



**HAL**  
open science

## Modèles statistiques complexes dans le contexte de l'imagerie SAR polarimétrique

Felix Totir, Gabriel Vasile

► **To cite this version:**

Felix Totir, Gabriel Vasile. Modèles statistiques complexes dans le contexte de l'imagerie SAR polarimétrique. GRETSI 2011 - XXIIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Sep 2011, Bordeaux, France. 4 p. hal-00638876

**HAL Id: hal-00638876**

**<https://hal.science/hal-00638876v1>**

Submitted on 7 Nov 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèles statistiques complexes dans le contexte de l'imagerie SAR polarimétrique

FELIX-COSTINEL TOTIR<sup>1,2</sup>, GABRIEL VASILE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire GIPSA-lab - Grenoble Images Parole Signal Automatique  
961 rue de la Houille Blanche, BP 46, F - 38402 GRENOBLE Cedex, France

<sup>2</sup> CYBERIO

6 bis, Chemin des Prés, F - 38240 MEYLAN, France

<sup>1</sup>[Felix.Totir@gipsa-lab.grenoble-inp.fr](mailto:Felix.Totir@gipsa-lab.grenoble-inp.fr), <sup>1</sup>[Gabriel.Vasile@gipsa-lab.grenoble-inp.fr](mailto:Gabriel.Vasile@gipsa-lab.grenoble-inp.fr)

Résumé - La polarimétrie étend la dimensionnalité des données SAR (à 3 ou 4), d'où la nécessité de disposer des lois statistiques multivariées (et non-gaussiennes, en vertu de la haute résolution) pour la modélisation PolSAR : la loi normale multivariée ou les SIRV (Spherically Invariant Random Vectors / Vecteurs Aléatoires à Invariance Sphérique). Néanmoins, plus le modèle (statistique) devient compliqué, plus il est difficile d'estimer ses paramètres. Par ailleurs, il n'est pas garanti que les modèles SIRV, malgré leur grande souplesse, soit adaptés pour décrire tout jeu de données PolSAR. Cette observation nous conduit, dans cet article, à analyser la pertinence de ces modèles par rapport aux données PolSAR, notamment à travers une propriété statistique parmi les plus importantes, car souvent supposée : la circularité.

Abstract – Polarimetry extends the dimensionality of SAR data (to 3 or 4), so the necessity to have multivariate statistic (and non-Gaussian, because of the high resolution) distributions as models for PolSAR data: such are the SIRV (Spherically Invariant Random Vectors). However, as the statistic model becomes so complicated, correctly estimating its parameters gets difficult. More, although they are versatile, the SIRV models are not guaranteed to match the PolSAR data. To evaluate the pertinence of those models with respect to the PolSAR data, through one of their most important statistic property, namely the circularity, it is the purpose of this paper.

## 1 Introduction

Les données PolSAR (Polarimetric Synthetic Aperture Radar) décrivent l'interaction entre les ondes électromagnétiques et les rétro-diffuseurs se trouvant dans chaque cellule de résolution, permettant ainsi d'extraire une information concernant les propriétés physiques de la cible balayée. Généralement, et notamment pour les cibles distribuées (terrains, forêts etc.), l'analyse repose sur les propriétés statistiques des données.

L'approche classique, basée sur le modèle gaussien, assez limitée, est d'ores et déjà dépassée en raison de l'amélioration de la résolution des SAR modernes. En effet, la diminution de la taille des cellules de résolution entraîne un faible nombre de rétro-diffuseurs au sein de chacune d'elles. Le théorème limite centrale ne peut donc plus être appliqué et le modèle gaussien doit être remis en question.

Ceci a nécessité la mise en œuvre de modèles statistiques plus complexes, tels les SIRP (Spherically Invariant Random Process / Processus Aléatoires à Invariance Sphérique), dont certains cas particuliers (les lois K-compound, Weibull etc.) ont fait office de lois alternatives à la loi normale (par exemple, pour les radars côtiers) avant d'avoir été réunis sous le modèle SIRP, plus général.

