



HAL
open science

Déformation des solides élastoplastiques multipotentiels : inégalités vérifiées par les discontinuités de vitesse de contrainte et de déformation

Ahmad Pouya

► **To cite this version:**

Ahmad Pouya. Déformation des solides élastoplastiques multipotentiels : inégalités vérifiées par les discontinuités de vitesse de contrainte et de déformation. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Série IV, Physique, Astronomie, 1993, t. 316 (Série II), pp.1511-1516. hal-00636134

HAL Id: hal-00636134

<https://hal.science/hal-00636134>

Submitted on 26 Oct 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Déformation des solides élastoplastiques multipotentiels : inégalités vérifiées par les discontinuités de vitesses de contrainte et de déformation

Ahmad POUYA

Résumé – Lorsqu'un solide multipotentiel est soumis à un trajet de chargement, à certains instants, les vitesses de contrainte et/ou de déformation présentent des discontinuités. Ces instants correspondent aux passages du point représentatif de la contrainte sur les singularités de la frontière plastique, ou en d'autres termes, aux changements de familles de mécanismes actifs. Nous démontrons que ces discontinuités vérifient certaines inégalités intrinsèques. Ces inégalités généralisent le principe du travail plastique maximal pour les matériaux à matrice d'écrouissage symétrique. Elles imposent certaines restrictions sur la forme des courbes d'écrouissage de ces matériaux qui peuvent être utiles lors de l'étude et de la modélisation (phénoménologique) de ces matériaux.

Deformation of multipotential elastoplastic solids: inequalities verified by stress and strain rate discontinuities

Abstract – When a multipotential solid is submitted to a loading path, at some instants stress and strain rates present discontinuities. These discontinuities are due to the crossing of the singularities of the plastic yield surface by the representative stress point, or in other words, to the change of active mechanisms' family. We show that these discontinuities verify some constitutive inequalities. These inequalities generalize the maximum plastic work principle for materials with a symmetric hardening matrix. They impose some restrictions on the form of the hardening curve of these materials and can be useful for their (phenomenological) study modelling.

Abridged English Version – The elastoplastic solids with a singular yield surface, as Tresca or Coulomb solids, and also solids with multiple plastic deformation mechanisms, such as crystals, can be described by a multiple plastic potential model (Koiter, 1960; Mandel, 1965). In this model, the elastic domain is described by negative, values of all of a (finite or infinite) number of yield functions f^r ($r=1, 2, \dots$), which are convex and smooth functions of σ and of some hardening parameters. The plastic strain rate is given by the formulae (2), where $\dot{\eta}^{r+}$ verifies the *right hand* yield conditions (3). We suppose that η^r variables, defined as time integrals of $\dot{\eta}^{r+}$ values, constitute also the hardening parameters. Therefore \dot{f}^r has the expression given by (4) when the *hardening matrix* H is defined by (5). We suppose that H is symmetric (Mandel, 1965).

At any instant t , defining $S_\rho \equiv \dot{f}^{\rho+} \dot{\eta}^{\rho-} - \dot{f}^{\rho-} \dot{\eta}^{\rho+}$ for any subscript ρ (without summation over ρ), two cases are considered: If $f^\rho < 0$, the continuity of f^ρ with respect to the time implies $\dot{f}^\rho < 0$ in a neighbourhood of t , so that $\dot{\eta}^{\rho-} = 0$, $\dot{\eta}^{\rho+} = 0$ and $S_\rho = 0$. If, on the other hand, $f^\rho = 0$, the condition $f^\rho \leq 0$ at every instant, implies $\dot{f}^{\rho-} \geq 0$ and $\dot{f}^{\rho+} \leq 0$, and then, the positivity of $\dot{\eta}^{\rho-}$ and $\dot{\eta}^{\rho+}$ implies $S_\rho \leq 0$. Therefore in all cases $S_\rho \leq 0$. Summation of S_ρ over ρ leads to the first fundamental inequality (8). This inequality generalizes the maximum plastic work principle thanks to the only additional hypothesis of symmetry of H. If the elastic potential φ is independent of any other variable than ε^e , the equality $\dot{\sigma}^+ : \dot{\varepsilon}^{e-} - \dot{\sigma}^- : \dot{\varepsilon}^{e+} = 0$ is provided and by addition to (8) leads to the second fundamental inequality (9). These two inequalities can be generalized to the forms (11) and (12), where $(\dot{\varepsilon}^{-*}, \dot{\sigma}^{-*})$ and $(\dot{\varepsilon}^{+*}, \dot{\sigma}^{+*})$ represent two arbitrary *admissible* couples of increments verifying respectively the *left hand* and the *right hand* yield rules (10) and (3).

