



HAL
open science

Dynamique d'un rotor embarqué soumis à des excitations combinées de la base

M. Zaki Dakel, Sébastien Baguet, Régis Dufour

► **To cite this version:**

M. Zaki Dakel, Sébastien Baguet, Régis Dufour. Dynamique d'un rotor embarqué soumis à des excitations combinées de la base. CFM 2011 20e Congrès Français de Mécanique, Aug 2011, Besançon, France. pp.CD Rom. hal-00624947

HAL Id: hal-00624947

<https://hal.science/hal-00624947>

Submitted on 28 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DYNAMIQUE D'UN ROTOR EMBARQUE SOUMIS A DES EXCITATIONS COMBINEES DE LA BASE

(DYNAMICS OF AN ON-BOARD ROTOR SUBJECTED TO COMBINED BASE EXCITATIONS)

M. DAKEL, S. BAGUET, R. DUFOUR

Université de Lyon, CNRS, INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, France
mail : {mzaki.dakel, sebastien.baguet, regis.dufour}@insa-lyon.fr

Résumé :

Le modèle de rotor embarqué proposé est basé sur les éléments finis de la poutre de Timoshenko. Il prend en compte les six translations et rotations du support rigide et la dissymétrie géométrique des disques et/ou de l'arbre. Ainsi les équations du mouvement obtenues comportent des termes paramétriques variables dans le temps qui peuvent conduire à une instabilité dynamique latérale. L'influence des mouvements de rotation et de translation combinés du support est analysée par le diagramme de Campbell et la carte de stabilité du rotor.

Abstract:

The proposed on-board rotor model is based on the Timoshenko beam finite elements. It takes into account the six translations and rotations of the rigid support and the geometric asymmetry of disks and/or shaft. Thus the obtained equations of motion contain time-varying parametric terms which can lead to lateral dynamic instability. The influence of combined rotational and translational support motions is analyzed by means of Campbell diagram and rotor stability chart.

Mots clefs : Dynamique des rotors, rotor dissymétrique, rotor embarqué, excitation de la base, excitation paramétrique.

1 Introduction

Les machines tournantes interviennent dans de nombreuses applications industrielles. Alors que le rotor d'une machine tournante est généralement supposé fixe par rapport au sol dans toutes ces applications, il est souvent embarqué. Le terme « embarqué » signifie que le support du rotor est en mouvement (rotation et/ou translation), comme par exemple le réacteur d'un avion au cours d'un virage et une turbine soumise à un séisme. L'étude du comportement dynamique d'un rotor monté sur un support fixe est largement effectuée par [1,2]. [3] concerne l'analyse de stabilité d'une poutre dont les équations du mouvement sont paramétriques à coefficients périodiques. La stabilité et les réponses dynamiques d'un rotor dont la géométrie est dissymétrique sont étudiées par [4-7]. Les études portant sur la dynamique des rotors, dont le support est soumis à un séisme [6] et à des sollicitations aléatoires [8], sont peu nombreuses et suivent des approximations spectrales. Divers travaux théoriques ont été développés pour calculer la réponse forcée du rotor dont le support est excité par un choc et valider les résultats numériques par un dispositif expérimental [9,10]. Lorsque le support du rotor est induit par un mouvement déterministe harmonique, des nouvelles publications présentent les réponses dynamiques à cette excitation [11] et le contrôle actif des vibrations du rotor [12]. Dans cet article, un modèle de rotor, dont le disque est dissymétrique, est exposé dans le but de représenter les diagrammes de Campbell et les cartes d'instabilité en fonction des rotations du support qui peuvent considérablement changer le comportement dynamique du rotor.