La polarimétrie étend la dimensionnalité des données observées (à 3 ou 4) et ce sont donc les lois statistiques multivariées qui sont utilisées dans le contexte PolSAR : la loi normale multivariée ou les SIRV (Spherically

Invariant Random Vectors / Vecteurs Aléatoires à Invariance Sphérique).

Néanmoins, plus le modèle (statistique) devient compliqué, plus il est difficile d'estimer ses paramètres. Par ailleurs, il n'est pas garanti que les modèles SIRV, malgré leur grande souplesse, soit adaptés pour décrire tout jeu de données PolSAR. Cette observation nous conduit, dans cet article, à analyser la pertinence de ces modèles par rapport aux données PolSAR, notamment à travers une propriété statistique parmi les plus importantes, car souvent supposée : la circularité.

## 2 Modèles statistiques dans l'imagerie SAR polarimétrique

Les quatre composantes du vecteur  $\mathbf{k}$  qui décrit le comportement polarimétrique d'une cellule de résolution sont issues de la matrice Sinclair :  $S_{hh}$ ,  $S_{hv}$ ,  $S_{vh}$  et  $S_{vv}$ . Pour les configurations mono-statiques où le théorème de la réciprocité s'applique,  $S_{hv} = S_{vh}$ , il ne reste que trois composantes utiles :  $S_{hh}$ ,  $S_{hv}$  et  $S_{vv}$ .

Dans ce cas, le vecteur  $\mathbf{k} = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_{hh} - S_{vv}, 2S_{hv}, S_{hh} + S_{vv}]^T$ .

Pour une image PolSAR comprenant des cibles distribuées, le vecteur  $\mathbf{k}$  est supposé non-deterministe et sa loi multivariée s'écrit sous l'hypothèse du modèle SIRV selon :

$$\mathbf{k} = \sqrt{\tau} \mathbf{z}$$

où  $\tau$  est une variable aléatoire positive (la texture) et  $\mathbf{z}$  est un vecteur aléatoire, complexe, gaussien et centré.

Les deux variables aléatoires sont statistiquement indépendantes.

Pour caractériser  $\mathbf{k}$ , il est donc suffisant de disposer de la loi  $p_\tau(\tau)$  de  $\tau$  et de la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  de  $\mathbf{z}$ . Si  $p_\tau(\tau)$  est un Dirac, on retrouve le modèle gaussien (multivarié) pour  $\mathbf{k}$ . Un autre cas souvent rencontré considère la loi  $p_\tau(\tau)$  de type Fisher, la loi du SIRV ainsi obtenue étant la loi KummerU [Bombrun, 2011].

## 2.1 Circularité de processus aléatoires complexes

Un processus aléatoire complexe  $Z_0$  est circulaire (sa distribution statistique est circulairement symétrique) si sa loi reste invariante à sa multiplication avec tout nombre complexe de module unitaire :  $Z_0$  a la même distribution statistique que  $e^{j\theta}Z_0$ .

Caractériser un processus aléatoire complexe  $Z_0$  équivaut à caractériser ses parties réelle  $X_0$  et imaginaire  $Y_0$ , donc la circularité de  $Z_0$  signifie que le vecteur aléatoire réel  $V_0 = (X_0, Y_0)^T$  est sphériquement symétrique par rapport à l'origine. Ceci équivaut à dire que la fonction caractéristique de  $Z_0$  est de la forme  $\Phi_{Z_0}(z) = \phi(|z|^2)$ , où  $\phi: [0, \infty[ \rightarrow \mathfrak{R}$  est nommée générateur caractéristique. Si elle existe, la densité de  $Z_0$  est alors de la forme  $f_{Z_0}(z) = g(|z|^2)$ , où  $g: [0, \infty[ \rightarrow [0, \infty[$  est nommée générateur de densité [Ollila, 2011].

## 3 Tester la circularité pour les processus aléatoires complexes

Nous considérons par la suite le cas d'un radar monostatique, donc le vecteur  $\mathbf{k}$  a trois composantes complexes.

