

Utilisation d'un cas-test pour caractériser l'influence des obstacles présents dans les bassins d'aération sur les écoulements liquides et gaz-liquides

Olivier Piriou, Yannick Fayolle, Arnaud Cockx, Sylvie Gillot

► To cite this version:

Olivier Piriou, Yannick Fayolle, Arnaud Cockx, Sylvie Gillot. Utilisation d'un cas-test pour caractériser l'influence des obstacles présents dans les bassins d'aération sur les écoulements liquides et gaz-liquides. STIC et Environnement 2011, May 2011, Saint-Etienne, France. p. - p. hal-00647109

HAL Id: hal-00647109 https://hal.science/hal-00647109

Submitted on 1 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Utilisation d'un cas-test pour caractériser l'influence des obstacles présents dans les bassins d'aération sur les écoulements liquides et gaz-liquides

Olivier Piriou^a, Yannick Fayolle^a, Arnaud Cockx^{b, c, d}, Sylvie Gillot^a

^a Cemagref, UR HBAN, Parc de Tourvoie - BP 44; F-92163 Antony, France

^b Université de Toulouse; INSA, UPS, INP; LISBP, 135 Avenue de Rangueil, F-31077 Toulouse, France.

c INRA, UMR792 Ingénierie des Systèmes Biologiques et des Procédés, F-31400 Toulouse, France.

^d CNRS, UMR5504, F-31400 Toulouse, France.

RÉSUMÉ. L'optimisation des systèmes d'aération des ouvrages de traitement des eaux requière l'étude des écoulements et du transfert de matière qui peut être réalisée à l'aide de la mécanique des fluides numérique et de la modélisation filaire. Le développement de ces outils nécessite cependant une connaissance précise de l'impact des divers obstacles présents dans les bassins d'aération sur les écoulements. Dans ce but, un cas-test, utilisant les outils de la mécanique des fluides numérique et d'un faible coût en temps de calcul, est proposé et appliqué à un tronçon de chenal d'aération réel. L'étude de 18 scenarii a été réalisée à l'aide de cet outil. L'influence de la représentation des obstacles et les coefficients de pertes de charges singulières générés par ceux-ci ont ainsi pu être déterminés.

ABSTRACT. Optimisation of aeration systems in wastewater treatment requires to study flows and mass transfer that can be investigated using computational fluid dynamics and 1D modelling. Impact of geometric obstacles in aeration tanks on flows must be precisely known to develop such tools. To this aim, a test case was proposed based on computational fluid dynamics and with restricted computational time. The study of 18 scenarios has been performed on a section of a real aeration tank. The influence of obstacles on flows and associated singular pressure drop coefficients were determined.

MOTS-CLÉS : CFD, perte de charge, aération, traitement des eaux.

KEYWORDS: CFD, pressure drop, aeration, wastewater treatment.

1 INTRODUCTION

L'optimisation des systèmes d'aération équipant les stations d'épuration (STEP) est impérative afin de garantir la qualité du traitement des eaux résiduaires et de réduire les coûts d'exploitation des installations, l'aération pouvant représenter jusqu'à 70% de la consommation énergétique totale d'une STEP à boues activées [Reardon, 1995]. L'optimisation de ce procédé requière l'étude des écoulements et du transfert d'oxygène de la phase gazeuse vers la phase liquide, qui peut être réalisée à l'aide d'outils de modélisation.

Parmi ces outils, la mécanique des fluides numérique (CFD) et la modélisation filaire ont récemment été développées [Talvy et *al.*, 2005; Fayolle et *al.*, 2007]. Elles sont mises en œuvre dans le projet O_2 STAR (ANR-07-ECOT-007-01, https://o2star.cemagref.fr/), qui vise à développer, valider et mettre à disposition des industriels du traitement de l'eau un logiciel de conception, de dimensionnement et d'optimisation des systèmes d'aération en STEP.

Afin d'étudier l'impact de certains paramètres de dimensionnement et de fonctionnement des bassins d'aération sur les écoulements et le transfert de matière en chenaux d'aération à l'aide de la CFD, le maillage et la modélisation totale des bassins et de leurs équipements est difficilement envisageable. En effet, le nombre de mailles nécessaires pour représenter complètement la géométrie du système (notamment les obstacles tels que canalisations, barres de guidage...) et le temps de calcul associé ne permettent pas d'envisager d'étudier de nombreux paramètres.

