Recherche d'une règle de réglage fondée sur la fonction de distribution des écarts de production et de réglage.

Daniel Duret, Maurice Pillet

▶ **To cite this version:**

Daniel Duret, Maurice Pillet. Recherche d'une règle de réglage fondée sur la fonction de distribution des écarts de production et de réglage.. 7ème Conférence Internationale en Conception & Production Intégrée, Oct 2011, Oujda, Maroc. hal-00650835

HAL Id: hal-00650835
https://hal.science/hal-00650835v1

Submitted on 12 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Recherche d'une règle de réglage fondée sur la fonction de distribution des écarts de production et de réglage

Daniel Duret*— Maurice Pillet**

* Université de Savoie - Institut Universitaire de Technologie – Annecy - France

Daniel.Duret@univ-savoie.fr

** Université de Savoie - Laboratoire SYMME – Annecy - France

Maurice.Pillet@univ-savoie.fr

RÉSUMÉ. Le pilotage des processus consiste à détecter les situations hors contrôle, et à intervenir sur le processus pour le recentrer. Partant d'un constat de déréglage, bruité par la variabilité de production, nous cherchons une règle de réglage robuste, qui détermine le bon réglage à appliquer basée sur des indicateurs de production. Plusieurs hypothèses de distribution de réglage sont retenues (Normale et Uniforme). Nous développons plus particulièrement l'hypothèse de distribution normale et proposons dans ce cas une règle facile à implémenter dans un logiciel de surveillance.

ABSTRACT. To control of processes consist in detect the out of control situations, and to adjust the process on the target. Starting from a measured maladjustment, which is affected by a variability of the production, we calculate a robust adjustment rule. This rule determines the proper adjustment to be applied based on capability index. Several hypotheses of distribution of adjustment are retained (normal and uniform). We specifically develop the assumption of normal distribution and propose in this case a rule easy to implement in process control software.

MOTS-CLÉS : Réglage, capabilité, MSP

KEYWORDS: adjustment, capability, SPC

1. Introduction

La maîtrise Statistique des processus s'est beaucoup intéressée à la détection des situations hors contrôle. Depuis Shewhart [Shewhart 1931] qui le premier a proposé la carte de contrôle éponyme, de nombreuses contributions ont été réalisées depuis sur le sujet de la capacité à détecter un processus hors contrôle. Plusieurs types de cartes ont amélioré la détection dont la carte EWMA de Lucas [Lucas & Al 1990], la carte CUSUM [Hawkins & Al 1998] Plus récemment plusieurs auteurs ont contribué à l'amélioration du concept et ont proposé de nouvelles avancées sur les cartes de contrôle. Les améliorations ont porté soit sur la réduction de la taille des échantillons [Torng & Al 2009], soit pour améliorer le critère ARL (Average lenght run) [Nezhad & Al 2010] soit pour adapter à la surveillance de la moyenne d'autres cartes de contrôle [WU & Al 2010].

L'ajustement du processus après détection d'une situation hors contrôle a été également étudié en parallèle à ces travaux sur la détection. L'approche statistique du réglage des outils a été abordée par Grubbs [Grubbs 1954] en proposant une séquence de réglage par approches successives. C'est à lui que l'on doit la règle du réglage de l'écart sur la première mesure puis de la moitié de l'écart à la seconde etc. Plus récemment Trietsch [Trietsch 1998], Del Castillo [Del Castillo 1998] et Rong Pan [Rong Pan 2002] ont proposé une analyse détaillée et une extension de la règle de Grubbs pour le réglage des machines. Les récentes contributions ont porté sur l'ajustement du réglage par la mesure in situ des outils [Kibe & Al 2007] et sur l'intérêt de l'utilisation de réseaux de neurones [Liao & Al 2007] [Lin & Al 2009].

Que ce soit en production ou en mesure, il est toujours délicat de proposer une correction à partir d'un écart constaté. Cet écart et le fruit d'un écart de réglage et d'un écart de production considéré comme un bruit. Pourtant ce problème se pose avec encore plus d'acuité avec l'utilisation des machines en autonomie utilisant des corrections automatiques. L'originalité de cet article est de proposer une approche de calcul de la correction à apporter au processus à partir d'hypothèse de fonctions de densité de probabilité cumulatives.

