HAL
open science

Approches spatiales cyclostationnaires pour le traitement des interférences en radioastronomie

Gregory Hellbourg, Rodolphe Weber, Cécile Capdessus, Albert-Jan Boonstra, Rym Feliachi

To cite this version:

Gregory Hellbourg, Rodolphe Weber, Cécile Capdessus, Albert-Jan Boonstra, Rym Feliachi. Approches spatiales cyclostationnaires pour le traitement des interférences en radioastronomie. Journées Scientifiques 2011, Mar 2011, Paris, France. http://ursi-france.institut-telecom.fr/index.php?id=59. hal-00647574

HAL Id: hal-00647574

https://hal.science/hal-00647574v1

Submitted on 2 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES RADIOTELESCOPES DU FUTUR :

TECHNOLOGIES ET AVANCÉES SCIENTIFIQUES

Approches spatiales cyclostationnaires pour le traitement des interférences en radioastronomie

Cyclostationary approaches for spatial RFI mitigation in radio astronomy

G.Hellbourg*, R.Weber*,, C.Capdessus**, A.J.Boonstra***, R. Feliachi*****

** Observatoire de Paris – Station de radioastronomie de Nançay, F-18330 Nançay, France*
gregory.hellbourg@obs-nancay.fr
*** Laboratoire PRISME – Université d'Orléans, Site Galilée, 12 rue de Blois, 45067 Orléans cedex 2, France*
{rodolphe.weber,cecile.capdessus}@univ-orleans.fr
**** ASTRON P.O. Box 2, 7990 AA Dwingeloo, Netherlands,*
boonstra@astron.nl

Mots-clefs : cyclostationnarité, traitement d'interférences, réseaux d'antennes phasées

Keywords : cyclostationarity, RFI mitigation, phased array antenna

Résumé

L'environnement électromagnétique est de plus en plus envahi par les activités de télécommunications, limitant ainsi la sensibilité et les performances des radiotélescopes. Il devient donc nécessaire de développer des traitements efficaces afin de limiter l'impact de ces interférences radioélectriques (RFI). A ce titre, l'exploitation de la propriété de cyclostationnarité, inhérente à la plupart des signaux de télécommunication, est une piste de développement prometteuse pour la radioastronomie et notamment pour les futures générations de radiotélescopes tels que LOFAR et SKA. Dans cet article, plusieurs utilisations de cette propriété de cyclostationnarité sont proposées pour permettre la détection, le filtrage ou l'estimation des brouilleurs dans le cadre de réseaux à antennes phasées.

Introduction

L'occupation croissante du spectre électromagnétique (cf. figure 1) devient préoccupante pour la radioastronomie et les conséquences sur les observations peuvent être dramatiques (cf. figure 2), notamment pour les nouvelles générations de radiotélescope (LOFAR [1] ou SKA [2]). De nombreuses approches permettant de limiter l'impact des RFI ont été étudiées [3]. L'approche que nous proposons repose sur la caractéristique cyclostationnaire que présente la plupart des signaux de télécommunication. En effet, ces derniers contiennent généralement une périodicité cachée, signature de leur mise en œuvre (fréquence porteuse, baud rate, codage,...). En fait, cette périodicité est masquée par le caractère aléatoire du message transmis. Cependant, une approche cyclostationnaire ([4],[5]) permet de retrouver cette signature, et rend possible l'identification de ces signaux de télécommunication. Nous allons montrer dans cet article l'intérêt de ce type d'approche pour limiter l'impact des interférences dans le cadre des radiotélescopes à réseaux d'antennes phasées.

1. Traitement spatial cyclostationnaire

1.1. Traitement spatial classique

Un radiotélescope à réseau d'antennes phasées est en général constitué de p antennes. On note $\boldsymbol{z(t)}$ le vecteur *(px1)* de sortie de ce réseau. Les antennes sont toutes soumises au même environnement électromagnétique, mais observent cet environnement de manière différente. En effet, si l'on suppose que les sources observées sont en bande étroite, la distance entre antennes induit des retards géométriques entre chaque antenne et pour chaque source. Nous admettons que ces retards géométriques pourront être représentés par des décalages de phases.

