



HAL
open science

La croissance démographique dans les modèles à générations imbriquées

Hippolyte d'Albis

► **To cite this version:**

Hippolyte d'Albis. La croissance démographique dans les modèles à générations imbriquées. *Revue Economique*, 2003, 54 (3), pp.573-582. hal-00630245

HAL Id: hal-00630245

<https://hal.science/hal-00630245>

Submitted on 7 Oct 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La croissance démographique dans les modèles à générations imbriquées¹

Hippolyte d'Albis²
EUREQua, Université de Paris I

Résumé

Dans cet article, nous proposons un modèle à générations imbriquées en temps continu pour étudier la relation entre le taux de croissance de la population et le taux d'intérêt. Nous montrons qu'il existe un taux de croissance fini de la population qui minimise le taux d'intérêt. Ceci implique que la relation entre ces deux variables n'est pas monotone. Nous proposons une caractérisation théorique du taux de croissance minimisant le taux d'intérêt et expliquons pourquoi les modèles à générations imbriquées standards de Diamond [1965] et Blanchard [1985] conduisent à une relation systématiquement croissante entre le taux de croissance de la population et le taux d'intérêt.

Demographic Growth in Overlapping Generations Models

Abstract

In this paper, we develop a continuous time overlapping generations model to analyze the relationship between demographic growth rate and the interest rate. We show there exists a finite demographic growth rate that minimizes the interest rate. This implies that the relation between the two variables is not monotonic. We provide a theoretical characterization of the growth rate that minimizes the interest rate and explain why standard overlapping generations models proposed by Diamond [1965] and Blanchard [1985] systematically exhibit an increasing relationship between the demographic growth rate and the interest rate.

Classification JEL : D91, E13, J10.

1. Introduction

Les modèles à générations imbriquées sont habituellement utilisés par la littérature néoclassique pour l'étude des conséquences économiques des changements de structure démographique. Dans ce papier, nous analysons l'impact sur le taux d'intérêt de long terme d'une modification du taux de croissance de la population induite par un choc exogène sur la natalité. Cette relation est en effet cruciale pour analyser, en équilibre général, l'effet du vieillissement de la population sur la plupart des variables macro-économiques (voir, par exemple, Abel [2003] pour le prix des actions).

Une augmentation du taux de croissance de la population entraîne simultanément une réduction du stock de capital par travailleur et un accroissement de l'épargne. Notre problème

¹ Je remercie A. d'Autume, B. Deceuse, J-P. Drugeon et K. Schubert pour leurs commentaires et suggestions. Je reste seul responsable des erreurs et omissions.

² Adresse : EUREQua, 106-112, boulevard de l'Hôpital, 75647 Paris Cedex 13, France. Tel : 33-1-4407-8213, fax : 33-1-4407-8202. E-mail : dalbis@univ-paris1.fr

est de déterminer l'effet qui domine. Les modèles à générations standards avec production développés par Diamond [1965] et Blanchard [1985] peuvent être utilisés pour montrer qu'une hausse du taux de croissance de la population entraîne une hausse du taux d'intérêt. L'intuition économique donnée à ce résultat repose sur l'absence d'altruisme dans la population : la taille des générations futures n'influence pas l'utilité des générations présentes. Un accroissement du taux de natalité ne réduit pas suffisamment la consommation agrégée et engendre donc une diminution du capital par tête. C'est dans cet esprit que Weil [1989] interprète le taux de natalité comme la mesure de la déconnexion entre les générations.

Cependant, comme le souligne le récent rapport du CAE « Démographie et économie », les études empiriques ne mettent pas en évidence le lien ainsi attendu entre le taux de croissance démographique et le taux d'intérêt. On retiendra notamment l'étude de Poterba [2001] qui analyse l'impact des variables démographique aux Etats-Unis, au Canada et au Royaume-Uni sur les soixante-dix dernières années. Poterba montre que les modifications de la structure démographique n'ont pas d'effet significatif sur le prix du capital.