2. Fonction de densité de probabilité du couple « Production – Réglage »

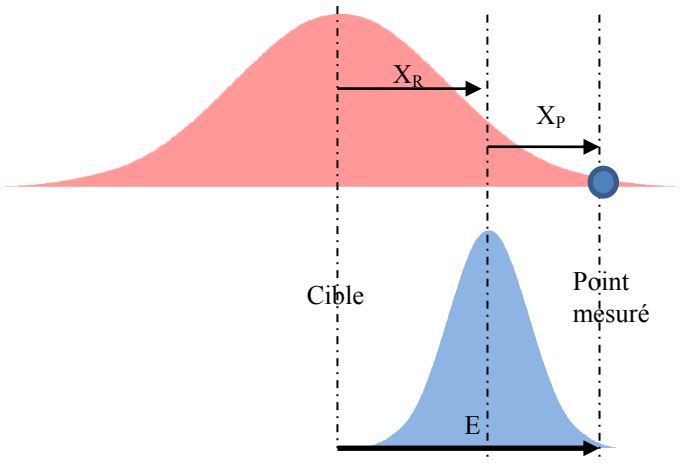

Figure 1. *Représentation graphiques des écarts cumulés*

A partir d'un échantillon de pièce (de taille n, avec n pouvant être égal à 1), E représente l'écart global constaté entre la moyenne des n pièces et la cible. Nous ferons l'hypothèse simplificatrice qu'il n'y a pas d'incertitude de mesure.

X_R représente une valeur particulière d'un écart aléatoire de réglage, avec les caractéristiques statistiques suivantes :

- Moyenne : $\mu_R = 0$
- Variance : σ_R^2
- Fonction de distribution marginale : $Y_R = f(X_R)$

De même X_P représente l'écart moyen de production estimé à partir d'un échantillon de taille n (éventuellement n = 1) :

- Moyenne : $\mu_P = 0$
- Variance : σ_P^2/n
- Fonction de distribution marginale : $Y_P = f(X_P)$

2.1. Estimations des variances

Les variances seront estimées à partir des indicateurs de capabilités court terme Cp et long terme Pp.

Pour le Cp seule la variabilité court terme de production intervient :

$$Cp = \frac{IT}{6\sigma_P} \quad \text{soit} \quad \sigma_P = \frac{IT}{6Cp} \qquad [1]$$

Pour Pp la variabilité long terme intervient en incluant les aléas de réglage :

$$Pp = \frac{IT}{6\sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_R^2}} \qquad \text{soit} \qquad \sigma_R = \sqrt{\left(\frac{IT}{6Pp} - \sigma_P\right) \bullet \left(\frac{IT}{6Pp} + \sigma_P\right)} \qquad [2]$$

$$\sigma_R = \frac{IT}{6}\sqrt{\left(\frac{1}{Pp} - \frac{1}{C_p}\right) \bullet \left(\frac{1}{Pp} + \frac{1}{C_p}\right)} \qquad [3]$$

3. Hypothèses de distribution du couple X_R, X_P

Pour l'écart de production, nous retiendrons une distribution marginale normale :

$$Y_P = \frac{\sqrt{n}}{\sigma_P\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}n\left(\frac{X_P}{\sigma_P}\right)^2} \qquad [4]$$

Pour l'écart de réglage, nous envisagerons deux hypothèses de distribution, une distribution normale et une distribution uniforme.

- Hypothèse de distribution marginale normale pour le réglage

$$Y_R = \frac{1}{\sigma_R\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X_R}{\sigma_R}\right)^2} \qquad [5]$$

- Hypothèse de distribution marginale uniforme pour le réglage

$$Y_R = \frac{1}{\sigma_R.2\sqrt{3}} \qquad [6]$$

4. Hypothèse de distribution globale avec une distribution marginale normale pour le réglage

La fonction de distribution du couple (X_R,X_P) est donnée par [ISO 3534-1] :

$$f(X_R, X_P) = \frac{\sqrt{n}}{2\pi\sigma_R\sigma_P\sqrt{1-\rho^2}} \bullet e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{X_R}{\sigma_R}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{X_R}{\sigma_R}\right)\left(\frac{X_P}{\sigma_P/\sqrt{n}}\right) + n\left(\frac{X_P}{\sigma_P}\right)^2\right]} \qquad [7]$$

Le coefficient de corrélation ρ peut *a priori* être considéré comme nul. Dans le cas contraire, cela pourrait signifier par exemple que la variabilité de production se dégrade pour les forts déréglages. La fonction de distribution se simplifie alors :

$$f(X_R, X_P) = \frac{\sqrt{n}}{2\pi\sigma_R\sigma_P} \bullet e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{X_R}{\sigma_R}\right)^2 + n\left(\frac{X_P}{\sigma_P}\right)^2\right]} \qquad [8]$$

5. Domaine solution pour le couple (X_R,X_P)

La seule information que nous ayons est E, avec :

$$E = X_R + X_P \qquad [9]$$

Rappelons que les trois variables ci-dessus sont algébriques et que X_P correspond à la moyenne d'un échantillon. E est une donnée, X_R et X_P sont des inconnues. A l'équation [8], on associe un domaine de définition restreint pour le couple (X_R,X_P) représenté par une droite :

$$X_P = E - 1 \bullet X_R \qquad [10]$$

E/√2 peut être considéré comme une distance algébrique de la droite suivant la première bissectrice.