2 Modélisation du comportement dynamique d'un rotor dissymétrique embarqué

Les composants de base du rotor sont le disque, l'arbre, le balourd, le palier et le support. Les excitations prises en compte sont dues aux mouvements imposés au support supposé indéformable. L'écriture des équations du mouvement s'inspire des équations développées dans [1,10]

2.1 Calculs préliminaires

Trois repères principaux présentés sur la figure 1 sont définis pour la prise en compte de la mobilité du support du rotor lors de l'étude du mouvement d'un rotor embarqué : $R^g(x^g, y^g, z^g)$ est le repère galiléen lié au sol, $R(x, y, z)$ est le repère lié au support rigide et $R^l(x^l, y^l, z^l)$ est le repère local lié au rotor.

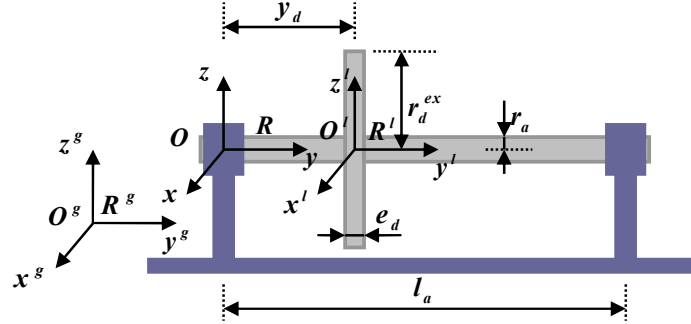


FIG. 1 – Définition des repères pour la modélisation du rotor embarqué.

Les mouvements de rotation du support sont définis par les composantes ω^x , ω^y et ω^z du vecteur rotation de R par rapport à R^g projetées dans le repère R . Les mouvements de translation sont définis par les coordonnées x_o , y_o et z_o du vecteur position $\mathbf{O}^g\mathbf{O}$ exprimées dans le repère lié au support R . Les angles de rotation ψ , θ et ϕ permettent de définir la rotation du rotor par rapport au support. Le vecteur rotation instantanée $\boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^g}$ de R^l par rapport à R^g est donné par :

$$\boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^g} = \boldsymbol{\omega}_{R^l}^R + \boldsymbol{\omega}_R^{R^g} \quad (1)$$

soit :

$$\boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^g} = \begin{Bmatrix} \omega^{x^l} \\ \omega^{y^l} \\ \omega^{z^l} \end{Bmatrix}_{R^l} = \begin{Bmatrix} (\omega^x \cos \psi + \omega^y \sin \psi + \dot{\theta}) \cos \phi - ((\omega^x \sin \psi - \omega^y \cos \psi) \sin \theta + (\omega^z + \dot{\psi}) \cos \theta) \sin \phi \\ -(\omega^x \sin \psi - \omega^y \cos \psi) \cos \theta + (\omega^z + \dot{\psi}) \sin \theta + \dot{\phi} \\ (\omega^x \cos \psi + \omega^y \sin \psi + \dot{\theta}) \sin \phi - ((\omega^x \sin \psi - \omega^y \cos \psi) \sin \theta + (\omega^z + \dot{\psi}) \cos \theta) \cos \phi \end{Bmatrix}_{R^l} \quad (2)$$

Le rotor est supposé tourner à une vitesse constante Ω . Donc la rotation propre ϕ est remplacée par Ωt et sa dérivée $\dot{\phi}$ par Ω . Soit un point quelconque de la ligne moyenne de l'arbre non déformé de coordonnées $(0, y, 0)$ dans le repère lié au support R . Il s'agit d'étudier ses déplacements en flexion $u(y, t)$ et $w(y, t)$ respectivement suivant les axes x et z du repère R .

