



**HAL**  
open science

# Décomposition d'une courbe discrète en arcs de cercle et segments de droite

Thanh Phuong Nguyen, Isabelle Debled-Rennesson

► **To cite this version:**

Thanh Phuong Nguyen, Isabelle Debled-Rennesson. Décomposition d'une courbe discrète en arcs de cercle et segments de droite. RFIA 2012 (Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle), Jan 2012, Lyon, France. pp.978-2-9539515-2-3. hal-00656539

**HAL Id: hal-00656539**

**<https://hal.science/hal-00656539v1>**

Submitted on 17 Jan 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Décomposition d'une courbe discrète en arcs de cercle et segments de droite

Thanh Phuong NGUYEN<sup>1,2</sup>

Isabelle DEBLED-RENNESON<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LORIA, Nancy Université, BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France

<sup>2</sup> Mines ParisTech, Image et Système, Centre de Morphologie Mathématique, 77305 Fontainebleau, France  
{nguyentp,debled}@loria.fr

## Résumé

Une nouvelle solution est proposée afin de décomposer une courbe en arcs et segments de droite en temps  $O(n \log n)$  [1]. Il s'agit d'une combinaison entre une technique de segmentation en arcs et une technique de détection de points dominants pour renforcer la qualité des résultats obtenus. Elle est basée sur la notion de point isolé d'une courbe de points centraux dans un espace particulier, dit espace des tangentes [2]. Un processus linéaire de balayage, appliqué pour détecter des points isolés, permet d'obtenir une représentation d'une courbe par des arcs de cercle et des segments de droite. De plus, la méthode proposée peut être combinée avec une technique non-paramétrique de polygonalisation afin de traiter des courbes bruitées sans utiliser des paramètres. Les résultats expérimentaux démontrent la robustesse de la méthode proposée.

## Mots clés

descripteur de formes, cercles discrets, segments discrets, segmentation, approximation . . .

## 1 Introduction

Un problème important dans l'analyse d'images est l'extraction de caractéristiques significatives à partir des contours présents dans l'image. C'est une première étape pour construire une description de l'image de haut niveau. Plusieurs méthodes existantes utilisent les points dominants ou bien les segments de droite comme des caractéristiques significatives. Les arcs et les segments de droite sont des objets de base qui apparaissent souvent dans l'image spécialement dans les images de dessin technique. C'est pourquoi, une combinaison des arcs et des segments de droite est une bonne solution pour construire un descripteur de formes. Celui-ci évite le problème où un arc est représenté par de nombreux segments de droite ou bien par de nombreux points dominants.

Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées pour la segmentation en arcs. Nous pouvons les classer en trois groupes principaux : l'approximation par arc, la transformation circulaire de Hough, et l'extension progressive d'arc.

L'approximation par arc [3] est une approche reposant sur

la vectorisation d'une image binaire en une suite de petits segments de droite. Tout d'abord, il collectionne un groupe de vecteurs qui appartient à un arc et ensuite il utilise des processus itératifs afin de trouver les paramètres de l'arc approximé. La limitation de cette approche est la sensibilité aux distorsions de vecteur.

*La transformation circulaire de Hough* : Les autres méthodes [4, 5] ont utilisé la transformation circulaire de Hough afin de détecter des arcs. L'idée principale est d'utiliser l'espace des paramètres des cercles pour détecter comme candidats arcs ou cercles les paramètres dont les valeurs cumulatives sont hautes. Ces méthodes donnent de meilleurs résultats que la première approche. Pourtant, elles dépendent d'un seuil et elles ont un coût élevé de traitement.

*L'extension progressive d'arc* : La dernière approche [6, 7] utilise des contraintes d'arc pour améliorer la segmentation. Ces méthodes détectent tout d'abord des candidats arcs et puis la forme de chaque arc est utilisée pour sélectionner d'autres segments qui peuvent être ajoutés à ces arcs.

Plusieurs méthodes ont été également proposées pour la décomposition d'une courbe en arcs et segments de droite. Chen et al. [8] ont proposé une méthode en 2 étapes pour segmenter une courbe en arcs et segments de droite. La première étape, qui repose sur une détection des changements significatifs dans le profil de courbure, permet d'obtenir un ensemble initial de points d'arrêt. Une approximation initiale de la courbe par des arcs et des segments de droite est déterminée à partir de cet ensemble. La deuxième étape est une phase d'optimisation qui rectifie des points d'arrêt jusqu'à ce que l'erreur d'approximation soit minimisée localement. Horng et al. [9] ont introduit une autre méthode reposant sur une technique de programmation dynamique. Ensuite, Horng [10] a présenté une méthode reposant sur une technique adaptative de glissement sur le profil de courbure qui est déterminé par un filtre Gaussien. Similairement, Salmon et al. [11] utilisent une notion de courbure discrète reposant sur la notion de segments flous. L'idée principale est de construire le profil de courbure et ensuite de détecter des points clés associés à ce profil pour la reconstruction. Kerautret et al. [12] ont introduit une nouvelle méthode en utilisant une technique

de découpage et fusion sur le profil de courbure. Cette méthode est contrôlée par l'erreur d'Hausdorff entre la courbe étudiée et la courbe reconstruite. Tortorella [13] et al. ont donné une méthode qui travaille dans l'espace des tangentes (voir [2]) reposant sur une technique de programmation dynamique. Bodansky [14] a présenté une méthode qui contient deux étapes. Tout d'abord, elle décompose une courbe en ensemble de petits segments de droite. Puis, il s'agit d'une approximation des petits segments par des primitives géométriques : arcs et segments de droite reposant sur les propriétés géométriques. Rosin et al. [3, 15] ont développé l'algorithme de Lowe [16] afin d'approximer une courbe par des arcs et des segments. Rosin a proposé une méthode similaire et récursive dans laquelle les arcs sont détectés à partir d'une description des segments de droite afin d'approximer mieux la courbe par des arcs et des segments. A chaque niveau récursif, un arc est choisi reposant sur un critère d'erreur d'approximation s'il est meilleur que la description correspondante en segments de droite.