Ces études empiriques invalident-elles pour autant les modèles à générations au bénéfice du modèle de l'agent représentatif à durée de vie infinie ? En effet, dans un modèle de type Ramsey (voir Cass [1965] et Koopmans [1965]) où la population est composée d'une unique famille altruiste, la consommation s'ajuste à toute modification du taux de natalité afin de maintenir la constance du capital par tête. Le taux de croissance de la population est donc sans effet sur le taux d'intérêt.

Dans cet article, nous allons montrer que les observations empiriques sont compatibles avec la structure en générations imbriquées. Nous construisons un modèle simple en temps continu qui produit une relation non monotone entre le taux de croissance de la population et le taux d'intérêt à l'état stationnaire. Il existe dès lors un taux de croissance démographique qui minimise le taux d'intérêt ou, de façon équivalente, maximise le capital par tête. Notre conjecture est que les structures démographiques des pays développés sont restées proches de celle minimisant le taux d'intérêt. Ceci expliquerait la relative constance de ce dernier au cours du 20^{ième} siècle.

Notre résultat est généralisable à la plupart des structures en générations imbriquées sauf dans les cas particuliers proposés par Diamond [1965] et Blanchard [1985]. On montrera en effet que les hypothèses qui facilitent la résolution analytique de leur modèle, entraînent par construction une relation monotone entre le taux de croissance démographique et le taux d'intérêt.

Pour l'élaboration de notre modèle, nous nous sommes basé sur les modèles à générations en temps continu développés initialement par Tobin [1967] et Cass et Yaari [1967] et plus récemment par Burke [1996], Malinvaud [1998], Demichelis et Polemarchakis [2002] et Bommier et Lee [2003]. Nous déterminons l'existence et l'unicité d'un équilibre agrégé d'une économie à l'état stationnaire et analysons l'impact d'une modification du taux de croissance démographique sur le taux d'intérêt d'équilibre. Il est important de noter que notre problématique est différente de celle soulevée par Samuelson [1975] sur le taux de croissance optimal de la population. Samuelson recherche le taux de croissance démographique qui maximise le bien-être lorsque l'économie est sur le sentier de la règle d'or. Notre analyse est au contraire positive et se situe sur n'importe quel sentier de croissance équilibrée (pour une analyse à la règle d'or, se référer à Arthur et McNicoll [1978], Lee [1980] et Willis [1988]).

Dans la section 2, les hypothèses du modèle sont présentées et l'équilibre stationnaire est déterminé. L'impact d'un choc démographique est étudié dans la section 3. La section 4 conclut en revenant sur la conjecture formulée dans cette introduction.

2. Un modèle simple

Dans cette section, nous présentons la résolution à l'état stationnaire d'un modèle à générations imbriquées d'agents à durée de vie finie.

2.1 La consommation individuelle.

L'économie est composée d'individus qui ne diffèrent que par leur âge t . Au cours de sa vie, dont la durée est normalisée à 1, chaque individu maximise son utilité inter-temporelle, notée U , sous une contrainte de budget. On suppose que l'utilité instantanée est une fonction logarithmique de la consommation $c(t)$. La fonction objectif s'écrit donc :

$$U = \int_0^1 \ln c(t) dt \quad (1)$$

Par ailleurs, l'individu travaille toute sa vie en échange d'un salaire w ; il accumule un actif qu'il peut placer sur un marché de capitaux parfait pour un rendement r . On note $a(t)$ la quantité d'actif accumulé par chaque individu à l'âge t . La contrainte budgétaire instantanée s'écrit donc :

$$\frac{da(t)}{dt} = ra(t) + w - c(t) \quad (2)$$

On suppose enfin que chaque individu entre dans l'économie (à l'âge $t = 0$) sans actif financier et qu'il ne peut pas mourir endetté. On ajoute donc les contraintes institutionnelles suivantes :

