



**HAL**  
open science

# Vers une modélisation combinatoire des structures rythmiques simples de la musique

David Janin

► **To cite this version:**

David Janin. Vers une modélisation combinatoire des structures rythmiques simples de la musique. 2011. hal-00608295v2

**HAL Id: hal-00608295**

**<https://hal.science/hal-00608295v2>**

Submitted on 22 Oct 2011 (v2), last revised 23 May 2012 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



LaBRI, CNRS UMR 5800  
Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique

Rapport de recherche RR-1455-11, daté du 12 juillet 2011, mis à jour le 22 octobre 2011

Modélisation compositionnelle des structures  
rythmiques :  
une exploration didactique

par

David Janin,  
LaBRI, IPB, Université de Bordeaux

## Résumé

Dans ce rapport, nous nous proposons de faire une exploration libre de la modélisation informatique des structures rythmiques musicales simples qu'on peut rencontrer dans la musique populaire du XVIIIe siècle à nos jours.

En étudiant successivement quelques figures rythmiques classiques, nous définissons progressivement un langage de description, de composition et de transformation de ces motifs rythmiques.

En particulier, en nous appuyant sur une description relative des durées - à la manière d'OpenMusic - et d'une distinction explicite entre la structure temporelle des motifs rythmiques - comment doivent-ils être joués - et la structure logique des mêmes motifs - comment doivent-ils être synchronisés -, nous définissons trois opérateurs de composition séquentielle et de superposition parallèle et dilatation temporelle, qui permettent de construire, *simplement* et de façon *compositionnelle*, les structures rythmiques complexes.

La sémantique musicale induite par la structuration syntaxique des motifs rythmiques décrits, les rapports possibles entre le langage proposé et l'écriture traditionnelle de la musique, le sens (ou l'intention) musical des transformations induites par notre proposition de modélisation, sont autant de thématiques transversales qui questionnent tout au long de ce rapport la pertinence du langage de modélisation défini ici.

Les exemples choisis, de complexité croissante, sont largement commentés ; notre approche se veut aussi didactique.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
1.1	Objectifs . . . . .	4
1.2	Quelques travaux et approches connexes . . . . .	4
1.2.1	Une approche structuraliste . . . . .	5
1.2.2	Représentations informatiques vs représentations musicales	5
1.2.3	Dans la continuité de l'existant . . . . .	6
1.2.4	Une approche centrée sur la modélisation rythmique . . .	6
1.2.5	L'approche statistique . . . . .	7
1.3	Structure du rapport . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Représentation de rythmes simples</b>	<b>9</b>
2.1	Représentation en durée absolue . . . . .	9
2.2	Représentation en durée relative . . . . .	10
2.3	Interprétation sémantique de la structure arborescente . . . . .	11
2.4	Pour une représentation structurelle logique . . . . .	12
2.5	Composition séquentielle . . . . .	13
2.6	Algèbre résultante . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Séquentialité sémantique vs séquentialité temporelle</b>	<b>15</b>
3.1	Le problème de l'anacrouse . . . . .	15
3.2	Modélisation des anticipations . . . . .	17
3.3	Modélisation des prolongations . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Modélisation par triplets de poids</b>	<b>21</b>
4.1	Le modèle . . . . .	21
4.2	Un exemple . . . . .	22
4.3	Composition séquentielle revisitée . . . . .	23
4.4	Composition parallèle . . . . .	24
4.5	Exemple de compositions multiples . . . . .	25
4.6	Algèbre résultante . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Vers une représentation de l'intention rythmique</b>	<b>27</b>
5.1	Cellules rythmico-harmoniques . . . . .	28
5.2	Expansion et contraction de cellule . . . . .	30
5.3	Autres exemples d'interprétations rythmiques . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>35</b>

# 1 Introduction

La modélisation des structures musicales, de leurs enchaînements temporels, de leurs positionnements harmoniques, de leurs entrelacements, est un problème qui fascine de nombreux scientifiques.

Milos Forman évoque, à travers le personnage de Mozart dans le film *Amadeus*, que la musique, et plus particulièrement l'opéra, était à cette époque le seul langage où plusieurs interlocuteurs pouvaient parler en même temps tout en se comprenant mutuellement. Ce clin d'oeil technologique a aujourd'hui été intégré dans notre vie de tous les jours : les techniques modernes de télécommunications permettent cela.

Le langage musical a-t-il pour autant révélé tous ses secrets ? Les procédés de coordination et de synchronisation, empiriquement mis en oeuvre dans les pièces musicales, ont-ils vraiment été compris et formalisés ? Quels concepts issus de la musique pourraient encore, à l'exemple des opéras de Mozart pour la communication multiplexée, être réutilisés dans des domaines techniques tels que la communication et le contrôle de réseaux de machines ?

L'apprentissage de la musique, de sa création, de son écriture et de son interprétation, reste encore beaucoup une affaire d'oralité réservée aux seuls musiciens. Le langage musical recèle sans doute encore de nombreux secrets. Il n'est donc pas surprenant que de nombreux scientifiques aient tenté et tentent encore d'explicitier cet implicite musical sans doute riche de découvertes à venir.

## 1.1 Objectifs

Dans ce rapport, à travers une exploration libre de l'existant - notre rapport ne constitue pas une revue bibliographique -, nous nous attachons à proposer un langage de description des structures rythmiques.

A priori, ce langage doit être suffisamment riche et bien conçu pour permettre la construction simple et compositionnelle, d'un vocabulaire rythmique musicalement cohérent, qui intègre les notions rythmiques élémentaires de durées, métriques, phrasés, anacrouses, etc. . .

De surcroit, afin de faciliter la modélisation musicale, il doit aussi permettre la description syntaxique d'une sémantique rythmique - trop souvent implicite -. Il doit par exemple pouvoir représenter l'articulation séquentielle ou parallèle de motifs rythmiques en veillant tout à la fois à leur positionnement causal - traduisant par exemple une écriture de question/réponse -, leur positionnement temporel - il peut y avoir chevauchement entre plusieurs phrasés, notamment en présence d'anacrouses -, leur mise en parallèle - dans le cas de structures polyphoniques et/ou polyrythmiques -, leur répétition, etc. . .

## 1.2 Quelques travaux et approches connexes

Le travail présenté ici s'inscrit bien sûr dans la continuité de nombreux travaux de recherche en informatique théorique et en informatique musicale. Ils sont évoqués ci-dessous.

### 1.2.1 Une approche structuraliste

Notre approche s'inscrit sans nul doute dans la continuité des travaux de linguistique musicale formelle qui débutent, en particulier, avec Lerdahl et Jackendoff [14] avec l'outillage conceptuel, structuraliste, offert par les grammaires génératives de Chomsky.

Les développements modernes de l'informatique vers les systèmes parallèles et distribués bousculent cependant cette approche. Pour la représentation de la musique, intrinsèquement parallèle dans le cas de séquences polyphoniques ou polyrythmiques, il n'est pas forcément nécessaire de séquentialiser les structures musicales comme l'approche grammaticale semble le forcer. En effet, le formalisme des grammaires génératives n'a pas, *a priori*, vocation à représenter ce parallélisme.

Ainsi, dès la fin des années 80, quelques auteurs proposent des langages de composition qui intègrent ce parallélisme. Desain et Honing introduisent par exemple [9] deux opérateurs : PRE et POST, qui permettent, comme nous allons le faire ici, de distinguer la définition d'un motif rythmique de son placement temporel. Mais là où ces opérateurs sont présentés comme des opérateurs *magiques* et quelque peu *ad hoc*, pour la *programmation* musicale, nous proposons au contraire, à travers une définition plus générale, d'intégrer cette distinction au cœur même de notre modèle de motifs rythmiques.

### 1.2.2 Représentations informatiques vs représentations musicales

Développer un formalisme de représentation de la musique pose aussi et immédiatement la question de savoir pour qui ce formalisme est développé. Ce peut être pour le compositeur ou bien pour l'interprète. Et chacun peut être un humain ou une machine.

Pour la composition ou l'interprétation, le langage musical est souvent chargé d'implicite. C'est en partageant une culture commune que le compositeur et l'interprète humain peuvent se comprendre mutuellement. Cet implicite n'a donc pas forcément besoin d'être explicité.

Les notations musicales classiques sont par ailleurs très orientées interprétation. Les notations de rythme, à travers les regroupements, les barres de mesure, etc, sont par exemple autant de repères visuels qui sont destinés aux interprètes pour se synchroniser de façon adéquate avec l'écoulement du temps physique.

Au contraire, lors de l'interprétation d'une partition par ordinateur - dans ce cas la machine est interprète -, ou bien lors de l'analyse automatique d'une partition - dans ce cas l'ordinateur est une sorte de compositeur inverse - la synchronisation temporelle est plus élémentaire. Un ordinateur n'a aucune peine à compter les fractions de seconde. Par contre, en l'absence de contexte culturel - tout ordinateur est décidément très imbécile - il devient nécessaire d'explicitier l'implicite musical.

Par exemple, la métrique de la musique, avec ses temps forts, ses temps faibles, son phrasé, ses éléments stylistiques, doit être comprise et donc formalisée pour se prêter à un traitement automatique.

### 1.2.3 Dans la continuité de l'existant

En partant d'une analyse de l'existant, aussi bien dans les notations traditionnelles que dans les notations plus informatiques déjà proposées, nous cherchons à identifier les aspects sémantiques qui pourraient manquer ou être laissés à l'implicite culturel. Notre approche, qui pourra sans aucun doute sembler bien naïve à un musicien, cherche ainsi à produire un vocabulaire de composition et donc de représentation musicale qui soit tout à la fois le plus riche et le plus élémentaire possible.

Idéalement, un tel vocabulaire rythmique devrait pouvoir coder dans sa syntaxe même tout un ensemble de constructions et d'opérateurs de haut niveau qui permettrait ou tout du moins aiderait considérablement un non musicien à écrire de la musique. Atteindre cet objectif signifiera sans doute que nous arrivons un peu plus à capturer, dans la syntaxe du langage proposé, cet compréhension profonde de la musique que les musiciens partagent pour ainsi dire en secret.