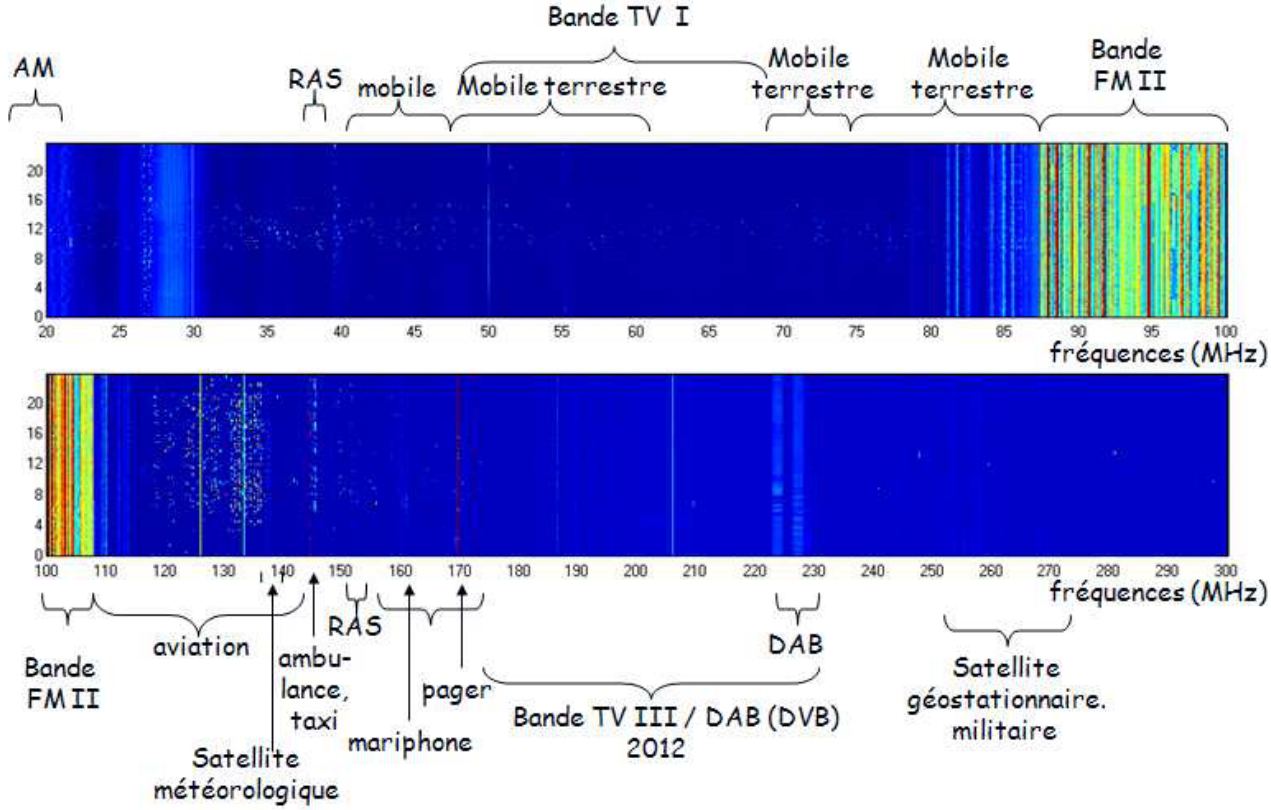

Figure 1: *Spectrogramme de la bande 20-300 MHz de l'environnement du radiotélescope LOFAR. Certaines interférences ont disparu du spectre (quelques chaînes TV). Néanmoins, les bandes vides actuelles (170−230 MHz) seront progressivement occupées par des transmissions issues des radio et TV numériques (DAB et DVB).*

