HAL
open science

Efficacité énergétique pour les communications vertes

Jean-Yves Baudais, Abdallah Hamini, Jean-François Hélard

To cite this version:

Jean-Yves Baudais, Abdallah Hamini, Jean-François Hélard. Efficacité énergétique pour les communications vertes. GRETSI 2011, Sep 2011, Bordeaux, France. 4p. hal-00657432

HAL Id: hal-00657432

https://hal.science/hal-00657432v1

Submitted on 18 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Efficacité énergétique pour les communications « vertes »

Jean-Yves Baudais(*), Abdallah Hamini(**) et Jean-François Hélard(**)

(*)CNRS, Institut d'électronique et de télécommunication de Rennes, UMR 6164, F-35708 Rennes, France

(**)Université européenne de Bretagne, INSA, IETR, UMR 6164, F-35708 Rennes, France

jean-yves.baudais@insa-rennes.fr

Résumé – Le relachement de la contrainte temporelle permet de définir l'efficacité énergétique comme une caractéristique de la liaison. Le temps de tranfert de l'information et le temps d'occupation des canaux, sous contrainte d'efficacité et à travers des canaux parallèles, sont minimisés.

Abstract – Time constraint relaxation allows to define the energy efficiency as a characteristic of the communication link. Transmission time of information and channel buzy time under energy efficiency contraint and through parallel channels are minimized.

1 Contexte

Les objectifs de la radio verte sont de réduire les pollutions et les émissions de CO_2 en limitant la consommation d'énergie. Pour caractériser et quantifier la consommation d'un système de communication, il est nécessaire de prendre en compte tous les éléments ou fonctions nécessitant de l'énergie : le traitement signal, tant à l'émission qu'à la réception, les transducteurs ou les têtes radiofréquences, les relais et tout autre élément intermédiaire, les messages de signalisation, de voie de retour et de retransmission. Une approche vraiment globale de la consommation et de la pollution nécessite également de prendre en compte la fabrication, la mise en place, la maintenance et le recyclage des éléments.

Dans cet article nous nous intéressons aux performances énergétiques des canaux de transmission. Nous montrons qu'il est possible de réduire considérablement l'énergie transmise en s'intéressant seulement à la couche physique des liaisons de point à point ! Ici, ce n'est pas la puissance transmise sous contrainte de débit qui est minimisée, mais l'énergie sous contrainte de quantité d'information à transmettre. La contrainte de bande a été relaxée dans le cas de l'ultra large bande [1], nous proposons de relaxer la contrainte temporelle et de définir l'efficacité énergétique comme une caractéristique de la liaison. Cette relaxation temporelle permet ainsi de ralentir les processus mis en jeu et de réduire la consommation globale d'énergie [2].

2 Limite énergétique

On considère n canaux parallèles, indépendants et statiques. Le signal reçu sur le canal i s'écrit en bande de base

$$Y_i = h_i \sqrt{P_i} X_i + W_i \,, \tag{1}$$

où h_i est le coefficient complexe du canal, P_i est la puissance des signaux X_i émis avec $E[|X_i|^2] = 1$, et W_i est le bruit gaussien circulaire de variance $\sigma^2_{W_i}$. Dans le cas idéal de signaux gaussiens, la capacité en b/s/Hz de ce canal i est

$$C_i = \log_2(1 + \mathsf{rsb}_i) \,, \tag{2}$$

avec

$$\mathsf{rsb}_i = |h_i|^2 P_i / \sigma^2_{W_i} \,. \tag{3}$$

La quantité d'information Q_i, qu'il est possible de transmettre à travers ce canal sur une bande B_i en un temps T_i, est $Q_i = C_i \times T_i \times B_i$, et l'énergie nécessaire à la transmission de cette information Q_i est $J_i = P_i \times T_i$, exprimée en Joule. En présence de bruit blanc de densité spectrale de puissance monolatérale N_i dans la bande B_i, et avec $\gamma_i = |h_i|^2/N_i$, l'énergie nécessaire pour transmettre $Q = \sum_i Q_i$ bits sur les n canaux est

$$J = \sum_{i=1}^{n} J_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{T_i B_i}{\gamma_i} \left(2^{\frac{Q_i}{T_i B_i}} - 1 \right). \tag{4}$$

Lorsque $n = 1$, l'énergie minimale est atteinte pour une bande infinie [1], ou un temps infini, et elle correspond à la limite bien connue de $-1{,}6$ dB de RSB par bit. Dans le cas de n canaux, nous avons le lemme suivant.