Dans ce papier, nous présentons une nouvelle méthode pour décomposer une courbe en arcs et segments de droite. Elle est basée sur une nouvelle méthode de segmentation en arcs [17] et une technique de détection de points dominants [18]. Tout d'abord, la détection de points dominants est utilisée comme une étape préliminaire pour extraire des points cruciaux dans la courbe. Puis, une méthode linéaire de segmentation en arcs est utilisée pour détecter les arcs. En appliquant un processus linéaire de balayage pour la détection de points isolés, nous pouvons obtenir une représentation de la courbe en arcs et segments de droite. De plus, nous proposons de combiner cette méthode avec une technique non-paramétrique de polygonalisation afin de travailler avec des courbes bruitées sans utiliser aucun paramètre. La méthode est effectuée en temps  $O(n \log n)$ . Elle est donc très rapide. D'autre part, elle est simple et facile à implémenter.

La section suivante rappelle la technique de détection de points dominants. La section 3 présente la méthode de détection des arcs. Dans la section 4, nous proposons une méthode de décomposition d'une courbe en arcs de cercle et segments de droite. La section 5 présente quelques expérimentations et applications à la vectorisation.

## 2 Détection de points dominants

Les points dominants sont des points dans une courbe dont la valeur de courbure est localement maximale. Selon Attneave [19], ces points contiennent des informations riches et ils sont suffisants à caractériser la courbe. Nous rappelons ci-dessous une méthode de détection de points dominants [18] reposant sur une approche de géométrie discrète.

### 2.1 Segment flou

La notion de segment flou [20] a été introduite à partir de la notion de droite discrète arithmétique. Une **droite discrète arithmétique**, notée  $D(a, b, \mu, \omega)$ ,  $(a, b, \mu, \omega) \in$

$\mathbb{Z}^4$ ,  $\gcd(a, b) = 1$ , est un ensemble de points  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$  qui satisfait :  $\mu \leq ax - by < \mu + \omega$ . Un **segment flou** (SF) [20] de vecteur directeur  $(b, a)$ , de borne inférieure  $\mu$  et d'épaisseur  $\omega$  est l'ensemble de points entiers  $(x, y)$  qui est optimalement englobé (voir [20] pour plus de détail) par une droite discrète  $D(a, b, \mu, \omega)$ . La valeur  $\nu = \frac{\omega-1}{\max(|a|, |b|)}$  est appelée l'épaisseur de ce segment flou. La figure 1.a présente un segment flou (la séquence de points en niveau de gris) dont la droite discrète englobante optimale est  $D(5, 8, -8, 11)$ , l'épaisseur verticale est 1.25. Nguyen et al. ont proposé [21] la notion de segment flou maximal. Un **segment flou maximal d'épaisseur  $\nu$**  (MBS) (voir la figure 1.b) dans une courbe est un segment flou d'épaisseur  $\nu$  qui ne peut pas être élargi ni à gauche ni à droite sur cette courbe. Un algorithme linéaire de reconnaissance des segments flous d'épaisseur  $\nu$  a été présenté dans [20].

### 2.2 Une méthode de détection de points dominants

Nguyen et al. ont proposé quelques propositions dans [18] afin de localiser des points dominants en éliminant des candidats faibles. Considérons une épaisseur  $\nu$ , nous avons :

#### Proposition 1

*Un point dominant doit se trouver dans une zone commune de segments flous maximaux consécutifs (voir la figure 2).*

#### Proposition 2

*La zone commune la plus petite de segments flous maximaux dont les pentes sont monotones contient un candidat point dominant (voir la figure 3.a).*

#### Proposition 3

*Un segment flou maximal contient au maximum deux points dominants (voir la figure 3.b).*

Reposant sur la stratégie heuristique suivante : *Dans chaque zone commune des segments flous maximaux dont les pentes sont croissantes ou décroissantes, un candidat point dominant est localisé comme le point central de cette zone*, Nguyen et al. ont présenté une méthode pour la détection de points dominants (voir l'algorithme 1).

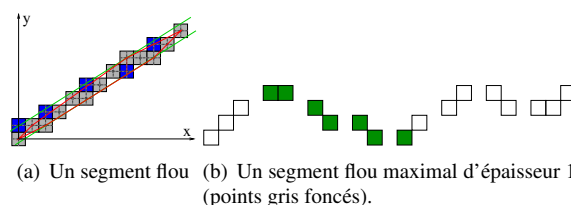


FIGURE 1 – Segment flou d'épaisseur  $\nu$ .

1.  $MBS(B, E, \nu)$  est une notation utilisée pour décrire un segment flou maximal d'épaisseur  $\nu$  avec deux extrémités  $B$  et  $E$ , points de la courbe  $C$ .