Note présentée par André ZAOUÏ.

These inequalities can be extended to *generalized standard materials* (Halphen *et al.*, 1975). These materials are defined by a free energy density $\Phi(\varepsilon^e, \alpha)$ supposing that the rate of "generalized plastic strain" $\alpha = (\varepsilon^p, -\alpha)$ verifies the perfect plastic yield rules with respect to the "generalized stress" $A = (\sigma, A)$, where $\sigma = \partial\Phi/\partial\varepsilon^e$ and $A = \partial\Phi/\partial\alpha$. Therefore the inequality (13) can be derived. This inequality is the "generalized form" of (8). It implies directly (9) but for deriving (8) from it the additional hypothesis that Φ can be divided into a sum of two independent parts $\Phi(\varepsilon^e, \alpha) = \Phi(\varepsilon^e) + \Phi_2(\alpha)$ is necessary.

The inequalities (9) and (12) are different from the Petryk (1989) inequality (14) which compares two *right hand* couples of increments. But in *regular* phases of evolution, the inequality $\dot{\sigma} : \dot{\varepsilon}^{+*} - \dot{\sigma}^{+*} : \dot{\varepsilon} \geq 0$ which is demonstrated by Petryk can also be deduced from (12). In this inequality $(\dot{\varepsilon}, \dot{\sigma})$ represents the *real rates* couple, and $(\dot{\varepsilon}^{+*}, \dot{\sigma}^{+*})$, an arbitrary admissible couple of right hand increments.

During a *regular* straining path, where $\dot{\varepsilon}^- = \dot{\varepsilon}^+ = \dot{\varepsilon}$, inequality (9) leads to (15) with $[[\dot{\sigma}]] \equiv \dot{\sigma}^+ - \dot{\sigma}^-$. This inequality implies that the slope discontinuities of the hardening curve due to the change of active mechanisms are negative. It can be useful for discussions concerning (phenomenological) modelling of multipotential elastoplastic materials like crystals.

The above results may be extended to finite transformations.

INTRODUCTION. — La théorie du solide élastoplastique à potentiel plastique multiple a été introduite par Koiter (1960) pour modéliser des solides présentant des singularités de surface sur leur frontière plastique (par exemple solides de Tresca et de Coulomb). Cette théorie, grâce à la généralisation qui en a été faite par Mandel (1965), est largement utilisée pour modéliser des matériaux tels que les cristaux, possédant des mécanismes d'écoulement multiples. Lorsque ces matériaux sont soumis à un trajet de chargement régulier (par exemple, déformation à vitesse constante), les différentes variables physiques (contrainte, déformation, variables internes) suivent généralement une évolution *régulière par morceaux*. C'est du moins l'hypothèse qui sera faite dans la présente étude. Des discontinuités de vitesses surviennent aux instants où la famille des mécanismes d'écoulement actifs change. Du point de vue géométrique, en prenant l'exemple du solide de Coulomb dont la frontière plastique est un cône de section hexagonale dans l'espace des contraintes principales, les discontinuités de vitesse surviennent aux instants où le point représentatif de la contrainte atteint ou quitte la frontière plastique, atteint ou quitte une arête du cône par un trajet inscrit sur une face, atteint ou quitte le sommet par une arête, etc. Nous démontrons que les discontinuités survenant à ces instants vérifient certaines inégalités intrinsèques qui imposent à leur tour des restrictions sur la forme des courbes effort-démonstration de ces solides.

Nous établirons ces inégalités dans le cadre de la théorie de Mandel et montrerons ensuite leur extension aux *matériaux standards généralisés* (Halphen *et al.*, 1975).