Dans l'approche présentée ici, nous nous inspirons aussi et en particulier des travaux réalisés autour du logiciel OpenMusic et du codage proposé des structures rythmiques [1, 12]. Notre proposition pourrait constituer une extension conservative de la modélisation proposée dans OpenMusic. Les modèles manipulés par le logiciel peuvent être vus comme des cas particuliers, facilement identifiables, des modèles plus généraux proposés ici.

### 1.2.4 Une approche centrée sur la modélisation rythmique

Dans ce rapport, nous nous concentrons sur ce qui pourrait constituer le grand oublié des travaux d'analyse musicale : l'analyse et la représentation des structures rythmiques indépendamment de l'analyse harmonique et mélodique.

Bien sûr, il existe déjà des travaux sur l'analyse et la représentation des structures rythmiques [16, 17]. Mais la dynamique des phrasés rythmiques reste à ce jour beaucoup moins comprise que la dynamique des phrasés harmoniques ou mélodiques.

Par exemple, le rythme harmonique produit par la tension provoquée par un accord de dominante qui se résout sur un accord de tonique, est aujourd'hui parfaitement intégré aux modèles musicaux. On peut y voir une dépendance causale : l'accord de dominante précède causalement l'accord de tonique. Par contre, il n'existe pas, à notre connaissance, de modèle formel permettant de représenter des notions analogues de tensions et de résolutions purement rythmiques telles qu'on peut en trouver, par exemple, dans la musique romantique.

En terme de modélisation musicale, notre intuition est que l'analyse harmonique et mélodique a aujourd'hui atteint un tel degré d'avancement et de subtilité que toute avancée aussi minime soit-elle dans la compréhension et dans la représentation des structures rythmiques et de leurs articulations pourrait, en s'enrichissant des développements existants en harmonie et mélodie, conduire à des avancées scientifiques et techniques spectaculaires.

### 1.2.5 L'approche statistique

Pour conclure ce parcours rapide de l'existant, mentionnons l'approche statistique, tout à fait orthogonale aux travaux initiés par Lerdahl et Jackendoff [14], qui est aujourd'hui développée avec succès.

Elle s'appuie peu ou prou sur une analyse statistique du langage musicale [15, 10, 7, 11]. Ainsi, elle ne présuppose pas, ou si peu, une compréhension *a priori* de la structure musicale. A partir d'un langage simple d'évènements musicaux et d'analyseurs statistiques performants, elle conduit cependant, *a posteriori*, à la mise au point d'algorithmes d'analyse et de restitution musicale spectaculaires.

Dans ce cas, les statistiques permettent partiellement d'explicitier - à travers les modèles statistiques construits - la structuration implicite de la musique. Mais cela est fait sans vraiment faire apparaître les constructions qui pourraient expliciter cette structuration.

Le succès de ces méthodes doit-il pour autant nous faire abandonner l'approche structuraliste que nous nous proposons de suivre ici ? Le pragmatisme conduit à répondre non. Ces deux approches peuvent sans aucun doute se nourrir et s'enrichir mutuellement.

## 1.3 Structure du rapport

Dans la partie suivante, numérotée deuxième, nous étudions deux représentations bien connues de motifs rythmiques : la représentation arborescente en durée absolue et la représentation arborescente en durée relative. En cela, nous suivons les pas de la formalisation des structures rythmiques proposée, en particulier, par le logiciel OpenMusic [12].

Ces représentations permettent des représentations structurées des motifs rythmiques. A travers quelques exemples, nous passons en revue quelques-uns des arguments qui ont pu conduire à l'élaboration de ces formalismes.

Ce questionnement, qui pourra sembler banal et bien connu au lecteur, nous permet cependant de mettre en évidence les faiblesses de ces modélisations. Cela nous conduira, dans les parties suivantes, à proposer un enrichissement de ce modèle. Cette partie, qui ne présente rien de nouveau, est essentiellement une introduction à la modélisation des structures rythmiques.

Dans la troisième partie, nous nous attachons à décrire des structures rythmiques plus complexes faisant intervenir des constructions partiellement polyphoniques tel que le départ en anacrusse ; combinées séquentiellement, ces structures peuvent en effet induire des motifs rythmiques avec chevauchement temporel.

L'étude de ces exemples fait apparaître une carence du modèle simple présenté précédemment. D'une certaine façon, il manque à distinguer séquentialité causale et séquentialité temporelle. Par exemple, dans une écriture de questions/réponses rythmiques, chaque motif succède causalement au motif qui le précède - il répond à ce motif - mais la réalisation temporelle de ces motifs peut faire apparaître des entrelacs ou superpositions partielles - une réponse peut démarrer avant la fin d'une question -.



Cela nous conduit, comme on le fait implicitement dans une partition polyphonique à l'aide des barres de mesure et des indications de métrique, à étendre la représentation arborescente des structures rythmiques par des points de synchronisation temporelle ; on distingue la fenêtre temporelle d'un motif - la séquence totale de son exécution - et la fenêtre de synchronisation d'un motif - la sous-séquence qui servira de repère de synchronisation avec les autres motifs.

Cette approche, qui revient à distinguer ordonnancement causal et ordonnancement temporelle des motifs rythmiques, prend le contre-pied des approches à la Allen [2] qui ne traitent que du temps.

L'originalité de notre proposition, s'il en est une, apparaît vraiment dans la quatrième partie.

En nous appuyant sur la distinction faite entre réalisation temporelle et dépendance causale, nous proposons ce qui pourrait bien ressembler dans un premier temps à une astuce de codage de cette distinction. Plus précisément, nous proposons de pondérer tout motif rythmique par un triplet de poids décrivant respectivement les durées relatives de l'introduction, du développement et de la conclusion du motif.

Nous redéfinissons ainsi les opérateurs de composition séquentielle et parallèle qui se prêtent alors bien mieux à la description de motifs polyphoniques.

Notre proposition se distingue ici des travaux de Desain et Honing [9] en ce sens que la pondération par triplet de poids qui définit réalisation temporelle et synchronisation est applicable indépendamment du motif rythmique lui-même. Ainsi, applicable dans un contexte plus large, elle constitue une extension des opérateurs PRE et POST.

C'est dans la cinquième partie que cette astuce de codage devient une proposition de transformation sémantique des motifs rythmiques.

Sans changer les points de synchronisation des motifs, les triplets de pondération permettent en effet de définir des dilatations ou des contractions de la fenêtre de réalisation temporelle de ces motifs.

Les opérateurs obtenus, contraction ou expansion, n'enrichissent pas à proprement parler l'ensemble des modèles de motif rythmique définissables. Mais ils permettent de rendre compte un peu plus de l'intention du compositeur. On peut, par exemple, définir à partir d'une mesure simple une anticipation rythmique qui semble se résoudre au début de la mesure suivante.

Quelques exemples de motifs rythmiques présents dans les musiques populaires, du son cubain au rock'n'roll anglo-saxon, sont ainsi modélisés puis analysés. Nous montrons ainsi comment les rythmiques de Bossa ou de Sala dérivent de la rythmique binaire. Nous montrons aussi comment certaines caractéristiques d'interprétation, jusque-là absentes des notations musicales, peuvent être modélisées tout aussi bien à l'aide de ces opérateurs.

La dernière partie fait un bilan de notre approche en évoquant quelques pistes de recherche qui, sans aucun doute, méritent d'être beaucoup plus étudiées. En particulier, notre approche, orientée langage formel, suggère des connections fortes avec les travaux autour des langages temporisés [5] et des tentatives d'algèbrisation de ces langages [6, 8].

## 2 Représentation de rythmes simples

Les structures arborescentes sont aujourd'hui couramment utilisées pour modéliser les structures rythmiques en musique [voir par exemple OpenMusic].

Les langages de manipulation d'arbres, issues des mathématiques discrètes et de l'informatique théorique proposent alors tout un jeu d'opérateurs de transformation, de composition et de génération de structures rythmiques de plus en plus complexes qui peuvent trouver en musique une interprétation bienvenue.

Les concepts associés à la manipulation d'arbres symboliques, déjà largement étudiés dans des contextes de recherche éloignés de l'informatique musicale, doivent pouvoir être adaptables à cette dernière.

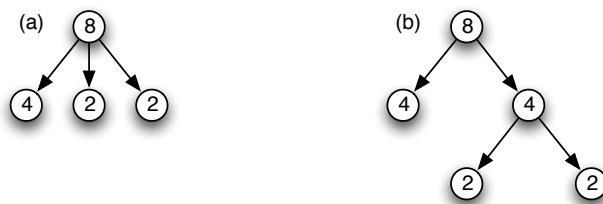
### 2.1 Représentation en durée absolue

On peut modéliser toute structure rythmique élémentaire telle qu'une note ou un silence par un arbre à un seul sommet étiqueté par la durée de cette note ou de ce silence. Ensuite, ces atomes rythmiques peuvent être composés séquentiellement - ou concaténés - puis regroupés sous un nouveau noeud étiqueté par la somme des durées de ses successeurs. Ces nouveaux noeuds - et les sous-arbre étiquetés qu'ils induisent - représentent des structures rythmiques plus complexes qui peuvent elles-mêmes être concaténées et regroupées, etc. . . On peut ainsi engendrer des structures rythmiques de complexité arbitraire. Les durées des structures rythmiques modélisées étant codé dans un référentiel unique, on peut parler de représentation en durée absolue.

Par exemple une blanche suivie de deux noires comme ci-dessous



peut être représentée par l'un des arbres de la figure suivante :



Dans cette modélisation, l'unité de durée est la durée d'une croche.

Dans le premier cas, la blanche et les deux noires sont représentées comme des éléments rythmiques de même niveau. Dans le second cas, les deux noires ont été regroupées en une sous-unité rythmique dont la durée globale est égale à la durée d'une blanche. On le constate ici, la représentation arborescente des structures rythmiques est redondante. Dans une perspective de modélisation, cette redondance est ennuyeuse car elle peut indiquer un manque à caractériser

quelques éléments sémantiques des structures rythmiques modélisées. La grammaire sous-jacente, induisant plusieurs structurations symboliques possibles, serait ambiguë.

La distinction syntaxique faite ici à travers ces deux représentations doit trouver une justification, sans doute à travers des considérations de sémantique musicale. Par exemple, la seconde représentation semble donner une importance particulière à la première noire. En début de sous-structure rythmique, elle pourrait avoir un rôle particulier ; constituer par exemple un appui rythmique.