$$a(0) = 0 \text{ et } a(1) \geq 0 \quad (3)$$

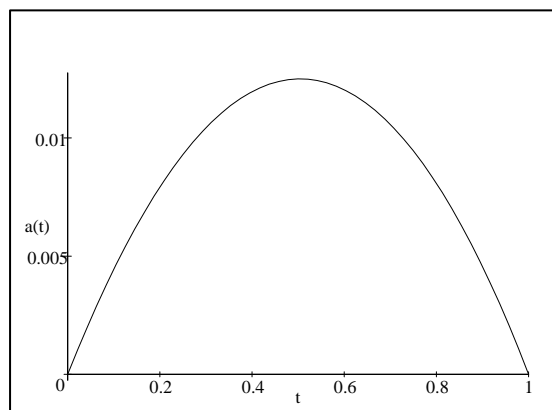
Le programme de l'individu est ainsi de déterminer la trajectoire de consommation qui maximise son utilité (1) sous les contraintes financières (2) et (3). La résolution de ce programme standard de contrôle optimal donne la consommation individuelle à chaque âge t :

$$c(t) = w \frac{1 - \exp(-r)}{r} \exp(rt) \quad (4)$$

Ainsi, la consommation individuelle est une fonction croissante de l'âge si le taux d'intérêt est strictement positif. Comme les revenus non financiers sont constants, l'individu va donc épargner au début de sa vie puis désépargner. La trajectoire optimale des actifs financiers peut aussi être explicitée : en remplaçant l'équation (4) dans la contrainte budgétaire instantanée obtenue par intégration de la contrainte (2), on obtient :

$$a(t) = \frac{w}{r} [(1-t)(\exp(rt) - \exp(-r(1-t))) - (1 - \exp(-r(1-t)))] \quad (5)$$

La trajectoire de ses actifs financiers a ainsi la forme traditionnelle de la littérature du cycle de vie : un U inversé avec $a(1) = 0$. Le graphique suivant présente la trajectoire optimale des actifs financiers au cours de la vie d'un individu pour $r = 5\%$ et $w = 2$.



2.2 La consommation agrégée

Chaque individu d'âge t appartient à une cohorte dont la taille à la date z est $bN(z-t)$, où $b > 0$ est le taux de natalité et $N(z-t)$ est la taille de la population à la naissance de la cohorte. On suppose qu'il apparaît une nouvelle cohorte à chaque instant ; la taille de la population à la date z est donc :

$$N(z) = \int_0^1 b N(z-t) dt \quad (6)$$

A la suite de Lotka [1939], on montre qu'il existe un unique taux de croissance de la population n , tel que la structure par âge de la population soit stationnaire. Pour cela, on remplace $N(z) = N(0)\exp(nz)$ dans l'équation (6) pour obtenir :

$$b = \frac{n}{1-\exp(-n)} \quad (7)$$

Le membre de droite de l'égalité (7) est continu, croissant et a pour limite zéro et plus l'infini lorsque n tend vers moins et plus l'infini respectivement. Il existe ainsi un unique taux de croissance démographique dont le signe est positif si et seulement si $b > 1$.

La consommation moyenne, notée C , est l'intégrale des consommations individuelles pondérées par la taille relative de chaque cohorte dans la population. Elle vérifie :

$$C \equiv \int_0^1 b \exp(-nt) c(t) dt \quad (8)$$

En remplaçant l'équation (4) et (7) dans (8) on obtient la consommation moyenne issue des choix individuels optimaux pour un couple donné de prix (w, r) :

$$C = w f(r) \quad (9)$$

avec

$$f(r) \equiv \frac{n}{[1-\exp(-n)]} \frac{[1-\exp(-r)]}{r} \frac{[1-\exp(r-n)]}{(n-r)} > 0 \quad (10)$$

où $f(r) \geq 1 \Leftrightarrow r \geq n$. La richesse financière moyenne, notée A , vérifie la condition usuelle :

