



**HAL**  
open science

## Poésie, spirales, et battements de cartes

Michèle Audin

► **To cite this version:**

Michèle Audin. Poésie, spirales, et battements de cartes. Images des Mathématiques, 2009, <http://images.math.cnrs.fr/Poesie-spirales-et-battements-de.html>. hal-00598759

**HAL Id: hal-00598759**

**<https://hal.science/hal-00598759>**

Submitted on 7 Jun 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Poésie, spirales, et battements de cartes

*D'Arnaut Daniel à Jacques Roubaud en passant par Gaspard Monge et quelques autres*

Le 26 septembre 2009, par **Michèle Audin**  
Professeur à l'Université de Strasbourg ([page web](#))



**D**ANS cet article, j'explique une des nombreuses façons dont on peut utiliser des mathématiques en poésie : les mathématiques s'appliquent à la physique, à la biologie ou à la finance (par exemple), mais aussi, même si c'est moins connu, à la littérature. Commençons donc par un (premier) poème.

## Ongle et oncle

La ferme volonté qui au cœur m'entre  
ne peut ni langue la briser ni ongle  
de médisant qui perd à mal dire son âme  
n'osant le battre de rameau ni de verge  
sinon en fraude là où je n'ai nul oncle  
je jourrai de ma joie en verger ou chambre

Quand je me souviens de la chambre  
où pour mon mal je sais que nul homme n'entre  
mais tous me sont pires que frère ou qu'oncle  
tremblent tous mes membres jusqu'à l'ongle  
ainsi que fait l'enfant devant la verge  
tant j'ai peur de n'être assez sien dans mon âme

Ah que je sois sien dans le corps non dans l'âme  
et qu'elle m'accueille en secret dans sa chambre  
plus me blesse le cœur que coup de verge  
d'être son serf qui là où elle est n'entre  
toujours je serai près d'elle comme chair et ongle  
n'écoutant aucun reproche d'ami ni oncle

Jamais la sœur de mon oncle  
je n'aimerai tant ou plus par mon âme  
aussi proche qu'est le doigt de l'ongle  
s'il lui plaisait je voudrais être de sa chambre  
il peut faire de moi l'amour qui en mon cœur entre  
à son gré comme homme un fort de faible verge

Depuis qu'a fleuri la sèche verge  
que du seigneur Adam sont nés neveu et oncle  
un amour qui comme celui qui dans mon cœur entre  
je ne crois qu'il a été en corps ni âme  
où qu'elle soit sur la place ou dans la chambre  
mon cœur sera moins loin que l'épaisseur d'un ongle

Qu'ainsi s'enracine devienne ongle  
mon cœur en elle comme écorce en la verge  
elle m'est de joie tour et palais et chambre  
je n'aime tant frère parent ni oncle  
en paradis aura double joie mon âme  
si jamais homme, d'avoir aimé y entre

Arnaut envoie sa chanson d'ongle et d'oncle  
pour plaire à celle qui de sa verge à l'âme  
son Désiré son prix entre en sa chambre

## Arnaut Daniel

(traduction de Jacques Roubaud)

Le poète est Arnaut Daniel, de l'œuvre duquel il nous reste assez peu de choses ; on sait qu'il a vécu de 1180 (environ) à 1210 (au moins) et qu'il était célèbre et reconnu [1].

Le texte présenté ici est une traduction en français contemporain [2]. On trouvera le texte original en provençal **ici** ou **là** (et même **là**).

---

## La forme sextine

---

Les six strophes du poème (la dernière, une sorte d'envoi, la *tornada*, que l'on pourrait aussi bien appeler une *coda*, n'est pas incluse dans ce compte) sont formées de six vers, les vers de chacune des strophes se terminent par six mots, qui sont les mêmes dans toutes les strophes, mais n'y occupent pas la même place. Il serait anachronique de dire qu'Arnaut Daniel a composé une *sextine*, mais exact de dire que le poème d'ongle et oncle appartient à la forme appelée sextine (un peu plus tard, par Dante et Pétrarque).

Ici nous sommes sur *Images des mathématiques*, alors j'introduis un peu d'abstraction mathématique [3]. Comme tout·e mathématicien·ne le ferait, je commence par remplacer 6 par  $n$  et par appeler

$$M = \{a_1, \dots, a_n\}$$

l'ensemble des  $n$  mots « rimes » (que j'écris désormais « mots-rime ») ; dans le cas de notre sextine,  $M$  est l'ensemble des mots **entre, ongle, âme, verge, oncle, chambre** écrits dans l'ordre où ils apparaissent dans la première strophe (que j'appelle donc, dans l'ordre  $a_1$  (entre),  $a_2$  (ongle), etc.).