C'est pourquoi un cas-test numérique a été développé. Seul un tronçon choisi de bassin d'aération, dans lequel les écoulements sont contrôlés, est représenté. L'impact de différents obstacles sur les paramètres caractéristiques des écoulements (vitesse de circulation de l'eau) et du transfert d'oxygène (rétention gazeuse) sont étudiés sur ce tronçon. Parallèlement, les pertes de charge singulières générées par les différents obstacles classiquement rencontrés dans les bassins d'aération sont déterminées à l'aide des simulations réalisées sur le cas-test. Les coefficients de perte de charge obtenus pourront alimenter les modèles filaires également développés.

2 METHODOLOGIE : DEFINITION DU CAS-TEST

La définition du cas-test nécessite : (i) le choix de la géométrie et des conditions aux limites du domaine, (ii) le paramétrage des modèles et (iii) la définition des différents scenarii à étudier.

2.1 Définition de la géométrie retenue et conditions aux limites

La géométrie retenue doit être représentative des chenaux d'aération (dimensions de bassin, positionnement des nombreux équipements [rampes de diffuseurs, guide des rampes de diffuseurs, conduites d'alimentation en air]). Ainsi, les dimensions ont été déterminées afin de représenter un tronçon unitaire (Figure 2) de chenal d'aération réel (Figure 1). Les différents obstacles sont par la suite ajoutés à cette géométrie afin d'étudier leur impact sur les écoulements générés.



FIGURE 1. CHOIX DU TRONCON DU CAS TEST A PARTIR DU BASSIN REEL

Les conditions suivantes sont imposées aux limites de cette géométrie (Figure 2) :



FIGURE 2. GEOMETRIE DU CAS-TEST ET CONDITIONS AUX LIMITES

- Entrée / Sortie du liquide : une condition périodique est définie au niveau de l'entrée et de la sortie du domaine permettant d'imposer un gradient de pression entre celles-ci et donc une vitesse de liquide ;
- Entrée du gaz : l'injection du gaz se fait à l'aide d'une condition d'entrée de vitesse sur la surface du module d'aération. L'ordre de grandeur du débit volumique de gaz est choisi afin d'être représentatif des débits généralement appliqués sur les modules de diffusion de l'air du bassin réel choisi dans le cadre de notre étude ;
- Surface supérieure du domaine : modélisée par une condition de symétrie dans le cas d'écoulements monophasiques (liquide uniquement) et par une condition de dégazage (permettant la sortie du gaz) dans le cas d'écoulements diphasiques (liquide / gaz);
- Autres limites du domaine : une condition de paroi est imposée pour les autres surfaces limites du domaine.

2.2 Paramétrage des modèles

La discrétisation spatiale de la géométrie et les simulations sont réalisées respectivement à l'aide du préprocesseur GAMBIT 2.3 et du code de calcul ANSYS FLUENT 12.1. Le logiciel GAMBIT permet de créer la géométrie du cas étudié (domaine de calcul) et de discrétiser celle-ci en un certain nombre de volumes finis (maillage). Ce logiciel permet également la définition des conditions aux limites du domaine de calcul. Le logiciel ANSYS FLUENT est

un logiciel de simulation en mécanique des fluides. Il permet de modéliser les écoulements dans le domaine de calcul, préalablement maillé.

2.3.1 Maillage

Le domaine de calcul est divisé en deux zones, maillées indépendamment (Figure 3).

La première zone (Zone 1), correspondant au volume principal, est composée de mailles hexaédriques. Ce maillage est conservé pour l'ensemble des cas traités.

La seconde zone (Zone 2) correspond au volume entourant les obstacles. Cette zone est maillée suivant les obstacles qu'elle contient. Les mailles sont de forme hexaédrique, plus petites que celles de la zone 1. Différentes tailles de mailles ont été imposées suivant les objectifs.



FIGURE 3. ZONES DE MAILLAGE DU CAS-TEST

2.3.2 Choix des modèles

Le tableau 1 présente l'ensemble des modèles utilisés pour les différentes simulations réalisées dans le cadre de cette étude.