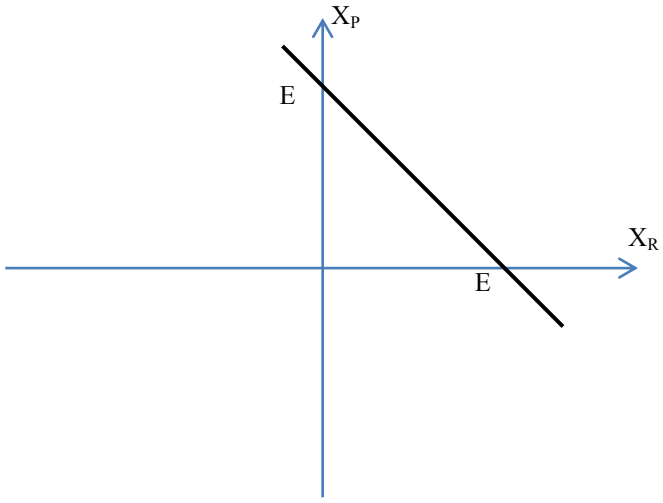

Figure 2. *Exemple du domaine couple (X_R,X_P) pour une valeur E donnée*

5. Fonction de distribution pour le domaine du couple (X_R,X_P)

Si l'on reprend l'équation [8], modèle de la distribution de tous les couples (X_R,X_P), on obtient par intersection, une fonction de distribution pour la droite domaine :

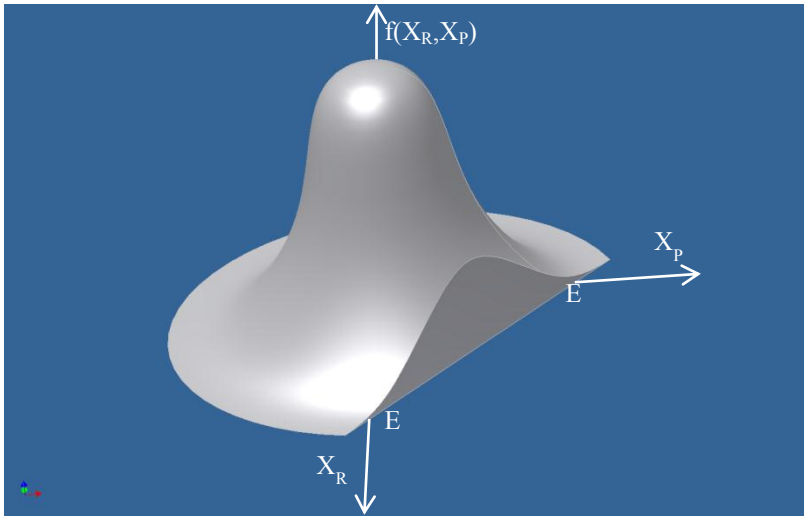

Figure 3. *Fonction de distribution du domaine couple (X_R,X_P) pour une valeur E*

Note : sur la figure précédente, les distributions marginales de X_R et de X_P sont approximativement semblables, ce qui est un cas très particulier. D'une manière générale une courbe d'équiprobabilité (fonction de k) sera représentée par une ellipse d'équation :

$$\frac{X_R^2}{(k\sigma_R)^2} + \frac{nX_P^2}{(k\sigma_P)^2} = 1 \qquad [11]$$

On se focalisera sur le couple (X_R,X_P) ayant la plus forte probabilité. Cela revient à chercher l'iso probabilité (ellipse) tangente à la droite du domaine

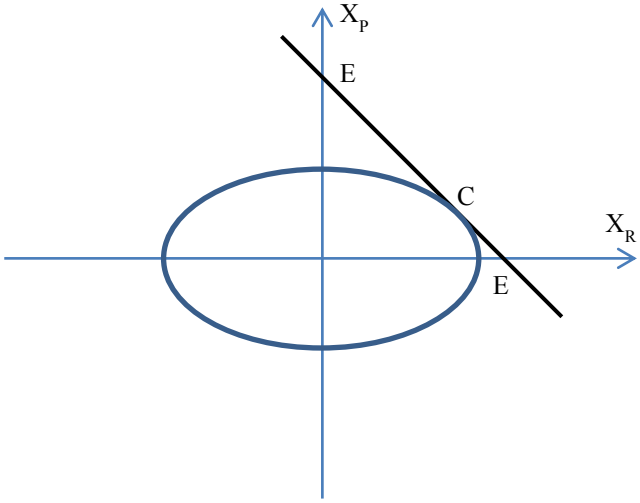

Figure 4. *Recherche du couple (X_R,X_P) ayant la plus forte probabilité*

Le point C est solution du système représenté par les équations [9] et [11] :