$$(r - n)A + w - C = 0 \quad (11)$$

2.3 L'équilibre agrégé d'une économie avec production

On suppose qu'il existe un unique bien, dont le prix est normalisé à un, qui peut être utilisé pour la consommation ou l'investissement. Ce bien est produit par de nombreuses firmes en situation de concurrence. La production agrégée est décrite par une fonction aux rendements d'échelle constants qui utilise le travail et le capital comme facteurs de production. La fonction de production intensive est supposée être de la forme K^v où K représente le capital par tête et où $0 < v < 1$. Les prix des facteurs sont égaux à leur productivité marginale :

$$w = (1-v) K^v \quad \text{et} \quad r = v K^{v-1} \quad (12)$$

A l'équilibre, la richesse financière moyenne est égale au capital par tête : $A = K$. On a alors d'une part, $k = (C-w)/(r-n)$ avec (11) et d'autre part, $K/w = v/r$ avec (12) ; en remplaçant (9), on obtient que le taux d'intérêt d'équilibre est le point fixe de l'application $g(r)$ telle que :

$$g(r) \equiv \frac{v}{(1-v)} \left[\frac{r-n}{f(r)-1} \right] \quad (13)$$

L'existence et l'unicité d'un r^* tel que $r^* = g(r^*)$ sont simples à établir : pour $r > 0$, on a en effet $g(r) > 0$, $g'(r) < 0$, $\lim_{r \rightarrow 0^+} g(r) = +\infty$ et $\lim_{r \rightarrow +\infty} g(r) = 0$; de plus, $g(r)$ est continue pour $r = n$.

3 Les conséquences d'un choc démographique

Dans cette section, nous étudions l'impact d'une modification du taux de croissance démographique sur le taux d'intérêt d'équilibre. Une analyse de statique comparative est proposée à partir du modèle présenté dans la section 2 et le résultat est discuté.

3.1 Résultat

On analyse l'impact d'une modification du taux de croissance démographique, n , sur le taux d'intérêt d'équilibre, r^* . Par application du théorème des fonctions implicites, on a :

$$\frac{dr^*}{dn} = \frac{1}{1-g'(r^*)} \frac{\partial g(r^*;n)}{\partial n} \quad (14)$$

où,

$$\frac{\partial g(r^*;n)}{\partial n} = - \left[\frac{v}{(1-v)(f(r^*)-1)} + \frac{r^*f(r^*)}{(f(r^*)-1)} \left(\frac{1-(1+n)\exp(-n)}{n(1-\exp(-n))} - \frac{1-(1+n-r^*)\exp(-(n-r^*))}{(n-r^*)(1-\exp(-n))} \right) \right] \quad (15)$$

Comme $g(r)$ est décroissante, le signe de dr^*/dn ne dépend que du signe de l'expression (15). Nous montrons qu'il existe un taux de croissance démographique fini, noté n^{\min} , qui minimise le taux d'intérêt. Pour cela, il suffit de prouver qu'il existe deux taux de croissance démographique, n_1 et n_2 , tels que :

$$\left. \frac{dr^*}{dn} \right|_{n \leq n_1} < 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{dr^*}{dn} \right|_{n \geq n_2} > 0 \quad (16)$$

L'existence de n_1 , se prouve par continuité en observant que :

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{\partial g(r^*;n)}{\partial n} = \frac{v}{(1-v)} \frac{r}{[(1+r) - \exp(r)]} < 0 \quad (17)$$

