HAL open science

Codes temps-espace en treillis super-orthogonaux à grand nombre d'états pour 3 et 4 antennes d'émission

Pierre Viland, Gheorghe I. Zaharia, Jean-François Hélard

To cite this version:

Pierre Viland, Gheorghe I. Zaharia, Jean-François Hélard. Codes temps-espace en treillis super-orthogonaux à grand nombre d'états pour 3 et 4 antennes d'émission. GRETSI 2011, Sep 2011, Bordeaux, France. pp.1-4. hal-00624013

HAL Id: hal-00624013

https://hal.science/hal-00624013v1

Submitted on 15 Sep 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Codes temps-espace en treillis super-orthogonaux à grand nombre d'états pour 3 et 4 antennes d'émission

Pierre VILAND, Gheorghe ZAHARIA, Jean-François HÉLARD
UEB- INSA de Rennes - IETR - UMR 6164
CS 70839
20 av. des buttes de Coësmes
35708 Rennes Cedex 7
{pierre.viland, gheorghe.zaharia, jean-francois.helard}@insa-rennes.fr

Résumé – Ce papier présente une nouvelle méthode efficace de construction des codes temps-espace en treillis super-orthogonaux (SO-STTCs). Basée sur une représentation matricielle et sur la méthode du coset partitioning, elle permet de réduire de manière conséquente le temps de recherche des SO-STTCs offrant les meilleures performances, particulièrement pour des codes ayant un grand nombre d'états et d'antennes d'émission. Ainsi, pour la première fois, des SO-STTCs avec 3 et 4 antennes d'émission et un grand nombre d'états sont proposés. Leurs performances sont comparées à celles des SO-STTCs existants, ainsi qu'à celles des codes temps-espace en treillis (STTCs) correspondants.

Abstract – This paper presents a new method to design efficiently the super-orthogonal space-time trellis codes (SO-STTCs). Based on the matrix representation and the method of coset partitioning, the time to determine the SO-STTCs with the best performance is drastically reduced, especially for codes with a great number of states and transmit antennas. Thus, for the first time, SO-STTCs with 3 and 4 transmit antennas with a great number of states are proposed. The performance of each new code is compared to the existing SO-STTCs and to the best corresponding space-time trellis codes (STTCs).

1 Introduction

Tarokh *et al.* proposent dans [1] pour la première fois le concept des codes temps-espace en treillis dans le but d'augmenter la fiabilité des communications sans fil. Les premiers critères appelés critères du rang et du déterminant [1] ont pour objectif de fournir une diversité spatiale maximale et un gain de codage important. Dans [2], le critère de la trace est proposé pour augmenter le gain de codage dans le cas d'un nombre important d'antennes d'émission et de réception.

Dans [3], Alamouti présente un code avec deux antennes d'émission fournissant un rendement unitaire et une diversité spatiale maximale. La généralisation de ce type de codes appelés codes temps-espace en blocs orthogonaux (O-STBCs) est donnée dans [4]. Le principal avantage de ces codes est la simplicité de décodage et une diversité maximale. Cependant, les O-STBCs ne fournissent aucun gain de codage. De plus, dans le cas d'une constellation complexe, il n'existe pas de O-STBCs ayant plus que deux antennes d'émission qui offrent une diversité maximale et un gain de codage important.

Jafarkhani *et al.* exposent le concept des codes temps-espace en treillis super-orthogonaux (SO-STTCs) dans [5]. Cette famille de codes exploite conjointement les O-STBCs [4] et les STTCs [1]. Parallèlement au travaux de Jafarkhani *et al.*, Ionescu *et al.* dans [6] et Siwamogsatham *et al.* dans [7] proposent des codes similaires aux SO-STTCs. L'intérêt des SO-STTCs est de profiter de la diversité maximale offerte par les O-STBCs et du gain de codage important des STTCs. Dans le cas de deux antennes d'émission, Bale *et al.* dans [8] représentent les SO-STTCs sous forme matricielle, ce qui permet une recherche simplifiée des codes offrant les meilleures performances. Sur le principe des SO-STTCs, Ferré *et al.* exposent dans [9] des STTCs basés sur des STBCs à trois antennes d'émission. Cependant, malgré de meilleures performances que les STTCs classiques et un rendement unitaire, la recherche et le décodage de ces codes restent laborieux.