**Algorithme 1** : Détection de points dominants [18].

**Données** :  $\zeta$  courbe discrète de  $n$  points,  $\nu$  épaisseur de segmentation

**Résultat** :  $D$  l'ensemble des points dominants

**début**

Construire  $MBS_\nu = \{MBS(B_i, E_i, \nu)\}_{i=1}^{m-1}$ ,  
 $\{slope_i\}_{i=1}^m$ ;  
 $m = |MBS_\nu|$ ;  $p = 1$ ;  $q = 1$ ;  $D = \emptyset$ ;  $pile = \emptyset$ ;  
**tant que**  $p \leq m$  **faire**  
  **tant que**  $E_q > B_p$  **faire**  
    |  $p++$ ;  
  **fin**  
  Empiler  $(q, p-1)$  sur  $pile$ ;  
   $q=p-1$ ;

**fin**

**tant que**  $pile \neq \emptyset$  **faire**  
  Dépiler  $(q, p)$  de  $pile$ ;  
  Décomposer  $\{pente_q, pente_{q+1}, \dots, pente_p\}$  en  
  séquences monotones;  
  Déterminer la dernière séquence monotone  
   $\{pente_r, \dots, pente_p\}$ ;  
  Déterminer  $DP$  - le point central de la zone  
  commune des segments fous maximaux  
   $MBS(B_r, E_r, \nu), \dots, MBS(B_p, E_p, \nu)$ ;  
   $D = \{D \cup DP\}$ ;

**fin**

**fin**

Balayage

Détection

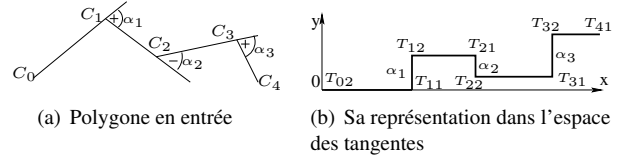


FIGURE 4 – Espace des tangentes.

### 3 Détection d'un arc

Dans cette section, nous rappelons une méthode linéaire [17] pour la détection d'un arc. Nguyen et Debled ont introduit une propriété importante des arcs dans l'espace des tangentes qui est inspirée du travail de Latecki [2].

#### 3.1 Représentation dans l'espace des tangentes

Supposons que  $C = \{C_i\}_{i=0}^n$  est une courbe polygonale avec  $\alpha_i = \angle(\overrightarrow{C_{i-1}C_i}, \overrightarrow{C_iC_{i+1}})$  et  $l_i$  la longueur du segment  $C_iC_{i+1}$ . Nous avons  $\alpha_i > 0$  si  $C_{i+1}$  est à droite de  $C_{i-1}C_i$ ,  $\alpha_i < 0$  sinon.

On considère la transformation qui associe au polygone  $C$  de  $\mathbb{Z}^2$  le polygone  $T$  de  $\mathbb{R}^2$  formé des segments  $T_{i2}T_{(i+1)1}, T_{(i+1)1}T_{(i+1)2}$  pour  $i$  de 0 à  $n-1$  avec  $T_{02} = (0, 0)$ ,

$T_{i1} = (T_{(i-1)2}.x + l_{i-1}, T_{(i-1)2}.y)$ , pour  $i$  de 1 à  $n$ ,

$T_{i2} = (T_{i1}.x, T_{i1}.y + \alpha_i)$ , pour  $i$  de 1 à  $n-1$ .

#### 3.2 Algorithme de détection d'un arc

Nguyen et al. ont présenté dans [17] (voir aussi l'algorithme 2) un algorithme pour la détection d'un arc. Ils considèrent la courbe  $MpC$  ( $MpC = \{M_i\}_{i=0}^{n-1}$ ,  $M_i$  est point central de  $T_{i2}T_{(i+1)1}$ ) qui est constituée par l'ensemble des points centraux des segments horizontaux de la représentation de la courbe donnée en entrée dans l'espace des tangentes. L'idée principale est de considérer la colinéarité des points de la courbe  $MpC$ . En vérifiant la colinéarité de ces points, on peut décider si la courbe correspondante est un arc ou non (voir aussi la figure 5). L'algorithme 2 présente en détail cette stratégie. Il prend par défaut 2 paramètres. Le premier paramètre est l'angle admissible maximal ( $\alpha_{max}$ ) entre deux segments consécutifs du polygone  $C$ . Le deuxième paramètre est l'épaisseur des segments fous ( $\nu_2$ ) qui est utilisée pour vérifier la colinéarité des points centraux dans l'espace des tangentes.

### 4 Décomposition d'une courbe en arcs et segments de droite

L'algorithme 2 de détecter un arc en reconnaissant un segment fou dans l'espace des tangentes. Le paramètre  $\alpha_{max}$  est utilisé pour garantir l'hypothèse avec laquelle l'algorithme 2 fonctionne correctement (voir le théorème 1 de [17]). Notre méthode de décomposition repose sur la définition suivante.

2.  $\nu_1 = 1$  si la courbe donnée en entrée est non-bruitée.

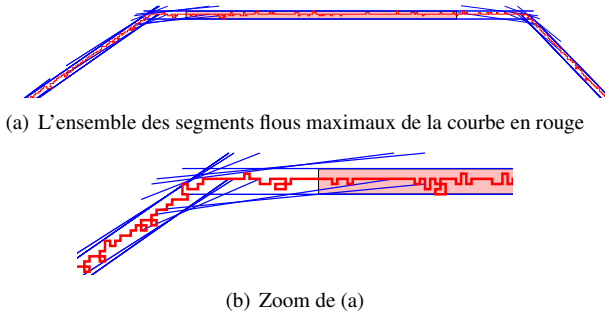


FIGURE 2 – La zone rosée n'est pas une zone commune de segments fous maximaux consécutifs.

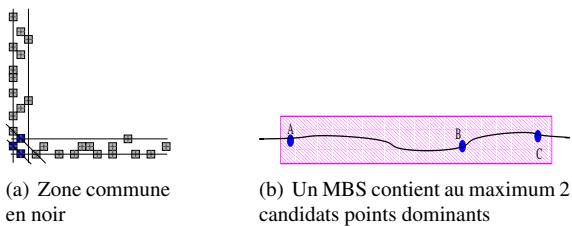


FIGURE 3 – MBS et points dominants.

**Algorithme 2** : *DETECTION\_ARC* : Détection d'un arc/cercle discret [17].

**Données** :  $\zeta = \{P_i\}_{i=0}^n$  courbe discrète,  $\alpha_{max}$  l'angle maximal admis dans l'espace des tangentes,  $\nu_1$  - l'épaisseur des segments flous pour la polygonalisation,  $\nu_2$  - l'épaisseur des segments flous pour tester la colinéarité.