Musicalement, cette distinction peut être modélisée comme suit :



Nous reviendrons sur cette distinction, à notre avis cruciale, dans la suite de ce texte.

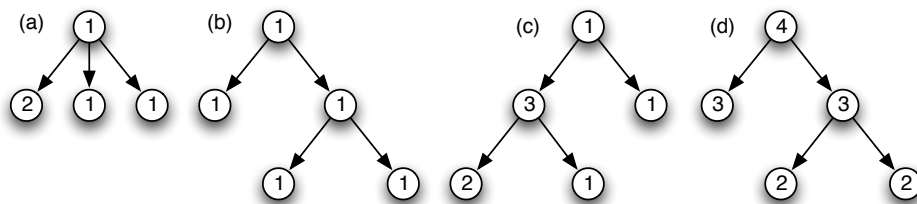
## 2.2 Représentation en durée relative

La représentation précédente des structures rythmiques s'appuie sur une représentation absolue des durées qui font référence à une unité de temps globale. Ces annotations de durées comportent de la redondance. En effet, la durée des feuilles suffit à recalculer les durées de chacun des autres noeuds.

Plus ennuyeux, cette référence à une unité globale peut conduire à des erreurs lorsque plusieurs structures rythmiques sont considérées ensemble pour être combinées l'une à l'autre. La référence à un temps global risque de briser la compositionnalité du modèle.

A contrario, à partir de la durée globale et absolue de n'importe quelle structure rythmique, si on dispose en outre des poids temporels relatifs de chacun des successeurs d'un même noeud, on peut tout aussi bien recalculer les durées absolues de chacun des noeuds. Il suffit en effet de répartir la durée globale de chaque noeud interne sur ses successeurs en respectant leur pondération.

En omettant d'indiquer la durée globale de la structure rythmique, on peut ainsi coder l'exemple précédent de multiples façons. Nous donnons ici quelques instances de ces modélisations.



Ces exemples amènent plusieurs remarques.

Tout d'abord, en l'absence de durée globale de référence, la durée relative de la racine, qui n'est relative que par rapport à elle-même, peut toujours être égale à un.

Par ailleurs, dans le cas de rapport de poids rationnels, les durées relatives des successeurs d'un même noeud peuvent être normalisées en entiers ne comportant aucun diviseur commun. En effet, dans le cas contraire, il suffit de diviser chacun des poids relatifs par ce diviseur commun sans changer la forme du rythme codé.

Dans notre exemple, les structures (a), (b) et (c) sont normalisées. La structure (d) ne l'est pas. Après normalisation, elle est égale à la structure (b).

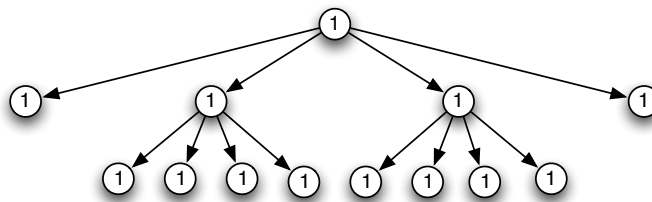
### 2.3 Interprétation sémantique de la structure arborescente

Avant d'aller plus loin dans la construction de notre langage de manipulation rythmique, revenons un instant sur le sens à donner à cette structuration arborescente des motifs rythmiques. Quelle peut être sa sémantique ? Pour répondre, à cette question, prenons par exemple le motif suivant qui est composé de trois phrases musicales.



Sur cette notation, on distingue deux types d'indication structurelle. Un premier regroupe les doubles croches en deux séries de quatre et permet de décomposer cette séquence en quatre paquets de longueur égale. Un second décompose, à l'aide de liaison, ce motif rythmique en trois phrases de longueur distincte.

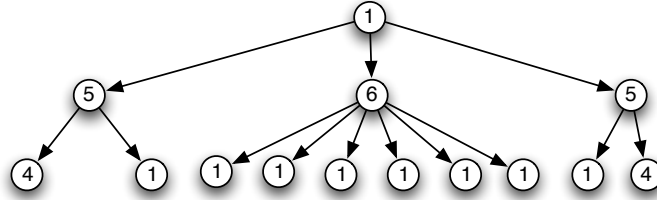
Le premier aspect peut être codé par la structure arborescente suivante :



Dans ce codage, tous les noeuds qui apparaissent sont de même poids ce qui suggère que ce serait la notation la plus naturelle car la plus simple. Dans ce cas, très particulier, la pondération est même inutile<sup>1</sup>. Mais l'information de phrasé a par contre disparu.

1. ce qui n'est pas toujours le cas comme le montre l'exemple de la syncope.

Un second codage, proposé ci-dessous, rend compte de ce phrasé.



Bien sur, cette nouvelle structure semble bien plus difficile à lire. Il ne viendrait sans doute à l'idée d'aucun musicien de compter d'abord en 5, puis en 6 puis en 5 comme cette structure le suggère.

Quelle sémantique faut-il privilégier ? Quel type d'indication structurelle présent dans la partition doit-on prioritairement intégrer dans notre formalisme ? Les notations musicales, développées empiriquement pendant des siècles, incorporent de nombreuses caractéristiques et aspects qu'il convient sans doute d'explicitier et de séparer dans une représentation structurée de la musique.

## 2.4 Pour une représentation structurelle logique

Une caractéristique importante, sinon dominante, des notations classiques de la musique : elles sont faites pour permettre à l'interprète une lecture régulière et rapide de la musique. Sur le plan rythmique, ces notations visent alors au moins deux objectifs parfois parfaitement orthogonaux.

Elles doivent d'une part permettre de suivre l'écoulement du temps musical. Elles indiquent aux musiciens la structure temporelle de la musique. Les motifs musicaux sont ainsi décomposés en mesures de même durées, les notes étant regroupées à l'intérieur de ces mesures en paquets de taille égale ou proportionnelle, en respectant la métrique de la mesure. Par exemple, une blanche sur le dernier temps d'une mesure 4/4 sera notée comme deux noires liées.

Elles doivent d'autre part rendre compte de la structure logique de la musique. En regroupant quelques séquences de notes à l'aide de liaisons, en indiquant des appuis ici ou là, elles permettent au musicien de lire le phrasé et l'articulation des motifs joués. Elles décrivent en quelque sorte l'intention musicale du compositeur.

Remarquons cependant que dans une partition, les indications de structure logique sont souvent omises. Sans doute pour ne pas surcharger la partition, le rédacteur mise sur la culture de l'interprète pour rendre compte de l'intention du compositeur. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder la partition annotée par un professeur de musique à son élève. A l'évidence, nombreuses sont les indications omises dans la partition et qui ont dû être ajoutées par le pédagogue.

Autrement dit, c'est prioritairement l'écoulement du temps qui est visuellement codé dans les notations classiques, les indications de structuration de la musique étant beaucoup plus souvent laissées à l'implicite culturel que partage le compositeur et l'interprète.

En s’attachant, comme nous le faisons ici, à proposer une représentation des structures rythmiques qui se prêterait à un traitement informatique, ces priorités devront être inversées. En effet, une machine n’a aucune peine à compter. Dans ce cas, la difficulté principale est d’expliciter l’implicite sémantique.

Si, d’aventure, il faut produire ou extraire d’un codage structurel “illisible” une partition lisible par un musicien, un module de transcription adéquat pourra simplement et efficacement être utilisé.

Autrement dit, notre langage n’aura pas pour vocation à mimer l’écriture musicale traditionnelle. De nombreuses propositions, MusicXML ou Lilypond par exemple, sont aujourd’hui disponibles pour cela.

Notre proposition de langage s’attachera donc à décrire explicitement une structuration sémantique de la musique afin de permettre à un ordinateur, par définition inculte et ignorant, de tendre vers une interprétation pleine de sens.

En particulier, chaque sous-arbre d’une structure rythmique doit peu ou prou représenter une cellule rythmique, ou un phrasé, ou tout autre concept musical - les groupings de Lerdahl et Jackendoff - auquel on peut associer une sémantique musicale. L’intention du compositeur, largement implicite dans les notations musicales classiques, doit être explicitée dans cette structuration.

## 2.5 Composition séquentielle

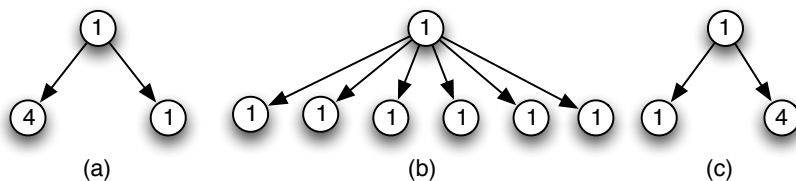
Nous venons de conclure que notre modèle à venir doit pouvoir expliciter les phrasés rythmiques apparaissant dans les structures musicales codées. Les durées (relatives) de chacun des composants d’une phrase peuvent efficacement et sans difficulté particulière être codées par les poids relatifs de chacun de ses composants.

Pouvons-nous alors munir notre langage de description rythmique d’un opérateur qui puisse nous permettre de produire des séquences de phrases ?

Pour répondre à cette question simple, considérons à nouveau l’exemple précédant, décomposé en trois phrases rythmiques

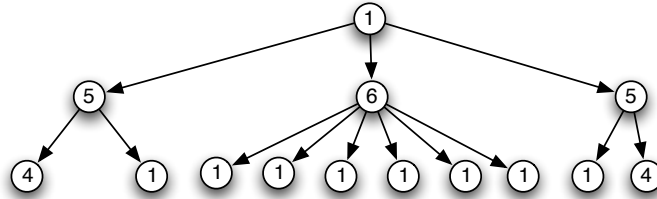


Chacune de ces phrases peut être individuellement modélisée.



La structure rythmique globale est alors facilement reconstruite à partir de ses composants. Il suffit en effet de procéder à la composition séquentielle - ou

concaténation - des structures rythmiques (a), (b) et (c) en les pondérant par 5, 6 et 5. On obtient, à nouveau, la structure suivante :



À partir des éléments atomiques, composés séquentiellement, on obtient des éléments plus complexes qui peuvent à nouveau être composés les uns avec les autres...

## 2.6 Algèbre résultante

On vient de définir ici une structure algébrique qui semble bien proche des monoïdes.