### 3.1 Processus aléatoires gaussiens

Dans le cas gaussien, le modèle statistique est :

$$p_G(\mathbf{k}) = \frac{1}{\pi^m |\mathbf{T}|} e^{-\mathbf{k}^H \mathbf{T}^{-1} \mathbf{k}}$$

où  $m=3$  pour le cas mono-statique. Si on note  $\mathbf{T} = E\{\mathbf{k}\mathbf{k}^H\}$  la covariance,  $\mathbf{C} = E\{\mathbf{k}\mathbf{k}^T\}$  la pseudo-covariance,  $\mathbf{z} = [\mathbf{k}^T, \mathbf{k}^H]^T$  le vecteur augmenté et  $\hat{\mathbf{R}}_{SCM} = 1/N \sum_{i=1}^N \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H$  l'estimateur SCM (Sample Covariance Matrix), alors le teste de sphéricité repose sur le GLRT (Generalized Likelihood Ratio Test / Teste du Rapport de Vraisemblance Généralisé). Les deux hypothèses sont :

1.  $H_1$  :  $\mathbf{k}$  est sphérique, c'est-à-dire  $\mathbf{C} = \mathbf{0}_m$
2.  $H_2$  :  $\mathbf{k}$  est non-sphérique, c'est-à-dire  $\mathbf{C} \neq \mathbf{0}_m$

Le teste de sphéricité s'écrit [Walden, 2009] [Scharf, 2000] :

$$\Lambda(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N) = \frac{\max_{\mathbf{R}_{SCM}, \mathbf{C}=\mathbf{0}_m} \{P_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)\}}{\max_{\mathbf{R}_{SCM}} \{P_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)\}} = \frac{|\hat{\mathbf{R}}_{SCM}|}{|\hat{\mathbf{T}}_{SCM}|^2} \Bigg|_{H_1} \Bigg/ \Bigg|_{H_0} < \lambda$$

Asymptotiquement,  $H_1 : -N \ln \Lambda \rightarrow \chi_{m(m+1)}^2$ .

La figure 1 présente le jeu de données Toulouse PolSAR (haut) et les valeurs de GLRT, entre 0 et 1, estimés en utilisant une fenêtre carrée de taille  $9 \times 9$ .

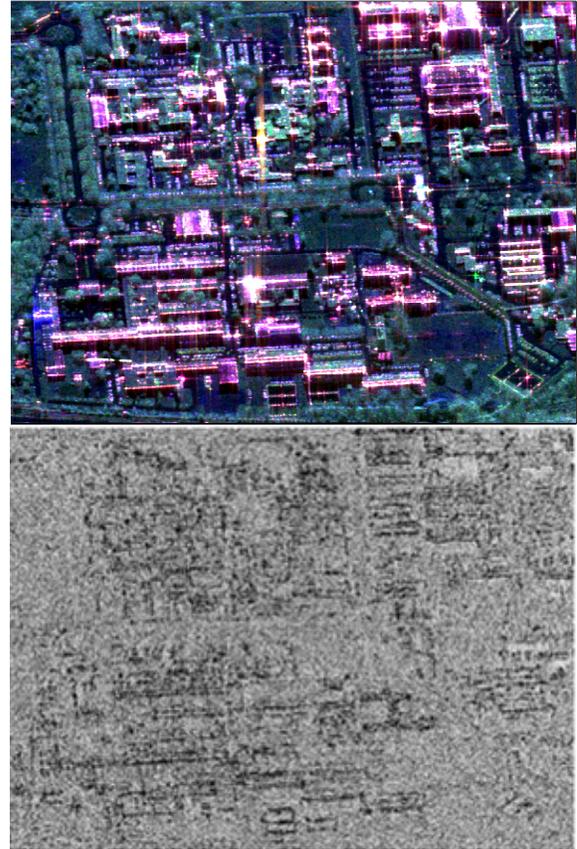


Figure 1: Jeu de données Toulouse PolSAR (haut) et valeurs de GLRT (bas) du site Toulouse (Ramses, bande X)

### 3.2 Processus aléatoires à invariance sphérique

Dans ce cas, le modèle statistique est :

$$p_m(\mathbf{k}) = \int_0^\infty \frac{1}{(\pi\tau)^m |\mathbf{M}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{k}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{k}}{\tau}\right) p(\tau) d\tau = \frac{1}{\pi^m |\mathbf{M}|} h_m(\mathbf{k}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{k})$$

En reprenant les notations antérieures, le teste de sphéricité repose sur le GLRT ajusté pour distributions CES (Complex Elliptically Symmetric) [Tyler, 1983] [Ollila, 2009], nommé aGLRT.

