



**HAL**  
open science

## Vers une classification de problèmes abductifs en fonction d'observations possibles

Adrien Revault d'Allonnes, Herman Akdag, Bernadette Bouchon-Meunier

### ► To cite this version:

Adrien Revault d'Allonnes, Herman Akdag, Bernadette Bouchon-Meunier. Vers une classification de problèmes abductifs en fonction d'observations possibles. Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications, Oct 2006, Toulouse, France. pp.121-128. hal-00600407

**HAL Id: hal-00600407**

**<https://hal.science/hal-00600407>**

Submitted on 6 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Vers une classification de problèmes abductifs en fonction d'observations possibles

## Towards a Classification of Abductive Problems with respect to Possible Observations

A. Revault d'Allonnes<sup>1</sup>

H. Akdag<sup>1</sup>

B. Bouchon-Meunier<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Informatique de Paris 6

LIP6 - UPMC, 8 rue du Capitaine Scott, 75015 Paris, allonnes@poleia.lip6.fr

### Résumé :

Dans un contexte où la connaissance émane de règles et que les seules observations possibles proviennent de l'espace des conclusions, l'inférence d'explications potentielles n'est pas aisée. Ceci explique pourquoi nous nous sommes intéressés aux modificateurs linguistiques dans l'abduction floue. En étendant des résultats de Mellouli et Bouchon-Meunier, nous montrons que des modificateurs sont inexplicables avec certaines implications. Au lieu de revoir notre règle originelle comme incompatible avec les données, nous questionnons le choix de l'opérateur d'implication. Nous montrerons que les conclusions acceptables dépendent de l'implication, comme l'interprétation sémantique des règles correspondantes.

### Mots-clés :

Raisonnement abductif, meilleure explication, inférence floue, implications floues, modus ponens généralisé.

### Abstract:

In a context where all knowledge is given by rules and the only observable data lies in the solution space, inferring potential explanations for a given observation is not an easy task, even if the observation is close to the expected conclusion. This is why we originally considered the impact of hedges on observations in abductive reasoning. Extending a formal definition of fuzzy abduction given by Mellouli and Bouchon-Meunier, we show that some modifiers are inexplicable for a given implication. Instead of reconsidering our original rule as being incompatible with the data, we choose to question the selection of fuzzy implication. Indeed, we will show that possible conclusions are dependent on the implication operator, as is the semantic interpretation of the associated rules.

### Keywords:

Abductive reasoning, best explanation, fuzzy inference, fuzzy implications, Generalised Modus Ponens.

## 1 Introduction

Lorsque toute la connaissance à disposition est sous forme de règles et que les seules observa-

tions que l'on puisse faire appartiennent à l'espace des conclusions, l'inférence abductive permet de construire un jeu d'hypothèses explicatives pour une observation donnée. On trouve des utilisations du raisonnement abductif dans des domaines aussi variés que le diagnostic médical [11, 7], le diagnostic de pannes [13], l'interprétation de requêtes [12] ou de texte [8, 14] voire la navigation sur internet [15].

Les connaissances liées à ces domaines sont évidemment imprécises et incertaines en raison de l'intervention d'humains ou simplement parce que les données manipulées le sont. Ces imprécisions et incertitudes justifient l'utilisation d'un formalisme flou. En effet, si l'expression de symptômes médicaux comme des valeurs précises et certaines est parfois possible, l'interprétation du patient de ces symptômes sera peut être une caractérisation floue de ces mesures. De plus, si des règles servent à représenter la connaissance et le contexte, il est fort peu probable que les conclusions attendues et les observations coïncident parfaitement, condition nécessaire à l'abduction classique.

L'utilisation de modificateurs linguistiques dans le raisonnement abductif permettrait donc d'expliquer des observations légèrement différentes des conclusions attendues. Par exemple, si toute appendicite implique une douleur au ventre, l'observation d'une *forte* douleur au ventre ne

devrait-elle pas être justifiée par une péritonite plutôt qu’au mieux l’appendicite d’origine ?

Une description formelle du raisonnement abductif flou a été présentée par Mellouli et Bouchon-Meunier dans [9, 10] ainsi que quelques résultats sur les modificateurs linguistiques. Les auteurs y présentent l’abduction floue comme l’inversion du Modus Ponens Généralisé (MPG), le mécanisme d’inférence floue.