Plus précisément, en distinguant une note jouée d'un silence, on peut définir l'ensemble des structures rythmiques à partir de (1) deux éléments atomiques  $a$  et  $b$  représentant les deux structures élémentaires respectivement composées d'une seule note ou d'un seul silence de durée relative 1, et de (2) un opérateur de composition séquentielle, pondéré, qui prend en entrée  $k$  paires de la forme  $(p_i, t_i)_{i \in [1, k]}$  et qui les compose séquentiellement afin de produire l'arbre rythmique  $t = p_1 \times t_1 \cdot p_2 \times t_2 \cdot \dots \cdot p_k \times t_k$  défini par une racine pondérée par 1 et les sous-arbres  $(t_i)_{i \in [1, k]}$  respectivement pondérés par la séquence de poids  $(p_i)_{i \in [1, k]}$ .

Comme déjà évoqué ci-dessus, dans le cas de poids entiers, on peut toujours normaliser ces pondérations en divisant par le plus grand diviseur commun à tous les poids. Dans le cas de poids réels, on peut aussi procéder à une telle normalisation en choisissant par exemple la séquence de poids de telle sorte que  $\sum_{i \in [1, k]} p_i = 1$ .

Nous obtenons ainsi un langage de représentation des structures rythmiques qui est couramment utilisé dans des langages de composition. Il peut même être enrichi par un opérateur de composition parallèle, ou tout autre opérateur de transformation tel que, par exemple, l'opérateur de symétrie qui produit, à partir d'un motif rythmique donné, le motif miroir obtenu en lisant le motif initial à l'envers [1].

Sommes-nous satisfait ? Nous nous proposons dans la partie suivante d'examiner quelques exemples de composition séquentielle de motifs rythmiques qui semblent mettre en défaut le modèle de représentation évoqué jusqu'à maintenant. Ces exemples nous conduisent alors, à travers un enrichissement du modèle proposé, à distinguer explicitement la structure temporelle d'un motif :

de quelles séquences de notes ou soupirs est-il composé, et la structure logique d'un motif : comment doit-il être synchronisé.

Cette distinction semble résoudre le conflit, omniprésent dans les premiers chapitres du Lerdahl et Jackendoff, entre une structuration logique de la musique, strictement hiérarchique, sans chevauchement, et une réalisation temporelle de cette musique qui autorise, bien entendu, des entrelacs.

Le personnage de Mozart nous l'a bien dit, les musiciens parlent souvent en même temps. Ils commencent à répondre aux questions avant même que ces questions ne soient complétement énoncées. Et pourtant, ils se comprennent.

A charge pour nous de modéliser cette compréhension.

### 3 Séquentialité sémantique vs séquentialité temporelle

Jusqu'à présent, nous avons soigneusement évité dans nos exemples de faire apparaître des métriques rythmiques. Nos exemples étaient-ils extraits de mesure à trois ou quatre temps ? Cette absence de métrique peut sans doute les rendre curieux au musicien parce qu'ils sont alors incomplets.

Pour l'informaticien, la question de la modélisation de la métrique musicale est délicate. De nombreux auteurs s'accordent en effet à dire que la notion de métrique musicale est une notion complexe qui recouvre et englobe de nombreux aspects, parfois orthogonaux, du vocabulaire rythmique [14, 13].

Nous nous concentrons ici sur l'un des aspects sémantiques des signatures rythmiques : les indications de synchronisations temporelles qu'elles induisent.

Plus précisément, l'indication de signature rythmique sur une partition et la position des barres de mesures qu'elle induit, apparaît en particulier comme un moyen de synchroniser plusieurs voix. Enrichie d'une indication tempo, elle fixe non seulement la durée absolue de chaque note, mais aussi le début - et la fin - de chaque voix. Elle peut donc être vue, en première approximation, comme une indication de synchronisation par rendez-vous datés<sup>2</sup> de plusieurs pistes musicales. C'est l'objet d'étude de cette section.

#### 3.1 Le problème de l'anacrouse

Certaines structures rythmiques, couramment utilisées en musique, présentent la particularité de démarrer avant le premier temps d'un morceau. Plus généralement, certaines structures rythmiques peuvent démarrer avant le premier temps logique du motif qu'elles décrivent. Faut-il modéliser explicitement cette caractéristique ? Cette question fait l'objet de cette partie.

---

2. en informatique, on considère rarement ce type de rendez-vous à une date ou une succession de dates données ; on rencontre en général des synchronisations par événements telle que, par exemple, la réception d'un certain message sur un certain port donnée ; la musique pulsée appelle pourtant ce type de synchronisation "sur le temps qui passe".

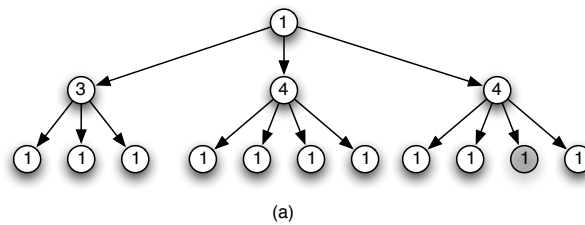


Une musique particulièrement riche en anacrouse est le Jazz Bebop. Nous nous proposons donc d'analyser puis de coder cet extrait du thème *My blue suede shoes* de Charlie Parker.



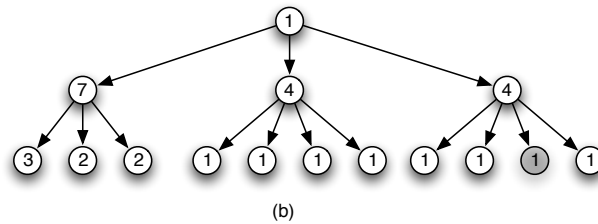
L'analyse élémentaire de cet extrait montre qu'il se compose de trois fois le même motif rythmique avant de se conclure sur une variation de ce même motif.

Avec les notations précédentes, en grisant les soupirs pour les distinguer des notes jouées, le premier motif peut être représenté de la façon suivante.



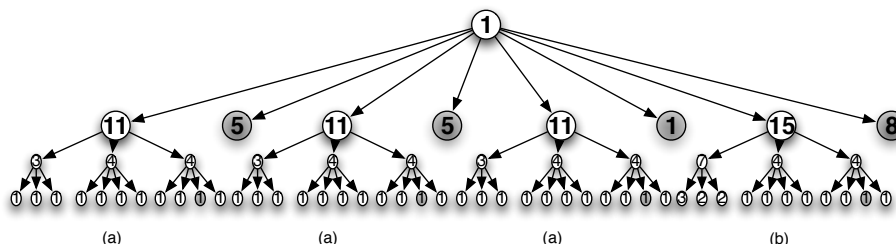
Dans cette représentation, nous avons regroupé les croches afin de rendre compte des temps forts qui se positionnent sur la première croche de chaque séquence de quatre.

Le second motif peut, en suivant les mêmes conventions, être représenté de la façon suivante.



Pour produire la séquence complète il nous suffit alors de concaténer en séquence trois fois le premier motif - noté (a) - puis une fois le second - noté (b) - en insérant les silences adéquats et en veillant tout particulièrement à mettre les bonnes pondérations.

La structure obtenue est la suivante :



Les motifs rythmiques (a) et (b) sont respectivement pondérés par 11 et 15, et les silences sont respectivement pondérés par 5 et 5 puis 1 puis 8.

Que dire de cette représentation ? Sauf à compter explicitement le nombre de croches dans chaque motif et la durée en croche de chaque silence à insérer, une telle construction est des plus hasardeuse. En effet, même si cette représentation est normalisée, aucun diviseur n'est commun à tous ces poids ! La représentation arborescente des structures rythmiques en durée relative semble ici caduque. A l'exception de la racine, chaque noeud doit finalement être pondéré par sa durée absolu en croche

Remarquons qu'on ne retrouve pas non plus dans ce modèle l'analyse, pourtant simple, qu'on a faite ci-dessus : trois expositions d'un premier motif puis l'exposition d'une variation sur le premier motif.

Que d'encre gaspillée pourrait penser le musicien ! L'origine de cette complexité inutile est évidente : les barres de mesures ne sont pas encodées dans ces représentations ! Le musicien de Jazz peut même préciser : le début logique du motif est bien le premier temps de la première mesure, l'anacrouse ne compte pas. Mais comment modéliser de telles évidences ?

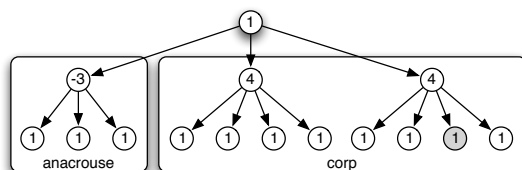
### 3.2 Modélisation des anticipations

Nous nous proposons ici d'enrichir notre modèle afin de permettre un codage explicite des anacrouses. Pour cela, nous modélisons explicitement le fait qu'une anacrouse commence *avant* le début logique d'un motif rythmique.

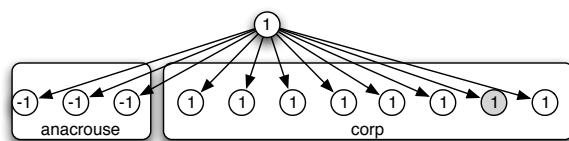
Plus précisément, dans cette modélisation enrichie, un motif rythmique se compose (1) d'un motif rythmique introductif : une anacrouse et (2) d'un motif rythmique central : un corps. La composition séquentielle de deux motifs rythmiques s'appuie alors autant pour définir la durée du motif que pour définir les positions temporelles relatives de chaque motif uniquement sur le corps de ces motifs.

Graphiquement, nous convenons de modéliser - temporairement - la distinction entre l'anacrouse et le corps d'un motif rythmique en faisant apparaître le signe '·' devant les poids des éléments constituant l'anacrouse.

Avec cette convention, le premier motif rythmique (a) de *Blues suede shoes* peut être représenté, de la façon suivante.



ou encore

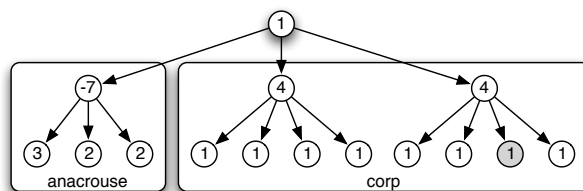


Dans tous les cas, la durée totale et absolue de tout le motif est de 11 croches et la durée totale et absolue de son corps est de 8 croches.