Lemme 1. *L'énergie minimale pour transmettre Q bits sur n canaux est $J_0 = \frac{Q \ln 2}{\max_i \gamma_i}$.*

Démonstration. Soit $j = \operatorname{argmax}_i \gamma_i$. L'énergie totale étant la somme des énergies, l'énergie totale minimale est le minimum des énergies minimales. Ainsi

$$\sum_i J_{0i} = \frac{Q \ln 2}{\gamma_j} + \sum_{i \neq j} \left(\frac{1}{\gamma_i} - \frac{1}{\gamma_j} \right) Q_i \ln 2 \geq \frac{Q \ln 2}{\gamma_j} \tag{5}$$

et l'énergie totale est minimale pour $Q_i = 0 \; \forall i \neq j$. □

Cette limite J_0 définit une borne énergétique intrinsèque du canal à l'instar de la capacité qui est une borne supérieure des débits. On remarque que la limite énergétique

de n canaux n'est pas la somme des limites énergétiques de chaque canal, contrairement à la capacité de n canaux indépendants qui est la somme des capacités de chaque canal.

3 Efficacité énergétique

Après avoir défini la limite énergétique, obtenue pour un temps de communication infini, on définit l'*efficacité énergétique* β.

Définition 1. *L'efficacité énergétique β est le rapport entre l'énergie limite J_0 et l'énergie consommée J définie par l'équation* (4).

L'analyse des performances d'un système de communication peut se faire en introduisant une marge de bruit Γ [3]. Ainsi le débit r_i par canal i est

$$r_i = \log_2\left(1 + \frac{\mathsf{rsb_i}}{\Gamma}\right) \leq C_i\,. \tag{6}$$

Deux notions d'efficacité énergétique en découlent. Pour la première, J_0 est calculée en $\Gamma = 0$. Dans ce cas β est la distance entre le point de fonctionnement du système et la caractéristique J_0 du canal. Pour la seconde, J_0 est, comme J, calculée en prenant en compte la marge de bruit du système. L'efficacité énergétique caractérise alors la capacité du système à exploiter la *capacité énergétique* du canal, et est indépendante de Γ. Suivant les besoins, exploitation efficace du canal ou performance globale du système, l'une ou l'autre des efficacités énergétiques pourra être utilisée. Dans cet article nous traitons le cas limite $\Gamma = 0$ en nous intéressant aux caractéristiques énergétiques du canal.

4 Formulation du problème

En relaxant la contrainte temporelle, la minimisation de la consommation de l'énergie radiofréquence conduit à un temps de communication infini. Nous proposons un nouveau problème, posé par la radio verte, pour une communication à travers un canal de caractéristique $\{\gamma_i\}_{i=1}^n$.

Problème 1 (Problème générale)**.** *Trouver l'ensemble des variables $\{T_i, Q_i\}_{i=1}^n$ permettant une efficacité énergétique β et satisfaisant $\sum_i Q_i = Q$, $\forall i\ Q_i \geq 0$.*

Ce problème a été résolu dans le cas d'efficacité énergétique uniforme [4] et dans le cas d'efficacité spectrale uniforme [5]. La figure 1 donne l'ensemble des points $\{T_1, Q_1\}$ et $\{T_2, Q_2\}$ solutions du problème 1 dans le cas de deux canaux, $n = 2$, et avec $Q = 100$ Mb, $\beta = -10$ dB, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 0{,}5$, $B_1 = B_2 = 1$ MHz et pour $T_1 = T_2$. Dans ce cas le temps nécessaire pour transmettre l'information est minimal en $\{T_1\,; Q_1\} = \{11{,}01\,; 56{,}37\}$ et le temps total d'occupation des canaux est également minimal en ce point. Il est alors intéressant de rechercher les solutions qui minimisent soit le temps cumulé d'occupation des canaux, afin de maximiser la disponibilité de ces canaux, soit le