Dans ce papier, une représentation matricielle des SO-STTCs et la méthode du coset partitioning [10, 11] sont exploitées dans le but de construire des SO-STTCs ayant plus que deux antennes d'émission. Ainsi, des SO-STTCs QPSK 32 et 64 états avec 3 et 4 antennes d'émissions sont présentés. Leurs performances sont alors comparées à celles des meilleurs STTCs publiés et des SO-STTCs avec 2 antennes d'émission.

2 Les codes temps-espace en treillis super-orthogonaux

Nous considérons par la suite un SO-STTC QPSK $2^{\nu B_S}$ états avec 2^{B_P} branches parallèles et n_T antennes d'émission où $\nu, B_S, B_P, n_T \in \mathbb{N}^*$ et $B_I = B_S + B_P$ est un nombre pair. Le codeur est constitué d'un bloc d'entrée de B_I bits suivi de ν blocs-mémoire de B_S bits. Tous les T temps-symbole, B_I bits $\left[x_1^t \cdots x_{B_I}^t\right]$ sont fournis au codeur et les B_S bits de chaque bloc-mémoire sont remplacés par les B_S bits du bloc précédent. Ainsi, tous les T temps-symbole, nous considérons

$$C_3(s_1,s_2,s_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3) = \begin{bmatrix} s_1\, e^{j\theta_1} & s_2^*\, e^{j\theta_2} & s_3^*\, e^{j\theta_3} & 0 \\ -s_2\, e^{j\theta_1} & s_1^*\, e^{j\theta_2} & 0 & s_3^* \\ -s_3\, e^{j\theta_1} & 0 & s_1^*\, e^{j\theta_3} & s_2^* \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$C_4(s_1,s_2,s_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3) = \begin{bmatrix} s_1\, e^{j\theta_1} & -s_2^*\, e^{j\theta_2} & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}}\, e^{j\theta_3} & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}} \\ s_2\, e^{j\theta_1} & s_1^*\, e^{j\theta_2} & \frac{s_3^*}{\sqrt{2}}\, e^{j\theta_3} & -\frac{s_3^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}}\, e^{j\theta_1} & \frac{s_3}{\sqrt{2}}\, e^{j\theta_2} & \frac{-s_1-s_1^*+s_2-s_2^*}{2}\, e^{j\theta_3} & \frac{s_2+s_2^*+s_1-s_1^*}{2} \\ \frac{s_3}{\sqrt{2}}\, e^{j\theta_1} & -\frac{s_3}{\sqrt{2}}\, e^{j\theta_2} & \frac{-s_2-s_2^*+s_1-s_1^*}{2}\, e^{j\theta_3} & -\frac{s_1+s_1^*+s_2-s_2^*}{2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

l'état étendu

$$X^t = [x_1^t \cdots x_{B_I}^t | x_1^{t-1} \cdots x_{B_S}^{t-1} | x_1^{t-\nu} \cdots x_{B_S}^{t-\nu}]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

qui correspond à la valeur des bits du bloc d'entrée et des blocs-mémoire.

De plus, nous définissions une matrice génératrice

$$\mathbf{G} = \left[G_1^1 \cdots G_{B_I}^1 | G_1^2 \cdots G_{B_S}^2 | G_1^{\nu+1} \cdots G_{B_S}^{\nu+1}\right] \tag{4}$$

où $G_i^1 = \left[g_{1,i}^1 \cdots g_{n_S,i}^1\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{Z}_4^{n_S}$ avec $i = 1, 2, \cdots B_I$ et $G_i^l = \left[g_{1,i}^l \cdots g_{n_S,i}^l\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{Z}_4^{n_S}$ avec $i = 1, 2, \cdots B_S$ et $l = 2, \cdots \nu+1$.

Tous les T temps-symbole, un vecteur de n_S symboles

$$[y_1 \cdots y_{n_S}]^{\mathrm{T}} = \mathbf{G}X^t \bmod 4 \in \mathbb{Z}_4^{n_S} \tag{5}$$

est obtenu créant ainsi n_S signaux QPSK donnés par

$$s_m = e^{j\frac{\pi}{2}y_m} \tag{6}$$

avec $m = 1, \cdots, n_S$.