**Résultat** : ARC si  $\zeta$  est un arc discret, CERCLE si  $\zeta$  est un cercle discret, NON sinon.

**début**

Utiliser l'algorithme [20] pour faire la polygonalisation de  $\zeta$  en segment flous d'épaisseur  $\nu_1$  :  $P = \{C_i\}_{i=0}^m$ ;  
Représenter  $P$  dans l'espace modifié des tangentes par  $T(P)$  (cf. section 3.1);

**si** il existe  $i$  tel que  $T_{i2}.y - T_{i1}.y > \alpha_{max}$  **alors**  
| retourner NON;

**fin**

Déterminer l'ensemble des points centraux

$I = \{M_i\}_{i=1}^{n-1}$  de  $\{T_{i2}T_{(i+1)1}\}_{i=1}^{n-1}$  ;

Utiliser la méthode [20] pour vérifier si  $I$  est un segment flou d'épaisseur  $\nu_2$ ;

**si**  $I$  est un segment flou d'épaisseur  $\nu_2$  **alors**  
| **si**  $T_{m1} \simeq 2 * \pi$  **alors** retourner CERCLE;  
| **sinon** retourner ARC;

**fin**

**sinon**

| retourner NON;

**fin**

**fin**

### Définition 1

Dans la courbe de points centraux dans l'espace des tangentes, un point isolé est un point central qui satisfait que la différence d'ordonnée entre ce point et un de ses deux voisins dans cette courbe est supérieure au seuil  $\alpha_{max}$  (voir aussi la figure 7). Si cette condition est vraie avec les deux voisins, ce point est appelé un point isolé complet.

### 4.1 Idée principale de la méthode proposée

Nous présentons dans cette section une nouvelle méthode pour décomposer une courbe en arcs et segments de droite. Notre idée principale est d'appliquer un détecteur de points dominants [18] comme une étape de prétraitement afin de renforcer la qualité de décomposition. Nous supposons que les extrémités entre un arc et un segment, ou entre 2 arcs, ou entre 2 segments sont aussi des points dominants. Cette supposition est vraie dans presque tous les cas. C'est pourquoi, nous détectons tout d'abord les points dominants dans la courbe donnée en entrée  $\zeta$ . Ces points sont considérés comme les candidats des extrémités parmi les primitives : arcs et segments. Dans l'étape suivante, nous essayons de grouper des points s'ils constituent un arc. La détection d'un arc est effectuée en utilisant l'algorithme 2. Dans cet algorithme, un arc correspond à un segment de droite sur la courbe des points centraux dans l'espace

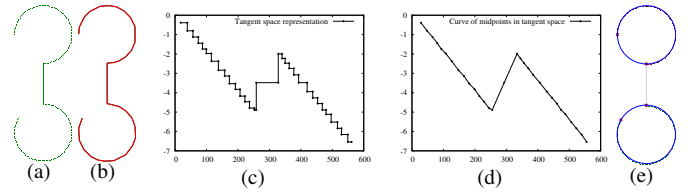


FIGURE 5 – Détection des arcs dans une courbe : (a) Courbe donnée en entrée, (b) Polygone approximé, (c) Sa représentation dans l'espace des tangentes, (d) Courbe des points centraux, (e) Résultat.

des tangentes si la différence des valeurs d'ordonnées de 2 points centraux consécutifs est inférieure au seuil  $\alpha_{max}$ . Les points isolés complets correspondent aux segments de droite. Ce processus est effectué sur la courbe de points centraux dans l'espace des tangentes qui est construit à partir des points dominants détectés.

### 4.2 Analyse des configurations

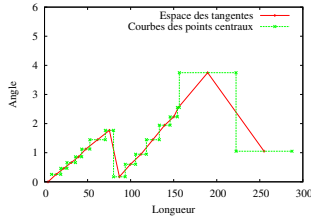
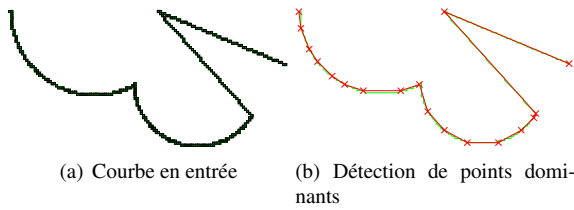
Considerons la figure 6. Dans cet exemple, il y a toutes les configurations de base parmi les primitives arc et segment de droite : arc-arc, arc-segment et segment-segment. La figure 7 présente ces configurations de façon détaillée dans l'espace des tangentes. En ce qui concerne la courbe de points centraux ( $MpC$ ) dans cet espace, nous avons les remarques ci-dessous.

- Un segment de droite de la courbe correspond à un point isolé dans l'espace des tangentes.
- Un point isolé dans l'espace des tangentes peut être colinéaire avec un ensemble de points colinéaires qui correspond à un arc de la courbe (voir la figure 7.b).
- Deux arcs consécutifs de la courbe correspondent à 2 segments de droite dans l'espace des tangentes qui ne contiennent aucun point isolé.

Grâce à la deuxième remarque, nous déduisons qu'une polygonalisation de la courbe des points centraux ne donne pas une meilleure qualité d'extraction des arcs. Donc, nous proposons un traitement reposant sur la détection de points isolés.

### 4.3 Algorithme proposé

**Algorithme.** Nous présentons dans cette section un algorithme (voir l'algorithme 3) pour la décomposition d'une courbe en arcs et en segments de droite reposant sur les remarques de la section 4.2. L'algorithme incrémentale étendu de reconnaissance des segments flous [20] est utilisé pour segmenter la courbe des points centraux. Si un point central est un point isolé, le segment de droite correspondant est déterminé. Sinon, il est ajouté pour reconnaître un segment flou dans l'espace des tangentes. Si le nouvel ensemble de points centraux n'est plus un segment flou, la reconnaissance du segment flou s'arrête à ce point, et un arc correspondant à la courbe donnée en entrée est détecté. Ce point est considéré comme le premier point du nouveau segment flou dans l'espace des tangentes.