$$X_P = E - 1 \bullet X_R$$

$$\frac{X_R^2}{(k\sigma_R)^2} + \frac{nX_P^2}{(k\sigma_P)^2} = 1 \qquad [12]$$

Nous avons un système à deux équations et trois inconnues. Suivant la valeur de k, il peut ne pas y avoir de solution ou deux possibilités. La solution qui nous intéresse est lorsque nous avons une racine double. La normale à la tangente en C est une droite de pente 1. L'ellipse étant centrée à l'origine, l'équation de la normale à la tangente à un point particulier (X_{R0}, X_{P0}) est égale à :

$$X_P - X_{P0} = \frac{n(k\sigma_R)^2 \bullet X_{P0}}{(k\sigma_P)^2 \bullet X_{R0}}(X_R - X_{R0}) \qquad [13]$$

Si nous voulons que la pente soit égale à 1, cela impose :

$$(k\sigma_P)^2 \bullet X_{R0} = n(k\sigma_R)^2 \bullet X_{P0} \qquad [14]$$

De plus il faut vérifier que ce point appartient au domaine de la droite :

$$E = X_{R0} + X_{P0} \qquad [15]$$

La résolution de ce système donne :

$$X_{R0} = \frac{n(\sigma_R)^2}{(\sigma_P)^2 + n(\sigma_R)^2} E \qquad [16]$$

Rappelons que nous avions les estimations suivantes :

$$\sigma_P = \frac{IT}{6Cp}$$

$$\sigma_R = \frac{IT}{6}\sqrt{\left(\frac{1}{Pp} - \frac{1}{C_p}\right) \bullet \left(\frac{1}{Pp} + \frac{1}{C_p}\right)} \qquad [17]$$

Cela donne :

$$X_{R0} = \frac{\frac{1}{P_P^2} - \frac{1}{C_P^2}}{\frac{1}{P_P^2} - \frac{1}{C_P^2}(1 - \frac{1}{n})} E \qquad [18]$$

Par exemple, pour n = 1, avec un Cp de 3 et un Pp de 2, cela donne une correction de 5/9 de E.

Notons que lorsque n est grand, le bruit de production est très atténué et alors on corrige de l'écart total E.

6. Hypothèse de distribution globale (avec distribution marginale uniforme pour le réglage)

La fonction de distribution du couple (X_R, X_P) est donnée par :

$$f(X_R, X_P) = \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{6\pi}.\sigma_R.\sigma_P} \bullet e^{-\frac{1}{2}\left[n\left(\frac{X_P}{\sigma_P}\right)^2\right]} \qquad |X_R| \le \sqrt{3}\sigma_R \qquad [19]$$

Nous retrouvons le même type de résolution mais avec une fonction de distribution globale différente.

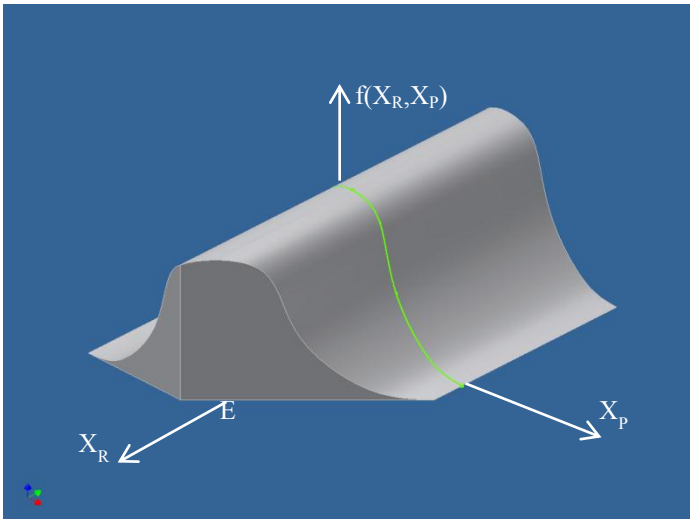

Figure5. *Fonction de distribution du domaine couple (X_R,X_P) pour une valeur E avec une distribution marginale uniforme pour le réglage.*

Avec cette hypothèse de distribution uniforme, il semblerait qu'il faille corriger de l'écart global E. En effet X_R ayant une probabilité constante, la probabilité la plus forte pour X_P est quand X_P est au voisinage de sa moyenne μ_P.