Nous commençons cet article par un rappel de ces travaux et des types de règles floues, tels que décrits par Dubois et Prade [5, 6], pour lesquels Mellouli et Bouchon-Meunier ont choisi d’inverser le MPG.

Les sections 3 et 4 présenteront nos premiers résultats avec différents modificateurs linguistiques et les implications de Gödel et Łukasiewicz. Un de ces résultats sera montré en contradiction avec le MPG.

La section 5 débute par une explication de l’incohérence originelle et explique comment nous proposons de l’utiliser afin de classifier les règles et leur attribuer une interprétation a posteriori. Pour ce faire nous développerons des résultats généraux sur le MPG.

Nous concluons cet article par nos perspectives de travail sur le MPG dans le cadre du raisonnement abductif et sur une nouvelle classification sémantique des implications floues.

## 2 Contexte du problème

Mellouli et Bouchon-Meunier proposent l’inversion du Modus Ponens Généralisé comme solution à la formalisation du raisonnement abductif flou. En raison du nombre important d’implications floues [5, 6] cette tâche est un problème complexe.

### 2.1 Classification de règles floues

Mellouli et Bouchon-Meunier étudient deux de ces classes sémantiques : les ‘règles à certitu-

de’ construites à partir de s-implications et les ‘règles graduelles’ à partir de r-implications.

Dans [10], les auteurs étudient les effets de modificateurs de relâchement sur une observation étant donnée une règle graduelle et l’implication de Gödel. Mellouli et Bouchon-Meunier utilisent leur définition de la fonction d’appartenance à l’explication maximale de ce type de problème (i.e.  $\forall u \in U, f_{AG}(u) = \inf_{v \in V} I_T(I_T(f_A(u), f_B(v)), f_{B'}(v))$ ) pour montrer que dans certains cas le modificateur d’origine est préservé.

Nous cherchons à étendre ces résultats à d’autres implications et modificateurs. Nous avons choisi d’étudier les modificateurs classiques de Zadeh [16], ainsi que des modificateurs de translation présentés par Bouchon-Meunier et Yao [1]. Nous envisagerons enfin les cas particuliers, définis à partir de ces translations, de modificateur de renforcement qui contractent support et noyau (i.e.  $f_{B'}(v) = \min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon))$ ) et leur inverse qui les dilatent. Ces modificateurs sont cohérents avec la définition de Zadeh mais leur impact sur les supports et noyaux change leur précision tant formellement qu’intuitivement.

### 2.2 Notation

Dans toute la suite de ce document nous supposons que  $B \subset V$  est un sous-ensemble flou trapézoïdal de  $V$ , défini par  $B = \langle s_{B_1}, n_{B_1}, n_{B_2}, s_{B_2} \rangle$  où  $Support(B) = [s_{B_1}, s_{B_2}]$ ,  $Noyau(B) = [n_{B_1}, n_{B_2}]$ . Nous supposons également que  $\inf_{v \in V} f_B(v) = 0$  et  $\sup_{v \in V} f_B(v) = 1$ , et étendrons ces suppositions à  $A \subset U$ . Nous introduisons également, pour les besoins de nos démonstrations,  $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{n_{B_1} - s_{B_1}}$  et  $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon}{s_{B_2} - n_{B_2}}$ .

## 3 Implication de Gödel

Nous commencerons notre étude en utilisant l’implication de Gödel,  $I_G(a, b) = 1$  si  $a \leq b$ ,  $b$  si-

non. Les résultats présentés ont été établis avec des modificateurs n'introduisant pas d'incertitude.

### 3.1 Observations inexplicables

Notre premier résultat est une généralisation de 'l'inexplicabilité' de certaines observations modifiées. Les modificateurs utilisés sont des modificateurs de translation et le modificateur 'très' de Zadeh. Nous verrons que ce dernier ne remplit pas notre condition sur l'existence d'un hypothétique  $v_0$ , puisque  $Support(B') \equiv Support(B)$ . Pourtant nous pouvons toujours démontrer le même résultat car  $\inf_{v \in V, f_{B'}(v) < f_B(v) \leq f_A(u)} f_{B'}(v) = 0$ .

