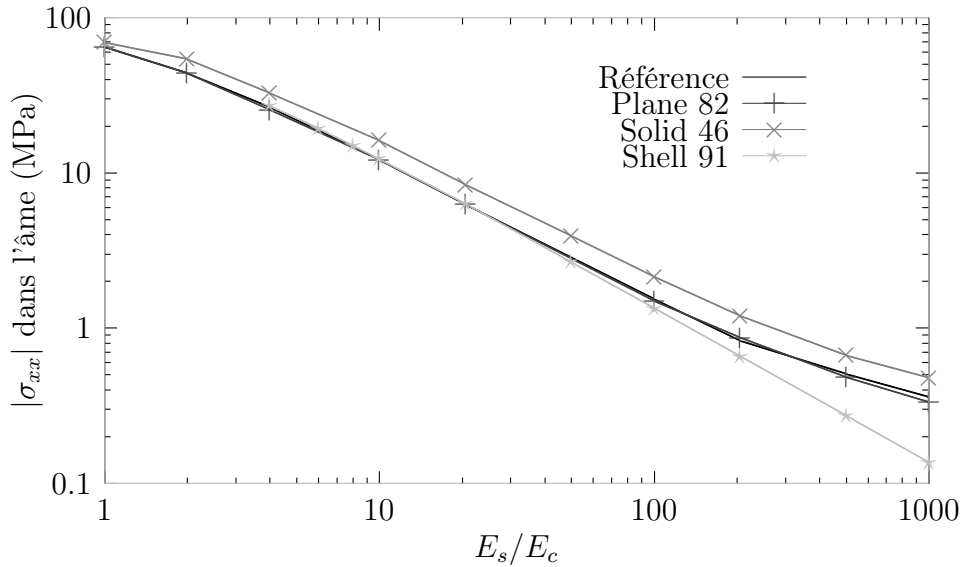


FIGURE 10 – Influence de  $E_s/E_c$  :  $\sigma_{xx}$  dans l'âme (ncuts=20)

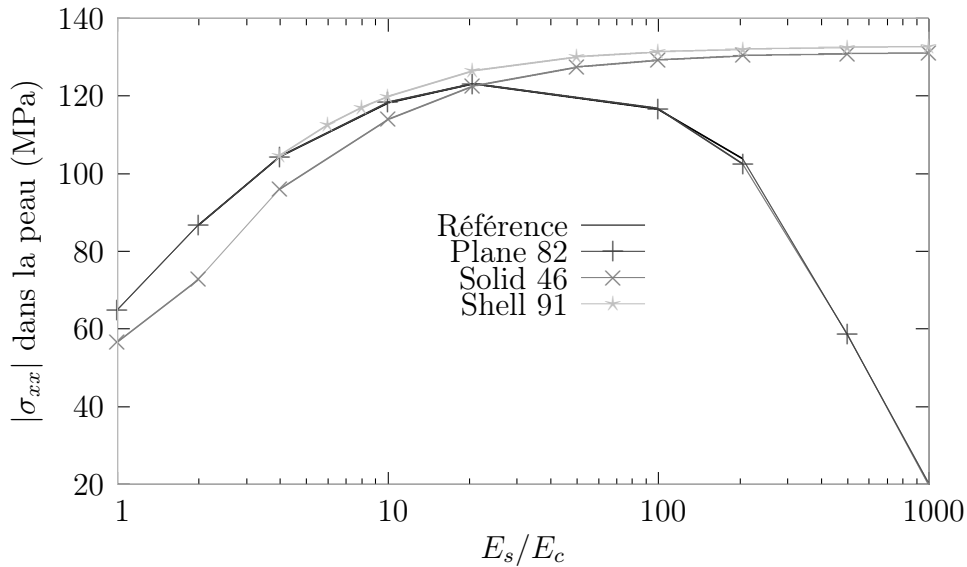


FIGURE 11 – Influence de  $E_s/E_c$  :  $\sigma_{xx}$  dans la peau (ncuts=20)

- nskin et ncore n'ont pas d'influence sur la convergence des déplacements car cette convergence dépend essentiellement de la flexion : le nombre de découpages longitudinaux, ncuts, est donc le paramètre prépondérant.
- un maillage très raffiné (nskin=4) doit être utilisé pour assurer la convergence vers la bonne valeur de  $\sigma_{zz}$  ;
- un maillage grossier (nskin=1) ne permet pas d'obtenir une valeur accep-