Une correspondance entre ces n_S signaux et un mot de code constitué de T signaux MIMO est alors établie. Les mots de code utilisés sont donnés par les expressions (1) et (2) proposées dans [12] et dans [4] pour 3 et 4 antennes d'émission respectivement. Le mot de code créé à partir des n_S signaux est alors émis dans le canal de propagation durant T temps-symbole. La k^{e} ligne avec $k \in \{1, \cdots, n_T\}$ des expressions (1) et (2) représente la suite de signaux QPSK envoyés par la k^{e} antenne d'émission. La t^{e} colonne avec $t \in \{1, 2, 3, 4\}$ des expressions (1) et (2) représente le signal MIMO émis à l'instant t. Le but de θ_1, θ_2 et θ_3 est d'augmenter le nombre des mots de code orthogonaux. Pour ne pas accroître le nombre de signaux de la constellation, $\theta_\tau \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\right\}$ avec $\tau \in \{1, 2, 3\}$. Les valeurs de chaque angle θ_τ dépendent de l'état du codeur et sont définies au préalable.

Ainsi, contrairement aux STTCs classiques qui pour chaque transition entre états génèrent un unique signal MIMO, les SO-STTCs émettent pour chaque transition entre états un mot de code constitué de plusieurs symboles MIMO. Cependant, le rendement des SO-STTCs avec plus que 2 antennes d'émission ne peut pas atteindre l'unité [4].

Les premiers critères de performance des codes temps-esapce ont été établis dans [1, 2]. Dans ce papier, nous considérons exclusivement le cas des canaux à évanouissements lents de Rayleigh.

Nous considérons une trame transmise $\mathbf{S} = [s^0 s^1 ... s^{L_f-1}]$, où s^q est le q^{e} signal MIMO transmis et L_f est la longueur de la trame qui est un multiple de la longueur T d'un mot de code. Une erreur se produit si le décodeur décide qu'une autre trame $\mathbf{E} = [e^0 e^1 ... e^{L_f-1}]$ a été transmise. Il est alors possible de définir la matrice $\mathbf{B} = \mathbf{E} - \mathbf{S}$. De plus, nous définissons $r = min(rank(\mathbf{A}))$, la matrice $\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{B}^{\mathrm{H}}$ étant calculée pour toutes les paires $(\mathbf{E}, \mathbf{S})$, avec $\mathbf{E} \neq \mathbf{S}$ et $[\cdots]^{\mathrm{H}}$ la matrice hermitienne de $[\cdots]$, ainsi que n_R le nombre d'antennes de réception. Les critères de construction des codes temps-espace dépendent de la valeur du produit rn_R :

Si $rn_R \leq 3$, alors, pour avoir une probabilité d'erreur minimale, il faut que $\mathbf{A}$ soit de rang plein pour toutes les paires $(\mathbf{E}, \mathbf{S})$. Il faut rechercher les codes qui maximisent le plus petit déterminant des matrices $\mathbf{A}$ calculées pour toutes les paires $(\mathbf{E}, \mathbf{S})$ par un choix approprié de la matrice $\mathbf{G}$.

Si $rn_R \geq 4$, alors la probabilité d'erreur est gouvernée par le critère de la trace [2]. Ce critère consiste à rechercher les codes qui maximisent la plus petite trace des matrices $\mathbf{A}$ calculées pour toutes les paires $(\mathbf{E}, \mathbf{S})$ par un choix approprié de la matrice $\mathbf{G}$. Ce critère est basé sur la sommation des distances euclidiennes entre la succession de signaux MIMO.