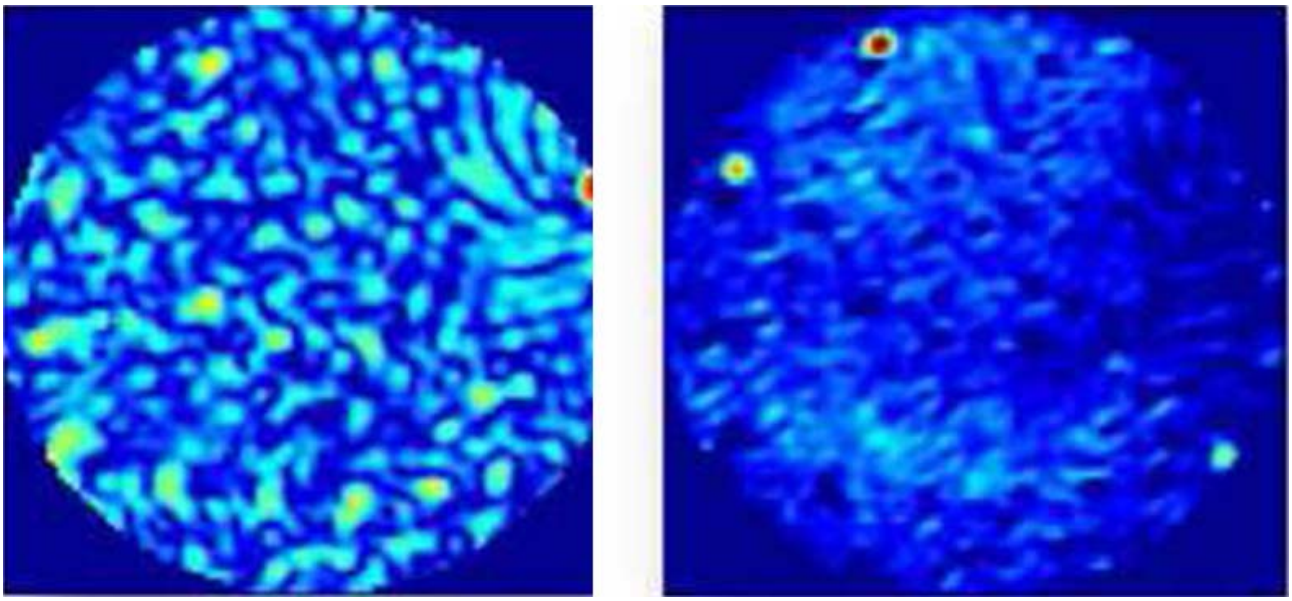

Figure 2: *Images du ciel avec la station ITS de LOFAR.* ***(gauche)*** *en présence d'une RFI sur l'horizon.* ***(droite)*** *en l'absence de cette RFI. Les radio sources les plus fortes sont de nouveau visibles.*

Notons $\boldsymbol{R}_z$ le matrice de corrélation de ce radiotélescope. Avec l'hypothèse précédente, $\boldsymbol{R}_z$ s'exprime ainsi:

$$\boldsymbol{R}_{z,z^*} = \langle z(t) z^H(t) \rangle_\infty = \underbrace{\boldsymbol{A}_r \boldsymbol{R}_r \boldsymbol{A}_r^H}_{\boldsymbol{R}_{RFI}} + \underbrace{\boldsymbol{A}_s \boldsymbol{R}_s \boldsymbol{A}_s^H}_{\boldsymbol{R}_{sources}} + \underbrace{\boldsymbol{N}}_{\boldsymbol{R}_{bruit}} \quad (1)$$

avec $\langle . \rangle_\infty$ l'opérateur de moyennage infini, $(.)^H$ l'opérateur transconjugué, $\boldsymbol{R}_r$ la matrice de corrélation ($K_r x K_r$) des K_r sources cyclostationnaires de fréquence cyclique α (α étant l'inverse de la périodicité cachée qui nous sert de signature pour l'interférence), $\boldsymbol{R}_s$ la matrice de corrélation ($K_s x K_s$) des K_s autres sources (stationnaires ou cyclostationnaires de fréquences cycliques différentes de α) et $\boldsymbol{N}$ la matrice de corrélation (pxp) du bruit du système.

Ces matrices contiennent les informations statistiques de chacun des signaux observés par le radiotélescope. Les matrices $\boldsymbol{A}_r$ (pxK_r) et $\boldsymbol{A}_s$ (pxK_s) contiennent les signatures spatiales de chacune des sources. En négligeant les sources cosmiques (stationnaires) et en supposant le réseau d'antennes calibré (i.e. $\boldsymbol{R}_z \approx \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{R}_r \boldsymbol{A}_r^H + \sigma^2 \boldsymbol{I}$ avec $\mathbf{I}$ la matrice identité et σ^2 la puissance du bruit système), Boonstra [6] a démontré qu'une bonne estimation de l'information contenue dans la matrice $\boldsymbol{A}_r$ (sources cyclostationnaires de fréquence cyclique α) peut être obtenue en réalisant une décomposition en valeurs propres de la matrice $\boldsymbol{R}_z$. Le sous-espace vectoriel généré par les vecteurs propres associés aux K_r plus grandes valeurs propres de cette décomposition correspond au sous-espace généré par la matrice des signatures spatiales des RFI ($\boldsymbol{A}_r$) en supposant toutes les autres sources du modèle négligeables.