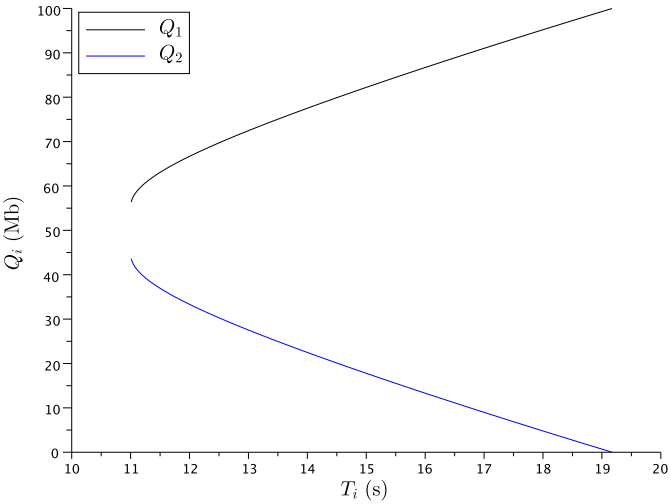

FIGURE 1 – Ensemble des solutions $\{T_1, Q_1\}$ et $\{T_2, Q_2\}$ du problème de la radio verte.

temps de communication ou de transfert qui correspond à $\max_i T_i$, afin de réduire le temps de communication, tout en respectant une contrainte énergétique β.

Lorsque les temps de communication sont finis, des bornes plus fines que l'équation (6) ont été proposées pour calculer les débits atteignables. Ces bornes prennent en compte la taille des blocs de données et convergent vers la capacité, équation (2), lorsque la taille des blocs tend vers l'infini [6]. Les résultats développés dans notre article sont alors une borne qui sera peu précise pour des quantités de données de l'ordre de la centaine de bits. Pour des quantités d'information beaucoup plus importantes, et pouvant aller jusqu'à plusieurs gigabits, l'équation (2) reste un majorant précis des débits atteignables.

5 Minimisation du temps de communication

Problème 2. *Trouver l'ensemble des variables $\{Q_i\}_{i=1}^n$ qui minimise le temps de communication $\max_i T_i$ et tel que $\sum_i Q_i = Q$, $\beta \sum_i J_i = J_0$ et $\forall i\ Q_i \geq 0$.*

À noter qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter les contraintes $\forall i\ J_i \geq 0$, car la non négativité de Q_i entraîne celle de J_i. Ce problème 2 est un problème d'optimisation sous contrainte et sa solution appartient à l'ensemble des solutions du problème 1.

Lemme 2. *Sous contrainte énergétique et de distribution de l'information, la minimisation du temps de communication conduit à $\forall i \in [1, n]$, $T_i^* = T^*$.*

Démonstration. Elle se fait par l'absurde. Supposons que la minimisation du temps de communication pour une distribution $\{Q_i\}_{i=1}^n$ et une efficacité énergétique β est T_j^* avec l'ensemble $\{T_i^*\}_{i=1}^n$ tel que $\exists\{j, j'\}$, $\forall i \neq \{j, j'\}$ $T_j^* > T_{j'}^*$ et $T_{j'}^* = \max_{i \neq j} T_i^*$. (Dans le cas de plusieurs canaux maximaux, il est toujours possible de se ramener au cas précédent en combinant les canaux.) Alors, $\exists \epsilon > 0$

et $\exists \epsilon' > 0$ tels que $\epsilon + \epsilon' \leq T_j^* - T_{j'}^*$ et la répartition

$$\left\{ \{T_i^*\}_{i=1, i\neq\{j,j'\}}^n, T_j^* - \epsilon, T_{j'}^* + \epsilon \right\} \tag{7}$$

satisfait la contrainte énergétique avec un temps de communication $\max\{T_j^* - \epsilon, T_{j'}^* + \epsilon\} < T_j^*$. La solution $\{T_i^*\}_{i=1}^n$ ne minimise pas le temps de communication, ce qui contredit l'hypothèse de départ. Ainsi, $\nexists\{j, j'\}$ tels que $\forall i \neq \{j, j'\}$ $T_j^* > T_{j'}^*$ et $T_{j'}^* = \max_{i\neq j} T_i^*$. La répartition $\{T_i\}_{i=1}^n$ qui minimise le temps de communication est uniforme. □

Ce lemme permet de simplifier le problème 3 : ce n'est plus $\max_i T_i$ qui est à minimiser mais T, avec $\forall i\ T_i = T$, sous les même contraintes.