3 Méthode de recherche des SO-STTCs

Similairement à [8] pour les SO-STTCs avec deux antennes d'émission et à [11] pour les STTCs, il est possible de représenter les SO-STTCs avec 3 ou 4 antennes d'émission sous forme matricielle. Les matrices génératrices peuvent être divisées en blocs de colonnes. Par exemple, la matrice génératrice d'un SO-STTC QPSK 32 états, 2 branches parallèles et 3 antennes d'émission est

$$\mathbf{G} = \Big[\ \underbrace{\overbrace{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5}^{\text{Etat suivant}} \,|\, \overbrace{G_6}^{\text{Branches parallèles}}}_{\text{Bits d'entrée}} \,|\, \overbrace{G_7 G_8 G_9 G_{10} G_{11}}^{\text{Etat courant}}\ \Big] \tag{7}$$

avec $G_l \in \mathbb{Z}_4^3$ pour $l = 1, 2, \cdots, 11$. Les 6 bits d'entrée permettent d'assurer par le biais d'un choix judicieux de $\mathbf{G}$ que pour un état identique et des bits d'entrée différents, les signaux s_m générés seront différents.

Chaque bloc ou ensemble de blocs $[G_1 \cdots G_m]$ avec $m \in \mathbb{N}^*$ de cette matrice génératrice permet la génération d'un ensemble de vecteurs de symboles

$$\left\{[G_1 \cdots G_m]\,[x_1 \cdots x_m]^{\mathrm{T}}\right\} \subseteq \mathbb{Z}_4^3 \tag{8}$$
$$\text{avec } [x_1 \cdots x_m]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{Z}_2^m.$$

Dans cet exemple, les vecteurs de symboles $[y_1 y_2 y_3]^{\mathrm{T}}$ correspondant aux mots de code des branches parallèles sont calculés à l'aide du 2e bloc de $\mathbf{G}$. Les vecteurs de symboles correspondant aux mots de code partant d'un même état sont générés

TABLE 1 – SO-STTCs QPSK

n_T	$2^{\nu B_S}$	B_p	$\mathbf{G}$	Trace
2	32	2	$\left[\begin{array}{ccc\|c\|ccccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{array}\right]^*$	12
	64	0	$\left[\begin{array}{cccc\|cccc\|cc} 3 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array}\right]^*$	20
3	32	2	$\left[\begin{array}{ccccc\|c\|ccccc} 0 & 2 & 2 & 1 & 3 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 3 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right]$	24
	64	0	$\left[\begin{array}{cccccc\|cccccc} 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 \end{array}\right]$	24
4	32	2	$\left[\begin{array}{ccccc\|c\|ccccc} 3 & 2 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right]$	24
	64	0	$\left[\begin{array}{cccccc\|cccccc} 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{array}\right]$	24

* : Codes présentés par Bale et *et al.* dans [8]

à l'aide des deux premiers blocs. Le dernier bloc et le 2e bloc sont utilisés pour calculer les vecteurs de symboles correspondant aux mots de code convergeant vers un même état.

Grâce à cette observation, il est possible d'adapter la méthode du coset partitioning à la construction des SO-STTCs. Ainsi, la construction de ces codes peut-être énoncée de la sorte :

- Les mots de code générés doivent être équiprobables ;
- Les mots de code correspondant aux transitions parallèles du treillis doivent appartenir à un même coset et être séparés par la plus grande distance euclidienne ;
- Les mots de code partant d'un même état ou convergeant vers un même état doivent appartenir à un même coset. La distance euclidienne minimale entre deux éléments de ce coset doit être maximale.

Ainsi, pour appliquer la méthode du coset partitoning à l'exemple précédant, il faut dans un premier temps chercher la colonne du 2e bloc de $\mathbf{G}$ qui génère un sous-groupe de $\mathbb{Z}_4^3$. De cette manière, les mots de code des branches parallèles appartiendront à un même coset. La distance euclidienne minimale séparant deux éléments de ce sous-groupe doit être la plus grande possible.