Ainsi, lorsque ce motif sera pris en compte dans une composition séquentielle, seule devra être prise en compte, dans la pondération, la durée absolue de son corps, indépendamment de la structure du motif lui-même. De plus, dans le premier cas, l'indication d'appartenance à l'anacrouse n'est utile que pour le noeud racine de cette anacrouse. Autrement dit, notre construction est intrinsèquement relative. Une anacrouse n'est définie comme telle qu'en relation avec le corp qu'elle précède, au même niveau.

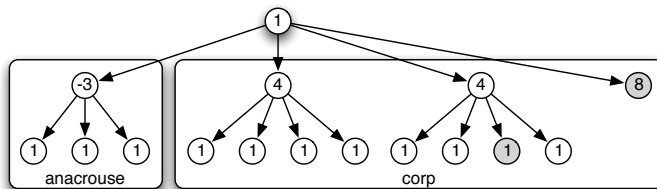
Nous pourrions ainsi parfaitement envisager de construire une anacrouse complexe à l'aide de motifs rythmiques composés d'anacrouses plus élémentaires. Nous reviendrons sur cet aspect, avec de bien meilleures notations, dans la suite de ce texte.

Le second motif rythmique (b) de *Blues suede shoes* peut, de la même façon, être codé comme suit.



Pour la construction de la séquence rythmique totale, il semble cependant plus astucieux d'incorporer à ces séquences une mesure entière de silence de la façon suivante.

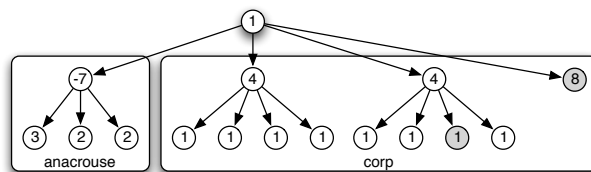
Ansi, pour le premier motif (a) on retient plutôt le codage suivant :



qui code la séquence rythmique



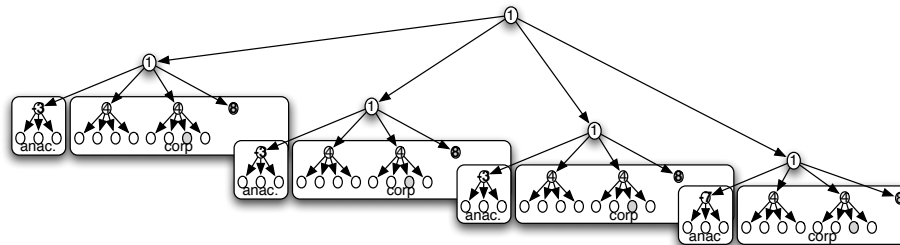
De la même façon, pour le second motif (b) on obtient :



qui code la séquence rythmique

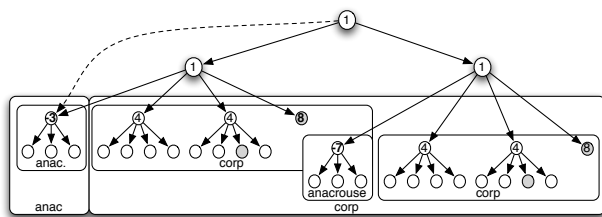


Avec ce codage, l'ensemble de la phrase rythmique est obtenue par concaté-  
nation séquentielle de trois fois le premier motif plus une fois le second. Aucune  
pondération n'est nécessaire. Les corps de ces motifs sont naturellement position-  
nés, en séquence, les uns à la suite des autres. Les anacrouses se positionnent  
automatiquement en anticipation des corps des motifs rythmiques qui leur sont  
associés. On obtient ainsi le schéma suivant :



Pour mieux comprendre la structure de l'arbre obtenu, reprenons un instant  
la dernière composition séquentielle.

La structure suivante représente les quatre dernières mesures (et l'anacrouse correspondante) de notre extrait de *Blues suede shoes*.



Dans cette composition, nous obtenons un motif musical d'une longueur absolue de 35 croches. Mais la structure résultante ne compte réellement que 32 croches dans son corp rythmique, soit 16 noires, c'est à dire 4 mesures et elle admet une anacrouse de 3 croches qui est en quelque sorte *héritée* du premier motif de la composition.

Autrement dit, modulo une définition formelle qui devra être faite, notre codage des anacrouses semble tout à la fois relatif et compositionnel. Il doit pouvoir s'intégrer à une description hiérarchique des motifs rythmiques.

### 3.3 Modélisation des prolongations

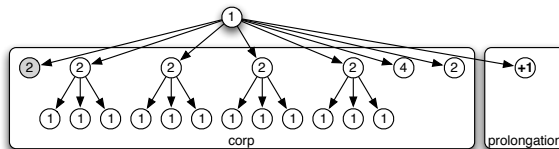
Remarquons que la modélisation intuitive proposée suggère aussi de modéliser une notion symétrique à l'anacrouse : la prolongation. Une prolongation se compose d'une séquence de notes jouée *après* la fin logique d'un motif rythmique.

Prenons par exemple la main droite des mesures 6 à 9 de la *1ière arabesque* de Claude Debussy.

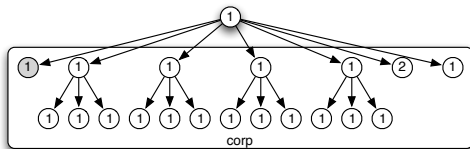


Nous avons ici deux motifs rythmiques quasiment identiques, le premier semblant être égal au second augmenté d'une prolongation.

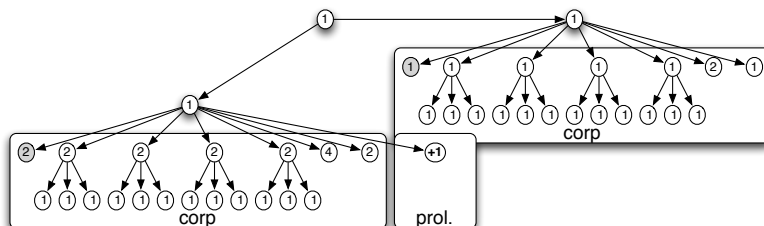
Fort de l'étude déjà faite sur les anticipations, en distinguant les éléments d'une prolongation par le signe '+', nous obtenons le codage suivant de la première structure :



et le codage suivant de la seconde :



Une simple concaténation produit alors la phrase tout entière :



Le motif résultant n'a pas de prolongation. Là encore, notre définition de prolongation, comme celle d'anticipation, doit pouvoir être codée de façon relative et compositionnelle.

Les notations graphiques (les '-' et '+') utilisées jusqu'ici coïncident avec les opérateurs PRE et POST proposés par Desain et Honing [9]. Nous proposons dans la partie suivante un codage bien plus pertinent.

## 4 Modélisation par triplets de poids

Un motif rythmique, maintenant étendu par les deux notions d'anticipation et de prolongation, se compose donc (1) d'un motif rythmique introductif : une anacrouse, (2) d'un motif rythmique central : un corps, et (3) d'un motif rythmique conclusif : une prolongation.

La composition séquentielle de deux motifs rythmiques s'appuie alors, autant pour définir la durée du motif que pour définir les positions temporelles relatives de chaque motif, uniquement sur la durée ou le poids du corps de chacun de ces motifs. Autrement dit, les notions proposées d'anticipation et de prolongations rythmiques ne font, en définitive, que positionner sur un motif rythmique complet un instant logique de début et un instant logique de fin.

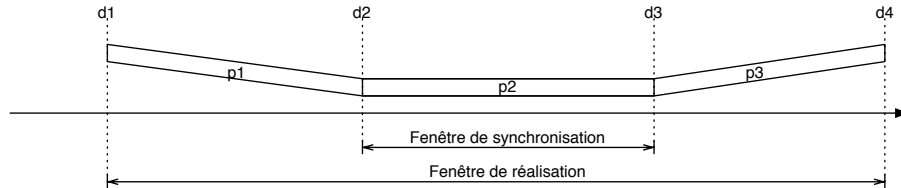
La modélisation de ces instants peut donc être réalisée par une pondération relative des durées de l'anticipation, du corps et de la prolongation du motif rythmique.

### 4.1 Le modèle

Pour assurer cette modélisation, nous proposons de pondérer dans nos arbres chaque noeud non pas par le poids relatif  $p$  de toute la structure qu'il induit,

mais par un triplet de poids relatifs  $(p_1, p_2, p_3)$  où  $p_1$  est le poids relatif de l'anticipation,  $p_2$  le poids relatif du corps et  $p_3$  le poids relatif de la prolongation du motif rythmique considéré.

Le placement temporel d'une telle structure rythmique est illustré par la figure suivante :



en notant  $d_1, d_2, d_3$  et  $d_4$  les dates de début d'anacrouse, début de corps, début de prolongation et terminaison du motif rythmique.

L'intervalle  $[d_1, d_3]$  définit la fenêtre temporelle de *réalisation* de la figure rythmique et l'intervalle  $[d_2, d_3]$  définit la fenêtre temporelle de *synchronisation* de la figure rythmique.

Le respect des pondérations de chacun des composants du motifs rythmique se traduit par les contraintes :  $(d_2 - d_1) * p_2 = (d_3 - d_2) * p_1$  et  $(d_4 - d_3) * p_2 = (d_3 - d_2) * p_3$ . Ainsi, dès lors que la fenêtre de *synchronisation* est déterminée, c'est à dire que les dates  $d_2$  et  $d_3$  sont fixées, les dates  $d_1$  et  $d_4$  se déduisent des rapports de poids entre corps et anacrouse, et entre corps et prolongation, fixant ainsi la fenêtre de *réalisation*.

Il est important de noter aussi qu'un motif, sans anacrouse ni prolongation, pondéré par un poids  $p$ , peut être pondéré par le triplet de poids  $(0, p, 0)$ .

Autrement dit, cette modélisation des anticipation et prolongation avec triplets de pondération est compatible avec la modélisation par durée relative de la première partie. Elle en constitue donc bien une *extension conservative* de la modélisation arborescente des structures rythmiques en durées relatives telle que proposée dans le logiciel OpenMusic [1].