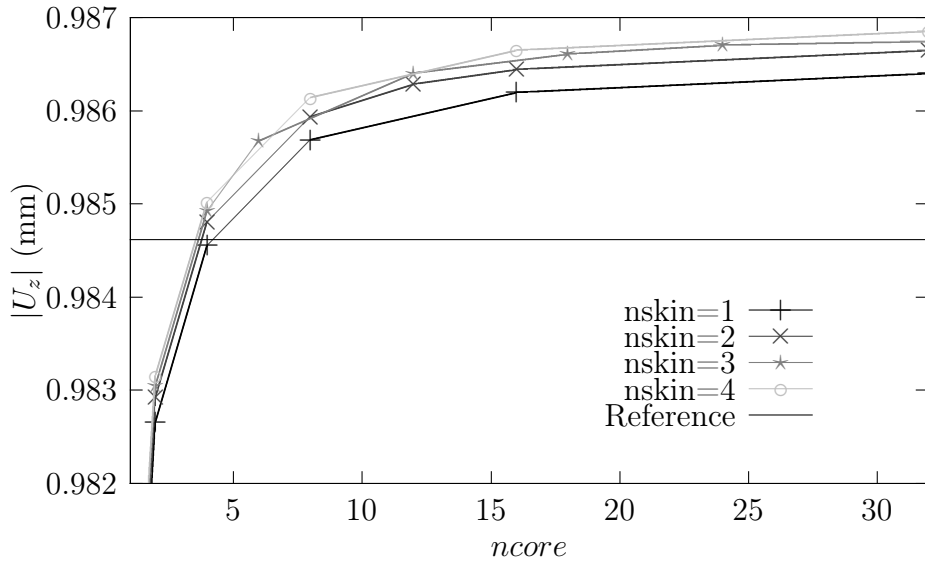


FIGURE 12 – Influence de  $n_{skin}$  et  $n_{core}$  :  $U_z$  ( $n_{cuts}=20$  et  $E_s/E_c = 500$ )

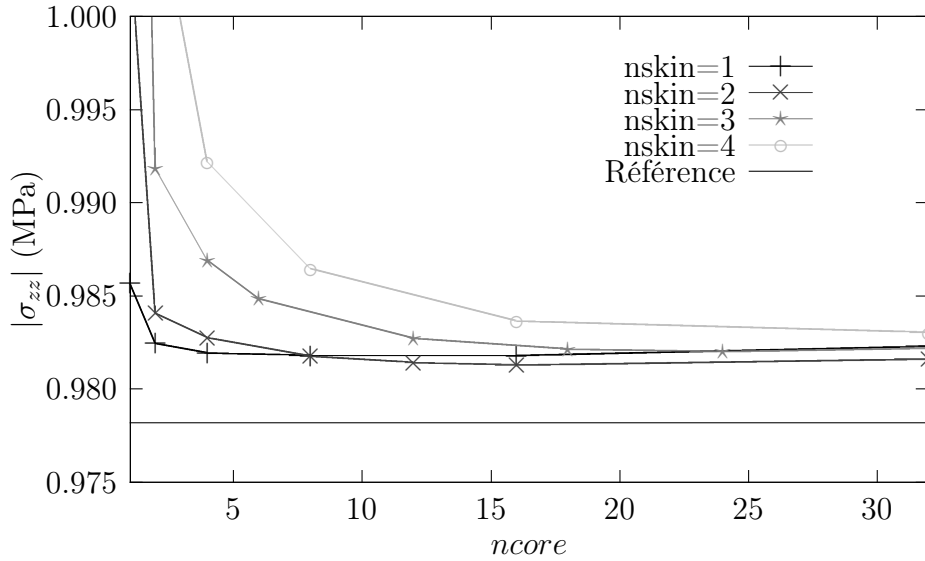


FIGURE 13 – Influence de  $n_{skin}$  et  $n_{core}$  :  $\sigma_{zz}$  ( $n_{cuts}=20$  et  $E_s/E_c = 500$ )

table pour  $\sigma_{xz}$  ;

- la convergence vers la valeur de référence de  $\sigma_{xx}$  dans l'âme est contrôlée par  $n_{cuts}$ . Les résultats ne sont pas améliorés en augmentant  $n_{skin}$  ou  $n_{core}$  ;
- cette remarque précédents est aussi vraie en ce qui concerne la convergence de  $\sigma_{xx}$  dans la peau.