**Proposition 1** *Etant données l'implication de Gödel et la définition de la solution maximale d'un problème d'abduction floue en présence de règles graduelles, la règle 'Si  $u$  est  $A$  alors  $v$  est  $B$ ' et une observation  $B'$  telle qu'il existe un  $v_0 \in V$  avec  $0 = f_{B'}(v_0) < f_B(v_0)$  alors  $A_G = \emptyset$ , i.e. la solution maximale est vide et aucune explication ne peut être trouvée.*

### 3.2 L'approximativement de Zadeh

Nous observons un 'approximativement  $B$ ' tel que :  $\forall v \in V, f_{B'}(v) = f_B(v)^\alpha, 0 < \alpha < 1$ , donc,  $f_{B'}(v) \geq f_B(v), \forall v \in V$

$$f_{A_G}(u) = \inf_{v \in V} I_G(I_G(f_A(u), f_B(v)), f_B(v)^\alpha) = \min(M, N)$$

où

$$M = \inf_{v \in V, f_A(u) \leq f_B(v)} I_G(1, f_B(v)^\alpha) = \inf_{v \in V, f_A(u) \leq f_B(v)} f_B(v)^\alpha = f_A(u)^\alpha$$

et on démontre aisément que  $N = 1$ .

Donc  $f_{A_G}(u) = f_A(u)^\alpha, \forall u \in U$

Ce que nous interprétons par 'Si l'observation est *approximativement*  $B$  alors l'explication est, *au plus, approximativement*  $A$ '.

### 3.3 Dilatation de Noyau et Support

Notre catégorisation observée  $B'$  est telle que :

$$\forall v \in V, f_{B'}(v) = \max(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon))$$

Donc nous avons :  $f_{B'}(v) \geq f_B(v), \forall v \in V$ . Soient

$$f_{B_+}(v) = \frac{v - s_{B_1}}{n_{B_1} - s_{B_1}} \text{ et } f_{B_-}(v) = \frac{s_{B_2} - v}{s_{B_2} - n_{B_2}}, \forall v \in V. \text{ Alors nous pouvons écrire, } \forall v \in V :$$

$$f_B(v) = \max(0, \min(1, \min(f_{B_+}(v), f_{B_-}(v))))$$

$$f_B(v + \varepsilon) = \max(0, \min(1, \min(f_{B_+}(v) + \varepsilon_1, f_{B_-}(v) - \varepsilon_2)))$$

$$f_B(v - \varepsilon) = \max(0, \min(1, \min(f_{B_+}(v) - \varepsilon_1, f_{B_-}(v) + \varepsilon_2)))$$

Alors,  $\forall v \in V :$

$$\max(f_B(v - \varepsilon), f_B(v + \varepsilon)) = \max(0, \min(1, \min(f_{B_+}(v) + \varepsilon_1, f_{B_-}(v) + \varepsilon_2)))$$

puisque  $\varepsilon_1 \geq 0$  et  $\varepsilon_2 \geq 0$

$$f_{A_G}(u) = \inf_{v \in V} I_G(I_G(f_A(u), f_B(v)), f_{B'}(v)) = \min(M, N)$$

où  $M = 1$  et

$$N = \inf_{v \in V, f_A(u) \leq f_B(v)} I_G(I_G(f_A(u), f_B(v)), f_{B'}(v)) = \inf_{v \in V, f_A(u) \leq f_B(v)} I_G(1, f_{B'}(v)) = \inf_{v \in V, f_A(u) \leq f_B(v)} \max(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon)) = \max(0, \min(1, \min(f_A(u) + \varepsilon_1, f_A(u) + \varepsilon_2))) = \min(1, f_A(u) + \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2))$$

Alors,  $\forall u \in U$

$$f_{A_G}(u) = \min(1, f_A(u) + \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2))$$

Ce que nous interprétons par 'Si l'observation est *autour* de  $B$  alors il est relativement certain que l'explication soit, *au plus, autour* de  $A$ '.

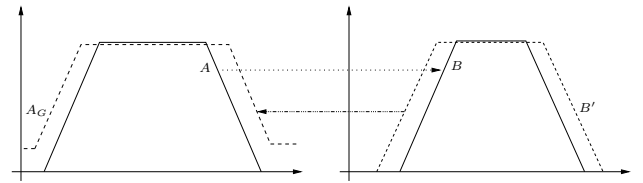


Figure 1: Un modificateur expansif dilatant Noyau et Support et son explication maximale, avec l'implication de Gödel

Notre proposition dit que lorsqu'une observation est plus précise que la conclusion d'origine elle ne peut être expliquée dans notre contexte.