2.2 Calcul des énergies

2.2.1 Disque

Puisque le disque est considéré comme rigide, seule l'énergie cinétique est calculé et s'écrit sous la forme suivante :

$$T_d = \frac{m_d}{2} (\mathbf{v}_{O^l}^{R^g})^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^g} \mathbf{I}_{m_d} \boldsymbol{\omega}_{R^l}^{R^g} \quad (3)$$

où m_d est la masse du disque, $\mathbf{v}_{O'}^{Rs}$ est le vecteur vitesse de son centre et \mathbf{I}_{m_d} son tenseur d'inertie principal exprimé dans le repère local par :

$$\mathbf{I}_{m_d} = \begin{bmatrix} I_{m_d}^x & 0 & 0 \\ 0 & I_{m_d}^y & 0 \\ 0 & 0 & I_{m_d}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{m_d}^{mo} + I_{m_d}^{di} & 0 & 0 \\ 0 & I_{m_d}^y & 0 \\ 0 & 0 & I_{m_d}^{mo} - I_{m_d}^{di} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$I_{m_d}^{mo}$ et $I_{m_d}^{di}$ servent à distinguer les effets dus à l'inertie moyenne de masse du disque de ceux dus à l'inertie modélisant la dissymétrie géométrique du disque. L'expression finale de l'énergie cinétique T_d du disque de centre de masse placé à l'abscisse arbitraire y_d suivant l'axe y du référentiel lié au support R est :

$$T_d = \frac{m_d}{2} (\dot{u}_{O'}^2 + \dot{v}_{O'}^2 + \dot{w}_{O'}^2) + \frac{1}{2} \left(I_{m_d}^{mo} (\omega^{x'2} + \omega^{z'2}) + I_{m_d}^y \omega^{y'2} + I_{m_d}^{di} (\omega^{x'2} - \omega^{z'2}) \right) \quad (5)$$

où $\dot{u}_{O'}$, $\dot{v}_{O'}$ et $\dot{w}_{O'}$ sont les composantes du vecteur vitesse du centre du disque.

2.2.2 Arbre

Puisque l'arbre est considéré comme flexible, il est caractérisé par son énergie cinétique et son énergie potentielle de déformation. L'arbre est représenté par des éléments de poutre droite appelé « éléments d'arbre ». Chaque élément d'arbre est de section droite supposée constante. L'énergie cinétique de l'élément d'arbre peut être obtenue en prenant un volume élémentaire de cet élément qui peut être considéré comme un disque. Ainsi, l'énergie cinétique est déduite de l'expression de l'énergie cinétique du disque (5) et donnée par :

$$T_a = \frac{\rho_a S_a}{2} \int_0^{l_a} (\dot{u}_{O'}^2 + \dot{v}_{O'}^2 + \dot{w}_{O'}^2) dy + \frac{1}{2} \left(\rho_a I_{S_a}^{mo} \int_0^{l_a} (\omega^{x'2} + \omega^{z'2}) dy + 2\rho_a I_{S_a}^{mo} \int_0^{l_a} \omega^{y'2} dy + \rho_a I_{S_a}^{di} \int_0^{l_a} (\omega^{x'2} - \omega^{z'2}) dy \right) \quad (6)$$

où ρ_a et S_a sont respectivement la masse volumique et la section droite de l'élément d'arbre ainsi que $I_{S_a}^{mo}$ et $I_{S_a}^{di}$ sont respectivement l'inertie moyenne de la section droite et celle caractérisant la dissymétrie de la section de l'élément d'arbre. Le mouvement du support rigide par rapport au sol n'a pas d'influence sur l'énergie de déformation de l'arbre car cette dernière ne dépend que de la déformée de l'arbre et donc des contraintes par rapport au support. L'effet de cisaillement mis en évidence par Timoshenko et les effets de raidissement géométrique relatifs aux contraintes centrifuges dus à la rotation du support autour de l'axe x sont à prendre en compte. L'énergie de déformation est :