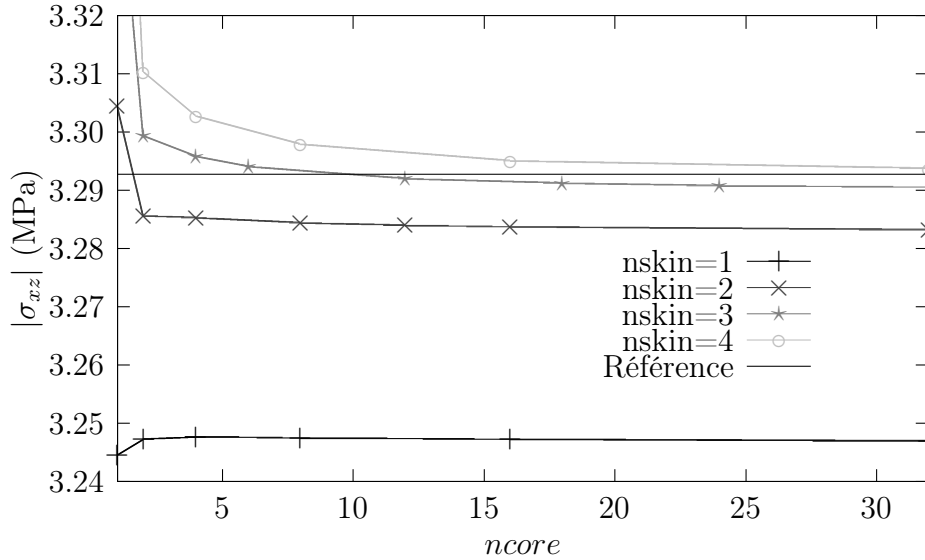


FIGURE 14 – Influence de  $nskin$  et  $ncore$  :  $\sigma_{xz}$  ( $ncuts=20$  et  $E_s/E_c = 500$ )

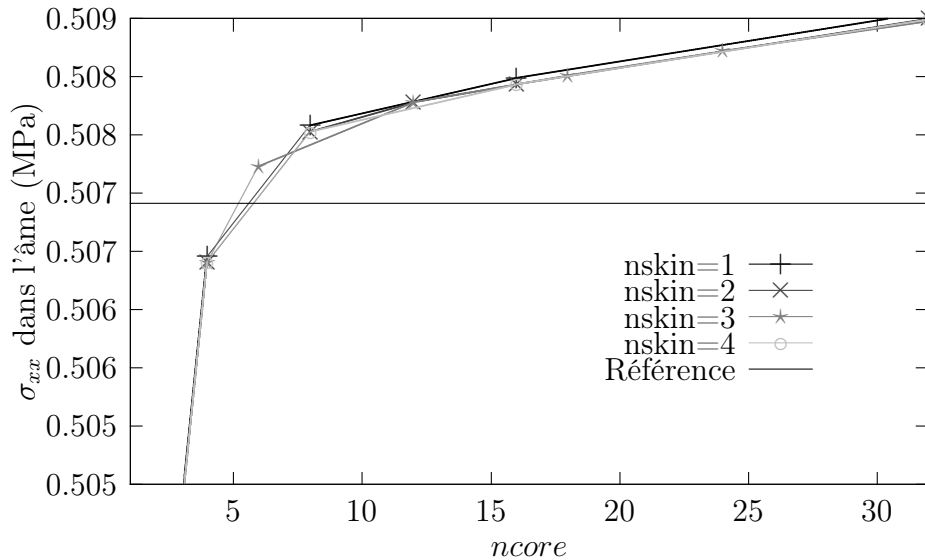


FIGURE 15 – Influence de  $nskin$  et  $ncore$  :  $\sigma_{xx}$  dans l'âme ( $ncuts=20$  et  $E_s/E_c = 500$ )