7. Conclusion

La règle de réglage proposé dans cet article permet de déterminer le meilleur réglage possible en fonction de l'historique des capabilités du processus. En ce sens elle apporte une plus-value importante par rapport à la première approche donnée dans [Pillet & Al 2011]. La règle que nous proposons pour le cas d'une distribution normale des réglages donne des résultats qui sont validés par l'expérience empirique de terrain. Elle n'est pleinement efficace que si l'on possède un historique des indicateurs P_P et C_P, pour obtenir des estimations de σ_P σ_R réalistes.

La règle qui est obtenue dans le cas d'une distribution uniforme reste encore à valider par l'expérience ou par simulation, d'une part dans les résultats, et d'autre part sur le réalisme de cette hypothèse. En effet avec les moyens de préréglage actuels, l'hypothèse d'une distribution uniforme est peu vraisemblable.

Enfin la règle proposée qui s'appuie sur l'historique Cp et Pp n'est valable que dans le suivi en pilotage. En cas d'évènement tels que machine froide, changement d'outil, la variabilité de déréglage est sans doute supérieure à ce que l'on calcule par le ratio Cp/Pp. Nous envisageons d'étudier dans le même esprit le cas du réglage suite à un événement de modification de réglage.

8. Bibliographie

[Del Castillo 1998] E. Del Castillo. A note on two process adjustment models. Quality and Reliability Engineering International, 14(1):23–28, 1998

[Grubbs 1954] F.E. Grubbs. An optimum procedure for setting machines or adjusting processes. Industrial Quality Control, July, 1954. reprinted in Journal of Quality Technology, 1983, 15, 4, pp. 186-189.

[Hawkins & Al 1998] D.M. Hawkins and D.H. Olwell, Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement, Springer, New York (1998).

[ISO 3534-1] « Vocabulaire et symboles – Partie 1 : Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités », NF ISO 3534-1 – Janvier 2007

[Kibe & Al 2007] Kibe Y., Okada Y., Mitsui K., Machining accuracy for shearing process of thin-sheet metals—Development of initial tool position adjustment system, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Volume 47, Issue 11, September 2007, Pages 1728-1737

[Liao & Al 2007] Liao X.P., Xie H.M., Zhou Y.J., Xia W., Adaptive adjustment of plastic injection processes based on neural network, Journal of Materials Processing Technology, Volumes 187-188, 12 June 2007, Pages 676-679

[Lill & Al 1991] Lill H., Chu Y., Chung K., "Statistical Set-up Adjustement for low volume manufacturing" - Statistical Process Control in Manufacturing - Dekker – 1991, pp 23-38

[Lin & Al 2009] Lin H. D., Lin W. T. Automated process adjustments of chip cutting operations using neural network and statistical approaches, Expert Systems with Applications, Volume 36, Issue 3, Part 1, April 2009, Pages 4338-4345

[Lucas & Al 1990] Lucas J.M.; Saccucci M.S., Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements, Technometrics **32** (1990), pp. 1–12.

[Nezhad & Al 2010] Nezhad F.M.S., Niaki S. T. A., A new monitoring design for uni-variate statistical quality control charts Information Sciences, Volume 180, Issue 6, 15 March 2010, Pages 1051-1059

[Pillet & Al 2011] Pillet M., Pairel E., « Détermination d'une règle de réglage dans le cas du pilotage inertiel multicritères », 9ème congrès international QUALITA, Mars 23-25, Angers, France

[Rong Pan 2002] Rong Pan, Statistical process adjustement methods for quality control in short-run manufacturing, Thesis in Industrial Engineering, Pennsylvania State University, August 2002.

[Shewart 1931] Shewhart, W.A., Economic Control of Quality of Manufactured Products. *New York: Van Nostrand, London: MacMillan*, 1931, 501 p. (1980 by *American Society for Quality*).

[Torng & Al 2009] Torng C. T., Lee P. H., Liao N. Y., An economic-statistical design of double sampling $\overline{X}$ control chart International Journal of Production Economics, Volume 120, Issue 2, August 2009, Pages 495-500

[Trietsch 1998] D. Trietsch. The harmonic rule for process setup adjustment with quadratic loss, Journal of Quality Technology, 30(1):75–84, 1998

[WU & Al 2010] Wu Z., Wang Z., Jiang W., A generalized Conforming Run Length control chart for monitoring the mean of a variable Computers & Industrial Engineering, Volume 59, Issue 2, September 2010, Pages 185-192