## 4.2 Un exemple

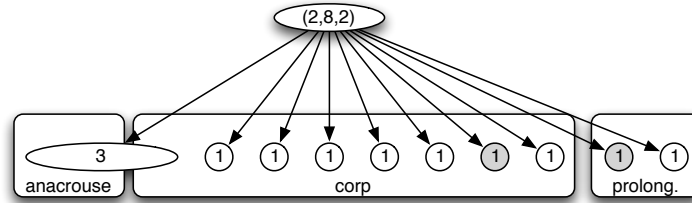
Cette pondération par triplet de poids a aussi un avantage supplémentaire : elle peut être définie indépendamment de la structure rythmique du motif sur lequel elle s'applique. Ainsi, nous pouvons modéliser des anacrouses et des prolongations qui ne correspondent à aucun découpage structurel du rythme.

Pour illustrer cette dernière propriété, observons le motif suivant qui pourrait être un motif rythmique d'improvisation en Bebop.



D'un point de vue logique, la fenêtre de synchronisation - ou le corps - de ce motif est constituée de la mesure centrale. Il contient donc une anacrouse liée au premier temps de la fenêtre de synchronisation.

Avec notre triplet de pondérations, ce motif de Bebop se code simplement par la structure pondérée suivante :



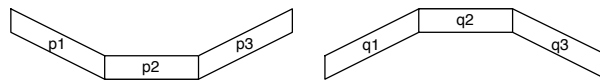
Dans ce cas, la première noire pointée est en quelque sorte distribuée entre l'anacrouse et le corps du motif. Seul le noeud racine a vraiment besoin d'être pondéré d'un triplet non trivial - qui pourrait être tout aussi bien (1, 4, 1) - toutes les autres pondérations étant de la forme (0, p, 0).

Dans cette modélisation par triplets de poids relatifs, on peut même envisager des poids d'anacrouse et de prolongation négatifs. Nous reviendrons sur cela dans la suite.

### 4.3 Composition séquentielle revisitée

La composition séquentielle de deux motifs avec anacrouse et prolongation est maintenant facile à définir. Il s'agit uniquement de faire coïncider dans le temps l'instant de fin du corps du premier motif avec l'instant de début du corps du second. L'anticipation du premier motif et, respectivement, la prolongation du second, valent pour anticipation et, respectivement, pour prolongation du motif résultant.

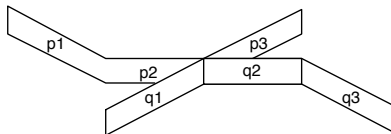
Formellement, étant donné un motif de triplet de poids  $(p_1, p_2, p_3)$  et un motif de triplet de poids  $(q_1, q_2, q_3)$ , respectivement dessinés comme suit,



on définit la composition séquentielle - notée d'un point - de ces deux motifs comme étant le motif obtenu par mise en séquence des corps des deux motifs avec pour triplet de poids résultant :

$$(p_1, p_2, p_3) \cdot (q_1, q_2, q_3) = (p_1, p_2 + q_2, q_3)$$

et qui peut être dessiné comme suit :





Remarquons ici que l'anacrouse du premier motif et la prolongation du second deviennent naturellement l'anacrouse et la prolongation du motif résultant de la composition séquentielle.

Le triplet de poids d'un motif, relatif, peut aussi être multiplié ou divisé d'une valeur. On a en effet, pour tout réel  $x \geq 0$

$$(p_1, p_2, p_3) \simeq (p_1 * x, p_2 * x, p_3 * x)$$

On peut ainsi dilater ou contracter dans le temps chacun des motifs intervenant dans une composition séquentielle.

Formellement, avec des poids additionnels  $\alpha$  et  $\beta$  pondérant respectivement le premier et le second motif, on obtient :

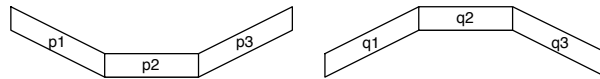
$$\alpha \times (p_1, p_2, p_3) \cdot \beta \times (q_1, q_2, q_3) = (\alpha \cdot p_1, \alpha \cdot p_2 + \beta \cdot q_2, \beta \cdot q_3)$$

Remarquons qu'il est à nouveau possible, comme dans le cas de pondération simple, de normaliser ces pondérations par triplet de poids. Dans le cas entier, il suffit par exemple de prendre le plus petit triplet d'entiers n'ayant pas de diviseur commun. Dans le cas réel, il suffit de prendre des réels dont la somme vaut un.

#### 4.4 Composition parallèle

De façon analogue à la définition précédente de composition séquentielle, on peut aussi définir la composition parallèle de deux motifs. Il s'agit en effet de jouer ces deux motifs en les *synchronisant* maintenant sur leurs instants de début et sur leurs instants de fin. Les anacrouses et prolongations de chacun des motifs se disposent alors naturellement autour de ces points de synchronisation.

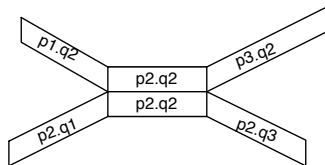
Formellement, à partir de deux motifs rythmiques de poids  $(p_1, p_2, p_3)$  et  $(q_1, q_2, q_3)$



on peut définir la composition parallèle de ces deux motifs comme étant le motif obtenu par juxtaposition des corps des deux motifs avec comme triplet de poids résultant :

$$(p_1, p_2, p_3) || (q_1, q_2, q_3) = (\max(p_1 * q_2, p_2 * q_1), p_2 * q_2, \max(p_2 * q_3, p_3 * q_2))$$

les anticipations et prolongations se disposent naturellement autour de ces corps. Cette composition parallèle peut être dessinée comme suit :



On pourrait tenter de représenter séquentiellement le motif résultant en cherchant à dessiner plus en détail la synchronisation des anticipations et des prolongements qui “pendent” du nouveau corps de poids  $p_2.q_2$ . Mais ils se positionnent naturellement de part et d’autre des corps juxtaposés en fonction de leur poids relatif. Pourquoi faire plus compliqué ?

On pourrait aussi effectuer ce produit en pondérant le premier motif d’un coefficient  $\alpha$  et le second d’un coefficient  $\beta$ . Il apparaît cependant que, dans ce cas, on ne fait que multiplier par  $\alpha\beta$  l’ensemble des éléments du triplet obtenu par la composition qui donc, après normalisation, est équivalent à la composition parallèle non pondérée.

Autrement dit, la composition parallèle est invariante par pondération. Ce n’est pas une surprise puisqu’elle consiste, avant tout, à synchroniser, sur un intervalle temporel identique, les corps des motifs composés en parallèle.

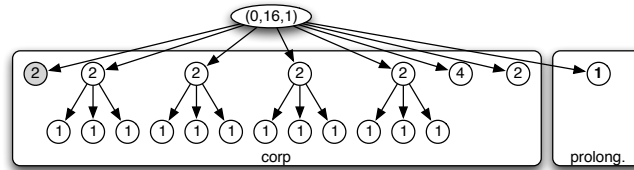
Dans le cas de structures rythmiques périodiques, il pourrait être astucieux de faire apparaître dans le typage rythmique d’un motif que constitue le triplet de poids relatifs, le nombre de répétitions du corps dans le motif. On aurait alors un langage de types, beaucoup plus riche, qui nous permettrait de mettre explicitement en parallèle des structures plus complexes. C’est là une piste que nous laisserons, pour l’instant, ouverte.

#### 4.5 Exemple de compositions multiples

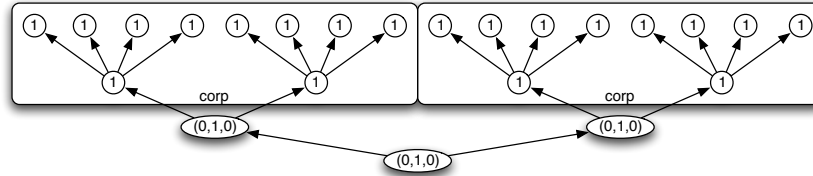
Pour illustrer ces constructions, considérons les deux mains des mêmes mesures 6 à 9 de la *1ère Arabesque* de Debussy.



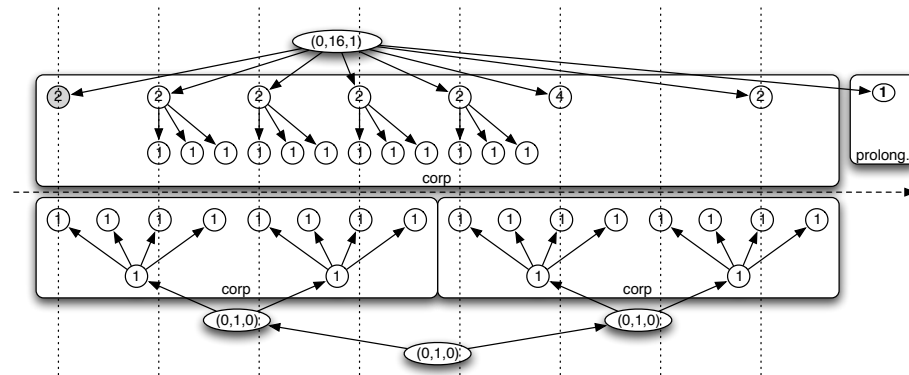
Nous avons déjà vu le codage de la main droite que nous rappelons ici pour les deux premières mesures avec la notation en triplets de poids :



La main gauche sur les deux premières mesures, composée séquentiellement de deux motifs rythmiques identiques, peut être modélisée de la façon suivante :



La composition parallèle des mains gauches et mains droites sur les deux premières mesures peut alors modélisée par le schéma suivant.



Dans ce schéma, l'avancement du temps est formalisé par l'axe de gauche à droite, le positionnement des feuilles le long de cette ligne valant positionnement temporel.

Bien entendu, nous pourrions là encore tenter de représenter à l'aide d'un seul arbre une telle structure polyrythmique. C'est ce qui est fait sur la partition de piano. Mais cela rendrait notre dessin parfaitement illisible. Par ailleurs, dans le cadre d'un codage informatique de ces motifs rythmiques, point n'est besoin de séquentialiser cette construction. Un ordinateur se satisfera sans difficulté de telles structures complexes où le parallélisme est explicite.

## 4.6 Algèbre résultante

Nous venons ici de proposer une modélisation générative des structures rythmiques avec anacrouse et prolongation qui constitue une extension conservative de la modélisation arborescente des motifs rythmiques, à la manière d'Open-Music [1], présentée en début de rapport.