Considérant les petites transformations quasi statiques et isothermes d'un solide élastoplastique, σ , ε , ε^e et ε^p représenteront respectivement les tenseurs de contrainte de Cauchy et de déformation totale, élastique et plastique. Le signe ($:$) entre deux tenseurs indiquera leur produit interne. Pour une fonction ω quelconque, $\dot{\omega}$ représentera sa dérivée par rapport au temps cinématique, et $\dot{\omega}^-$ et $\dot{\omega}^+$ représenteront respectivement les valeurs à gauche et à droite de cette dérivée si elle est discontinue. La convention de sommation sur les indices répétés sera adoptée *sauf en ce qui concerne l'indice p*.

1. COMPORTEMENT DU SOLIDE. — La contrainte dérive d'un potentiel φ , fonction convexe et au moins de classe C^2 du tenseur ε^e :

$$(1) \quad \sigma = \partial\varphi/\partial\varepsilon^e$$

La vitesse de déformation plastique $\dot{\varepsilon}^{p+}$ dérive d'un nombre (fini ou infini) de potentiels f^r ($r=1, 2, \dots$), fonctions convexes et différentiables de σ , dépendant éventuellement de certains paramètres d'écouissage, et respectant à tout instant la condition $f^r \leq 0$. Cette vitesse est donnée par :

$$(2) \quad \dot{\varepsilon}^{p+} = \dot{\eta}^{r+} f^r_{,\sigma}$$

où $f^r_{,\sigma}$ représente le gradient de f^r par rapport à σ et où les variables $\dot{\eta}^{r+}$ vérifient les règles d'écouement (à droite) suivantes :

$$(3) \quad \left| \begin{array}{ll} \dot{\eta}^{r+} \geq 0 & \text{si } f^r = 0 \text{ et } \dot{f}^{r+} = 0 \\ \dot{\eta}^{r+} = 0 & \text{si } f^r < 0 \text{ ou si } f^r = 0 \text{ et } \dot{f}^{r+} < 0 \end{array} \right.$$

Nous supposons que les grandeurs η^r , définies comme intégrales des dérivées $\dot{\eta}^{r+}$ constituent également les variables d'écouissage des fonctions f^r , ce qui permet d'écrire :

$$(4) \quad \dot{f}^r = f^r_{,\sigma} : \dot{\sigma} - H^{rs} \dot{\eta}^s$$

avec :

$$(5) \quad H^{rs} \equiv -\partial f^r / \partial \eta^s$$

Dans la suite la *matrice d'écouissage* H sera supposée symétrique (Mandel, 1965).

2. UNE INÉGALITÉ FONDAMENTALE. — A un instant quelconque, et pour un indice ρ quelconque, définissons la quantité suivante :

$$(6) \quad S_\rho \equiv \dot{f}^{\rho+} \dot{\eta}^{\rho-} - \dot{f}^{\rho-} \dot{\eta}^{\rho+}$$

Deux cas sont envisageables à cet instant :

— Soit $f^\rho < 0$: dans ce cas, du fait de la continuité de f^ρ par rapport au temps, dans un voisinage de l'instant considéré nous avons également $f^\rho < 0$, ce qui implique $\dot{\eta}^{\rho-} = 0$ et $\dot{\eta}^{\rho+} = 0$ et donc $S_\rho = 0$.

— Soit $f^\rho = 0$, la condition $f^\rho \leq 0$ à tout instant impose alors $\dot{f}^{\rho-} \geq 0$ et $\dot{f}^{\rho+} \leq 0$. La positivité de $\dot{\eta}^{\rho-}$ et de $\dot{\eta}^{\rho+}$ implique ensuite $S_\rho \leq 0$.

Donc dans tous les cas :

$$(7) \quad S_\rho \leq 0$$

Si nous remplaçons $\dot{f}^{\rho-}$ et $\dot{f}^{\rho+}$ dans S_ρ par la relation (4) nous trouvons :

$$0 \geq S_\rho = \dot{\eta}^{\rho-} f^{\rho+}_{,\sigma} : \dot{\sigma}^+ - \dot{\eta}^{\rho+} f^{\rho-}_{,\sigma} : \dot{\sigma}^- - \dot{\eta}^{\rho-} H^{ps} \dot{\eta}^{s+} + \dot{\eta}^{\rho+} H^{ps} \dot{\eta}^{s-}$$