L'étape suivante est la recherche des colonnes de $\mathbf{G}$ générant les 64 mots de code partant d'un même état. La distance euclidienne minimale entre deux mots de code partant d'un même état doit être maximale. Cette étape consiste à rechercher en fonction de la sélection précédente les colonnes du 1er bloc. Ces colonnes doivent être sélectionnées de manière à générer, avec l'aide du 2e bloc, l'intégralité du groupe $\mathbb{Z}_4^3$ car card$(\mathbb{Z}_4^3) = 64$ i.e.

$$\left\{[G_1 \cdots G_5 G_6]\,[x_1 \cdots x_6]^{\mathrm{T}}\right\} = \mathbb{Z}_4^3 \qquad (9)$$
$$\text{avec } [x_1 \cdots x_6]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{Z}_2^6.$$

Dans notre exemple, la dernière étape est la recherche des 64 mots de code convergeant vers un même état. Cette étape consiste à rechercher en fonction du 2e bloc les colonnes du dernier bloc dans le but de générer le groupe $\mathbb{Z}_4^3$. Pour certaines configurations, par exemples pour des SO-STTCs 8 états, 2 branches parallèles et 3 antennes d'émission, le deux derniers blocs devront générer seulement un sous-groupe de $\mathbb{Z}_4^3$.

Pour la sélection des colonnes permettant la génération du groupe $\mathbb{Z}_4^3$ ou de sous-groupes de $\mathbb{Z}_4^3$, il suffit de suivre la méthode de construction présentée dans [10].

4 Performances des nouveaux codes

Dans le tableau 1, de nouveaux SO-STTCs QPSK sont proposés avec 3 et 4 antennes d'émission et avec un nombre d'états égal à 32 et 64. Dans ce tableau, nous rappelons aussi les SO-STTCs 32 et 64 états avec 2 antennes d'émission présentés dans [8], utilisant pour mot de code le code d'Alamouti [3]. Le rendement des nouveaux codes est égal à 3/4. Leurs performances sont évaluées par le taux d'erreurs trames (FER) dans le cas d'une antenne de réception et dans un canal non-sélectif en fréquence à évanouissements lents de Rayleigh. Elles sont comparées aux performances des meilleurs STTCs [11] ayant un nombre d'antennes d'émission et d'états identiques et aux SO-STTCs 32 et 64 états QPSK 2 antennes d'émission proposés dans [8].

Ces performances sont présentées dans les figures 1 et 2 pour 3 et 4 antennes d'émission respectivement. Chaque trame correspond à 264 bits de données. Pour les STTCs, le décodage est réalisé à l'aide de l'algorithme de Viterbi. Dans le cas des SO-STTCs ayant des branches parallèles, le décodage s'effectue en deux étapes. Pour chaque transition entre deux états, le décodeur sélectionne la branche parallèle ayant la plus faible distance euclidienne entre le mot de code reçu et les mots de code estimés. Le treillis résultant n'a donc plus de branches parallèles. Une fois cette étape effectuée, l'algorithme de Viterbi est employé de manière classique pour retrouver l'information émise.

Les nouveaux codes proposés ont un gain de plus de 1 dB pour un FER de 10^{-2} par rapport aux STTCs correspondants.

Les codes à 4 antennes d'émission ont un gain de l'ordre de 1 dB par rapport aux nouveaux SO-STTCs avec 3 antennes d'émission. Par rapport aux SO-STTCs avec 2 antennes d'émission, les nouveaux codes ont un gain supérieur à 2 dB et 3 dB dans le cas de 3 et 4 antennes d'émission respectivement et pour un FER de 2.10^{-2}.

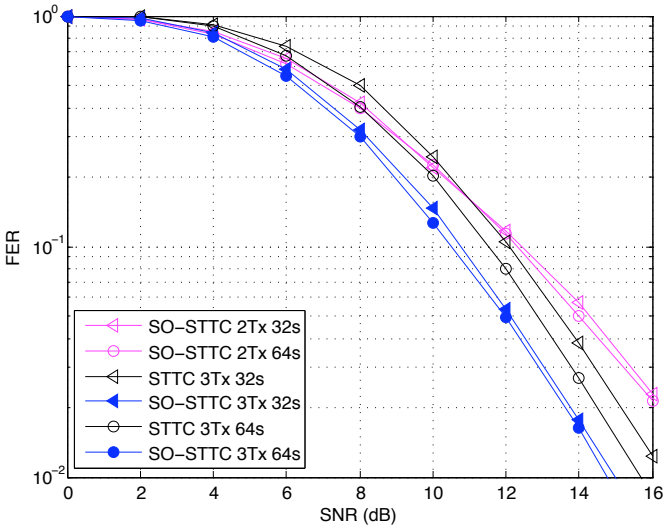

FIGURE 1 – Performances des STTCs 3Tx et des SO-STTCs QPSK 2Tx et 3Tx pour 1 antenne de réception