TABLEAU 1. PARAMETRAGE DES MODELES			
Paramètre	Modèle utilisé		
Turbulence	k- e realisable		
Ecoulements au niveau des parois	Standard wall-function		
Modèle à deux fluides	Eulérien		

2.3 Définition des scenarii étudiés

Le tableau 2 présente l'ensemble des scenarii étudiés pour des écoulements monophasiques (liquide uniquement). Ces cas permettent d'analyser :

- la sensibilité des résultats au maillage choisi ;
- l'influence de la représentation géométrique des obstacles. Les différentes représentations des modules de diffuseurs sont rapportées sur la Figure 4. A noter que la représentation de l'obstacle par un peigne est à considérer comme la plus fidèle à la forme réelle d'un module de diffuseurs ;
 - les coefficients de perte de charge singulière des obstacles généralement présents dans les bassins d'aération (modules de diffusions, canalisations cylindriques et rails de guidage).



FIGURE 4. REPRESENTATION D'UN MODULE DE DIFFUSEUR SOUS FORME DE (I) MARCHE, (II) PLAQUE ET (III) PEIGNE

TABLEAU 2. ENSEMBLE DES SCENARII MONOPHASIQUES OBSTACLES ETUDIES ET CONDITIONS AUX LIMITES (L = LARGE; R = RAFFINE ΕΤ ΔΡ LE GRADIENT DE PRESSION)						
Cas	Obstacle	ΔP (Pa/m)	Maillage			
1	aucun	0,11	L + R			
2	module de diffusion (marche)	0,11	R			
3	module de diffusion (plaque)	0,11	L + R			
4	module de diffusion (peigne)	0,05	R			
5	module de diffusion (peigne)	0,11	L + R			
6	module de diffusion (peigne)	0,21	R			
7/8/9	peigne +cana. cylindrique (Ø 11 cm)	0,05/0,11/0,21	R			
10/11/12	peigne + rail guidage	0,05/0,11/0,21	R			

Le tableau 3 présente l'ensemble des scenarii étudiés pour les écoulements diphasiques (liquide+gaz). Ces exemples permettent d'analyser principalement l'influence de la représentation du système de diffusion sur les écoulements liquide/gaz.

TABLEAU 3. ENSEMBLE DES SCENARII DIPHASIQUES OBSTACLES ETUDIES ET CONDITIONS AUX LIMITES (L = LARGE, R = RAFFINE, ΔΡ LE GRADIENT DE PRESSION ET QAIR LE DEBIT D'AIR)				
Cas	Obstacle	$\Delta P (Pa/m)$	Q _{air} (m ³ .h ⁻¹)	Maillage
d1	mod. diff. (plaque)	0,11	252	R
d2	mod. diff. (plaque)	1,07	252	L + R
d3	mod. diff. (plaque)	2,00	252	R
d4	mod. diff. (peigne)	0,11	252	R
d5	mod. diff. (peigne)	1,07	252	R
d6	mod. diff. (peigne)	2,00	252	R

3 RESULTATS OBTENUS

3.1 Sensibilité des résultats au maillage

La sensibilité des résultats numériques au maillage est analysée. Cette analyse de sensibilité est nécessaire à toute étude CFD afin de trouver le compromis entre une bonne représentation des phénomènes physiques intervenant dans le domaine de calcul et les temps de calcul (directement liés au nombre de mailles). Ainsi, une analyse de l'influence du raffinement du maillage au niveau des zones à forts gradients (autour des obstacles) est réalisée. Le tableau 4 présente les vitesses de liquide moyennées sur la surface d'entrée du domaine de calcul en fonction de la taille du maillage pour différents cas (représentation des obstacles).