$$U_a = \frac{E_a I_{S_a}^{mo}}{2} \int_0^{l_a} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right) dy + \frac{G_a k_a^{mo} S_a}{2} \int_0^{l_a} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \psi \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \theta \right)^2 \right) dy - \left(\frac{E_a I_{S_a}^{di}}{2} \int_0^{l_a} \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right) dy - \frac{G_a k_a^{di} S_a}{2} \int_0^{l_a} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \psi \right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \theta \right)^2 \right) dy \right) \cos(2\Omega t) - \left(E_a I_{S_a}^{di} \int_0^{l_a} \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} dy - G_a k_a^{di} S_a \int_0^{l_a} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \psi \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \theta \right) dy \right) \sin(2\Omega t) + \frac{\rho_a S_a}{4} \int_0^{l_a} (l_a^2 - y^2) \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) dy \omega^{x2} \quad (7)$$

où E_a et G_a sont respectivement le module d'Young et celui de cisaillement de l'arbre ainsi que k_a^{mo} et k_a^{di} sont respectivement le coefficient moyen de réduction de section et celui relatif à la dissymétrie de la section de l'élément d'arbre.

2.3 Equations du mouvement

Le disque est dissymétrique et l'arbre symétrique dans cette étude. L'élément fini utilisé pour la modélisation de l'arbre a deux nœuds et quatre degrés de liberté par nœud $\mathbf{q}_{ea_i}^n = \langle u_{ea_i}^{n_i}, w_{ea_i}^{n_i}, \theta_{ea_i}^{n_i}, \psi_{ea_i}^{n_i}, u_{ea_i}^{n_{i+1}}, w_{ea_i}^{n_{i+1}}, \theta_{ea_i}^{n_{i+1}}, \psi_{ea_i}^{n_{i+1}} \rangle_R^T$. Les fonctions de forme basées sur la théorie de Timoshenko sont utilisées. Les excitations de la base sont constituées d'une vitesse angulaire constante ω^x autour de l'axe x et une translation périodique suivant l'axe z donnée par $z_O = Z_O \sin(\Omega^z t)$. Les équations du mouvement déduites des équations de Lagrange contiennent des coefficients paramétriques périodiques et peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\underbrace{\mathbf{M}_r(t)}_{\text{Masse}} \ddot{\mathbf{q}} + \underbrace{\mathbf{C}_r(t)}_{\text{Amortissement}} \dot{\mathbf{q}} + \underbrace{\mathbf{K}_r(t)}_{\text{Raideur}} \mathbf{q} = \underbrace{\mathbf{F}_r(t)}_{\text{Forces}} \quad (8)$$

avec :

$$\mathbf{M}_r(t) = \mathbf{M}_{d,a} + \mathbf{M}_{d,a}^c \cos(2\Omega t) + \mathbf{M}_{d,a}^s \sin(2\Omega t) \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_r(t) = \mathbf{C}_{d,a}^g \Omega + \mathbf{C}_{d,a}^{g,c} \Omega \cos(2\Omega t) + \mathbf{C}_{d,a}^{g,s} \Omega \sin(2\Omega t) \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_r(t) = \mathbf{K}_a^e + \left(\mathbf{K}_{d,a,su}^{er,\omega^{x2}} + \mathbf{K}_{d,a,su}^{erg,\omega^{x2}} \right) \omega^{x2} + \mathbf{K}_{d,a,su}^{er,\omega^{x2},c} \omega^{x2} \cos(2\Omega t) + \mathbf{K}_{d,a,su}^{er,\omega^{x2},s} \omega^{x2} \sin(2\Omega t) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_r(t) &= \mathbf{F}_{d,a,su}(t) + \mathbf{F}_{d,a,su}^c(t) \cos(2\Omega t) + \mathbf{F}_{d,a,su}^s(t) \sin(2\Omega t) \\ &= \mathbf{V}_{d,a,su}^w Z_O (\Omega^{z2} + \omega^{x2}) \sin(\Omega^z t) - \mathbf{V}_{d,a,su}^{y\psi} \Omega \omega^x \\ &\quad + 2\mathbf{V}_{d,a,s}^{\psi,di} \Omega \omega^x \cos(2\Omega t) + 2\mathbf{V}_{d,a,su}^{\theta,di} \Omega \omega^x \sin(2\Omega t) \end{aligned} \quad (12)$$

En effet, la présence des termes paramétriques dans les équations du mouvement (8) peuvent être à l'origine d'instabilités du rotor. Une étude de stabilité s'effectue préalablement sur les équations du mouvement sans second membre par la théorie de Floquet [5,6]. Il s'agit de prévoir l'influence de la rotation constante du support sur la stabilité et les fréquences naturelles du rotor.