La sommation de cette inégalité sur ρ fait disparaître les termes contenant H à cause de la symétrie de cette matrice, et nous trouvons :

$$(8) \quad \dot{\sigma}^+ : \dot{\varepsilon}^{p-} - \dot{\sigma}^- : \dot{\varepsilon}^{p+} \leq 0$$

Cette inégalité constitue la première inégalité fondamentale. Elle généralise le principe du travail plastique maximal qui a servi à son établissement. En effet, si on considère un point représentatif σ sur la frontière plastique, et σ^* dans le domaine élastique, on peut considérer le trajet menant de σ^* à σ par l'incrément $\dot{\sigma}^- = (\sigma - \sigma^*)$ pour lequel $\dot{\varepsilon}^{p-} = 0$. L'inégalité (8) conduit alors à $-\dot{\sigma}^- : \dot{\varepsilon}^{p+} \leq 0$, soit $(\sigma - \sigma^*) : \dot{\varepsilon}^{p+} \geq 0$.

Si de plus le potentiel élastique φ ne dépend que de ε^e , la symétrie des dérivés secondes de φ par rapport à ε^e permet de montrer l'égalité : $\dot{\sigma}^+ : \dot{\varepsilon}^{e-} - \dot{\sigma}^- : \dot{\varepsilon}^{e+} = 0$. En ajoutant

cette égalité à (8) on trouve :

$$(9) \quad \dot{\sigma}^+ : \dot{\varepsilon}^- - \dot{\sigma}^- : \dot{\varepsilon}^+ \leq 0$$

Ceci constitue la deuxième inégalité fondamentale. Ces deux inégalités ont été démontrées par Pouya (1991) dans le cadre de l'élasticité linéaire et la théorie de Koïter (H diagonale).

Les inégalités ci-dessus portent sur les vitesses réelles au cours d'un chargement. Elles peuvent être généralisées à tout instant à des vitesses admissibles à gauche et à droite. Un couple d'incrément $(\dot{\varepsilon}^{+*}, \dot{\sigma}^{+*})$ est dit *admissible à droite* s'il existe une famille $\dot{\eta}^{r+*} \geq 0$ vérifiant les règles d'écoulement à droite (3) et telle que les relations $\dot{\varepsilon}^{+*} = \dot{\varepsilon}^{e+*} + \dot{\varepsilon}^{p+*}$, $\dot{\varepsilon}^{p+*} = \dot{\eta}^{r+*} f_{r,\sigma}^r$ et $\dot{\sigma}^{+*} = (\partial^2 \Phi / \partial \varepsilon^e \partial \varepsilon^e) : \dot{\varepsilon}^{e+*}$ soient vérifiées. Un couple d'incrément $(\dot{\varepsilon}^{-*}, \dot{\sigma}^{-*})$ est dit *admissible à gauche* s'il décrit un état immédiatement voisin de l'état actuel à partir duquel celui-ci peut avoir été atteint. Il doit permettre de vérifier les mêmes relations que le couple précédent, sauf que les règles d'écoulement à respecter sont les suivantes (*règles d'écoulement à gauche*) :

$$(10) \quad \left| \begin{array}{ll} \dot{\eta}^{r-} \geq 0 & \text{si } f^r = 0 \text{ et } \dot{f}^r = 0 \\ \dot{\eta}^{r-} = 0 & \text{si } f^r < 0 \text{ ou si } f^r = 0 \text{ et } \dot{f}^r > 0 \end{array} \right.$$

En définissant alors $S_\rho^* \equiv \dot{f}^{p+*} \dot{\eta}^{p-*} - \dot{f}^{p-*} \dot{\eta}^{p+*}$, on peut montrer par le même raisonnement que ci-dessus, les deux inégalités suivantes qui généralisent respectivement (8) et (9) :

$$(11) \quad \dot{\sigma}^{+*} : \dot{\varepsilon}^{p-*} - \dot{\sigma}^{-*} : \dot{\varepsilon}^{p+*} \leq 0$$

$$(12) \quad \dot{\sigma}^{+*} : \dot{\varepsilon}^{-*} - \dot{\sigma}^{-*} : \dot{\varepsilon}^{+*} \leq 0$$

