

18/12/07, Aix-en-Provence, CEPERC

Texte 1: *E.T.M.*: une illustration des rapports entre philosophie, mathématiques et physique

« Bien que récemment aient parus toute une série d'ouvrages introductifs, plus ou moins populaires, sur la théorie de la relativité générale, il manquait encore une présentation systématique. Il m'a donc semblé approprié de publier les cours suivants que j'ai professé pendant le semestre d'été 1917 à l'E.T.H. (« école polytechnique ») de Zürich. En même temps, mon désir était de présenter ce grand sujet comme une illustration de cet entrelacement de la pensée physique, mathématique et philosophique, un thème d'étude cher à mon cœur. Cela ne pourrait être fait qu'en reconstruisant la théorie de manière systématique depuis les fondations, et en restreignant notre attention au niveau des principes. Mais je n'ai pas été capable de satisfaire à ces réquisits auto-imposés : le mathématicien prédomine au détriment du philosophe. »

Space-Time-Matter (ed. anglaise d'Espace, Temps, Matière, 1952) , pix, notre traduction, nous soulignons

Cartographie des notions d'espace dans *Espace-Temps-Matière*

ESPACE « INTUITIF »

(Espace psychologique
lié à la perception)

- Dépendant du sujet psychologique individuel
- Non constitué de points
- « Intuitivement continu »

ESPACE MATHEMATISÉ

- Constitué de *points* idéaux
- Espace objectif

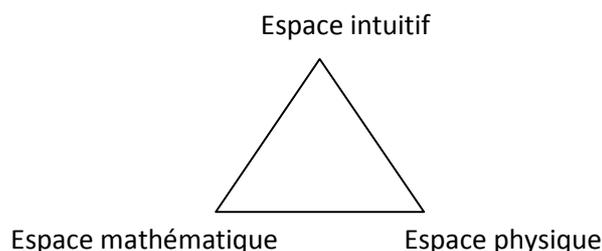
ESPACE MATHÉMATIQUES

- Espace comme « forme »
→ homogénéité

ESPACE PHYSIQUE

- Espace « réel »
- Hétérogène

dans *Mathematische Analyse des Raumproblems* :



Texte 2 : Un écart assumé entre espace intuitif et espace mathématisé

« Certainement le continu intuitif et le continu mathématique ne coïncident pas, un profond abîme les sépare. Néanmoins, des motifs raisonnables dans notre effort en vue de comprendre le monde nous le font franchir ; ce sont les mêmes motifs raisonnables qui poussent l'étude de la nature à passer de la réalité où nous vivons en tant qu'êtres humains naturels, et qui se construit dans les actes d'expérience – à passer de cette réalité au monde physique « vraiment objectif », exact, sans qualités, qui est caché « derrière » [...] Il y a donc, si l'on veut, dans notre construction de l'Analyse, une théorie du continu, qui (au-delà de sa correction logique) se doit justifier raisonnablement de la même manière qu'une théorie physique. »

Le Continu, chapitre 2, p113

ET aussi

« Cependant, il est évident que cette assertion [selon laquelle à chaque point d'une droite correspond un nombre réel et vice et versa] tombe complètement en dehors du cadre de ce que l'intuition nous enseigne ou peut nous enseigner sur le continu ; il ne s'agit plus là d'une description morphologique de ce qui se présente dans l'intuition (et qui est avant tout non pas une collection d'éléments discrets mais une totalité qui s'écoule). Au contraire, au donné immédiat, autrement dit à une réalité par essence inexacte, est substitué un objet exact, selon un procédé fondamental pour toute science (physique) exacte ; c'est à ce seul procédé que les mathématiques doivent leur importance pour les sciences de la nature. » (nous soulignons)

Hermann Weyl, *Le Continu* [Weyl 1918, p84]

Il exprime une idée semblable dans le second chapitre :

« Face à l'objection, que l'intuition du continu ne contient rien des principes logiques nécessaires en vue d'une définition exacte du concept de nombre réel, nous avons expliqué que ce qui se manifeste dans le continu intuitif, et le monde des concepts mathématiques, sont tellement étrangers l'un à l'autre que demander qu'ils se recouvrent doit être rejeté comme absurde. Pourtant les schémas abstraits, que fournit la mathématique, sont indispensables à rendre possible une science exacte de domaines d'objets dans lesquels des continus jouent un rôle. »