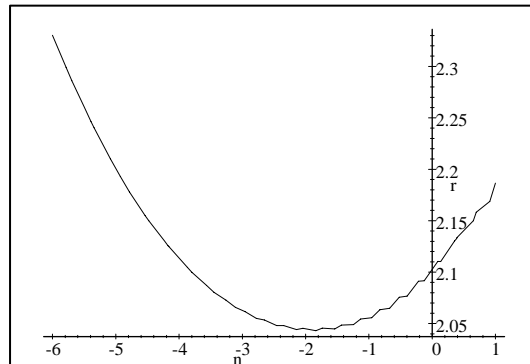
de même pour n_2 , on a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\partial g(r^*;n)}{\partial n} = \frac{v}{(1-v)} \frac{r}{[\exp(-r) + r - 1]} > 0 \quad (18)$$

On en déduit que la relation fonctionnelle entre n et r^* a une forme de U, et que :

$$\frac{dr^*}{dn} \geq 0 \Leftrightarrow n \geq n^{\min} \quad (19)$$

Le graphique suivant représente la relation entre r^* et n pour $v = 0,3$.



3.2 Interprétation

Pour comprendre le résultat résumé dans la condition (19) il est utile de se rappeler la forme en U inversé des actifs financiers accumulés par un individu au cours de sa vie. Aussi, lorsque que l'on fait tendre le taux de croissance démographique vers plus l'infini, on remarque que la taille relative des individus d'âge 0 dans la population totale, qui est égale à $n/(1-\exp(-n))$, tend vers l'infini et donc que le capital moyen accumulé dans l'économie tend vers zéro. Inversement, lorsque le taux de croissance démographique tend vers moins l'infini, c'est la taille relative des individus d'âge 1 dans la population, soit $n/(\exp(n)-1)$, qui tend vers l'infini entraînant également un capital moyen accumulé nul. Par continuité, on en déduit qu'il existe un taux de croissance de la population qui maximise le capital agrégé par tête, ou de façon équivalente qui minimise le taux d'intérêt.

On notera que Boucekkine, de la Croix et Licandro [2002] ont prouvé récemment l'existence d'un taux de croissance démographique maximisant le taux de croissance endogène du capital humain par tête. Ils utilisent pour cela un modèle à générations imbriquées avec choix endogène d'éducation. Ils n'ont pas de capital dans leur modèle mais leur résultat repose également sur l'horizon temporel fini des agents.

On peut également montrer (d'Albis [2002]) que le taux de croissance démographique qui minimise le taux d'intérêt correspond à la situation où l'âge moyen du détenteur de capital est égal à l'âge moyen de la population. La condition (19) peut donc être ainsi complétée : l'impact du taux de croissance démographique sur le taux d'intérêt d'équilibre est positif si et seulement si l'âge moyen du détenteur de capital est supérieur à l'âge moyen de la population. Le vieillissement démographique n'implique alors une réduction de l'écart entre ces deux âges que s'il diminue le taux d'intérêt. En effet, une baisse du taux de croissance démographique accroît mécaniquement l'âge moyen de la population et celui du détenteur de capital. Cependant, ce dernier augmente moins car la baisse du taux d'intérêt réduit l'âge auquel l'individu commence à désépargner.

Outre ses implications pour une validation empirique, cette nouvelle condition permet de comprendre facilement pourquoi les modèles de Diamond [1965] et Blanchard [1985] ne peuvent produire qu'une relation monotone entre le taux de croissance démographique et le taux d'intérêt d'équilibre. Diamond [1965] suppose que les individus vivent deux périodes : au cours de la première, les jeunes épargnent en achetant les actifs accumulés par les vieux. Par construction, l'âge moyen du détenteur de capital est donc supérieur à celui de la population. Supposer comme dans notre modèle que les individus puissent travailler au cours de leur seconde période de vie ne modifie en rien ce résultat : à la limite si la taille relative des « jeunes » tend vers zéro, les deux âges sont égaux. Les extensions de Buitier [1988] et Weil [1989] du modèle de Blanchard [1985], qui permettent d'analyser l'impact des variables démographiques, conduisent également à une relation croissante entre le taux de croissance démographique et le taux d'intérêt. L'hypothèse cruciale est, ici, la loi de Poisson associée à la durée de vie aléatoire des individus. Cette hypothèse implique nécessairement qu'avec l'âge, un individu voit la taille relative de sa cohorte dans la population décroître tandis que ses actifs financiers s'accroissent. Les individus sont « perpétuellement jeunes » et se comportent comme tels en accumulant du capital à l'infini. L'âge moyen du détenteur de capital est donc systématiquement supérieur à celui de la population.