3 Résultats et discussion

Comme le disque et l'arbre sont supposés être en acier, la masse volumique, le module d'Young et le coefficient de Poisson sont respectivement :

$$\rho_d = \rho_a = 7800 \text{ kg/m}^3, \quad E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \quad \mu = 0,3$$

Le rayon intérieur, le rayon extérieur et l'épaisseur du disque dissymétrique représenté sur la figure 2 sont respectivement de $r_d^{in} = 0,01 \text{ m}$, de $r_d^{ex} = 0,15 \text{ m}$ et de $e_d = 0,03 \text{ m}$. La longueur de l'arbre symétrique est de $l_a = 0,4 \text{ m}$ et son rayon de $r_a = 0,01 \text{ m}$.

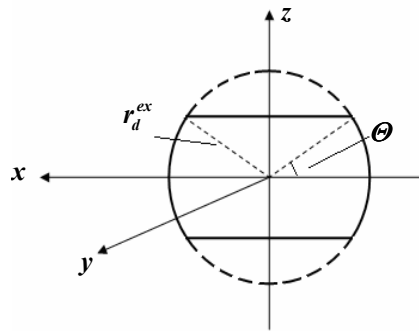


FIG. 2 – Forme de la section définissant la dissymétrie du disque.

La figure 3 montre la carte d'instabilité du rotor en fonction de la rotation constante du support. Pour une certaine vitesse angulaire du support, deux facteurs influencent les niveaux d'excitation paramétrique : la vitesse de rotation Ω du rotor et l'angle. Donc l'analyse d'instabilité du rotor porte sur ces deux paramètres. Lorsque le mouvement du support augmente, la zone d'instabilité devient plus grande. Les débuts de la zone d'instabilité concernant la rotation du support égale à 30 Hz (FIG. 3(a)) sont inférieurs à ceux correspondant

à la rotation du support égale à 50 Hz (FIG. 3(b)). Contrairement au cas précédent, les fins de la zone d'instabilité pour $\omega^x = 30$ Hz (FIG. 3(a)) sont extérieures à ceux relatifs à $\omega^x = 50$ Hz (FIG. 3(b)).

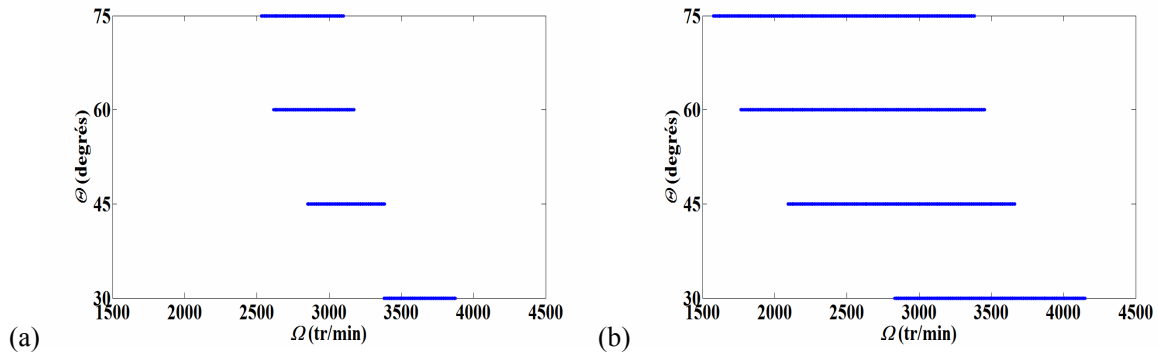


FIG. 3 – Carte d'instabilité du rotor étudié lors de la rotation du support avec $\omega^x =$: (a) 30 Hz, (b) à 50 Hz.