Les hypothèses restent les mêmes et le teste de sphéricité s'écrit :

$$\Lambda(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N) = \frac{\max_{\mathbf{R}, \mathbf{C}=\mathbf{0}_m} \{P_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)\}}{\max_{\mathbf{R}} \{P_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)\}} = \frac{|\mathbf{R}|}{|\mathbf{T}|^2} \Bigg|_{H_1} \Bigg/ \Bigg|_{H_0} < \lambda$$

Asymptotiquement,  $GLRT(\mathbf{R}_{ML})$  est équivalent au  $aGLRT(\mathbf{R}_{SCM})$  sous l'hypothèse  $H_1$  :

$$\Lambda_a(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N) = -3(N-m) \ln \left( \frac{|\hat{\mathbf{R}}_{SCM}|}{|\hat{\mathbf{T}}_{SCM}|^2} \frac{1}{\hat{\gamma}} \right) \Bigg|_{H_1} \Bigg/ \Bigg|_{H_0} < \lambda_a$$

Enfin, il est possible de montrer aussi que  $H_1 : \Lambda_a(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N) \rightarrow \chi_m^2$ .

La figure 2 présente la carte de détection des processus aléatoires non-circulaires, obtenue en

imposant un taux de fausse alarme  $P_{FA} = 10^{-2}$  et une fenêtre d'analyse carrée de taille  $9 \times 9$ .

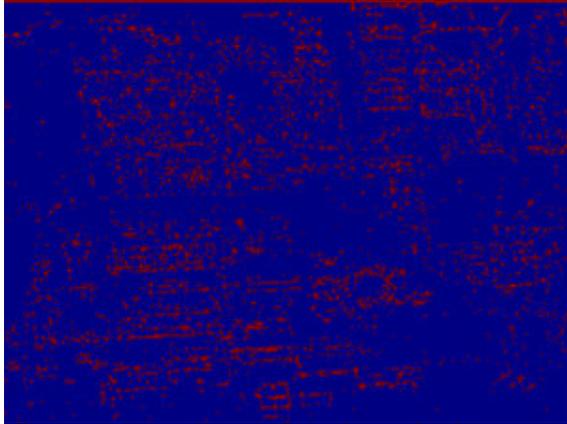


Figure 2: Carte de détection de non-circularité du site Toulouse (Ramses, bande X)

#### 4 Conclusions

Les résultats obtenus montrent que la condition de circularité est généralement respectée pour le jeu de données analysé. Ceci est d'autant plus vrai dans les régions comprenant des cibles uniformes et distribuées (forêts, zones agricoles etc.). Néanmoins, les régions urbaines à forte concentration de cibles ponctuelles et très hétérogènes sont moins appropriées du point de vue de la circularité.

#### 5 Bibliographie

[Bombrun, 2011] L. Bombrun, G. Vasile, M. Gay, F.-C. Totir, *Hierarchical segmentation of polarimetric SAR images using heterogeneous clutter models*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 49, no. 2, pp. 726-737, February 2011.

[Ollila, 2009] E. Ollila, V. Koivunen, *Adjusting the generalized likelihood ratio test of circularity robust to non-normality*, IEEE Workshop on Signal Process. Adv. Wireless Commun, Italy, 2009, pp. 558-562.

[Ollila, 2011] E. Ollila, J. Eriksson, V. Koivunen, *Complex elliptically symmetric random variables – generation, characterization, and circularity tests*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 1, pp. 58-69, January 2011.

[Scharf, 2000] L. L. Scharf, C. T. Mullis, *Canonical coordinates and the geometry of inference, rate, and capacity*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 48, no. 3, pp. 824-831, 2000.

[Tyler, 1983] D. E. Tyler, *Robustness and efficiency of scatter matrices*, Biometrika, vol. 70, pp. 411-420, 1983.

[Walden, 2009] A. T. Walden, P. Rubin-Delanchy, *On testing for impropriety of complex-valued gaussian vectors*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 3, pp. 835-842, 2009.