## 4 Post-traitement : méthode de Reissner local

Comme nous pouvons le voir à la figure 9 et au tableau 4 (qui résume les résultats et donne les «zones de travail» pour les différents modèles), Plane 82 n'est pas capable de donner précisément la contrainte interlaminaire  $\sigma_{xz}$  avec un

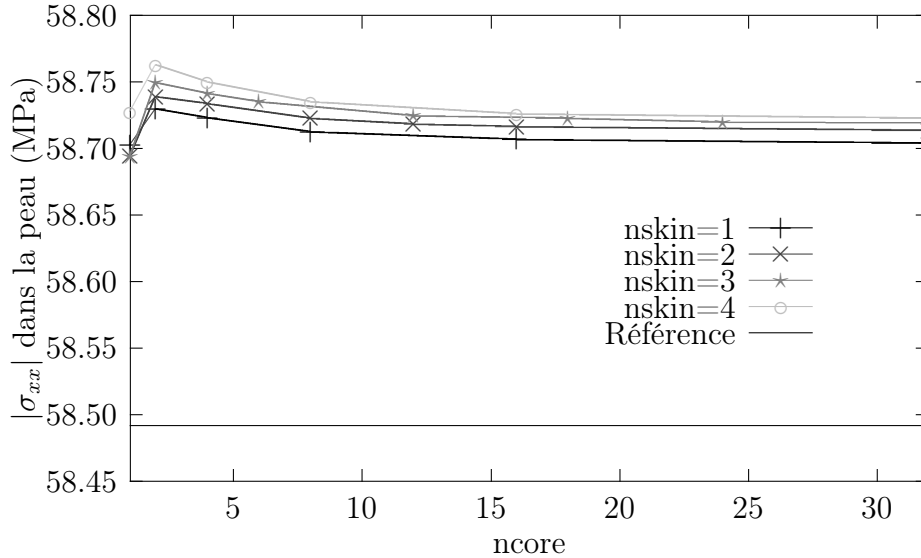


FIGURE 16 – Influence de  $n_{skin}$  et  $n_{core}$  :  $\sigma_{xx}$  dans la peau ( $n_{cuts}=20$  et  $E_s/E_c = 500$ )

maillage grossier. Comme cette composante est très importante dans la conception, il faut absolument améliorer ces résultats.

Une première façon d'améliorer les résultats est de raffiner le maillage. À la figure 9, la courbe «Plane 82/2» représente les résultats obtenus avec  $n_{skin} = 1$  et  $n_{core} = 2$  (au lieu de 1). Cette faible modification du maillage (4 éléments suivant l'épaisseur du sandwich au lieu de 3) est suffisante pour obtenir de très bons résultats pour  $E_s/E_c \leq 200$ .

Mais, comme mentionné précédemment, les sandwich ont des rapports  $E_s/E_c$  allant de 200 jusqu'à parfois 1500. Dans ce domaine, la convergence n'est atteinte qu'avec un maillage très raffiné :  $n_{skin} \geq 3$  et  $n_{core} = 8 n_{skin}$ . Un tel maillage conduit à un temps de calcul inacceptable pour les structures de grand taille.

Afin d'améliorer la précision des contraintes, nous devons répondre à la question suivante : comment sont calculées les contraintes nodales ?

Les contraintes nodales  $\boldsymbol{\tau}$  peuvent être obtenues à partir des déplacements nodaux  $\boldsymbol{q}$  par une technique de moindres carrés :

$$\int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma}_m - \boldsymbol{\sigma}_u)^2 d\Omega = 0 \quad (1)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}_m$  est la façon «mixte» de calculer les contraintes :

$$\boldsymbol{\sigma}_m = \boldsymbol{N}_{\sigma} \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

et  $\boldsymbol{\sigma}_u$  la façon «en déplacements» :

$$\boldsymbol{\sigma}_u = \boldsymbol{D} \boldsymbol{\mathcal{L}} \boldsymbol{N}_u \boldsymbol{q} \quad (3)$$

ou en utilisant une méthode équivalente de projection de contraintes, comme présenté dans [19], *i.e.* en minimisant :

$$\int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma}_m - \boldsymbol{\sigma}_u) \, d\Omega = 0 \quad (4)$$

Dans ces équations,  $\mathbf{D}$  est la matrice de Hooke généralisée liant contraintes et déformations,  $\mathcal{L}$  l'opérateur différentiel liant déformations et déplacements,  $\mathbf{N}_{\boldsymbol{\sigma}}$  et  $\mathbf{N}_u$  les matrices des fonctions de forme pour les contraintes et déplacements, et  $\Omega$  le volume (ou la surface) considéré(e). Notons que ces méthodes convergent vers la solution de Reissner.