Remarquons que notre proposition est en rupture avec l'approche purement temporelle couramment utilisée [4, 3]. Dans cette approche, on s'appuie en général sur une expression de contraintes portant sur les intervalles temporels des structures rythmiques. Ces spécifications temporelles, formalisées par exemple

à l'aide de la logique de Allen [2], n'explicitent pas vraiment les dépendances causales entre les structures rythmiques. Ces dépendances causales doivent alors être déduites des dépendances et contraintes temporelles décrites.

Au contraire, les opérateurs que nous proposons ici ont pour vocation à décrire au coeur, pourrait-on dire, la logique musicale des motifs rythmiques complexes. La composition séquentielle s'interprète en effet comme une dépendance causale. La superposition parallèle s'interprète comme une forme - relative - d'indépendance. La réalisation temporelle qui découle de ces contraintes n'est alors qu'une conséquence de cette structuration - ou spécification - logique.

En s'inscrivant dans la continuité de ces travaux de modélisation des structures rythmiques, notre approche, qui tente de distinguer causalité et temporalité, peut donc en constituer un enrichissement.

Munie des opérateurs de composition séquentiel et de superposition parallèle, la modélisation proposée semble jouir de nombreuses propriétés souhaitées dont celle, essentielle, de compositionnalité.

Peut-on, comme cela est fait pour les mots, capturer une notion pertinente d'algèbre libre associée ? Une telle structure permettrait de faire clairement la distinction entre (1) la musique engendrée, constituée de motifs rythmiques positionnés dans le temps et dans l'espace et (2) la structure syntaxique induite par un expression algébrique engendrant cette musique.

En particulier, quelles relations d'identités remarquables lient entre eux les deux opérateurs ? Quelle notion de morphisme peut-on définir sur ces structures ? Une réponse à cette dernière question nous permettrait de définir, comme dans le cadre algébrique des monoïdes, une notion de langage musical rationnel qui aurait un grand intérêt : de tels langages musicaux seraient, en un sens profondément mathématique, simples.

L'étude des motifs itérés et périodiques devra aussi être conduite. Le poids relatif du corps aurait alors vocation à représenter le poids de la période. Comment alors synchroniser deux motifs de périodes distinctes ? Par quel moyen spécifier l'interruption de l'exécution d'un motif périodique ? Ceux sont là des questions qui dépassent l'objet de ce rapport.

Plus généralement, l'ordonnancement temporel de motifs rythmiques pourrait avoir de nombreux liens avec la notion d'ordonnancement de tâches manipulées en productique. Il serait sans doute opportun d'étudier les approches classiques utilisées dans ce domaine connexe.

## 5 Vers une représentation de l'intention rythmique

Dans la partie précédente, nous avons défini un langage de composition de motif rythmique qui permet d'engendrer les structures poly-rythmiques communément rencontrées en musique.

Ce langage permet non seulement la composition séquentielle et la composition parallèle de ces structures, mais autorise aussi la modélisation d'anacrouse et de prolongation à l'aide d'une pondération en durées relatives qui préserve la compositionnalité.

Ceci fait, nous restons dans une description *a posteriori* de ces structures musicales. D'où peuvent provenir ces départ en anacrouse ? Quelles peuvent être les intentions des musiciens et des compositeurs qui les utilisent.

Toussaint [17] propose par exemple une caractérisation mathématique des structures rythmiques cycliques qui sous-tendent la musique afro-cubaine : la clave 3-2 ferait partie d'un ensemble de structures rythmiques équilibrées de façon optimum. L'opérateur de pondération par triplets de poids présenté dans ce rapport nous permet d'obtenir une nouvelle caractérisation de ces structures rythmiques. De plus, les constructions proposées ici pourraient se révéler plus intentionnelles : elles permettent de produire des structures complexes par transformation de structures simples.

## 5.1 Cellules rythmico-harmoniques

Nous nous proposons maintenant d'étudier quelques lignes de basse. Dans la musique populaire, la basse a, tout à la fois, un rôle rythmique et un rôle harmonique. Ainsi, tout en donnant quelques indications sur la ligne rythmique générale du morceau joué, la ligne de basse, par sa fonction harmonique qui consiste surtout à jouer les accords, indique aussi comment structurer cette ligne rythmique support en cellules rythmiques consécutives. Chaque accord se décline ainsi en une telle cellule.

Autrement dit, les lignes de basse se prêtent à une analyse de sous-structures - ou *groupings* au sens de Jerdahl et Jackendorf -, ces sous-structures étant caractérisées par les successions de notes cohérentes avec le contexte harmonique donné par un accord.

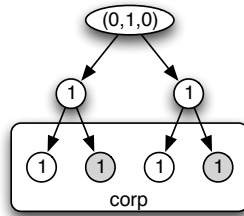
Regardons par exemple les trois lignes de basse ci-dessous.

The image shows three staves of bass notation in 4/4 time, corresponding to the chord sequence Dm7, G7, CΔ, Am7, Dm7. The first staff is a binary bass line where each measure contains a quarter note on the first beat and a quarter rest on the second, third, and fourth beats. The second staff is a simple Bossa Nova accompaniment with eighth notes. The third staff is a typical Salsa bass line with eighth notes and ties.

Sur une même structure harmonique - une même succession d'accords -, la première ligne est un exemple classique de basse binaire, la seconde décrit un accompagnement simple de Bossa Nova, et la troisième une ligne typique de Salsa.

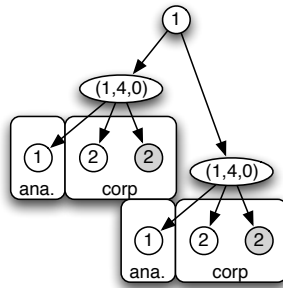
La cellule rythmique de la basse binaire associée à chaque accord est évidente. La fondamentale puis la quinte de chaque accord sont jouées sur le premier et

le troisième temps de chaque mesure. On obtient donc le schéma rythmique suivant :



Dans ce schéma, nous avons regroupé chaque note jouée avec le silence qui suit pour rendre compte des appuis. Les temps 1 et 3 sont des temps forts qui pourraient par exemple correspondre à un déplacement de pied droit sur une danse associée, le pied gauche bougeant en écho sur le silence qui suit.

La cellule rythmique de la Bossa semble analogue à ceci prêt que chaque noire jouée est anticipée par une croche. Elle peut donc être représentée de la façon suivant :

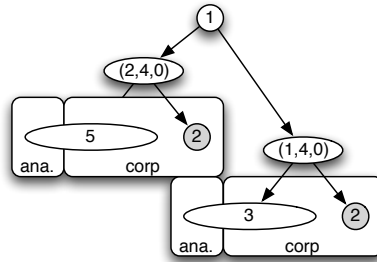


Nous pourrions bien entendu discuter de ce regroupement de chaque croche jouée comme anacrouse de la noire qu'elle précède. Cela pourrait correspondre à une règle générale de ligne de basse de musique populaire : chaque temps fort joué peut être précédé d'un appel, plus court.

D'un point de vue harmonique, ces croches permettent aussi, au changement de mesure et d'accord, d'annoncer la couleur harmonique. Ainsi, sur les accords de  $G^7$ ,  $Cmaj$  et  $Dm^7$ , elles correspondent à la septième de l'accord qui vient.

La cellule rythmique de la Salsa, connue aussi sous le nom de Tumbao, présente quant à elle une structure en anacrouse encore plus marquée et évidente d'un point de vue harmonique.

La fondamentale de chaque accord est anticipé d'un temps. On peut ainsi décrire cette structure rythmique par le schéma suivant :



Intentionnellement, nous représentons ici une succession de deux anacrouses pour rendre compte de l'aspect pulsé de cette musique, qui comporte toujours les mêmes temps forts sur le premier et le troisième temps.

Que constate-t-on ? De la ligne binaire à la ligne de Salsa, les cellules et sous-cellules semblent être étirées pour créer une anticipation. Dans le cas de la Bossa, cette anticipation est uniforme, chaque sous-cellule de deux temps étant également étirée, par anticipation, d'une croche. Dans le cas de la Salsa, l'anticipation semble porter sur la mesure toute entière, en se répercutant deux fois plus sur la première sous-cellule que sur la seconde.

Ce constat nous pousse à définir explicitement cette anticipation par étirement.

## 5.2 Expansion et contraction de cellule

Contemplant un instant la cellule rythmique du Tumbao.



Ne pourrait-on pas produire ce motif à partir de la cellule binaire analogue ?



Remarquons que la première note du Tumbao est retardée de 1 temps par rapport à la première note de la cellule binaire alors que la deuxième note du Tumbao n'est retardée que de 1/2 temps.

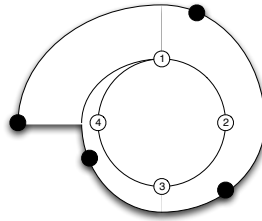
Un moyen d'engendrer le Tumbao à partir de la cellule binaire est donc d'appliquer à cette cellule une sorte d'homothétie de rapport 5/4 - on augmente globalement la durée de la cellule rythmique d'un quart de sa valeur initiale soit

un temps - en centrant cette homothétie sur le premier temps de la mesure qui suit.

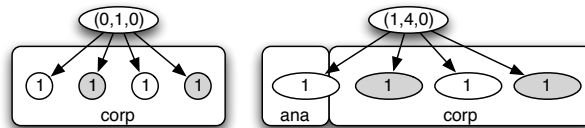
Autrement dit, pour produire le Tumbao à partir de la cellule binaire, il suffit d'appliquer une sorte d'expansion à la cellule de 4 temps en anticipant le premier temps de 1 temps, le second de 3/4 de temps, le troisième de 1/2 temps et le quatrième de 1/4 de temps, la cellule obtenue se résolvant tout de même sur le premier temps de la cellule suivante.

En reprenant les représentations cycliques de Toussaint, tout se passe comme si ce Tumbao vient en quelque sorte s'enrouler autour du cycle binaire pour, *in fine*, se synchroniser avec lui.

Cette métaphore peut être illustrée par le schéma suivant.