TABLEAU 4. VITESSE MOYENNE DE LIQUIDE RESULTANTE EN FONCTION DE LA TAILLE DU MAILLAGE (L = LARGE ET R = RAFFINE)					
Cas	1	3	5	d3	d7
Maillage R					
Nombre de nœuds	370 000	340 000	362 000	340 000	362 000
Vitesse de liquide (cm/s)	54,5	34,8	35,8	17,7	34,0
Maillage L					
Nombre de nœuds	322 000	292 000	314 000	292 000	314 000
Vitesse de liquide (cm/s)	53,3	35,7	37,0	17,5	32,3
Ecart (%)	2,1	2,5	3,2	1,1	5,0

Pour les écoulements monophasiques (cas 1, 3 et 5), les résultats des simulations sont peu sensibles aux maillages utilisés (écart inférieur à 3,2% entre les vitesses obtenues pour les deux types de maillages). Ces maillages permettent donc de prendre en compte les frottements au niveau des parois (cas 1 – sans obstacle) et au niveau des obstacles (cas 3 et 5 – modules de diffuseurs représentés sous deux formes différentes).

Pour les écoulements diphasiques (cas d3 et d7), les résultats de simulation sont également peu sensibles au maillage utilisé (écart inférieur à 5% entre les vitesses obtenues pour les deux types de maillage). Les maillages réalisés permettent donc de modéliser les interactions entre les écoulements liquides et gazeux.

Cette analyse de sensibilité au maillage effectuée sur le cas-test, peu coûteuse en temps de calcul, permet de fixer les spécifications du maillage au niveau des obstacles pour la simulation des écoulements sur le bassin d'aération à l'échelle industrielle.

3.2 Influence de la représentation des modules de diffuseurs

Le cas-test a été utilisé pour analyser l'influence de la représentation des modules de diffuseurs sur les écoulements liquides et gaz/liquides dans les bassins d'aération.

3.2.1 Ecoulements monophasiques (liquide uniquement)

Le tableau 5 présente l'ensemble des résultats numériques obtenus pour les différentes représentations des rampes de diffuseurs envisagées. Pour chacun des cas étudiés, la vitesse de liquide moyennée sur la surface d'entrée du domaine est indiquée en fonction de la représentation choisie de l'obstacle.

TABLEAU 5. VITESSE MOYENNE DE LIQUIDE EN FONCTION DE LA REPRESENTATION DU MODULE DE DIFFUSEURS.				
Cas	1	2	3	5
Représentation de l'obstacle	Aucun	Marche	Plaque	Peigne
Vitesse de liquide (cm/s)	54,5	32,7	34,8	35,8
Ecart au cas 1 [au cas 5] (%)	- [52]	40 [9]	36[3]	34 [-]

La prise en compte d'un obstacle afin de représenter les modules de diffuseurs a un fort impact sur la vitesse moyenne de liquide (écart supérieur à 34% entre le cas 1 et les cas 2, 3 et 5). Il est donc nécessaire de prendre en compte les pertes de charges singulières générées par l'obstacle à l'écoulement liquide que représente le module de diffuseur.

La représentation choisie de l'obstacle (marche, plaque ou peigne, cf. Figure 4) n'a qu'un faible impact sur les vitesses de liquide (écart inférieur à 9% entre le cas 5 et les cas 2 et 3).

3.2.2 Ecoulements diphasiques (liquide / gaz)

La fraction volumique de gaz représente le rapport entre le volume occupé par le gaz sur le volume total du domaine de calcul. Cette fraction volumique de gaz permet de traduire la dispersion du gaz dans le volume suite à son injection, et a impact important sur le transfert de matière entre les phases gazeuse et liquide. La figure 5 présente de l'évolution de la fraction volumique de gaz, moyennée sur l'ensemble du domaine de calcul, en fonction de la vitesse de liquide pour deux représentations du module de diffuseur (plaque et peigne).



FIGURE 5. EVOLUTION DE LA FRACTION VOLUMIQUE EN FONCTION DE LA VITESSE DU LIQUIDE

Pour une représentation du module de diffuseur sous la forme d'une plaque, la fraction volumique de gaz augmente de 0,31 à 0,43% lorsque la vitesse de liquide varie de 0,012 à 0,37 m.s⁻¹. Pour une représentation sous la forme de peigne, la fraction volumique de gaz augmente de 0,28 à 0,36 % lorsque la vitesse de liquide varie de 0,021 à 0,60 m.s⁻¹. Cette augmentation traduit la neutralisation des mouvements de recirculation de liquide induits par l'injection du gaz (Fayolle, 2006), mise en évidence sur la figure 6.