Dans la deuxième strophe, les vers se terminent par les mêmes mots, mais dans l'ordre **chambre, entre, oncle, ongle, verge, âme**. Ils ont donc été permutés,

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$

est devenu

$$(a_6, a_1, a_5, a_2, a_4, a_3)$$

et, mathématicienne, je constate donc que les mots-rime de la deuxième strophe se déduisent de ceux de la première par la permutation que j'appelle  $\sigma$  (la lettre grecque *sigma* que je choisis ici parce que c'est un « s », première lettre de « sextine ») et que je note en écrivant les images des numéros sous ces numéros :

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Pour la troisième strophe, Arnaut Daniel applique la même permutation aux mots-rime de la deuxième, **chambre, entre, oncle, ongle, verge, âme** devenant **âme** (le sixième vient en première place), **chambre** (le premier devient deuxième), et de même, pour cette strophe, **verge, entre, ongle, oncle**. La permutation qui fait passer directement de la première à la troisième strophe se note  $\sigma^2$  (pour  $\sigma$  composée avec  $\sigma$ ). Et ainsi de suite, pour les autres strophes.

**Et ainsi de suite ?** Eh bien, ça boucle. Parce que, lorsque l'on a fait six fois cette permutation, c'est-à-dire au moment de composer une septième strophe, on retombe sur les mots dans l'ordre originel. Et on ne va pas récrire la première strophe ! À la sixième fois, mais pas avant. En termes mathématiques (bien postérieurs à Arnaut Daniel [4]), la permutation utilisée est d'ordre 6.

Une règle que devait s'être imposée Arnaut Daniel, et qui n'a pas encore été évoquée, c'est le fait que chacun des mots-rime occupe une et une seule fois chaque position dans les strophes. En termes mathématiques, la permutation n'est pas n'importe quelle permutation d'ordre 6, mais c'est un *cycle*, au sens où elle envoie 1 sur 6, 6 sur 3, 3 sur 5, 5 sur 4, 4 sur 2 et 2 sur 1, ce qu'il est plus clair d'écrire

$$1 \mapsto 6 \mapsto 3 \mapsto 5 \mapsto 4 \mapsto 2 \mapsto 1.$$

En formules, une permutation  $\sigma$  de  $\{1, \dots, n\}$  est un cycle d'ordre  $n$  si :

$$\{1, 2, \dots, n\} = \{1, \sigma(1), \sigma^2(1), \dots, \sigma^{n-1}(1)\}.$$

Il existe bien sûr des permutations d'ordre  $n$  qui ne sont pas des cycles [5].

**La poésie ?** Bien entendu, ces propriétés de la permutation  $\sigma$  d'Arnaud Daniel n'épuisent pas... l'inépuisable poésie de sa sextine d'âme et verge (pour laquelle le choix judicieux des mots-rime [6] joue, déjà, un rôle important). Restons au niveau des mathématiques pour signaler que  $\sigma(1) = 6$  transforme le mot-rime du dernier vers d'une strophe en celui du premier vers de la strophe suivante, produisant un effet d'écho.

---

### Digression (escargolesque et littéraire) sur la permutation $\sigma$

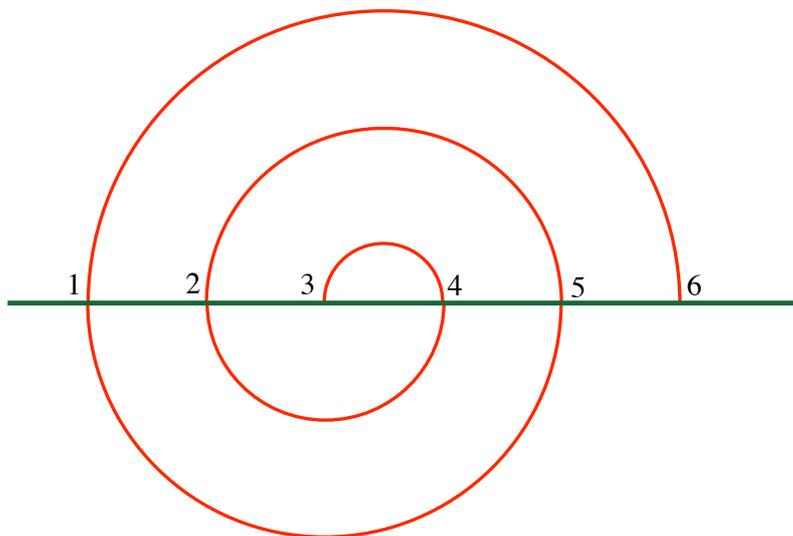
---

Arnaud Daniel n'est pas le seul poète à avoir écrit des sextines. C'est le cas aussi par exemple de Pétrarque. Le vingtième siècle a vu un regain d'intérêt pour cette forme, notamment grâce aux « **oulipiens** » [7].