Hermann Weyl, *Le Continu* [Weyl 1918, p124]

La géométrie dans l'articulation entre mathématiques et physique :

Dans Espace, Temps, Matière :

- 1) GEOMETRIE MATHEMATIQUE (chapitre 1 et 2)
- 2) GEOMETRIE PHYSIQUE (chapitre 3 et 4)
- 3) LOIS PHYSIQUES NON-SPATIALES (éventuellement)

En physique classique :

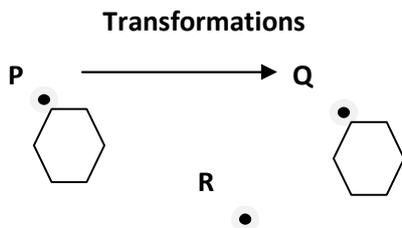
- 1) GEOMETRIE = MATHEMATIQUES
- 2) PHYSIQUE = étude du contenu de l'espace et non plus de l'espace lui-même

Textes 3 :

« Cet espace est la forme du monde extérieur ; ce qui signifie que chaque chose corporelle peut occuper, sans être modifiée, une autre place que celle qu'elle occupe dans l'espace. Ce fait caractérise l'*homogénéité* de l'espace, il est la racine du concept de congruence. » (p5)

« Mais comme le temps, l'espace est une *forme* des phénomènes, et l'idée d'*égalité* en découle immédiatement : lorsqu'une chose reste identique à elle-même, et qu'on peut imaginer qu'elle occupe une autre place *S'* que celle *S* où on la considère dans l'espace, on dira que *S'* est égal ou *congruent* à *S*. [...] Nous allons montrer, dans une esquisse rapidement tracée, comment on peut déduire tous les concepts fondamentaux de la géométrie de celui d'égalité, et du concept difficile à analyser de continuum. »

Espace, Temps, Matière, p9



- Une notion « anti-leibnizienne » de continuum, (comme multiplicité de points individuels indiscernables)

Niveaux dans l'analyse du concept d'espace	Notions spatiales fondamentales	Transformations spatiales
Topologique (implicite dans <i>Etm</i>)	Points, Voisines...	Homéomorphisme
Affine	Droites, plans, parallélisme...	Transformations affines
Métrique	Distances, angles...	Congruences

Texte 4 : Le système de coordonnées : la notion de sujet inévitable dans toute théorie mathématique de l'espace

« Ce système de coordonnées est le reste inévitable de la destruction du Je dans l'univers géométrico-physique extrait du donné par la raison suivant la norme de l'«objectivité» [...] »

Hermann Weyl, *Le Continu*, p114]

« Mais cette objectivation par exclusion du moi et des démarches immédiates de son intuition n'est pas complète ; le système de coordonnées (approximativement représentatif seulement) établi par une action individuelle reste comme le résidu nécessaire du moi [...] »

Hermann Weyl, *Espace, Temps, Matière*, p7

Texte 5 : Principe de relativité et rôle du système de coordonnées

« Je crois que l'on saisit bien [...] comment la mathématique s'introduit dans la physique. Pour mesurer *une grandeur*, il faut faire une différence essentielle entre le « donné » d'un objet (expérience individuelle) d'une part, et d'autre part la *conceptualisation de ce donné*. Cette dernière opération n'est possible que relativement à des objets qui sont immédiatement représentés.