FIGURE 6. CHAMP DE VITESSE DE LIQUIDE (I) CAS D4 ET (II) CAS D6

Les évolutions de la fraction volumique de gaz en fonction de la vitesse de liquide sont différentes selon la représentation choisie du module de diffuseur.

Les écoulements gaz/liquide sont dépendants de la surface d'injection du gaz. Il est donc nécessaire de représenter les modules de diffuseurs en respectant la surface d'injection la plus fidèle à la réalité afin de modéliser les écoulements gaz/liquide dans un bassin d'aération à l'échelle industrielle.

3.2.3 Discussion

La figure 7 présente la vitesse de liquide moyennée sur la surface d'entrée du domaine de calcul en fonction du gradient de pression imposé, pour une représentation du module de diffuseurs sous la forme du peigne et pour les conditions monophasiques (cas 4 à 6) et diphasiques (cas d4 à d6).



FIGURE 7. EVOLUTION DE LA VITESSE DE LIQUIDE EN FONCTION DU GRADIENT DE PRESSION IMPOSE - MONOPHASIQUE ET DIPHASIQUE.

En écoulement monophasique, la vitesse de liquide augmente de 0,22 à 0,46 m.s⁻¹ lorsque la perte de charge imposée varie de 0,05 à 0,21 Pa.m⁻¹.

En écoulement diphasique, la vitesse de liquide augmente de 0,02 à 0,60 m.s⁻¹ lorsque la perte de charge imposée varie de 0,11 à 2,0 Pa.m⁻¹.

Pour un gradient de pression donné, la vitesse de liquide en écoulement monophasique est fortement supérieure à la vitesse numérique obtenue en écoulement diphasique. Cette observation permet de mettre en évidence la prépondérance des pertes de charges générées par le champ de bulles par rapport aux pertes de charges singulières des modules de diffuseurs.

3.3 Détermination des coefficients de pertes de charge singulières liés aux obstacles

De nombreux travaux proposent des approches du type modélisation filaire, utilisant les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (Schütz, 1984; Kaps et Eggert, 1985; Chatellier, 1991; Simon, 2000), pour représenter les écoulements dans des géométries présentant un axe d'écoulement privilégié. Ces approches nécessitent cependant la connaissance des pertes de charges linéaires et singulières dans les ouvrages pour modéliser les vitesses moyennes de circulation de liquide.

Afin de développer des modèles de ce type en chenaux d'aération, les résultats issus du cas-test, en écoulements monophasiques, peuvent être utilisés afin de déterminer les coefficients de perte de charge singulière associés aux obstacles ou aux singularités géométriques rencontrés dans les bassins d'aération de traitement des eaux.

3.4.1 Méthode de détermination des coefficients de pertes de charge singulières

La perte de charge totale (ΔP_{tot} , correspondant au gradient de pression imposé dans le cas-test) est la somme des pertes de charge régulières (ΔP_R) et singulières (ΔP_S), décrite par la relation [1].

$$\Delta P_{tot} = \Delta P_{R} + \Delta P_{S} = 0.5 \,\rho \,\mathrm{U}^{2} \,\mathrm{f} \,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}} + 0.5 \,\rho \,\mathrm{U}^{2} \,\mathrm{k}$$
[1]

Avec : U la vitesse de liquide (m.s⁻¹), f le facteur de frottement dû aux pertes de charges régulières (-), ρ la masse volumique du liquide (kg.m⁻³), D le diamètre hydraulique du domaine (m), L la longueur linéaire dans le sens de l'écoulement (m) et k le coefficient de perte de charges singulières (-).

Le coefficient de perte de charge linéaire f est déterminé suivant la loi de Blasius [2] :

$$f = \frac{0.079}{Re^{0.25}}$$
 [2]

Avec : Re le nombre de Reynolds (-).

Le protocole de détermination du coefficient de perte de charge singulière k est décrit par la figure 8. Pour une configuration donnée et plusieurs gradients de pression, l'évolution de la perte de charge singulière en fonction de l'énergie cinétique $(0,5.p.U^2)$ peut être déduite du cas-test et permet d'accéder, par régression linaire, au coefficient k.



FIGURE 8 SCHEMA DE CALCUL ET D'OBTENTION DU COEFFICIENT k

3.4.2 Coefficients de pertes de charge singulières

La figure 9 présente l'évolution des pertes de charges singulières en fonction de l'énergie cinétique du liquide.