(c) Représentation des points dominants dans l'espace des tangentes et sa courbe de points centraux

FIGURE 6 – Un exemple qui contient toutes les configurations de primitives.

**Complexité :** La détection de points dominant peut être effectuée en temps  $O(n \log n)$ . La transformation dans l'espace des tangentes est linéaire. Le processus pour déterminer la courbe de points centraux est aussi linéaire. Donc, la complexité de notre méthode est  $O(n \log n)$ .

## 5 Expérimentations

### 5.1 Résultats expérimentaux

Cette méthode est rapide et simple à implémenter. Les figures 8 et 9 présentent quelques résultats expérimentaux. Les segments de droite sont construits à partir des extrémités obtenus par l'algorithme, les arcs de cercle sont construits à partir des extrémités et du point central de cette portion de la courbe  $\zeta$  en prenant le cercle circonscrit à ces 3 points. Le centre de l'arc de cercle en est déduit.

### 5.2 Critère d'évaluation

Dans la littérature, il existe un critère d'évaluation [22] utilisé majoritairement pour l'évaluation des méthodes de détection de points dominants ainsi que les méthodes de polygonalisation. Ce critère de Sarkar [22] repose sur un compromis entre l'erreur d'approximation (ISE) et le taux de compression (CR) :  $FOM = \frac{CR}{ISE}$ . L'erreur d'approximation peut être l'erreur quadratique (ISE) ou bien la distance maximale ( $L_\infty$ ) entre les points de la courbe donnée en entrée et le polygone approximé. Le taux de compression est la capacité de réduction des données entre la courbe donnée en entrée et le polygone approximé :  $CR = \frac{N}{N_{DP}}$  avec  $N$  est le nombre de points de la courbe,  $N_{DP}$  est le nombre de points dominants extraits.

Ensuite, Marji [23] montre que le critère FOM n'est pas

2. Cet algorithme contient une rectification de l'algo. 3 de [1] (voir l'algorithme 3).

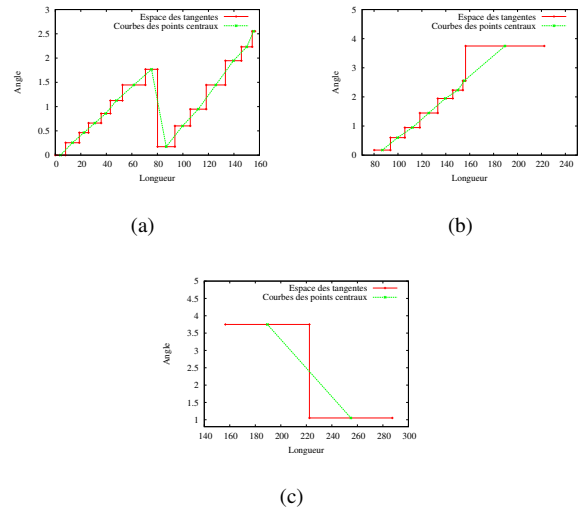


FIGURE 7 – Configurations : (a) arc-arc, (b) arc-segment, (c) segment-segment. Les points isolés correspondent aux extrémités des primitives.

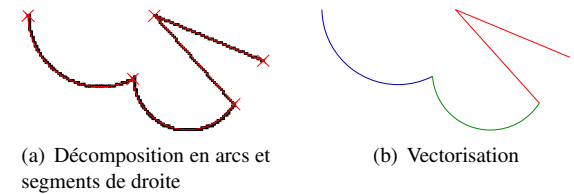


FIGURE 8 – Test sur la courbe dans la figure 6. Paramètres :  $\alpha_{max} = \frac{\pi}{4}$ ,  $\nu = 0.2$ .

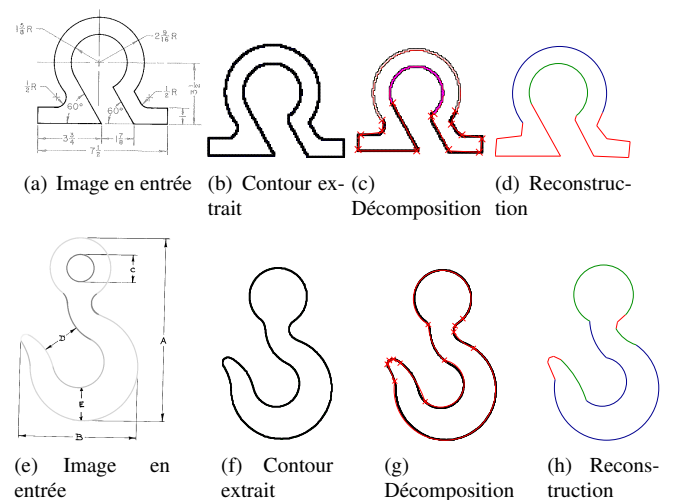


FIGURE 9 – Expérimentation sur un document technique. Paramètres :  $\alpha_{max} = \frac{\pi}{4}$ ,  $\nu = 0.2$ .