La figure 4 représente le diagramme de Campbell du rotor soumis à une rotation constante ω^x . Cette rotation augmente la dissymétrie du comportement dynamique du rotor. Les effets de rotation dus à ω^x réduisent les fréquences naturelles du rotor dans le repère tournant, tandis que les effets de raidissement centrifuge les augmentent particulièrement aux vitesses de rotation du rotor plus élevée (FIG. 4(a)). Les fréquences naturelles calculées dans le repère lié au support R sont déduites de la relation $f = \left| f' \pm \frac{\Omega}{2\pi} \right|$ et tracées sur la figure 4(b).

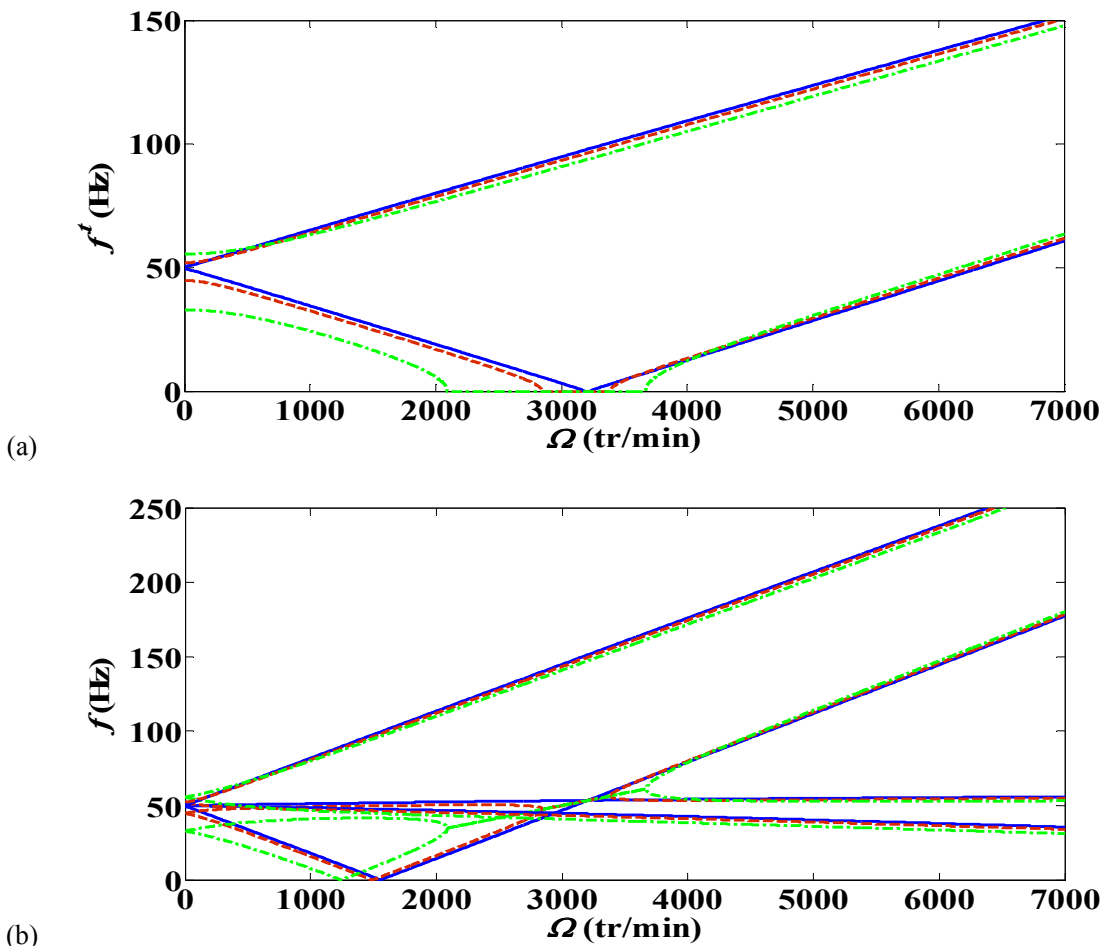


FIG. 4 – Diagrammes de Campbell dans les repères : (a) tournant, (b) lié au support lors de la rotation du support avec $\omega^x = 0$ (en bleu), 30 (en rouge), 50 Hz (en vert).

4 Conclusion

Un modèle éléments finis est présenté pour prévoir le comportement dynamique d'un rotor dissymétrique dont le support est soumis à des mouvements combinés de rotation constante et de translation sinusoïdale. Les effets de rotation et les effets de raidissement géométrique relatifs aux contraintes centrifuges dus à la rotation du support sont pris en compte. Il est montré que la rotation du support change non seulement les fréquences naturelles du rotor mais aussi la zone d'instabilité dans le cas de la rotation autour d'un axe transverse. La translation sinusoïdale du support ne change pas les fréquences naturelles du rotor. Elle possède uniquement une influence sur les réponses dynamiques du rotor et les formes des orbites.

References

- [1] Lalanne M., Ferraris G., *Rotordynamics Prediction in Engineering*, Wiley, Chichester, 1998.
- [2] Genta G., *Dynamics of Rotating Systems*, Springer, New York, 2005.
- [3] Dufour R., Berlioz A., Parametric Instability of a Beam Due to Axial Excitations and to Boundary Conditions, *ASME Journal of Vibration and Acoustics* 120 (2) (1998) 461-467.