FIGURE 9 EVOLUTION DES PERTES DE CHARGE SINGULIERES EN FONCTION DE L'ENERGIE CINETIQUE.

Pour chacun des cas étudié, les pertes de charges singulières liées aux obstacles considérés augmentent linéairement avec l'énergie cinétique du liquide. Les coefficients de pertes de charge singulières déduits de cette exploitation sont regroupés dans le tableau 6.

TABLEAU 6. COEFFICIENTS DE PERTES DE CHARGE SINGULIERES SPECIFIQUES DES OBSTACLES.					
Type d'obstacle	Module de diff (peigne)	canalisation (Ø 11 cm)	rail guidage		
k (-)	1,2.10-3	8,0.10-4	1,2.10-3		

Les coefficients de pertes de charge singulières liés aux obstacles considérés sont compris entre 8,0.10⁻⁴ et 1,2.10⁻³. Les coefficients de pertes de charge singulières sont du même ordre de grandeur pour chacun des obstacles considérés. Il est donc nécessaire dans une étude CFD des écoulements

monophasiques dans les bassins d'aération de prendre en compte ces différents obstacles.

4 CONCLUSION

Le cas-test, utilisant les outils de mécanique des fluides numérique, développé dans le cadre de cette étude a permis (i) de caractériser l'impact des obstacles généralement présents les chenaux d'aération de traitement des eaux sur les écoulements liquides et gaz-liquides, (ii) de déterminer les coefficients de pertes de charge singulières de ces obstacles et (iii) d'analyser la sensibilité des résultats numériques au maillage choisi.

L'utilisation d'un cas-test de ce type, d'un faible coût en temps de calcul, représente un atout en amont de toute étude CFD, celui-ci permettant d'envisager une simplification de la géométrie en connaissant l'impact de cette simplification sur les écoulements. De plus, la détermination des coefficients de pertes de charge singulières de ces obstacles, difficilement déterminable expérimentalement, est nécessaire en amont du développement d'un modèle analytique.

5 REMERCIEMENTS

Ce travail a reçu l'appui de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), projet O_2 STAR, référence : ANR-07-ECOT-007-01. Les auteurs souhaitent remercier les partenaires du projet O_2 STAR et les différents acteurs ayant apporté leur contribution à celui-ci.

6 RÉFÉRENCES

- [Chatellier, 1991] Chatellier P., 1991, "Simulation de l'hydrodynamique des chenaux d'oxydation par l'utilisation des équations de Navier-Stokes associées au modèle k-ε : Evaluation de la vitesse de circulation", *Thèse de doctorat, INSA de Toulouse*, 168p.
- [Fayolle et al, 2007] Fayolle Y., Cockx A., Gillot S., Roustan, M. and Héduit, A., 2007, "Oxygen transfer prediction in aeration tanks using CFD", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 24, n°62, p. 7163-7171
- [Fayolle, 2006] Fayolle Y., 2006, "Modélisation de l'hydrodynamique et du transfert d'oxygène dans les chenaux d'aération", *Thèse de doctorat, INSA de Toulouse*, 295p.
- [Kapz et Eggert, 1985] Kapz J. and Eggert W., 1985, "Energiereduzierung durch Horizontalbeschleuniger in Oxydationsgr\u00e4ben mit Oberfl\u00e4chenbel\u00fcftern", Korrespondenz Abnasser, pp. 176-179.

[[]Reardon, 1995] Reardon D., 1995, "Turning down the power", Civ. Eng., Vol 8, n°65, p.54-56

- [Schütz, 1984] Schütz M., 1984, "Strömungsbildner als Beschleunigunghilfe in ringförmigen Gerinnen", Wasser/Abwasser, pp. 394-398.
- [Simon, 2000] Simon S., 2000, "Etude d'un chenal d'oxydation par des approches globales et locales Hydrodynamique et transfert de matière", *Thèse de doctorat, INSA de Toulouse*, 200p.
- [Talvy et al, 2005] Talvy S., Cockx A. and Liné A., 2005, "Global modelling of a gas-liquid-solid airlift reactor", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 22, n°60, pp. 5991-6003.