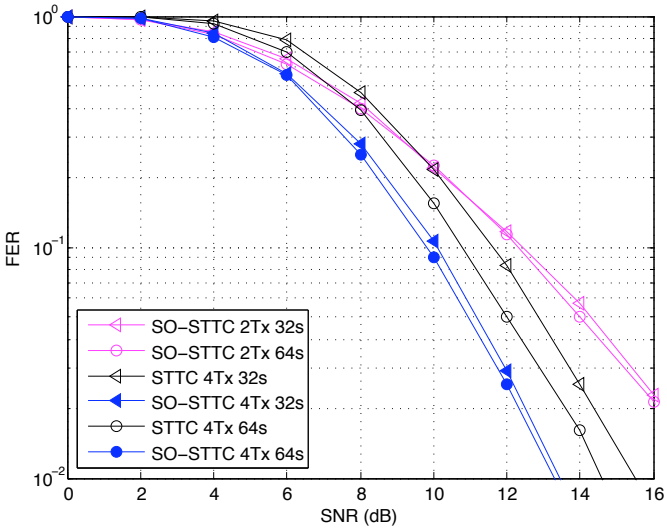

FIGURE 2 – Performances des STTCs 4Tx et des SO-STTCs QPSK 2Tx et 4Tx pour 1 antenne de réception

5 Conclusion

Ce papier concerne la génération des SO-STTCs dans le cas d'un nombre d'états élevé, typiquement superieur à 32 et pour 3 et 4 antennes d'émission. La construction de ces codes est relativement efficace grâce à une représentation matricielle et à une adaptation du coset partitioning. Les codes ainsi créés ne peuvent cependant pas être de rendement unitaire. Néanmoins, dans un même canal et pour une même largeur de bande, comme le montrent les simulations, les nouveaux codes sont plus performants que les STTCs classiques correspondants et les SO-STTCs ayant 2 antennes d'émission.

Références

[1] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication : Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, Mar. 1998.

[2] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic, "Improved space-time trellis coded modulation scheme on slow fading channels," *Electron. Lett.*, vol. 37, no. 7, pp. 440–441, Mar. 2001.

[3] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Comm.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Oct. 1998.

[4] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, Jul. 1999.

[5] H. Jafarkhani and N. Seshadri, "Super-orthogonal space-time trellis codes," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 49, no. 4, pp. 937–950, Apr. 2003.

[6] D. Ionescu, K. Mukkavilli, Y. Zhiyuan, and J. Lilleberg, "Improved 8- and 16-state space-time codes for 4PSK with two transmit antennas," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 7, pp. 301–303, Jul. 2001.

[7] S. Siwamogsatham and M.P. Fitz, "Improved high-rate space-time codes via concatenation of expanded orthogonal block code and M-TCM," in *Proc. IEEE ICC 2002*, vol. 1, May 2002, pp. 636–640.

[8] M. Bale, B. Laska, D. Dunwell, F. Chan, and H. Jafarkhani, "Computer design of super-orthogonal space-time trellis codes," *IEEE Trans. on Wireless Comm.*, vol. 6, no. 2, pp. 463–467, Feb. 2007.

[9] G. Ferre et J.P. Cancès, "Conception de nouveaux codes STTC à base de STBC pour des systèmes à 3 antennes d'émission," dans *GRETSI 2007*, Sep. 2007.

[10] P. Viland, G. Zaharia, and J.-F. Hélard, "Optimal generation of space-time trellis codes via coset partitioning," *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, vol. 60, no. 3, pp. 966–980, Mar. 2011.

[11] ——, "Coset partitioning for the 4-PSK space-time trellis codes," in *Proc. IEEE ISSCS 2009*, July 2009, pp. 1–4.

[12] B. Hochwald, T. Marzetta, and C. Papadias, "A transmitter diversity scheme for wideband CDMA systems based on space-time spreading," *IEEE Journal on Selected Areas in Comm.*, vol. 19, no. 1, pp. 48–60, Jan. 2001.