**Algorithme 3** : Décomposition d'une courbe en arcs et segments de droite<sup>2</sup>.

**Données** :  $\zeta = \{P_1, \dots, P_n\}$ -une courbe discrète,  $\alpha_{max}$ -angle maximal,  $\nu$ -épaisseur de segment flou

**Result** : *ARC*s- ensemble des arcs, *LINE*s- ensemble des segments de droite

**début**

Utiliser l'algorithme 1 [18] pour détecter l'ensemble de points dominants :  $DpC = \{C_0, \dots, C_m\}$ ;  
 $BS = \emptyset$ ;

Transformer  $DpC$  vers l'espace des tangentes en  $T(DpC)$ ;

Construire la courbe de points centraux

$MpC = \{M_i\}_{i=0}^{m-1}$  des segments horizontaux de  $T(DpC)$ ;

**pour**  $i=0$  à  $m-1$  **faire**

$\{P_i\}_{b_i}^{e_i}$ - une partie de  $\zeta$  qui correspond à  $M_i$  (les points de  $\zeta$  entre  $C_i$  et  $C_{i+1}$ );

**si** ( $BS \cup M_i$  est un segment flou d'épaisseur  $\nu$  [20] et  $(|M_i.y - M_{i-1}.y| < \alpha_{max})$  et  $i > 0$ )

**alors**

$BS = BS \cup M_i$ ;

**fin**

**sinon**

**si**  $BS! = \emptyset$  **alors**

$\{P_i\}_{b_i}^{e_i}$ - partie de  $\zeta$  qui correspond au  $BS$ ;  
            Ajouter  $\{P_i\}_{b_i}^{e_i}$  à *ARC*s;

**fin**

$BS = \{M_i\}$ ;

**si**  $(|M_i.y - M_{i+1}.y| > \alpha_{max})$  **alors**

            Ajouter  $P_{b_i} P_{e_i}$  à *LINE*s;

$BS = \{\emptyset\}$ ;

**fin**

**fin**

**fin**

**fin**

suffisant pour faire un compromis entre l'intégrale de l'erreur quadratique (ISE) et le taux de compression (CR). La raison est que l'ISE change plus rapidement par rapport CR pour plusieurs courbes testes. Marji et al. [23] ont proposé une version modifiée de Sarkar :  $FOM_n = \frac{CR^n}{ISE}$ . En réalité, ils utilisent  $n = 2$ .

Nous suggérons que cette idée peut être élargie également pour les techniques de décomposition en arcs et segments. Le taux de compression (CR) est le quotient entre le nombre de points de la courbe et le nombre de primitives extraites. L'erreur d'approximation (ISE) est la somme des carrés des distances entre chaque point de la courbe et la primitive correspondante. La distance entre un point et un arc est définie par la distance entre ce point et l'intersection de cet arc et la droite qui passe ce point et le centre de l'arc de cercle.

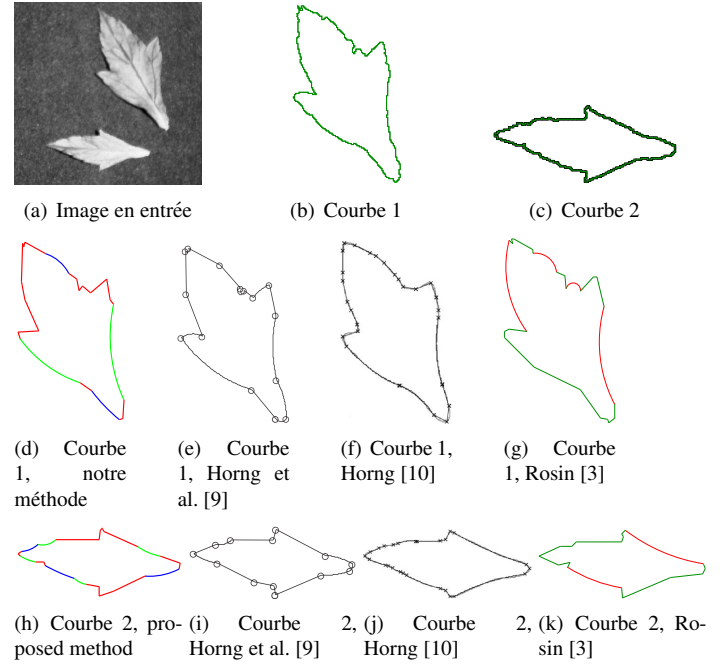


FIGURE 10 – Comparaison avec Horng et al. [9], Horng [10] and Rosin [3, 15]. Paramètres :  $\alpha_{max} = \frac{\pi}{4}$ ,  $\nu = 0.2$ .

### 5.3 Comparaisons

Cette méthode a été comparée avec des autres méthodes de la littérature.

Les figures 10 et le tableau 1 présentent quelques comparaisons avec les autres méthodes [9, 10, 15]. La méthode de Salmon et al. [11] utilise le profil de courbure qui est construit en temps  $O(n^2)$ . Donc, elle est moins rapide que la nôtre. Le tableau 1 compare qualitativement notre méthode avec les autres (voir aussi la section 5.2 pour le critère d'évaluation FOM). Notre méthode est légèrement moins efficace que celles de Horng et al. [9] et de Horng [10] mais elle est plus rapide que celle-ci. La figure 11 présente une expérimentation sur une courbe issue du travail de Rosin [3].

### 5.4 Traitement avec des courbes bruitées

Dans cette section, nous présentons comment modifier l'algorithme 3 afin de travailler avec des courbes bruitées. Le problème principal est de construire un polygone tenant compte du niveau de bruit de la courbe. Normalement, le polygone approximé qui est obtenu en utilisant le détecteur de points dominants avec les paramètres par défaut (l'épaisseur de travail est 1, voir l'algorithme 3) permet de travailler sans souci avec des courbes non-bruitées. Cependant, la qualité de la segmentation est faible avec des courbes bruitées puisqu'il y aura plusieurs petits segments avec un grand angle entre eux dans le polygone approximé à cause de l'influence du bruit. Notre solution est d'appliquer un cadre de processus multi-épaisseur [24] afin d'obtenir un polygone qui tient compte du bruit. Au lieu d'utiliser le paramètre par défaut ( $\nu = 1$ ) pour

TABLE 1 – Comparaison avec les autres méthodes : Horng et al. [9], Horng [10] et Rosin [3, 15].