3. EXTENSION AUX MATÉRIAUX STANDARDS GÉNÉRALISÉS. — Le *matériau standard généralisé* (Halphen *et al.*, 1975) est défini par une densité d'énergie libre $\Phi(\varepsilon^e, \alpha)$ où α représente une famille de variables internes. La contrainte σ et la force thermodynamique A associée à α sont données par $\sigma = \partial \Phi / \partial \varepsilon^e$ et $A = \partial \Phi / \partial \alpha$. En notant sous une forme condensée $\mathbf{A} = (\sigma, A)$ et $\alpha = (\varepsilon^p, -\alpha)$ (respectivement *contrainte* et *déformation plastique généralisée*), on suppose l'existence d'une série de fonctions F^r convexes et différentiables de la variable \mathbf{A} et vérifiant à tout instant $F^r \leq 0$. La vitesse (à droite) $\dot{\alpha}$ est donnée par $\dot{\alpha} = \lambda^r F_{r,\mathbf{A}}$ où $F_{r,\mathbf{A}}$ représente le gradient de F^r par rapport à \mathbf{A} et où les λ^r vérifient des conditions identiques à (3) (*normalité généralisée*) en fonction de la contrainte généralisée \mathbf{A} .

En définissant à un instant quelconque la quantité $S_\rho \equiv \lambda^{p-} \dot{F}^{p+} - \lambda^{p+} \dot{F}^{p-}$, nous montrons par les mêmes raisonnements que ci-dessus l'inégalité suivante :

$$(13) \quad \dot{\mathbf{A}}^+ : \dot{\alpha}^- - \dot{\mathbf{A}}^- : \dot{\alpha}^+ \leq 0$$

Cette inégalité est la *forme généralisée* de (8). En remplaçant \mathbf{A} et α par leurs expressions en fonction de σ , A , ε^p et α on obtient directement (9) à partir de (13). Pour obtenir l'inégalité (8), il faut faire l'hypothèse supplémentaire que $\Phi(\varepsilon^e, \alpha)$ est de la forme $\Phi(\varepsilon^e, \alpha) = \Phi_1(\varepsilon^e) + \Phi_2(\alpha)$. L'inégalité (13) peut également être généralisée sous une forme similaire à (11).

4. COMPARAISON D'AUTRES INÉGALITÉS. — Petryk (1989) propose l'inégalité :

$$(14) \quad \dot{\sigma}^+ : \dot{\varepsilon}^{+*} - \dot{\sigma}^{+*} : \dot{\varepsilon}^+ \geq 0$$

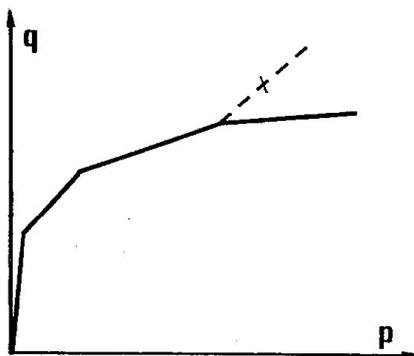
portant sur deux couples d'incrément admissibles à droite $(\dot{\sigma}^+, \dot{\varepsilon}^+)$ et $(\dot{\sigma}^{+*}, \dot{\varepsilon}^{+*})$, et vraie sous la condition suivante : les mécanismes « strictement actifs » pour le second couple (les mécanismes ρ tels que $\dot{\eta}^{p+*} > 0$), doivent être « actifs » pour le premier couple

($f^p=0, \dot{f}^p=0$). Cette inégalité définit une hiérarchie entre les couples d'incrément admissibles à droite et les résultats qu'elle permet d'obtenir sont distincts des nôtres surtout en ce qui concerne les singularités. En revanche, sur les intervalles *réguliers*, Petryk en déduit l'inégalité $\dot{\sigma} : \dot{\varepsilon}^{+*} - \dot{\sigma}^{+*} : \dot{\varepsilon} \geq 0$ dans laquelle $(\dot{\sigma}, \dot{\varepsilon})$ représente le couple de *vitesse réelle d'évolution*, et $(\dot{\sigma}^{+*}, \dot{\varepsilon}^{+*})$ un couple quelconque d'incrément admissible à droite. Cette inégalité qui permet d'établir certaines inégalités variationnelles de grand intérêt (Petryk, 1989; Nguyen *et al.*, 1991), peut également être obtenue à partir de (12). En effet, sur un intervalle d'évolution régulière, les vitesses réelles à gauche et à droite étant confondues, il suffit, pour retrouver cette inégalité, de remplacer dans (12) le couple d'incrément à gauche par le couple des vitesses réelles.