- [4] Guilhen P. M., Berthier P., Ferraris G., Lalanne M., Instability and unbalance response of dissymmetric rotor-bearing systems, *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design* 110 (3) (1988) 288-294.
- [5] Kang Y., Shih Y. -P., Lee A. -C, Investigation on the steady-state responses of asymmetric rotors, *ASME Journal of Vibration and Acoustics* 114 (2) (1992) 194-208.
- [6] Beley-Sayettat A., *Effet des Dissymétries et Effet Sismique en Dynamique des Rotors*, Thèse LMSt. Lyon : INSA de Lyon, 1994.
- [7] Onicescu F., Lakis A. A., Ostiguy G., Investigation of the stability and steady state response of asymmetric rotors, using finite element formulation, *Journal of Sound and Vibration* 245 (2) (2001) 303-328.
- [8] Bachelet L., Driot N., Ferraris G., Comportement dynamique des rotors embarqués sous sollicitations aléatoires, *XV Colloque Vibrations, Chocs et Bruits*, Lyon, France, 14-16 Juin 2006.
- [9] Lee A. S., Kim, B. O., Kim, Y. -C., A finite element transient response analysis method of a rotor-bearing system to base shock excitations using the state-space Newmark scheme and comparisons with experiments, *Journal of Sound and Vibration* 297 (3-5) (2006) 595-615.
- [10] Duchemin M., Berlioz A., Ferraris G., Comportement dynamique d'un rotor soumis à un choc : simulation - expérimentation, *15^{ème} congrès français de mécanique*, Nancy, France, 3-5 Sep 2001.
- [11] El-Saeidy F. M. A., Sticher F., Dynamics of a rigid rotor linear/nonlinear bearings system subject to rotating unbalance and base excitations, *Journal of Vibration and Control* 16 (3) (2010) 403-438.
- [12] Das A. S., Dutt J. K., Ray K., Active vibration control of unbalanced flexible rotor-shaft systems parametrically excited due to base motion, *Applied Mathematical Modelling* 34 (9) (2010) 2353-2369.