Nous avons également montré, confirmant les

résultats de Mellouli et Bouchon-Meunier, qu'un modificateur expansif était *presque* préservé par abduction.

## 4 Implication de Łukasiewicz

Nous allons maintenant étudier l'implication de Łukasiewicz ( $I_L(a, b) = \min(1 - a + b, 1)$ ), dans le même cadre.

### 4.1 Modificateurs expansifs et Łukasiewicz

Une fois de plus le théorème 1 découle de la généralisation de résultats établis à partir de modificateurs expansifs n'introduisant pas d'incertitude.

**Théorème 1** *Etant donnés l'implication de Łukasiewicz, un problème abductif graduel et une observation  $B'$  telle que  $f_{B'}(v) \geq f_B(v), \forall v \in V$  et si  $\exists v_0 \in V$  tel que  $f_{B'}(v_0) = f_B(v_0) = 0$  alors l'explication maximale est  $A_G = A$ .*

#### Démonstration

$$\begin{aligned} f_{A_G}(u) &= \inf_{v \in V} I_L(I_L(f_A(u), f_B(v)), f_{B'}(v)) \\ &= \inf_{v \in V} I_L(\min(1 - f_A(u) + f_B(v), 1), f_{B'}(v)) \\ &= \inf_{v \in V} \min(1 - \min(1 - f_A(u) + f_B(v), 1) + f_{B'}(v), 1) \\ &= \min(M, N) \end{aligned}$$

on démontre que  $M = \inf_{v \in V, f_B(v) \geq f_A(u)} f_{B'}(v)$  et  $N = f_A(u) + \inf_{v \in V, f_B(v) \leq 1 + f_B(v) - f_{B'}(v)} f_{B'}(v) - f_B(v)$

Puisque  $\forall v \in V, f_{B'}(v) - f_B(v) \geq 0 = f_{B'}(v_0) - f_B(v_0)$  et que  $\forall u \in U, f_A(u) \geq 0 = f_B(v_0)$  nous montrons que  $N = f_A(u) + f_{B'}(v_0) - f_B(v_0) = f_A(u)$ .

De plus,  $M \geq f_A(u)$  car  $f_{B'}(v) \geq f_B(v)$  et  $\inf_{v \in V, f_B(v) \geq f_A(u)} f_B(v) = f_A(u)$ . Nous avons donc montré que  $M \geq N$  et que :

$$f_{A_G}(u) = f_A(u), \forall u \in U$$

Ce résultat pose un problème parce qu'il est en contradiction avec les résultats de Mellouli et Bouchon-Meunier sur les formes générales des explications en fonction de l'inclusion relative d'observations (i.e. si  $B_1 \supset B_2$  alors  $A_{G_1} \supset A_{G_2}$ ).

De plus, puisque  $A_G$  est l'explication maximale de  $B'$ , tout  $A'$  expliquant correctement l'observation doit être inclus dans  $A_G$ . Des études sur le MPG ont montré qu'étant donnée la règle 'Si  $u$  est  $A$  alors  $v$  est  $B'$ ', un  $A' \subset A$  ne peut impliquer un  $B' \supset B$ .

La section 5 montrera d'où provient cette incohérence et en présentera une utilisation.

### 4.2 Le très selon Zadeh

Nous supposons observer une catégorisation  $B'$  telle que :

$$\forall v \in V, f_{B'}(v) = f_B(v)^\alpha, \alpha > 1$$

Nous avons donc :

$$f_{B'}(v) \leq f_B(v), \forall v \in V$$

$$\begin{aligned} f_{A_G}(u) &= \inf_{v \in V} I_L(I_L(f_A(u), f_B(v)), f_{B'}(v)^\alpha) \\ &= \inf_{v \in V} I_L(\min(1 - f_A(u) + f_B(v), 1), f_B(v)^\alpha) \\ &= \inf_{v \in V} \min(1 - \min(1 - f_A(u) + f_B(v), 1) + f_B(v)^\alpha, 1) \\ &= \min(M, N) \end{aligned}$$

où  $M = f_A(u)^\alpha$  et

$$\begin{aligned} N &= \inf_{v \in V, f_B(v) < f_A(u)} \min(f_A(u) - f_B(v) + f_B(v)^\alpha, 1) \\ &= \inf_{v \in V, f_B(v) < f_A(u)} f_A(u) - f_B(v) + f_B(v)^\alpha \\ &= f_A(u) + \inf_{v \in V, f_B(v) < f_A(u)} f_B(v)^\alpha - f_B(v) \\ &= \min(N_1, N_2) \end{aligned}$$