Comme exposé dans [20], le processus de minimisation peut être global (effectué sur la totalité de la structure) ou local (effectué sur un seul élément). Puisque le processus local converge vers la même limite que le processus global, la minimisation peut être faite localement.

Toutefois, au lieu de minimiser la différence entre deux solutions, il peut être plus intéressant (simple et rapide) de trouver les contraintes directement avec la formulation de Reissner. Dans la solution de Reissner, les contraintes nodales sont liées aux déplacements nodaux par [21, 22, 23, 24] :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{q} \quad (5)$$

avec :

$$\mathbf{A} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{N}_{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{S} \mathbf{N}_{\boldsymbol{\sigma}} \, d\Omega \quad (6)$$

et :

$$\mathbf{B} = \int_{\Omega} {}^t \mathbf{N}_{\boldsymbol{\sigma}} \mathcal{L} \mathbf{N}_u \, d\Omega \quad (7)$$

$\mathbf{S} = \mathbf{D}^{-1}$  étant la matrice de souplesse.

Afin d'améliorer le calcul des contraintes aux interfaces, nous utilisons cette dernière formulation sur *deux* éléments adjacents, situés de part et d'autre d'une interface. En faisant cela, nous assurons mieux l'équilibre à l'interface. Nous appellerons cette technique, la méthode de *Reissner local* [7]. Remarquons de plus que ce type de méthode ne demande pas plus de temps de calcul que les méthodes de moindre carrés ou de lissage généralement utilisées, dans ANSYS par exemple.

Si nous regardons maintenant la figure 17, qui est un zoom de la figure 9 pour des sandwich ayant  $E_s/E_c \geq 200$ , nous remarquons que :

- Plane 82 (courbe Plane 82/2 car  $n_{core} = 2$ ) ne conduit à aucune amélioration des résultats pour les hauts rapports  $E_s/E_c$  ;
- l'utilisation de la méthode de Reissner local (courbe Local Reissner/2 car  $n_{core} = 2$ ) permet, avec un maillage encore très grossier, d'obtenir une excellente précision de  $\sigma_{xz}$  ;
- la solution donnée par Shell 91 n'est plus aussi bonne que ce qu'elle avait été pour des rapports  $E_s/E_c$  plus faibles.