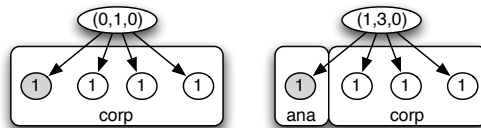


Formellement, à partir d'une séquence de quatre pulsations égales, on fabrique une séquence de quatre pulsations égales avec anacrouse de Tumbao en étirant d'un rapport 1/4 la séquence de départ. Plus précisément, le Tumbao - modélisé à droite - peut être obtenu à partir de la cellule binaire - modélisé à gauche - en ne faisant que modifier le triplet de poids de la cellule.



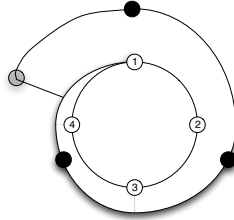
Nous convenons dans la suite, d'appeler une telle transformation, une expansion à gauche de rapport 1 pour 4.

On peut aussi considérer une expansion à gauche de rapport 1 pour 3 :





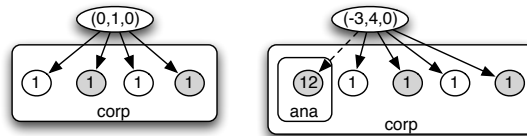
Avec un silence comme première note, on obtient une structure ternaire :



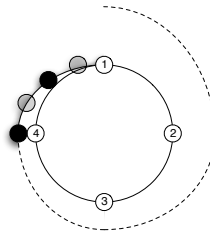
qu'on peut écrire :



Et pourquoi ne pas considérer une expansion négative ? Prenons par exemple une expansion de rapport  $-3$  pour  $4$ , ce qui revient à retarder, en la contractant, l'exécution du corps des  $3/4$  de sa durée :



On obtient ainsi ce qui ressemble à un appel pour le premier temps de la mesure suivante soit, schématiquement :



ou encore

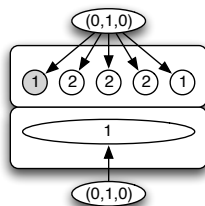


Dans ce dernier motif rythmique, la fenêtre de synchronisation ne change pas. Seule la fenêtre de réalisation est en quelque sorte contractée sur le dernier quart de la fenêtre de synchronisation. On pourrait l'appeler une contraction gauche de rapport  $3$  pour  $4$ .

Remarquons que nous avons mis un silence de poids relatif  $12$  dans l'anacrouse négative qui apparaît. Elle n'est là que pour "remplir le vide" créé par la contraction. Est-ce un choix judicieux ? Il est trop tôt pour le dire.



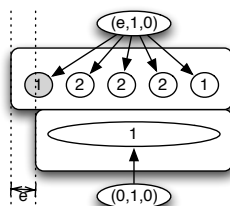
Ce motif peut être modélisé par la figure suivante :



La vocation des contre-temps est ici de créer une sensation de roulement qui se résout sur le premier temps de la mesure suivante. Pour augmenter ce sentiment de roulement, le bassiste peut être tenté de “pousser” ces contre-temps, en les démarrant au début de la mesure avec anticipation pour, in fine, retomber sur le premier temps de la mesure suivante.

Cet effet de pression est commun dans les musiques populaires, la pulsation n’étant pas réduite à un instant temporel mais bien un micro-intervalle autour de l’instant théorique et dans lequel se placent les instrumentistes. Ils peuvent ainsi se répartir la tension rythmique en jouant *devant*, ou *derrière* ou bien *droit*.

Nous remarquons alors que la notion d’expansion permet de modéliser ce type d’effet d’interprétation. On voit en effet dans la figure suivante qu’un tel positionnement anticipé des contre-temps peut être modélisé à l’aide d’une anticipation de rapport  $e$  largement inférieur à 1,



En jouant comme cela, le bassiste renforce la sensation de roulement à cause du déphasage avec la pulsation attendue qui se comble au fur et à mesure de l’avancée dans le motif rythmique. On retrouve aussi ce type de phénomène en musique africaine. Ainsi, dans *My lady frustration* de Fela Kutie, les contre-temps joués en accord à la guitare précèdent de la même façon.

Autre exemple, une sorte de rubato de valse, qui relancerait l’appui sur le premier temps, peut être modélisée de façon analogue. En effet, on peut pondérer chaque mesure de trois temps par un triplet de la forme  $(0, 1, e)$ . Cette expansion à gauche pourra provoquer une impression de retard sur la pulsation régulière implicite. Cette sensation de retard se résout alors, presque soudainement, sur le premier temps de la mesure suivante. On amplifie ainsi l’effet tourbillon de la valse.

Ces deux exemples devraient suffire à illustrer le potentiel de ces triplets de pondération qui peuvent être vue comme des transformations appliquées à des structures simplement pondérées.

L'application concrète de ce type de transformation à des logiciels temps-réels de musique interactive est maintenant à explorer. Par exemple, le musicien peut avoir pour tâche de lancer un motif rythmique. En interprétant cette impulsion comme une expansion ou contraction à gauche selon la date de cette impulsion, le logiciel se charge alors automatiquement de resynchroniser le motif avec la partition qui se joue par ailleurs, en préservant ainsi tout à la fois la cohérence des pulsations sous-jacentes, et l'impulsion du musicien qui sait, a priori, ce qu'il fait.

Faisant cela, nous pourrions poursuivre le développement, dans la continuité des travaux d'Allombert et al. [4, 3], d'un formalisme de spécification de structures rythmiques interactives.

## 6 Conclusion

Dans ce rapport, nous avons étudié quelques représentations possibles de structures ou motifs rythmiques classiques. Des opérateurs de combinaison simple : la composition séquentielle et la superposition parallèle, permettent de construire des motifs complexes à partir de motifs simples. Ces constructions sont illustrées à l'aide de nombreux exemples.

Une notion de triplet de pondération, qui n'est pas sans rappeler les constructions PRE et POST de LOCO [9], permet de distinguer, pour tout motif rythmique, sa fenêtre de réalisation temporelle de sa fenêtre de synchronisation. Fait nouveau cependant, les triplets de pondération proposés apparaissent comme des opérateurs applicables à tout motif rythmique. On obtient ainsi un modèle bien plus souple que celui de Desain et Honing [9].

Le sens qu'on peut donner à la structure des motifs rythmiques ainsi obtenus est évoqué. Peut-on modéliser à l'aide de ces opérateurs des notions générales de tensions et de résolutions rythmiques ? La pertinence de notre approche, qui a déjà la bonne propriété d'être multi-échelle, devra être confrontée à l'intuition des musiciens.

D'une certaine façon, la pondération par triplets proposée, de la forme  $(p_1, p_2, p_3)$  constitue aussi une sorte de typage temporel de chaque expression rythmique. Un tel triplet explicite en effet la position temporelle de quatre instants aux dates (relatives)  $0, p_1, p_1+p_2$  et  $p_1+p_2+p_3$ . Afin d'autoriser un typage de langage rythmique plutôt que d'expression isolée, il sera sans doute pertinent d'étendre cette notion de typage à une notion de type d'expression *quasi périodique*, capturant dans un même type, tous les motifs rythmiques pondérés par un triplet de la forme  $(p_1, k * p_2, p_3)$  pour  $k \in \mathbb{N}$ . Cette étude reste à poursuivre.

Dans une perspective analogue de modélisation de langage de structures rythmiques, la modélisation en durée relative a, de toute évidence, de nombreuses connections avec la théorie des langages temporisés [6]. Une théorie des langages de structure rythmique étendue par triplet de pondération devra aussi être dé-

veloppée. Dans ce contexte, les automates temporisés [5] pourrait en particulier offrir une sémantique opérationnelle pertinente à ces langages.

## Références

- [1] C. Agon, G. Assayag, O. Delerue, and C. Rueda. Objects, Time and Constraints in OpenMusic. In *Proceedings of the International Computer Music Conference (ICMC)*, Ann Arbor, Michigan, October 1998.
- [2] J. Allen and G. Ferguson. Actions and events in interval temporal logic. In Oliviero Stock, editor, *Spatial and Temporal Reasoning*, pages 205–245. Springer Netherlands, 1997.
- [3] A. Allombert, G. Assayag, and M. Desainte-Catherine. A system of interactive scores based on petri nets. In *Proc. of the 4th Sound and Music Computing Conference (SMC), Lefkada (Greece)*, 2007, 2007.
- [4] A. Allombert and M. Desainte-Catherine. Interactive scores : A model for specifying temporal relations between interactive and static events. *Journal of New Music Research (JNMR)*, 34(4) :361–374, dec 2005.
- [5] Rajeev Alur and David L. Dill. A theory of timed automata. *Theor. Comput. Sci.*, 126(2) :183–235, 1994.
- [6] Eugene Asarin, Paul Caspi, and Oded Maler. Timed regular expressions. *J. ACM*, 49(2) :172–206, 2002.
- [7] G. Assayag and G. Bloch. Navigating the oracle : a heuristic approach. In *ICMC'07*. The In. Comp. Music Association, 2007.
- [8] Patricia Bouyer, Antoine Petit, and Denis Thérien. An algebraic approach to data languages and timed languages. *Information and Computation*, 182(2) :137–162, May 2003.
- [9] P. Desain and H. Honing. Loco : a composition microworld in logo. *Computer Music Journal*, 12(3) :30–42, 1988.
- [10] S Dubnov, G Assayag, O Lartillot, and G Bejerano. Using machine-learning methods for musical style modeling. *IEEE Computer*, 10 :73–80, 2003.
- [11] M. Chemillier G. Assayag, G. Bloch. Omax-ofon. In *Sound and Music Computing (SMC) 2006*, 2006.
- [12] C. Agon J. Bresson and G. Assayag. Visual lisp/clos programming in openmusic. *Higher-Order and Symbolic Computation*, 22(1), 3 2009.
- [13] M. Johansson. What is musical meter? *Musikk og tradisjon*, 24 :41–59, 2010.
- [14] F. Lerdahl and R. Jackendoff. *A generative theory of tonal music*. MIT Press series on cognitive theory and mental representation. MIT Press, 1983.
- [15] F. Pachet. The continuator : Musical interaction with style. In ICMA, editor, *Proceedings of ICMC*, pages 211–218, Göteborg, Sweden, September 2002. ICMA. best paper award.

- [16] G. T. Toussaint. The geometry of musical rhythm. In *JCDG'04*, pages 198–212, 2004.
- [17] G. T. Toussaint. Computational geometric aspects of rhythm, melody, and voice-leading. *Comput. Geom.*, pages 2–22, 2010.