3.3 Généralisation du résultat

Le résultat présenté dans la section 3.1 est robuste à la généralisation des hypothèses. En effet, d'Albis (2002) détermine l'impact du taux de croissance de la population sur le capital d'équilibre lorsque : (i) la durée de vie est aléatoire ; (ii) le taux de préférence pour le présent n'est pas nécessairement constant et l'élasticité inter-temporelle de substitution est inférieure ou égale à l'unité ; (iii) l'élasticité de substitution entre les facteurs de production n'est pas constante.

Ces généralisations permettent de surcroît au modèle de reproduire plus fidèlement les faits stylisés de l'économie. En posant que la durée de vie suit une loi de Gompertz, la pyramide des âges peut avoir la forme en ogive que connaissent les pays développés. De plus, la consommation individuelle n'est plus nécessairement convexe à l'équilibre général mais peut avoir le profil concave que suggèrent les données individuelles. Ces choix de modélisation influencent fortement les âges moyens du détenteur de capital et de la population ; ils sont donc cruciaux pour l'appréciation de l'impact du taux de croissance démographique sur le taux d'intérêt.

4. Conclusion

Dans cet article nous avons montré qu'il existe un taux de croissance démographique qui minimise le taux d'intérêt où, de façon équivalente, qui maximise le capital par tête. Ce taux est-il proche des taux de croissance démographique des pays développés ? Le graphique présenté à la section 3.1 suggère que le taux de croissance démographique qui minimise le taux d'intérêt est très faible. Ceci s'explique en partie par le caractère fortement stylisé du modèle présenté dans la section 2. Cependant, si la valeur de ce taux a peu d'importance, son signe est significatif. Il est en effet intuitif que le taux qui minimise le taux d'intérêt soit négatif car cela correspond à une population dont l'âge moyen est élevé. Or, l'âge moyen du détenteur de capital l'est nécessairement car, la consommation étant croissante au cours de la vie, les individus commencent à désépargner dans la seconde partie de leur vie.

Un taux de croissance démographique négatif se traduit par une pyramide des âges en ogive. Cette situation correspond à la structure démographique que connaît aujourd'hui l'Europe Occidentale et, dans une moindre mesure, l'Amérique du Nord. On a donc certaines raisons de penser que la baisse de la natalité aura un faible impact sur le taux d'intérêt. Bien sûr, un travail quantitatif est nécessaire pour valider cette intuition. Nous pouvons néanmoins auparavant poursuivre le raisonnement. Les pyramides en ogives dont il a été fait mention ne sont pas des structures stables mais résultent du vieillissement des générations du « baby boom » des années 1950. Il s'agit là d'un phénomène relativement récent appelé à ne pas durer. Le taux de croissance de la population étant positif, la structure par âge en Europe et surtout en Amérique devrait retrouver à terme une forme pyramidale. Dès lors, comment expliquer que le taux d'intérêt soit resté relativement constant sur longue période ? De même, doit-on en déduire que les économies développées vont s'écarter de la structure démographique qui minimise le taux d'intérêt ? Pour répondre à ces questions, il est nécessaire de compléter l'analyse par l'introduction de transferts obligatoires entre les générations (d'Albis [2002]). En effet, la direction des transferts a un impact sur le taux de croissance démographique qui minimise le taux d'intérêt. Précisément, l'instauration d'un transfert ascendant accroît ce taux de croissance. Dès lors, l'effet de la baisse de la natalité au cours du 20^{ième} siècle a été compensée par une hausse des transferts en direction des plus âgés. Ceci expliquerait que le taux d'intérêt n'ait que peu varié et qu'il ait peu de chance de le faire au cours des prochaines années. Par contre, une fois que les générations du baby boom seront « sorties » de la pyramide des âges, l'âge moyen de la population devrait diminuer et le taux

d'intérêt augmenter. Cette évolution pourrait alors être contrebalancée par une diminution des transferts en direction des plus âgés.