1.2. Matrice de corrélation cyclique

Considérons un signal $z(t)$ quelconque. Sa fonction d'autocorrélation est définie ainsi:

$$\boldsymbol{R}_{z,z^*}(t,\tau) = \langle z(t+\frac{\tau}{2}) z^*(t-\frac{\tau}{2}) \rangle_\infty \quad (2)$$

z est dit cyclostationnaire si il existe $T_0 \neq 0$ tel que $\boldsymbol{R}_{x,x^*}(t+T_0,\tau) = \boldsymbol{R}_{x,x^*}(t,\tau)$. Cette périodicité est caractérisée par une fréquence cyclique $\alpha = k/T_0$, avec $k \in \mathbb{Z}$. Étant donné cette périodicité, la fonction d'autocorrélation d'un signal cyclostationnaire admet une décomposition en série de Fourier:

$$\boldsymbol{R}_{z,z^*}(t,\tau) = \sum_{\alpha}^{+\infty} \boldsymbol{R}_{z,z^*}^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha t} \quad (3)$$

avec $\alpha = k/T_0$, $k \in \mathbb{Z}$, et $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}(\tau)$ les coefficients de Fourier définis ainsi:

$$\boldsymbol{R}_{z,z^*}^{\alpha} = \langle \boldsymbol{R}_{z,z^*}(t,\tau) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_{T_0} = \langle z(t+\frac{\tau}{2}) z^*(t-\frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\alpha t} \rangle_{T_0} \quad (4)$$

Nous appelons ces coefficients des fonctions d'autocorrélations cycliques. Dans le cas multivarié, $z(t)$ ne correspond plus à un échantillon, mais à un vecteur d'échantillons. Nous appellerons alors $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}(\tau)$ une matrice de corrélation cyclique.

L'intérêt d'utiliser la matrice de corrélation cyclique est qu'elle est asymptotiquement indépendante des contributions autres que celles des interférences recherchées (i.e. de fréquence cyclique α):

$$\boldsymbol{R}_{z,z^*}^{\alpha} = \boldsymbol{R}_{RFI}^{\alpha} + \underbrace{\boldsymbol{R}_{sources}^{\alpha}}_{\to 0} + \underbrace{\boldsymbol{R}_{bruit}^{\alpha}}_{\to 0} \approx \boldsymbol{R}_{RFI}^{\alpha} = \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{R}_r^{\alpha} \boldsymbol{A}_r^H \quad (5)$$

Cette propriété va permettre d'étendre les méthodes proposées par Boonstra, dans un cadre simplifié, au modèle général défini à l'équation 1. Nous verrons ainsi des techniques de détection, des techniques de filtrage, mais aussi une technique d'estimation-soustraction qui n'est envisageable que dans cette modélisation cyclostationnaire.

2. Détection cyclostationnaire de RFI

La propriété de cyclostationnarité des interférences peut être utilisée afin de détecter la présence d'un brouilleur connu ou inconnu. Le principe de ce détecteur repose sur l'estimation d'un spectre cyclique de l'environnement électromagnétique du radiotélescope. Comme précisé dans 1.2, la cyclostationnarité d'un signal est détectée au moyen de sa fonction d'autocorrélation. Dans le cas d'un réseau d'antennes, ce sera la matrice de corrélation du réseau qui sera utilisée pour cette détection.

Nous allons créer un cube de données constitué de l'empilement des matrices de corrélation instantanées des signaux acquis par le réseau d'antennes. Dans le cas de la présence d'une ou plusieurs RFI dans ces données, les signaux seront cyclostationnaires. De fait, il existera une périodicité dans cet empilement de matrices. Pour mettre cette périodicité en évidence, nous allons effectuer une transformée de Fourier de ce cube. Nous obtenons ainsi un nouveau cube de données constitué de l'empilement des matrices de corrélations cycliques $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}$ des signaux, avec $\alpha = k/L$, $k \in \mathbb{Z}$ et L la longueur de la transformée de Fourier. En calculant la norme de Frobenius de chacune des matrice de ce nouveau cube, nous obtenons un critère de détection aveugle de cyclostationnarité.

En effet, la propriété essentielle de la norme de Frobenius est la suivante:

$$\| \boldsymbol{R}_{z,z^*}^{\alpha} \|_F^2 = \sum_{k=1}^{K_r} \lambda_{r,k}^2 + \sum_{k=1}^{p-K_r} \lambda_{n,k}^2 \quad (6)$$

avec:

- $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}$ la matrice de corrélation cyclique du réseau de p antennes à la fréquence α
- $\lambda_{r,k}$ les K_r plus grandes valeurs propres de $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}$ correspondant aux K_r RFI cyclostationnaires de fréquence cyclique α présentent dans les données