Soit  $f_\alpha(v) = f_B(v)^\alpha - f_B(v), \forall v \in V$ . Nous savons que  $f_\alpha(v) \leq 0$  partout, et de plus que  $f_\alpha(v) < 0, \forall v \in V$  tel que  $0 < f_B(v) < 1$ . Donc il existe un  $\gamma$  tel que :  $\gamma^\alpha - \gamma = \inf_{v \in V} f_\alpha(v)$  et  $f_\alpha(v)$  décroît pour tout  $v$  tel que  $f_B(v) \leq \gamma$  et croît pour tout  $v$  tel que  $f_B(v) \geq \gamma$ . D'où nous démontrons  $N_1 = f_A(u)^\alpha$  et  $N_2 = f_A(u) - \gamma + \gamma^\alpha$ . Donc

$$f_{A_G}(u) = \begin{cases} f_A(u) - \gamma + \gamma^\alpha & \text{si } f_A(u) \geq \gamma \\ f_A(u)^\alpha & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous notons ici l'introduction d'une imprécision dans la dénormalisation de  $f_{A_G}$ . Nous interprétons ce résultat par 'si  $B'$  est très  $B'$  alors il est ' $\gamma - \gamma^\alpha$  improbable que  $A_G$  soit très  $A'$ '.

Dans ce cas particulier il semble que notre intuition initiale soit confirmée, bien qu'atténuée. En

effet si nous observions, dans notre exemple original, une ‘très forte douleur à l’abdomen’ nous pourrions conclure à une ‘appendicite sérieuse avec  $\frac{1}{4}$  incertitude’, ou ‘trois chances sur quatre de péritonite’.

### 4.3 Une translation expliquée par Łukasiewicz

Observons un  $B'$  tel que :

$$\forall v \in V, f_{B'}(v) = f_B(v + \varepsilon)$$

Soient  $B_1 = ]n_{B_2} - \varepsilon, s_{B_2}[$  et  $B_2 = B \setminus B_1$  alors  $f_{B'}(v) < f_B(v), \forall v \in B_1$  et  $f_{B'}(v) \geq f_B(v), \forall v \in B_2$ .

$$\begin{aligned} f_{A_G}(u) &= \inf_{v \in V} I_L(I_L(f_A(u), f_B(v)), f_B(v + \varepsilon)) \\ &= \inf_{v \in V} I_L(\min(1 - f_A(u) + f_B(v), 1), f_B(v + \varepsilon)) \\ &= \min(M, N) \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} M &= \inf_{v \in V, f_B(v) > f_A(u)} f_B(v + \varepsilon) \\ &= \min(M_1, M_2) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} M_1 &= \inf_{v \in B_1, f_B(v) > f_A(u)} f_B(v + \varepsilon) \\ &= \max(f_A(u) - \varepsilon_2, 0) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} M_2 &= \inf_{v \in B_2, f_B(v) > f_A(u)} f_B(v + \varepsilon) \\ &= f_A(u) + \gamma \geq f_A(u) \end{aligned}$$

puisque  $f_B(v + \varepsilon) \geq f_B(v)$ , et

$$\begin{aligned} N &= \inf_{v \in V, f_B(v) \leq f_A(u)} \min(f_A(u) - f_B(v) + f_B(v + \varepsilon), 1) \\ &= \inf_C f_A(u) - f_B(v) + f_B(v + \varepsilon) \\ &= f_A(u) + \inf_C f_B(v + \varepsilon) - f_B(v) \\ &= \max(f_A(u) - \varepsilon_2, 0) \end{aligned}$$

où  $C = \{v \in V \mid f_B(v) \leq f_A(u) \leq 1 + f_B(v) - f_B(v + \varepsilon)\}$ .