Références bibliographiques

- ABEL A. [2003], « The effects of a baby boom on stock prices and capital accumulation in the presence of social security », à paraître dans *Econometrica*.
- d'ALBIS H. [2002], « Demographic structure and capital accumulation », Cahier de la MSE n°2002.87, Université Paris I.
- ARTHUR B. W., G. McNICOLL G. [1978], « Samuleson, population and intergenerational transfers », *International Economic Review*, 19, p. 241-246.
- BLANCHARD O. [1985], « Debt, deficits and finite horizons », *Journal of Political Economy*, 93, p. 223-247.
- BOMMIER A., LEE R. D. [2003], « Overlapping generations models with realistic demography: statics and dynamics », *Journal of Population Economics*, 16, p. 135-160.
- BOUCEKKINE R., de la CROIX D., LICANDRO O. [2002], « Vintage human capital, demographic trends and endogenous growth », *Journal of Economic Theory*, 104, p. 340-375.
- BUITER W. H. [1988], « Death, population growth and debt neutrality », *Economic Journal*, 98, p. 279-293.
- BURKE J. L. [1996], « Equilibrium for overlapping generations in continuous time », *Journal of Economic Theory*, 70, p. 364-390.
- CASS D. [1965], « Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation », *The Review of Economic Studies*, 32, p. 233-240.
- CASS D., YAARI M. E. [1967], « Individual saving, aggregate capital accumulation, and efficient growth » dans *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth* (K. Shell, Eds.), p. 233-268, MIT Press, Cambridge, MA.
- CONSEIL D'ANALYSE ECONOMIQUE [2002], *Démographie et économie*, La Documentation française, Paris.
- DEMICHELIS S., POLEMARCHAKIS H. [2002], « Frequency of trade and the determinacy of equilibrium paths: logarithmic economies of overlapping generations under certainty », Brown University Working Paper No 02-19.
- DIAMOND P. A. [1965], « National debt in a neoclassical growth model », *American Economic Review*, 55, p. 1126-1150.
- KOOPMANS T. C. [1965], « On the concept of optimal economic growth », dans *The Econometric Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam.
- LEE R. D. [1980], « Age structure, intergenerational transfers and economic growth: an overview », *Revue Economique*, 31, p. 1129-1156.
- LOTKA A. J. [1939], *Théorie analytique des associations biologiques*, Hermann et Cie, Paris.
- MALINVAUD E. [1998], *Macroeconomic Theory*, Vol. A, Chap. 2, Advanced Textbooks in Economics, 35, (Bliss and Intriligator Eds.), Elsevier.
- POTERBA J. M. [2001], « Demographic structure and assets returns », *The Review of Economics and Statistics*, 83, p. 565-584.
- SAMUELSON P. A. [1975], « The optimum growth rate of a population », *International Economic Review*, 16, p. 531-538.
- TOBIN J. [1967], « Life cycle saving and balanced growth », dans *Ten Economic Studies in the Tradition of Irving Fischer*, (W. Fellner Eds.), p. 231-256, Wiley, New York.
- WILLIS R. J. [1988], « Life cycle, institutions, and population growth: a theory of the equilibrium interest rate in an overlapping generation model », in *Economics of Changing Age Distributions in Developed Countries* (R. D. Lee, W. B. Artur and G. Rodgers Eds.), p. 106-138, Clarendon Press, Oxford.
- WEIL Ph. [1989], « Overlapping families of infinitely-lived agents », *Journal of Public Economics*, 38, p. 183-198.