Théorème 1. *Sous contrainte de quantité d'information Q et d'efficacité énergétique β, la minimisation du temps de transmission à travers n canaux parallèles conduit à une distribution de l'information telle que $Q_i^* = B_i T_i \log_2 \lambda' \gamma_i$ avec $T_i = T^*$ sur les canaux actifs.*

Démonstration. Le lemme 2 permet, à partir de l'équation (4), de réduire l'analyse au cas $J = f(T, \{Q_i\}_{i=1}^n)$. L'étude de la fonction réciproque $f^{-1}(J, \{Q_i\}_{i=1}^n)$ montre qu'elle est croissante et convexe en Q_i sur $\mathbb{R}_+^*$. Nous pouvons alors utiliser le lagrangien

$$\mathcal{L}(\{Q_i\}_{i=1}^n, \lambda, \mu, \{\nu_i\}_{i=1}^n) = f^{-1}(J, \{Q_i\}_{i=1}^n) \ldots \tag{8}$$
$$\ldots + \lambda\Big(Q - \sum_{i=1}^n Q_i\Big) - \sum_{i=1}^n \nu_i Q_i$$

et les conditions de Karush-Kuhn-Tucker pour résoudre le problème de minimisation. L'annulation de la dérivée première du lagrangien conduit à

$$\frac{\frac{\ln 2}{\gamma_i} 2^{\frac{Q_i}{B_i T}}}{\sum\limits_{j=1}^n \frac{B_j}{\gamma_j} \left(2^{\frac{Q_j}{TB_j}} \left(\frac{Q_j \ln 2}{TB_j} - 1 \right) + 1 \right)} = \lambda + \nu_i \,. \tag{9}$$

Ainsi,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left.\begin{array}{l} J_i^* = B_i T \left(\lambda' - \frac{1}{\gamma_i} \right) \\ Q_i^* = B_i T \log_2 \lambda' \gamma_i \end{array}\right\} & \text{si} \quad \lambda' > \dfrac{1}{\gamma_i} \,, \\ J_i^* = Q_i^* = 0 & \text{si} \quad \lambda' \leq \dfrac{1}{\gamma_i} \,. \end{array} \right. \tag{10}$$

avec $\lambda' > 0$. Soit $\mathcal{I} = \{i | Q_i > 0\}$, l'ensemble des canaux actifs. La variable T est alors solution de

$$e^{\frac{Q \ln 2}{T \sum\limits_{i\in\mathcal{I}} B_i} - \frac{\sum\limits_{i\in\mathcal{I}} B_i \ln \gamma_i}{\sum\limits_{i\in\mathcal{I}} B_i}} - \frac{J_0}{\beta T \sum\limits_{i\in\mathcal{I}} B_i} - \frac{\sum\limits_{i\in\mathcal{I}} \frac{B_i}{\gamma_i}}{\sum\limits_{i\in\mathcal{I}} B_i} = 0 \,. \tag{11}$$

On montre que la solution est unique sur $\mathbb{R}_+$. Il ne reste plus qu'à trouver l'ensemble $\mathcal{I}$ qui minimise T. Ce qui est résolu par un algorithme [7]. □

Le temps minimal T^* peut être obtenu par un algorithme itératif afin de recherche l'ensemble $\mathcal{I}$ des canaux actifs qui minimise T. Les propriétés des fonctions étudiées permettent de limiter le nombre d'itérations à une valeur très inférieure au nombre n de canaux. Nous vérifions également que la solution $\left\{ \{Q_i^*\}_{i=1}^n, T^* \right\}$ minimise bien l'énergie nécessaire à la transmission des Q bits d'information en un temps de communication, ou de transfert, T^*.

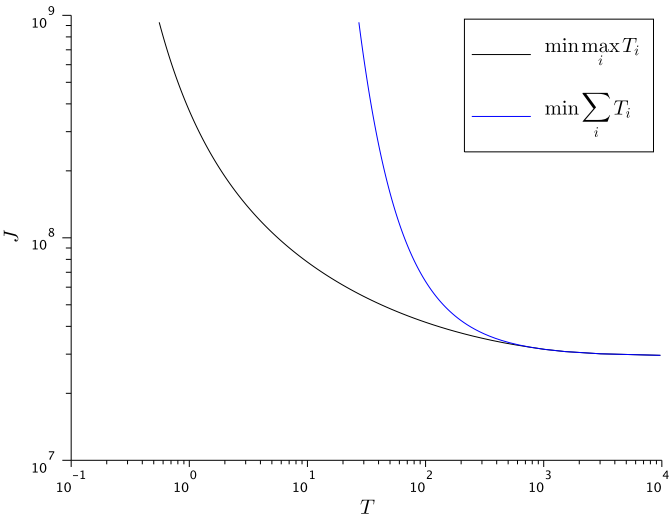

FIGURE 2 – Frontière de Pareto du problème de minimisation de l'énergie et du temps de communication ou du temps cumulé d'occupation des canaux.