Courbe	$N^0$ Points	Méthode	$N^0$ Primitives	ISE	CR	FOM	Temps (s)
Fig. 10.b	605	Proposée	22	449.828	27	0.060	0.05
		Horng et al.	15	489.7	40.333	0.0824	1274.75
		Horng	29	329.9	20.862	0.0632	3.23
		Rosin	24	597.425	25.2	0.0422	0.018
Fig. 10.c	413	Proposée	22	139.746	22	0.1288	0.03
		Horng et al.	13	175.4	31.769	0.1811	511.77
		Horng	26	107.7	15.885	0.1475	0.94
		Rosin	17	253.776	24.29	0.09571	0.012

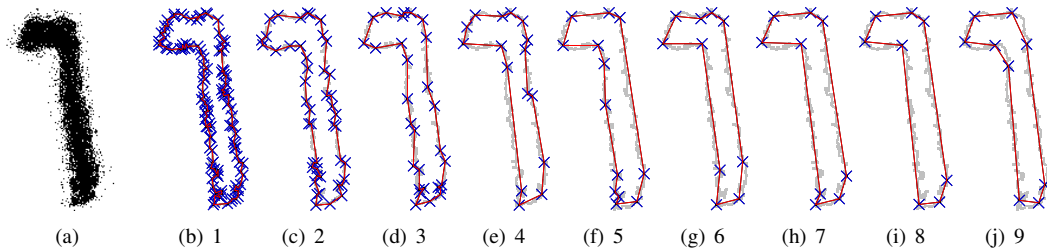


FIGURE 12 – Un exemple du traitement multi-épaisseur [24]. Une séquence de résultats sont obtenus en augmentant l'épaisseur de travail de 1 à 9. L'épaisseur la plus appropriée est déterminée comme 7.

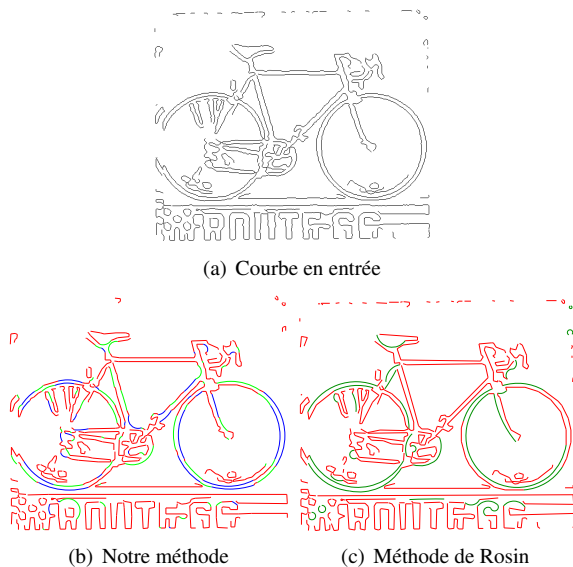


FIGURE 11 – Comparaison avec la méthode de Rosin [3].

la détection de points dominants, nous considérons les résultats à travers des épaisseurs différentes. L'idée principale est d'évaluer le résultat obtenu à chaque épaisseur avec un critère d'évaluation. Un profil du critère d'évaluation est construit à travers des épaisseurs croissantes. L'épaisseur qui correspond au premier pic de ce profil est considéré comme l'épaisseur la plus appropriée pour travailler avec cette courbe bruitée. Cette approche heuristique est utilisée pour détecter le niveau de bruit de la courbe. Le polygone qui est construit à partir du résultat de détecteur de points

dominants à cette épaisseur est considéré comme le polygone le plus adapté à cette courbe. Dans ce cadre multi-épaisseur, nous utilisons le critère simple et efficace de Sarkar [22] (voir la section 5.2). La figure 12 présente aussi des résultats obtenus sur un contour bruité. Nous obtenons 7 comme l'épaisseur la plus appropriée. Par conséquent, le polygone détecté à cette épaisseur est considéré comme le polygone le plus approprié pour approximer cette courbe bruitée (voir la figure 12.h).

C'est pourquoi, afin de travailler avec des courbes bruitées, l'étape de polygonalisation de l'algorithme 3 doit être modifiée par un processus de traitement multi-épaisseur. Le polygone construit par ce processus permet de tenir compte du bruit de la courbe en entrée. La figure 13 présente le résultat de la décomposition d'une courbe bruitée en arcs et segments de droite en comparant avec celui de la méthode non-paramétrique de Rosin [3, 15]. L'épaisseur pour la polygonalisation est 6, elle est déterminée par un processus de traitement multi-épaisseur reposant sur le critère d'évaluation de Sarkar.

## 6 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode pour la décomposition d'une courbe en arcs de cercle et segments de droite en temps  $O(n \log n)$ . Une étape de prétraitement reposant sur un détecteur de points dominants nous permet de bien localiser les extrémités des primitives arcs et segments. La détection des points isolés dans l'espace des tangentes permet de localiser les arcs et les segments dans

4. La courbe dégradée ainsi que le source code de la méthode de Rosin [3, 15] sont pris à partir du site web personnel de l'auteur : <http://users.cs.cf.ac.uk/Paul.Rosin/resources/curves>