5. DISCONTINUITÉS DE PENTE DE LA COURBE EFFORT DÉFORMATION. — A tout instant où la vitesse de déformation est continue, c'est-à-dire $\dot{\varepsilon}^+ = \dot{\varepsilon}^- = \dot{\varepsilon}$, l'inégalité (9) conduit à $(\dot{\sigma}^+ - \dot{\sigma}^-) : \dot{\varepsilon} \leq 0$. En notant $[[\dot{\sigma}]] \equiv \dot{\sigma}^+ - \dot{\sigma}^-$ cette inégalité s'écrit :

$$(15) \quad [[\dot{\sigma}]] : \dot{\varepsilon} \leq 0$$

Dans le cas d'un chargement proportionnel, avec $\varepsilon = p \psi$ où ψ (direction de la déformation) est un tenseur symétrique de second ordre constant et normé ($\psi : \psi = 1$), et p une fonction scalaire monotone et dérivable du temps cinématique, nous notons $q = \sigma : \psi$. L'inégalité (15) implique alors $[[dq/dp]] \leq 0$, ce qui veut dire : « *Les discontinuités de pente de la courbe d'écrouissage, sont négatives* ». La branche en pointillé de la courbe de la figure ci-dessous est donc interdite.



Les discontinuités de pente de la courbe d'écrouissage d'un solide multipotentiel à matrice d'écrouissage symétrique sont négatives. La branche en pointillé de cette figure est interdite.

Slope discontinuities of the hardening curve of a multipotential solid with a symmetric hardening matrix are negative. The dotted line on this figure is forbidden.

Le fait que la première discontinuité de cette courbe (passage de la phase élastique à la phase plastique) soit négative est une conséquence directe du principe du travail plastique maximal. Mais le résultat concernant les autres discontinuités est nouveau et repose en particulier sur l'hypothèse de symétrie de la matrice d'écrouissage.

5. DISCUSSION. — Mis à part le principe du travail plastique maximal, l'inégalité (11) repose uniquement sur l'hypothèse de symétrie de la matrice d'écrouissage qui est vérifiée dans le cas de la plasticité parfaite ($H=0$) et de la plupart des modèles usuels d'écrouissage, et qui est souvent admise comme postulat (Mandel, 1965; Halphen *et al.*, 1975; ...). Une question intéressante à étudier serait de savoir si, le principe de travail plastique maximal étant admis, cette inégalité ne serait pas *équivalente* à ce postulat.

Les autres inégalités ci-dessus font appel à l'hypothèse supplémentaire d'un potentiel élastique ne dépendant que de la variable ε^e , ce qui écarte par exemple le cas des matériaux endommageables.

Les restrictions que ces inégalités imposent à la forme des courbes d'écrouissage permettent éventuellement des vérifications phénoménologiques du postulat de symétrie.

Leur extension au cas des grandes transformations est vraisemblablement possible du fait qu'elles ne portent que sur les incréments de contrainte et de déformation.

Note remise le 15 mars 1993, acceptée le 30 mars 1993.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- B. HALPHEN et Q. S. NGUYEN, Sur les matériaux standards généralisés, *J. Méc.*, 14, 1975, p. 39-63.
W. T. KOÏTER, General theorems for elastic-plastic solids, *Progress in solid mechanics*, 1, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1960.
J. MANDEL, Généralisation de la théorie de plasticité de W. T. KOÏTER, *Int. J. Solids Structures*, 1, 1965, p. 273-295.
Q. S. NGUYEN et H. PETRYK, A constitutive inequality for time-independent dissipative solids, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 312, série II, 1991, p. 7-12.
H. PETRYK, On constitutive inequalities and bifurcation in elastic-plastic solids with a yield surface vertex, *J. Mech. Phys. Solids*, 37, 1989, p. 265-291.
A. POUYA, Comportement rhéologique du sel gemme, application à l'étude des excavations souterraines, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1991.

Groupement pour l'Étude des Structures Souterraines de Stockage,
Laboratoire de Mécaniques des Solides, URA, n° 317 du CNRS,
École Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France.