Donc,  $\forall u \in U$ .

$$f_{A_G}(u) = \max(f_A(u) - \varepsilon_2, 0)$$

Nous montrons de la même manière que pour une observation  $B'$  tradlatée à gauche, i.e.  $f_{B'}(v) = f_B(v - \varepsilon)$ , nous aboutissons à une explication maximale  $A_G$  telle que,  $\forall u \in U$  :

$$f_{A_G}(u) = \max(f_A(u) - \varepsilon_1, 0)$$

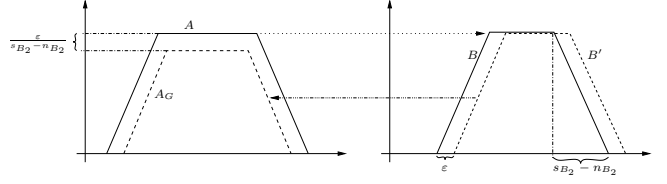


Figure 2: Introduction d'une incertitude par Łukasiewicz et une translation

### 4.4 Contraction du Support et du Noyau

Soit  $B'$  tel que :

$$\forall v \in V, f_{B'}(v) = \min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon))$$

Donc

$$f_{B'}(v) \leq f_B(v), \forall v \in V$$

$$\begin{aligned} f_{A_G}(u) &= \inf_{v \in V} I_L(I_L(f_A(u), f_B(v)), f_{B'}(v)) \\ &= \inf_{v \in V} I_L(\min(1 - f_A(u) + f_B(v), 1), f_{B'}(v)) \\ &= \inf_{v \in V} \min(1 - \min(1 - f_A(u) + \\ &\quad f_B(v), 1) + \min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon)), 1) \\ &= \min(M, N) \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} M &= \inf_{v \in V, f_B(v) > f_A(u)} \min(f_B(v + \varepsilon), \\ &\quad f_B(v - \varepsilon)) \\ &= \min(\inf_{v \in V, f_B(v) > f_A(u)} f_B(v + \varepsilon), \\ &\quad \inf_{v \in V, f_B(v) > f_A(u)} f_B(v - \varepsilon)) \\ &= \min(\max(f_A(u) - \varepsilon_2, 0), \max(f_A(u) - \varepsilon_1, 0)) \\ &= \max(0, f_A(u) - \max(\varepsilon_2, \varepsilon_1)) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} N &= \inf_{v \in V, f_B(v) \leq f_A(u)} \min(f_A(u) - f_B(v) + \\ &\quad \min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon)), 1) \\ &= \inf_{v \in V, f_B(v) \leq f_A(u) \leq 1 + f_B(v) - f_{B'}(v)} f_A(u) - \\ &\quad f_B(v) + \min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon)) \\ &= f_A(u) + \inf_{v \in V, f_B(v) \leq f_A(u) \leq 1 + f_B(v) - f_{B'}(v)} \\ &\quad \min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon)) - f_B(v) \\ &= \max(0, f_A(u) - \max(\varepsilon_2, \varepsilon_1)) \end{aligned}$$

Donc,  $\forall u \in U$

$$f_{A_G}(u) = \max(0, f_A(u) - \max(\varepsilon_2, \varepsilon_1))$$



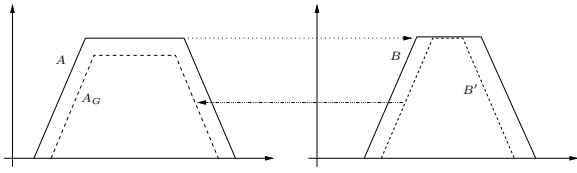


Figure 3:  $\min(f_B(v + \varepsilon), f_B(v - \varepsilon))$  et son explication dénormalisée

Nous avons vu que les modificateurs de translations s'expliquent par une hypothèse maximale dénormalisée. Nous avons également montré que l'extension des résultats de Mellouli et Bouchon-Meunier produisent parfois des résultats incohérents. La section suivante va retracer l'origine de cette incohérence et proposer une manière de l'utiliser pour offrir une interprétation sémantique d'un jeu de règles adaptée aux observations possibles.

## 5 Classification en fonction d'observations

Le théorème 1 montrait une incohérence dans l'extension des résultats de Mellouli et Bouchon-Meunier. Cette section va montrer pourquoi ce résultat n'est pas acceptable mais proposer une façon de l'utiliser.