Corollaire 1. *L'ensemble des points T^* et $\{Q_i^*\}_{i=1}^n$ qui minimise le temps de communication sous contrainte d'efficacité énergétique β et sous contrainte de quantité d'information Q, minimise également l'énergie sous contrainte de quantité d'information Q et de temps de transfert T^*.*

Démonstration. Le lagrangien du problème de minimisation de l'énergie sous contrainte de temps de communication et de quantité d'information s'écrit

$$\mathcal{L}\Big(\{Q_i\}_{i=1}^n, \lambda, \{\mu_i\}_{i=1}^n\Big) = \sum_i \left(2^{\frac{Q_i}{B_i T}} - 1 \right) \frac{B_i T}{\gamma_i} \tag{12}$$
$$+ \lambda\Big(Q - \sum_i Q_i\Big) - \sum_i \mu_i Q_i \,.$$

Ainsi,

$$\left\{ \begin{array}{ll} Q_i^* = B_i T \log_2 \lambda \gamma_i & \text{si} \quad \lambda > \dfrac{\ln 2}{\gamma_i} \,, \\ Q_i^* = 0 & \text{si} \quad \lambda \leq \dfrac{\ln 2}{\gamma_i} \,. \end{array} \right. \tag{13}$$

On retrouve l'équation (10) et pour $T = T^*$, l'ensemble $\{Q_i^*\}_{i=1}^n$ minimise aussi l'énergie. □

À noter que la minimisation de l'énergie sous contrainte Q et $T_i = T$ conduit à une solution de type *water-filling*. La solution du théorème 1 peut alors être obtenue en itérant le *water-filling* sur $T \in \mathbb{R}_+$ jusqu'à la convergence vers T^*.

La fonction, qui au temps minimal de communication associe l'énergie, est parcourue en faisant varier β sur $]0\,;1[$. Cette courbe est la frontière de Pareto $\mathcal{P}$ du problème d'optimisation multicritère de minimisation de l'énergie et du temps de communication : $\forall\{T, J\} \in \mathcal{P}$, il n'est pas possible de transmettre la même quantité d'information en un temps $T' < T$ avec la même énergie J, ou de transmettre la même quantité d'information avec un énergie $J' < J$ en un temps T. La figure 2 donne un exemple de frontière de Pareto pour $n = 100$, $Q = 200$ Mb, $B = 1$ MHz, une distribution de Rayleigh des coefficients $\{\gamma_i\}_{i=1}^n$ avec $\frac{1}{n}\sum_i \gamma_i = 1$ et $\beta \in [-15\,;-0{,}1]$ dB. Pour $\beta = -15$ dB,

$T^* = 0{,}5$ s et pour $\beta = -0{,}1$ dB, $T^* = 3022$ s, soit des efficacités spectrales moyennes respectivement de 3,7 et 0,066 b/s/Hz pendant le temps de communication. À noter que les énergies mises en jeu sur la figure 2 sont élevées car le rapport signal sur bruit moyen unitaire, c.-à-d. pour une puissance de 1 W, est de 0 dB, et $J_0 = 2{,}9 \cdot 10^7$ J.

6 Minimisation du temps cumulé de communication

Pour certains systèmes de communication, il peut être intéressant de minimiser non pas le temps de communication mais le temps cumulé d'occupation des canaux, $\sum_i T_i$. L'intérêt est de libérer le plus rapidement possible les canaux, pour d'autres communications par exemple, avec une efficacité énergétique donnée. Le problème est le suivant.

Problème 3. *Trouver l'ensemble des variables $\{Q_i\}_{i=1}^n$ qui minimise le temps cumulé de communication $\sum_i T_i$ et tel que $\sum_i Q_i = Q$, $\beta \sum_i J_i = J_0$ et $\forall i\ Q_i \geq 0$.*

La solution de ce problème s'énonce sous une forme analytique simple si les canaux ont la même largeur de bande. Dans le cas contrainte, il n'y a pas d'expression analytique de la solution.

Théorème 2. *La minimisation du temps cumulé d'occupation des canaux, de même largeur de bande B, pour la transmission d'une quantité d'information Q sous contrainte d'efficacité énergétique β conduit à transmettre toute l'information sur le meilleur canal, c'est-à-dire le canal j pour lequel $\forall i \in [1, n]$, $\gamma_j \geq \gamma_i$. Le temps minimal T^* d'occupation des canaux vérifie*

$$\beta \left(e^{\frac{Q \ln 2}{T^* B}} - 1 \right) = \frac{Q \ln 2}{T^* B}\,.$$

Intuitivement, on comprend qu'attribuer une certaine quantité d'information à un canal qui n'est pas maximal demandera plus de temps ou d'énergie que si cette quantité d'information est attribuée au meilleur canal.