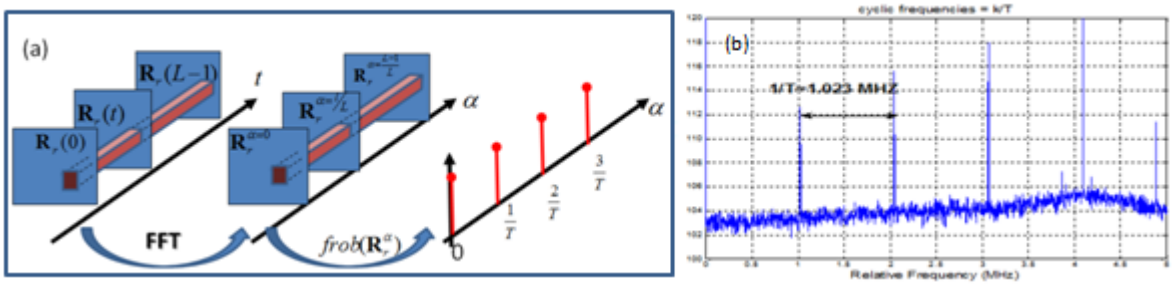

***Figure 3**: Principe de détection cyclique (a) Récapitulatif de la méthode présenté dans la partie 2. (b) exemple de données réelles acquises par le radiotélescope Westerbork corrompues par un GPS. Nous retrouvons des raies spectrales aux fréquences cycliques caractéristiques du baud rate du GPS.*

– $\lambda_{n,k}$ les p - K_r autres valeurs propres de $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}$

Asymptotiquement, cette matrice devrait être de rang K_r *(i.e.* $\lambda_{n,k}=0$). Une unique valeur non nulle de la quantité $\|\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}\|^2_F$ permettrait de conclure la présence d'une RFI cyclostationnaire de fréquence cyclique α.

La figure 3.a résume graphiquement cette méthode.

La transformée de Fourier étant de longueur finie, $\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}$ est de rang plein *(i.e.* $\lambda_{n,k}\neq 0$). La détection de RFI devient ainsi moins efficace. La figure 3.b présente un résultat issu de données réelles.

3. Filtrage spatial cyclostationnaire

Lorsqu'une RFI est détectée, il est possible de la filtrer en utilisant sa propriété de cyclostationnarité. Le principe de ce filtrage est basé sur l'utilisation d'une application linéaire de type projecteur. Considérons l'ensemble des signaux acquis par les antennes comme une base d'un espace vectoriel. Cet espace est composé de deux sous-espaces vectoriels complémentaires : l'espace des interférences cyclostationnaires de fréquence cyclique α et l'espace des sources stationnaires et cyclostationnaires de fréquence cyclique différente de α. Ceci signifie que tout signal provenant d'une antenne peut s'écrire comme une combinaison linéaire d'un ou plusieurs vecteurs (signaux) provenant de chacun de ces sous-espaces vectoriels. En déterminant le sous espace des interférences cyclostationnaires de fréquence cyclique α, il est possible de construire un projecteur permettant de supprimer les contributions des vecteurs de ce sous-espace dans les données.

Réalisons une décomposition en valeurs singulières de l'estimée sur L échantillons de la matrice de corrélation cyclique à la fréquence cyclique α du radiotélescope:

$$\widehat{\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z^*}}=\langle z(t)z^H(t)e^{-j2\pi\alpha t}\rangle_L=U_{cyclic}.\Lambda_{cyclic}.V^H_{cyclic} \quad (7)$$

l'équation (5) ne permet pas de conclure que les matrices $\boldsymbol{U}_{cyclic}$ et $\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{H}}_{cyclic}$ correspondent aux matrices $\boldsymbol{A}_r$ et $\boldsymbol{A}_r^H$. Cependant, si l'on suppose que nous sommes en présence de K_r brouilleurs, l'espace généré par les K_r vecteurs de $\boldsymbol{U}_{cyclic}$ correspondants aux K_r valeurs singulières dominantes (asymptotiquement non nulles) définira le même sous espace que $\boldsymbol{A}_r$.

Appelons $\boldsymbol{U}_{rK1}$ cette estimation du sous espace généré par $\boldsymbol{A}_r$. On définira le projecteur $\boldsymbol{P}_{cyclic} = I - \boldsymbol{U}_{rK1}.\boldsymbol{U}_{rK1}^H$. On montre facilement l'effet de ce projecteur sur les données. Puisque $\boldsymbol{A}_r$ et $\boldsymbol{U}_{rK1}$ définissent le même sous espace, il existe une matrice $\boldsymbol{\theta}$ telle que $\boldsymbol{A}_r = \boldsymbol{U}_{rK1}.\boldsymbol{\theta}$. On a alors:

$$\boldsymbol{P}_{cyclic}.\boldsymbol{A}_r=(I-\boldsymbol{U}_{rK1}.\boldsymbol{U}^H_{rK1}).\boldsymbol{U}_{rK1}.\theta=0 \quad (8)$$

et donc,

$$z_{cleaned}(t)=\boldsymbol{P}_{cyclic}(\boldsymbol{A}_s.s(t)+n(t)) \quad (9)$$

La figure 4 illustre cette approche sur des données simulées et sur des données réelles.