### 5.1 Origine de l'incohérence

Nous avons montré qu'étant donné un problème abductif en présence de règles graduelles, de l'implication de Łukasiewicz et d'une observation telle que  $B' \supset B$  et  $\inf_{v \in V} f_{B'}(v) = 0$  alors  $A_G = A$ . Notre problème est que ce résultat est :

- En contradiction avec des résultats classiques sur le Modus Ponens Généralisé :
  - si  $A' \subseteq A$  alors  $B' = B$
  - si  $A' \supset A$  alors  $B' \supset B$
- En contradiction avec des résultats antérieurs sur l'abduction :
  - si  $B'_1 \subset B'_2$  alors  $A_{G_1} \subset A_{G_2}$ , ici  $A_{G_1} = A$
- En contradiction avec Łukasiewicz en tant que r- et s-implication :
  - Toute explication satisfaisante  $A'$  est telle que  $A' \subseteq A_G$

– r-implication :  $A_G = A$

– s-implication :  $A' = U$

Nous devons donc revoir notre résultat en fonction de ces observations. En effet, puisqu'avec l'implication de Łukasiewicz la conclusion par Modus Ponens Généralisé  $B'$  s'écrit  $f_{B'}(v) = \max(\sup_{u \in U, f_A(u) \leq f_B(v)} f_{A'}(u), f_B(v) + \sup_{u \in U, f_A(u) \geq f_B(v)} f_{A'}(u) - f_A(u))$ , nous pouvons montrer que si  $B' \supset B$  alors  $\inf_{v \in V} f_{B'}(v) > 0$ .

Il en est de même pour notre proposition 1, et puisqu'avec l'implication de Gödel nous avons  $f_{B'}(v) = \max(\sup_{u \in U, f_B(v) \geq f_A(u)} f_{A'}(u), f_B(v))$  nous voyons que  $B' \supseteq B$  et notre condition ( $B'$  tel qu' $\exists v_0 \in V$  avec  $0 = f_{B'}(v_0) < f_B(v_0)$ ) est impossible.

Bien que les deux implications que nous étudions ne soient pas en mesure d'atteindre les observations que nous proposons, celles-ci ne semblent pas intuitivement incohérentes. Il est donc possible qu'il existe une implication permettant de générer ces formes par MPG. Si une ou plus des conclusions des règles diffèrent alors de peu de ces observations les seuls opérateurs d'implication cohérents feront partie de ceux-ci.

Nous prétendons de plus qu'étant donnée une observation envisageable et un jeu de règles nous pouvons catégoriser les implications à utiliser. Puisqu'une observation ne s'appariera qu'avec une partie des conclusions du jeu de règles, nous proposons une catégorisation des règles cohérente avec les données observées. En effet, dans la majorité des cas l'interprétation d'une règle sera donnée a priori, quelle que soit l'origine de la règle, et l'opérateur d'implication choisi sans considération de sa cohérence avec les données. Notre approche tente de construire des sous-ensembles de règles cohérents par rapport aux observations, leur affectant l'interprétation de l'implication choisie selon [5, 6].

Pour faire ceci nous devons classer les formes accessibles par MPG pour chaque paire d'implication et opérateur de MPG. Ce genre

d'étude a été mené par le passé mais, puisque leur utilisation était différente, les résultats ne sont ni suffisamment précis ni exhaustifs. Les études du MPG classiques s'intéressent typiquement à la conclusion d'une observation précise étant donnée une prémisse floue ou à des modifications très localisées [4]. Le problème dans l'utilisation de ces résultats est que nous devons éliminer ou accepter une forme donnée pour une implication. Nous devons donc compléter les résultats existants afin d'être sûrs que nous n'oublions pas de cas.

La fonction d'appartenance à la conclusion d'une règle floue avec l'implication de Łukasiewicz s'écrit :

$$f_{B'}(v) = \max \left( \begin{array}{l} \sup_{u \in U, f_A(u) \leq f_B(v)} f_{A'}(u), \\ f_B(v) + \sup_{u \in U, f_A(u) \geq f_B(v)} f_{A'}(u) - f_A(u) \end{array} \right)$$

D'où nous concluons que :

- $\inf_{v \in V} f_{B'}(v) \geq \sup_{u \in \text{Support}(A)} f_{A'}(u)$
- Si  $A' \supset A$  alors  $B' \supset B$
- Si  $A' \subset A$  et  $\text{Noyau}(A') \cap \text{Noyau}(A) \neq \emptyset$  alors  $B' = B$
- Si  $A' \subset A$  et  $\text{Noyau}(A') \cap \text{Noyau}(A) = \emptyset$  alors  $B' \subset B$

Ces résultats montrent qu'aucun des modificateurs que nous proposons n'est compatible avec l'implication de Łukasiewicz, puisqu'ils préservent tous  $\inf_{v \in V} f_{B'}(v) = 0$  et  $B' \supset B$  qui n'est vrai que si  $A' \equiv A$ .