Démonstration. Soit $j = \operatorname{argmax}_i \gamma_i$ et T^* le temps minimal. Alors

$$\frac{J_0}{\beta} = \left(2^{\frac{Q}{BT^*}} - 1 \right) \frac{BT^*}{\gamma_j}\,, \tag{14}$$

ce qui démontre la dernière partie du théorème. Soit un autre canal $i \neq j$, et $Q = Q_i + Q_j$, $T^* = T_i + T_j$. En appliquant de développement de Taylor de la fonction exponentielle en zéro, on a

$$J_i + J_j - \frac{J_0}{\beta} = \frac{1}{\gamma_j} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\ln^p 2}{p! B^{p-1}} \left(\frac{Q_i^p}{T_i^{p-1}} + \frac{\gamma_j}{\gamma_i} \frac{Q_j^p}{T_j^{p-1}} \cdots - \frac{(Q_i + Q_j)^p}{(T_i + T_j)^{p-1}} \right). \tag{15}$$

Or, $\forall p \in \mathbb{N}$ et $\{Q_i, Q_j, T_i, T_j\} \in \mathbb{R}^4$,

$$\frac{Q_i^p}{T_i^{p-1}} + \frac{Q_j^p}{T_j^{p-1}} - \frac{(Q_i + Q_j)^p}{(T_i + T_j)^{p-1}} \geq 0\,. \tag{16}$$

Ainsi,

$$J_i + J_j - \frac{J_0}{\beta} \geq 0 \tag{17}$$

avec égalité si et seulement si $\gamma_i = \gamma_j$ et $Q_j T_i = Q_i T_j$. □

Dans ce cas, l'algorithme d'allocation est très simple à réaliser. Comme pour le cas précédent de minimisation du temps de communication, la figure 2 donne la frontière de Pareto du problème d'optimisation multicritère de minimisation de l'énergie et du temps cumulé de communication. Les paramètres sont ceux utilisés dans le cas de la minimisation du temps de communication. Nous obtenons $T^* = 27$ s pour $\beta = -15$ dB et $T^* = 3022$ s pour $\beta = -0{,}1$ dB. Lorsque β tend vers 1, en linéaire, le temps de communication optimal, $\min \max T_i$, converge vers le temps cumulé de communication, $\min \sum_i T_i$. Autrement dit, pour les fortes valeurs de l'efficacité énergétique, la minimisation du temps de communication conduit à utiliser un seul canal, celui pour lequel le temps cumulé de communication est minimal.

7 Conclusion

Les solutions apportées dans cet article au problème de la consommation d'énergie pour la transmission d'information, conduisent à augmenter les temps de communication, ce qui se traduit par la réduction de l'efficacité spectrale. Ces deux aspects nécessitent le développement de protocoles de communication adaptés et la recherche de modulations à très faible efficacité spectrale.

Références

[1] S. Verdú, « Spectral efficiency in the wideband regime ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, n° 6, pages 1319–1343, juin 2002.

[2] W. Vereecken, W. Van Heddeghem, D. Colle et M. Pickavetand P. Demeester, « Overall ICT footprint and green communication technologies ». In *International Symposium on Communications, Control and Signal Processing*, (Limassol, Cyprus), pages 1–6, mars 2010.

[3] J.M. Cioffi, « A Multicarrier Primer ». Rapport, *ANSI T1E1.4/91–157, Committee contribution*, novembre 1991.

[4] A. Hamini, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Best effort communications with green metrics ». In *IEEE Wireless Communications, Networks Conference*, (Cancun, Mexico), mars 2011.

[5] A. Hamini, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Green resource allocation for powerline communications ». In *IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*, (Udine, Italie), avril 2011.

[6] Y. Polyanskiy, H.V. Poor et S. Verdú, « Channel coding rate in the finite blocklength regime ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, n° 5, pages 2307–2359, mai 2010.

[7] E. Baccarelli, A. Fasano et M. Biagi, « Novel efficient bit-loading algorithms for peak-energy-limited ADSL-type multicarrier systems ». *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, n° 5, pages 1237–1247, mai 2002.