4. Estimation et soustraction

Feliachi a présenté dans [7] une technique permettant de supprimer la contribution d'une interférence en l'estimant, puis en la soustrayant aux données issues du radiotélescope. Cette technique consiste à utiliser la matrice R^{α}_{z,z^*} qui, rappelons le, ne contient que de l'information statistique relative aux RFI (voir partie 1.), pour estimer R_{RFI}. Cette estimation permet alors d'obtenir une nouvelle matrice de corrélation asymptotiquement nettoyée de la contribution des RFI:

$$\boldsymbol{R}_{ES}=\boldsymbol{R}_z-\widehat{\boldsymbol{R}_{RFI}}\approx\boldsymbol{R}_{sources}+\boldsymbol{R}_{bruit} \quad (10)$$

La principale limite de cet algorithme est l'estimation de $\boldsymbol{R}_{RFI}$. Cette estimation n'est en effet pas généralisable, et dépend du type de modulation de la RFI.

Nous présentons cet algorithme dans le cas d'une modulation d'amplitude. En supposant que les données acquises par le radiotélescope soient corrompues par un brouilleur de type AM, la matrice de corrélation de ces données s'écrit ainsi:

$$\boldsymbol{R}_{z,z*} = \underbrace{\sigma_r^2 \boldsymbol{a}_r \boldsymbol{a}_r^H}_{R_{AM}} + \boldsymbol{R}_{sources} + \boldsymbol{R}_{bruit} \quad (11)$$

avec:

- σ_r^2 la puissance de l'interférence AM
- $\boldsymbol{a}_r$ la signature spatiale de la RFI
- $\boldsymbol{R}_{sources}$ et $\boldsymbol{R}_{bruit}$, respectivement les matrices de corrélation des sources cosmiques et du bruit système

La matrice de corrélation cyclique conjuguée est asymptotiquement égale à la matrice de corrélation cyclique conjuguée de l'interférence AM:

$$\overline{\boldsymbol{R}^{\alpha}_{z,z*}} = \sigma_r^2 e^{j2\Phi_0} \boldsymbol{a}_r \boldsymbol{a}_r^T = \overline{\boldsymbol{R}^{\alpha}_{AM}} \quad (12)$$

avec Φ_0 la phase de la porteuse de l'interférence.
L'estimation de $\boldsymbol{R}_{RFI}$ revient donc à estimer $\boldsymbol{a}_r$, Φ_0 et σ_r^2 . Nous avons vu que la signature spatiale de l'interférence, $\mathbf{a}_r$, pouvait être estimée à partir de la décomposition en valeurs singulières de la matrice de corrélation cyclique.
La puissance de l'interférence peut alors être estimée par l'équation:

$$\widehat{\sigma_r^2} = \frac{1}{p^2} \| \overline{\boldsymbol{R}^{\alpha}} ./ (\hat{\boldsymbol{a}}_r \hat{\boldsymbol{a}}_r^T) \|_F \quad (13)$$

avec p le nombre d'antennes, $\|.\|_F$ l'opérateur norme de Frobenius et ./ l'opérateur de division élément par élément.
La phase Φ_0 peut également être estimée de la manière suivante:

$$\widehat{\Phi_0} = \frac{1}{2p^2} arg\left(\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{p} (\overline{\boldsymbol{R}^{\alpha}} ./ (\hat{\boldsymbol{a}}_r \hat{\boldsymbol{a}}_r^T))_{i,j}\right) \quad (14)$$