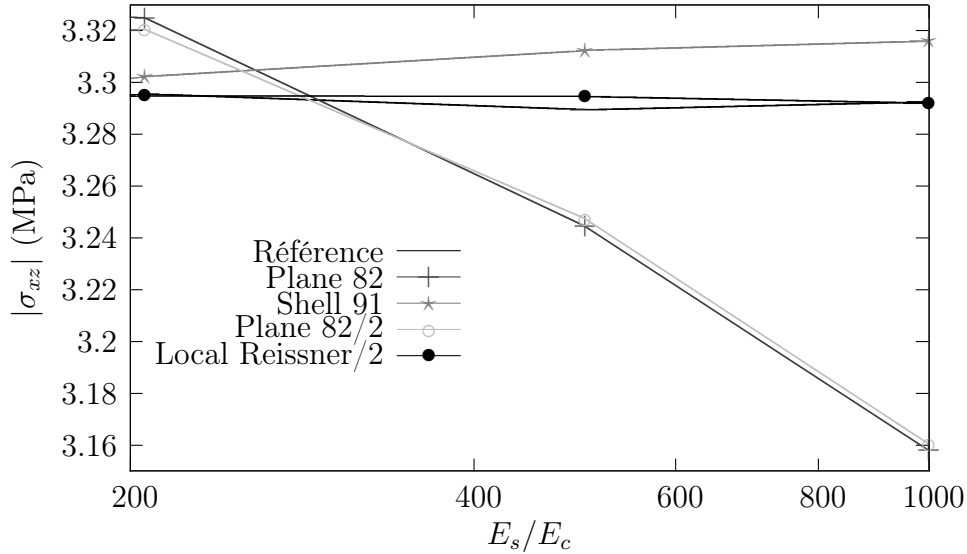


FIGURE 17 –  $\sigma_{xz}$  pour  $ncuts=20$  : hauts rapports  $E_s/E_c$

## 5 Conclusions

La première étude, influence de  $ncuts$  sur les différents modèles effectuée au paragraphe 3.1, semble conduire à la conclusion que Plane 82 est le meilleur modèle, particulièrement lorsque nous regardons les figures 2 à 6 (obtenues avec un maillage grossier et pour  $E_s/E_c \approx 200$ ). Toutefois, l'étude de l'influence du rapport  $E_s/E_c$  du paragraphe 3.2 a montré certaines faiblesses de ce modèle.

En termes de quantités de conception :

- tous les modèles donnent une valeur correcte des déplacements, mais Plane 82 est le plus précis ;
- $\sigma_{zz}$  est donné correctement par Shell 91 et Plane 82, ce dernier étant meilleur ;
- $\sigma_{xz}$  est vraiment précis avec Shell 91, mais pour  $E_s/E_c \leq 200$  ;
- $\sigma_{xx}$  dans l'âme est bon avec tous les modèles, Plane 82 étant le plus précis ;
- $\sigma_{xx}$  dans la peau est très précis avec Plane 82 et Shell 91 (mais alors seulement pour  $E_s/E_c \leq 20$ ), et acceptable avec Solid 46 (et pour  $E_s/E_c \leq 20$ ).

Le tableau 4 récapitule les résultats ainsi que les «zones de travail» pour les différents éléments.

Des résultats précédents, nous pouvons dire que :

- pour les problèmes plans, Plane 82 est parfaitement adapté. Toutefois, il faut noter que cette méthode n'est pas très stable pour des maillages grossiers, et que la contrainte interlaminaire  $\sigma_{xz}$  ne peut être obtenue qu'avec un maillage fin ou la méthode de Reissner local ;



TABLE 4 – Précision des résultats (ncuts  $\geq 20$ )

	$U_z$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{xz}$	$\sigma_{xx}$ âme	$\sigma_{xx}$ peau
P82	toujours bon	toujours bon	acceptable pour $E_s/E_c \in$ [100, 400]	toujours bon	toujours bon
	amélioration des résultats – utiliser un maillage fin : nskin $\geq 3$ et ncore = 8 nskin – utiliser la méthode de Reissner local				
S91	toujours acceptable	toujours acceptable	toujours bon	bon pour $E_s/E_c \leq 100$	bon pour $E_s/E_c \leq 20$
S46	toujours acceptable	jamais acceptable	acceptable pour $E_s/E_c \in$ [8, 15]	toujours faible	acceptable pour $E_s/E_c \leq 20$

- Shell 91 (avec option sandwich) est un bon élément pour calculer les structures sandwich. Toutefois, si le concepteur veut connaître  $\sigma_{xx}$  aux interfaces, alors cet élément ne doit être utilisé que pour  $E_s/E_c \leq 50$ .
- Solid 46 n'est pas très précis pour aucune variable. Un modèle utilisant cet élément devrait être évité.

La méthode de Reissner local présentée permet d'obtenir d'excellents résultats, spécialement pour la composante interlaminaire  $\sigma_{xz}$  et pour  $E_s/E_c \geq 200$ , et ce même avec un maillage grossier suivant l'épaisseur. Elle est donc particulièrement intéressante pour la conception de nouveaux matériaux sandwich.

De plus cette méthode peut être étendue à d'autres types d'éléments : soit directement telle qu'elle est présentée pour des éléments volumiques de type brique, soit sous forme modifiée à des éléments de plaques ou coques.

Finalement, nous voulons insister sur le fait que cette méthode est particulièrement facile à implémenter, en tant que programme séparé, mais aussi dans les codes d'éléments finis existants.