## 6 Conclusion

Cet article soulève une contradiction avec des résultats établis dans le cadre formel de l'abduction floue. Cette incohérence provenait de l'impossibilité d'observer certaines formes avec certaines implications. Cependant ces formes ne paraissent pas contredire les données qu'elles représentent. Dans ce travail nous avons retracé l'incohérence au choix de l'implication et en avons déduit une sélection motivée par les observations. Les études du Modus Ponens Généralisé disponibles nous offrent des in-

formations sur les formes acceptables pour une implication donnée mais ne permettent pas d'en éliminer d'autres. Nous avons donc besoin de généraliser ces résultats.

Le choix de l'implication en fonction des données implique que l'interprétation de notre base de règles est cohérente avec les observations. Cette interprétation profiterait d'une classification au niveau de l'implication plutôt qu'à celui de classes d'implications. En effet, des implications de classes différentes peuvent produire des formes semblables ou l'inverse, ce qui pourrait se traduire par des proximités ou dissimilarités sémantiques.

## Références

- [1] B. Bouchon-Meunier and J. Yao. Linguistic modifiers and imprecise categories. *International Journal of Intelligent Systems*, vol. 7, pages 25–36, 1992.
- [2] M. de Cock. Representing the adverb very in fuzzy set theory. In *Proceedings of the ESSLLI Student Session*, pages 223–232, 1999.
- [3] M. de Cock and E. E. Kerre. A context-based approach to linguistic hedges. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 12(3) :371–382, 2002.
- [4] S. Desprès. *Un apport à la conception de systèmes à base de connaissances : Les opérations de déduction floues*. PhD thesis, LIP6, 4 1988.
- [5] D. Dubois and H. Prade. A typology of 'if... then' rules. In *Proceedings of the third International Fuzzy Systems Association Congress*, pages 782–785, Seattle, 1989.
- [6] D. Dubois and H. Prade. What are fuzzy rules and how to use them. *Fuzzy Sets and Systems*, 84(2) :169–189, 1996.
- [7] L. Godo, J. Puyol-Gruart, S. Sandri, and P. Barrufet. Assessing adequacy and risk of drugs in treatments for imprecise clinical diagnoses. In *Proceedings of Setè*



*Congrés Català d'Intel·ligència Artificial*, 2004.

- [8] J. R. Hobbs, M. Stickel, P. Martin, and D. D. Edwards. Interpretation as abduction. In *26th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics : Proceedings of the Conference*, pages 95–103, Buffalo, New York, 1988.
- [9] N. Mellouli. *Le raisonnement abductif flou : théorie et pratique*. PhD thesis, LIP6, 12 2001.
- [10] N. Mellouli and B. Bouchon-Meunier. Abductive reasoning and measures of similitude in the presence of fuzzy rules. *Fuzzy Sets and Systems 137*, pages 177–188, 2003.
- [11] Y. Miyata, T. Furuhashi, and Y. Uchikawa. A study on fuzzy abductive inference. *International Journal of Intelligent Systems*, 1996.
- [12] Y. Miyata, T. Furuhashi, and Y. Uchikawa. Query expansion using fuzzy abductive inference for creative thinking support system. In *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 189–193, 1998.
- [13] Y. Peng and J. A. Reggia. *Abductive Inference Models for Diagnostic Problem-Solving*. Springer-Verlag, 1990.
- [14] R. Raina, A. Y. Ng, and C. D. Manning. Robust textual inference via learning and abductive reasoning. In *Proceedings of the Twentieth National Conference on Artificial Intelligence*, 2005.
- [15] U. Wirth. As me may surf : The relevance of abductive inference for surfing through the internet. *Semiotica*, 141(1/4) :159–168, 2002.
- [16] L. A. Zadeh. *Information Sciences*, volume 8, chapter “The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning”, pages 301–357. 1975.