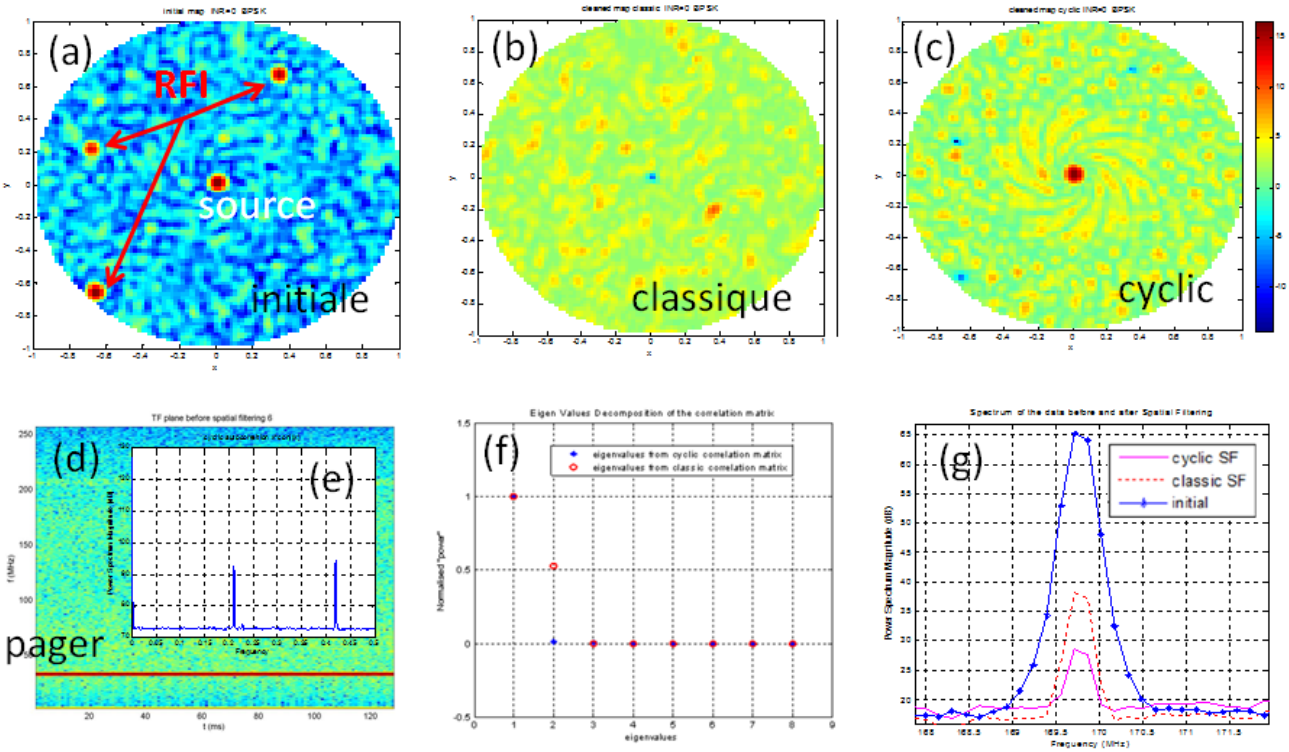

Figure 4: *Filtrage spatial: (a,b,c) simulations (d,e,f,g) données réelles LOFAR.* ***(a)*** *carte initiale du ciel avec 3 brouilleurs et une source cosmique au centre. Le rapport RFI sur signal est de 0dB.* ***(b)*** *résultat du filtrage spatial obtenu via un projecteur estimé à partir de la matrice de corrélation classique. L'algorithme ne peut pas faire la distinction entre RFI et source donc l'ensemble des signaux est supprimés.* ***(c)*** *La matrice de correlation cyclique ne contient que de l'information relative aux RFI donc le projecteur issu de la SVD de cette matrice ne va supprimer que les RFI. Ainsi l'image filtrée présente des zéros dans la direction des brouilleurs.* ***(d)*** *Spectre temps-fréquence de la bande LOFAR. Un pager est nettement présent.* ***(e)*** *une analyse cyclostationnaire basée sur la méthode décrite à la figure 2 permet de récuperer la fréquence cyclique.* ***(f)*** *Une SVD est appliquée respectivement aux matrices de correlation classique et cyclique. La matrice classique présente 2 valeurs singulières dominantes alors que la matrice cyclique n'en présente qu'une seule. Le projecteur est construit à partir du vecteur singulier dominant.****(g)*** *spectres du signal filtré après application du projecteur. La méthode cyclostationnaire affiche les meilleurs résultats (42,5 dB d'atténuation)*