## Références

- [1] Teti, R. and Caprino, G., Mechanical behavior of structural sandwiches. *Sandwich Construction 1*, K.-A. Olson and R.P. Reichard editors, Chameleon Press LTD., London, 1989, 53-67.
- [2] Couvrat, P., *Le collage structural moderne. Théorie & pratique*. TEC & DOC – Lavoisier, Paris, 1992.

- [3] Zenkert, D., *An introduction to Sandwich Construction*. Chameleon Press LTD., London, 1995.
- [4] Allen, H.G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels*. Pergamon Press, Oxford, 1969.
- [5] Allen, H.G., Sandwich Construction Today and Tomorrow. *Sandwich Constructions 1*, K.-A. Olsonn and R.P. Reichard editors. Chameleon Press LTD., London, 1989, 3-23.
- [6] N.J. Hoff. *Sandwich Construction*, John Wiley & Sons, New-York, 1966.
- [7] Manet, V., Han, W.-S. and Vautrin, A., Static analysis of sandwich plates by finite elements. Proc. EUROMECH 360, *Mechanics of Sandwich Structures*, Kluwer academic press, Dordrecht, to appear, 1997.
- [8] Manet, V. and Han, W.-S., La modélisation des plaques sandwich par éléments finis hybrides et ses applications. *Actes du troisième colloque national en calcul des structures 2*, B. Peseux, D. Aubry, J.-P. Pelle, and M. Touratier editors, Presses académiques de l'Ouest, Nantes, 1997, 657-663.
- [9] Aivazzadeh, S.M., Ramahefarison, E. and Verchery, G., Composite structure analysis with micro-computer using classical and interface finite elements. *Computers & Mathematics with Applications* **11** (10), 1985, 1023-1043.
- [10] Aivazzadeh, S.M. and Verchery, G., Stress analysis at the interface in the adhesive joint by special finite elements. *Int. J. Adhesion and Adhesive* **6** (4), 1986, 185-188.
- [11] Bichara, M., Sarhan-Bajbouj, A. and Verchery, G., Mixed plane finite elements with application to adhesive joint analysis. Proc. of the European Mechanics Colloquium 227, *Mechanical behaviour of the adhesive joints*, 1987, 571-578.
- [12] Lardeur, P. and Batoz, J.L., Composite plate analysis using a new discrete shear triangular finite element. *Int. J. Num. Meth. in Eng.* **27** (2), 1989, 343-360.
- [13] Verchery, G., External theorems in mixed variables. Application to beam and plates subjected to transverse shears. 15th Polish solid mechanics conference, Zakopane, Sept. 1973.
- [14] Pham Dang, T. and Verchery, G., Analysis of Anisotropic Sandwich Plates Assuring the Continuities of Displacements and Transverse Stresses at the Interfaces, *A.S.M.E.*, 1978.
- [15] El Shaikh, M.S., Nor, S. and Verchery, G., Equivalent material for the analysis of laminated and sandwich structures. ICCM 3, *Advances in Composite Materials* **2**, Pergamon Press, Oxford, 1980, 1783-1795
- [16] Pai, P.F., A new look at shear correction factors and warping functions of anisotropic laminates. *Int. J. Solids Structures* **32** (16), 1995, 2295-2313.
- [17] Lerooy, J.-F. *Calcul des contraintes de cisaillement transversales dans les structures modérément épaisses*, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 1983.
- [18] Pagano, N.J. Exact solutions for rectangular bidirectional composites and sandwich plates, *J. Composite Materials* **4**, 1970, 20-34.
- [19] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., *The Finite Element Method, Vol. 1*. MacGraw-Hill, London, 1994.
- [20] Hinton, E. and Campbell, J.S., Local and global smoothing of discontinuous finite element functions using a least squares method. *Int. J. for Num. Meth. in Eng.* **8**, 1974, 461-480.
- [21] Reissner, E., On a variational theorem in elasticity. *J. Maths and Physics* **29**, 1950, 90-95.
- [22] Reissner, E.A., A consistent treatment of transverse shear deformation in laminated anisotropic plates. *AIAA J.* **10** (5), 1961, 716-718.

- [23] Reissner, E., On the theory of transverse bending of elastic plates. *Int. J. Solids Struc.* **12**, 1976, 545-554.
- [24] Washizu, K., *Variational methods in elasticity and plasticity*, Pergamon Press, Oxford, 1982.