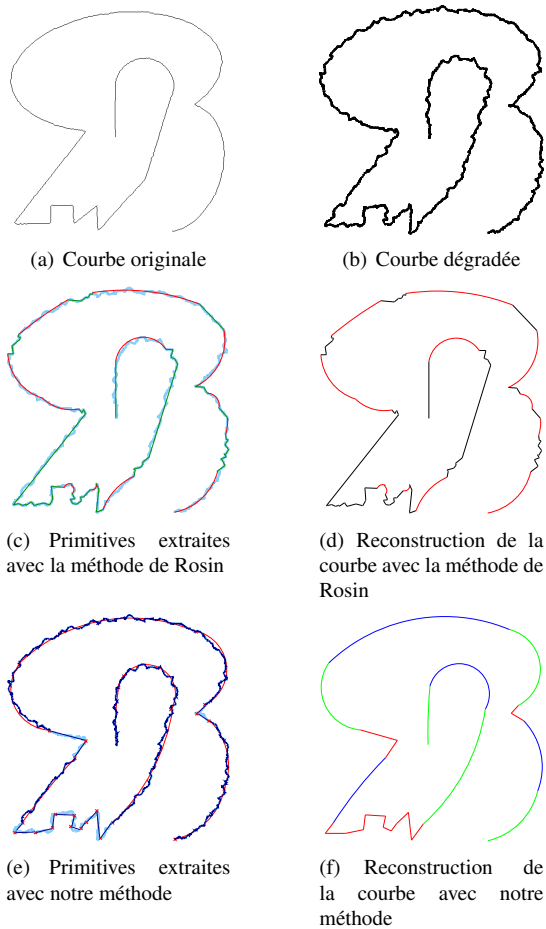


FIGURE 13 – Expérimentation sur une courbe bruitée dans le travail de Rosin [15]. L'épaisseur de travail est déterminé comme 6 grâce au traitement multi-épaisseur<sup>4</sup>.

la courbe donnée en entrée. L'utilisation de deux types de primitive (arcs et segments) nous permet d'obtenir un bon descripteur de courbe en comparant par rapport aux autres techniques telles que détection de points dominants ou bien polygonalisation car il augmente le taux de compression et réduit l'erreur d'approximation par rapport à celles-ci.

## Références

- [1] Nguyen, T.P., Debled-Rennesson, I. : Decomposition of a curve into arcs and line segments based on dominant point detection. In : SCIA. Volume 6688 of LNCS. (2011) 794–805
- [2] Latecki, L., Lakamper, R. : Shape similarity measure based on correspondence of visual parts. PAMI **22** (2000) 1185–1190
- [3] Rosin, P.L., West, G.A.W. : Segmentation of edges into lines and arcs. Image Vision Comput. **7** (1989) 109–114
- [4] Pei, S.C., Horng, J.H. : Circular arc detection based on hough transform. PRL **16** (1995) 615–625
- [5] Leavers, V.F. : The dynamic generalized hough transform : its relationship to the probabilistic hough transforms and an application to the concurrent detection of circles and ellipses. CVGIP : Image Underst. **56** (1992) 381–398
- [6] Wenyin, L., Dori, D. : Incremental arc segmentation algorithm and its evaluation. PAMI **20** (1998) 424–431
- [7] Song, J., Lyu, M., Cai, S. : Effective multiresolution arc segmentation : algorithms and performance evaluation. PAMI **26** (2004) 1491–1506
- [8] Chen J.-M., Ventura J.A., W.C. : Segmentation of planar curves into circular and line segments. IVC **14** (1996) 71–83
- [9] Horng, J.H., Li, J.T. : A dynamic programming approach for fitting digital planar curves with line segments and circular arcs. PRL **22** (2001) 183–197
- [10] Horng, J.H. : An adaptive smoothing approach for fitting digital planar curves with line segments and circular arcs. PRL **24** (2003) 565–577
- [11] Salmon, J.P., Debled-Rennesson, I., Wendling, L. : A new method to detect arcs and segments from curvature profiles. In : ICPR. Volume 3. (2006) 387–390
- [12] Kerautret, B., Lachaud, J.O., Nguyen, T.P. : Circular arc reconstruction of digital contours with chosen hausdorff error. In : DGCI. Volume 6607 of LNCS. (2011) 247–259
- [13] Tortorella, F., Patraccone, R., Molinara, M. : A dynamic programming approach for segmenting digital planar curves into line segments and circular arcs. In : ICPR. (2008) 1–4
- [14] E. Bodansky, A.G. : Approximation of a polyline with a sequence of geometric primitives. In : ICIAR. Volume 4142 of LNCS. (2006) 468–478
- [15] Rosin, P.L., West, G.A.W. : Nonparametric segmentation of curves into various representations. PAMI **17** (1995) 1140–1153
- [16] Lowe, D.G. : Three dimensional object recognition from single two dimensional images. Artificial Intelligence **31** (1987) 355–395
- [17] Nguyen, T.P., Debled-Rennesson, I. : A linear method for segmentation of digital arcs. In : CAIP. Volume 6854 of LNCS. (2011) 84–92
- [18] Nguyen, T.P., Debled-Rennesson, I. : A discrete geometry approach for dominant point detection. Pattern Recognition **44** (2011) 32–44
- [19] Attneave, E. : Some informational aspects of visual perception. Psychol. Rev. **61** (1954) 183–193
- [20] Debled-Rennesson, I., Feschet, F., Rouyer-Degli, J. : Optimal blurred segments decomposition of noisy shapes in linear time. Computers & Graphics **30** (2006) 30–36
- [21] Nguyen, T.P., Debled-Rennesson, I. : Curvature estimation in noisy curves. In : CAIP. Volume 4673 of LNCS. (2007) 474–481
- [22] Sarkar, D. : A simple algorithm for detection of significant vertices for polygonal approximation of chain-coded curves. Pattern Recognition Letters **14** (1993) 959–964
- [23] Marji, M., Siy, P. : Polygonal representation of digital planar curves through dominant point detection - a nonparametric algorithm. Pattern Recognition **37** (2004) 2113–2130
- [24] Nguyen, T.P., Debled-Rennesson, I. : Free-parameter method for polygonal representation of noisy curves. In : IW-CIA, Cancun, Mexico, RPS (2009) 65–78