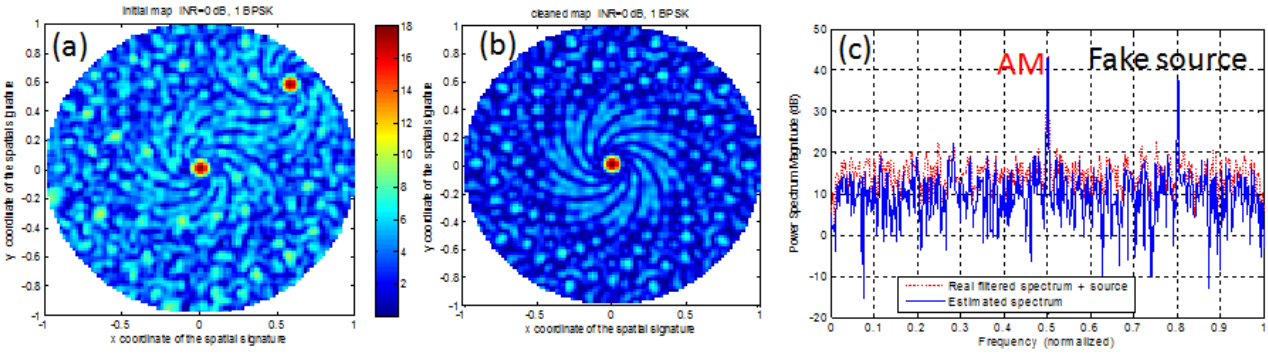

Figure 5: *Estimation & Soustraction (a, b) données simulées (c) données réelles.* ***(a)*** *image initiale du ciel avec une source cosmique au centre et une RFI en haut à droite.* ***(b)*** *image obtenue après estimation et soustraction. L'effet du RFI n'est plus visible. A titre de comparaison, la technique filtrage spatial comme celle décrite à la figure 4 aurait positionné un zéro à cet endroit.* ***(c)*** *en bleu, spectre initial avec une source RFI AM et une source d'intérêt rajoutée artificiellement dans le signal réel. en rouge : seul le profil spectral de la RFI est estimé.*

On estime ainsi la matrice $\boldsymbol{R}_{RFI}$:

$$\widehat{\boldsymbol{R}_{RFI}} = \widehat{\sigma_r^2}\,\hat{\boldsymbol{a}}_r\,\hat{\boldsymbol{a}}_r^H = e^{-j2\widehat{\Phi_0}}\,\overline{\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{\alpha}}}\,\hat{\boldsymbol{a}}_r^*(\hat{\boldsymbol{a}}_r^T\,\hat{\boldsymbol{a}}_r^*)^{-1}\,\hat{\boldsymbol{a}}_r^H \quad (15)$$

En appliquant l'équation 10, cette estimation nous permet d'obtenir la matrice de corrélation du radiotélescope, asymptotiquement dénuée de RFI. Dans [8], Bretteil propose une méthode d'estimation de la densité spectrale de puissance à partir de la fonction d'intercorrélation entre deux antennes. Nous utilisons cette méthode pour présenter un exemple d'estimation d'une interférence de type AM sur des données réelles (figure 5).

5. Conclusion

Cet article présente plusieurs techniques de traitements d'interférences pour des radiotélescopes à réseau d'antennes. Ces techniques s'appuient sur le calcul de la matrice de corrélation cyclique du réseau. Au vu des résultats, cette approche est une alternative intéressante aux méthodes classiques actuellement envisagées pour les radiotélescopes de nouvelle génération tels que LOFAR et SKA.

Remerciements : Les auteurs voudraient remercier la commission européenne du FP7 (projet PrepSKA (contrat n° 212243) et l'ANR (contrat n° ANR-09-BLAN-0225-04) pour le financement d'une partie de ce travail.

Références bibliographiques

[1] http://www.lofar.org/
[2] http://www.skatelescope.org/
[3]Boonstra A.J., Weber R. 2009, RFI Mitigation Methods Inventory, SKADS European project, http://webmail.jb.man.ac.uk/skadswiki/DS4Deliverables
[4] Serpedin, E., Panduru, F., Sari, I. & Giannakis, G. B. 2005, Bibliography on cyclostationarity (Signal Processing), 12, 85
[5] Gardner, W. A., Napolitano, A. & Paura, L. 2006, Cyclostationary : Half a century of research (Signal Processing), 4, 86
[6] Boonstra, A. J. 2005, Radio Frequency Interference Mitigation in Radio Astronomy, Thesis, Delft University, The Netherlands
[7] Feliachi, R. 2010, Spatial processing on cyclostationary interferers for phased arrays radio telescopes, Thesis, University of Orléans, France http://www.skads-eu.org/PDF/RymFeliachi-thesis2010.pdf
[8] Bretteil, S. 2005 Estimation spectrale en temps réel de sources radioastronomiques en présence de brouilleurs cyclostationnaires : Application au radiotélescope décimétrique de Nançay, Thesis, University of Orléans, France