C'est pourquoi à la mesure, est attachée toujours une *théorie de la relativité*. Le problème que celle-ci pose en général pour un objet quelconque se présente de la manière suivante :

- 1) Quels sont les caractères qui doivent être explicités afin de pouvoir caractériser avec un degré arbitraire de précision et d'une manière conceptuelle, un objet particulier P se trouvant dans la portion continûment étendue de la réalité qui est en question ? Ce qui permet l'explicitation, c'est le *système de coordonnées*, la définition conceptuelle s'appelle la *coordonnée* (ou abscisse) de P dans ce système. Deux systèmes de coordonnées sont objectivement équivalents ; il n'y a aucune propriété saisissable conceptuellement, qui s'appliquant à l'un ne s'applique pas à l'autre [on reconnaît la définition de l'homogénéité] ; sinon alors trop de choses seraient explicitées immédiatement.
- 2) Quelle relation y a-t-il entre les coordonnées d'un seul et même objet P, dans les deux systèmes de coordonnées différents. »

Espace, Temps, Matière, p7

Texte 6 :

« [...] Cependant, le monde lui-même n'a pas d'histoire. Par conséquent, longtemps après que la physique se soit libérée des qualités sensibles, la philosophie moderne met en avant avantagement la grande découverte de Kant selon laquelle le temps et l'espace ne sont que des formes de notre intuition sans signification objective. En reconnaissant sa différence avec la philosophie kantienne, la physique a le courage de pénétrer [ergründen] et de représenter en symboles mathématiques le domaine [Reich] aspatial et intemporel des « choses en soi » qui est caché derrière les apparences. »

Hermann Weyl, « Die Einsteinsche Relativitätstheorie »

Distinctions *a priori* / *a posteriori* :

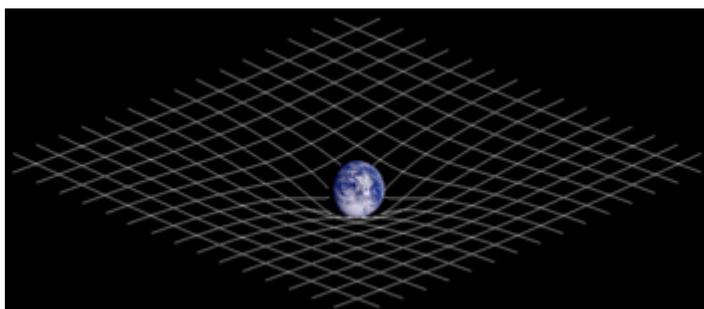
Distinction externe

(kantienne)

A PRIORI	A POSTERIORI
A PRIORI	A POSTERIORI

Distinction interne

(à la théorie physique)



Texte 7 :

« Ayant introduit la forme métrique fondamentale $Q = \sum_{i,k} g_{ik} dx_i dx_k$, nous pouvons formuler les lois de la nature, de telles sortes qu'elles soient invariantes pour n'importe quelles transformations de coordonnées ; c'est une possibilité d'existence mathématique et non pas un caractère distinctif de ces lois. On fait un nouveau pas quand on admet que la métrique d'univers n'est pas donnée *a priori*, mais que la forme quadratique qui la représente dépend de la matière par des lois invariantes aussi. Ce n'est que lorsque ce pas est franchi qu'on s'est élevé à une théorie qui mérite vraiment le nom de théorie de la relativité générale. Elle permet alors de résoudre le problème de la relativité du mouvement. [...] Et ce n'est que si nous admettons cette théorie que la gravitation apparaîtra comme une émanation du champ métrique, car nous savons par l'expérience que la gravitation est conditionnée par la répartition des masses (loi d'attraction de Newton). C'est moins dans la condition d'invariance générale, que dans cette nouvelle étape, que nous paraît être le noyau de cette théorie de la relativité généralisée. »

Espace, Temps, Matière, p198

Texte 8 :

« Cette théorie, qui est l'une des plus belles preuves de la force de la pensée spéculative, nous donne en même temps que la solution du problème de la relativité du mouvement, (solution qui est la seule en état de satisfaire notre raison), la solution de l'énigme de la pesanteur. [...] On peut aussi affirmer que le point de vue qui oppose l'espace et le temps comme *formes* des phénomènes, au contenu matériel du monde, n'est fondé que si on le comprend de la manière suivante : seules des grandeurs d'état physique sont mesurables, au moyen d'opérations matérielles ; les quatre coordonnées d'univers ne se mesurent pas, elles servent plutôt à ordonner a priori les points de l'univers d'une manière tout à fait arbitraire, afin de rendre possible la représentation des grandeurs physique par des fonctions mathématiques (de 4 variables indépendantes) »

Espace, Temps, Matière, p199