La permutation  $\sigma$ , celle d'Arnaud Daniel, joue un rôle important dans les romans *la Belle Hortense*, *l'Enlèvement d'Hortense* et *l'Exil d'Hortense*, de Jacques Roubaud [8]. Dans la composition de ces romans, dans l'« action » de ces

romans. On la voit à l'œuvre dans les règles de succession des princes poldèves [9], dans leurs tatouages, pour ne citer que ce qui est le plus explicite ! En réalité, elle est à l'œuvre plus ou moins en permanence de façon implicite.

Elle apparaît en particulier, masquée, sous la forme des escargots qui caracolent (« gambadent », écrit Roubaud) dans un carré de salades. Pourquoi des escargots ? Eh bien, regardez la figure.



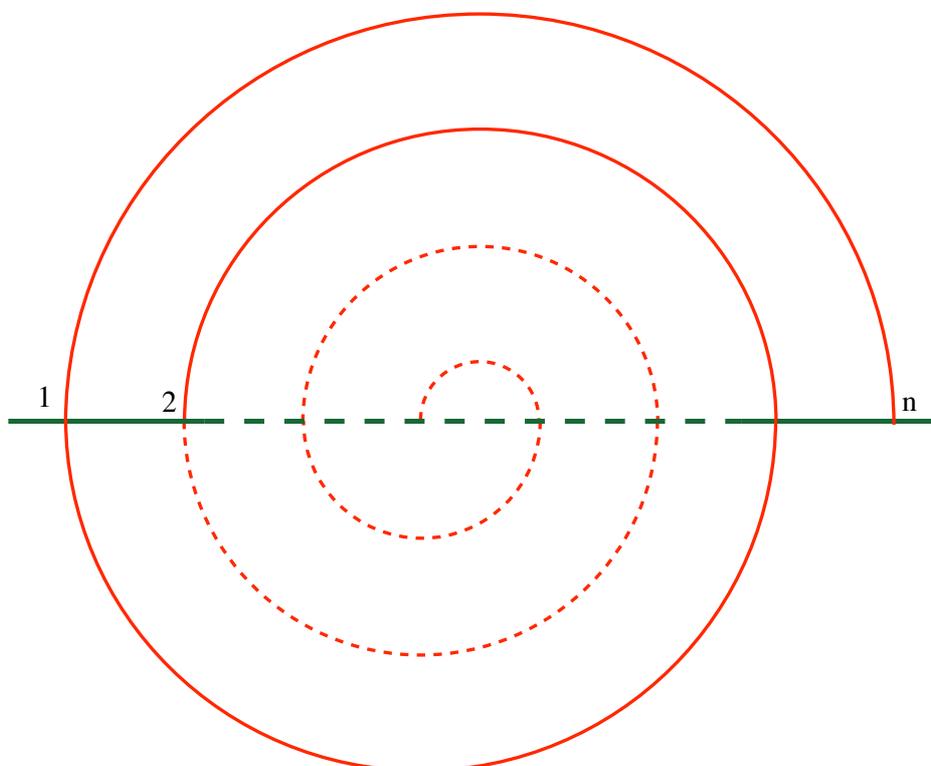

---

### Permutations « spirales » et nombres de Queneau

---

Si l'on lit les nombres, non pas dans l'ordre naturel dans lequel ils apparaissent sur la droite verte, mais dans celui dans lequel ils apparaissent sur la spirale rouge, on lit 615243 : la spirale représente la permutation  $\sigma$ .

Nous sommes prêts pour une généralisation, qui nous mènerait à écrire (ou au moins à concevoir) des « sextines » de tailles variées.



La permutation  $\sigma$  pour un ensemble  $M$  de  $n$  mots-rime est, comme le suggère la figure, donnée par l'ordre

$n, 1, n - 1, 2, \dots$  ; on peut aussi la définir par

$$\sigma(k) = 2k \quad \text{si} \quad 2k \leq n \quad \text{et} \quad \sigma(k) = 2n + 1 - 2k \quad \text{sinon.}$$

Une question naturelle, pour nous mathématicien·ne·s, et que ne pouvait pas manquer de se poser l'authentique amateur de mathématiques qu'était Raymond Queneau [10], est alors la suivante :

### Pour quels entiers $n$ la permutation $\sigma$ est-elle un cycle d'ordre $n$ ?

Lorsque c'est le cas, on dit que  $n$  est un *nombre de Queneau*. Et on peut écrire une  $n$ -ine (ou quenine). Concentrons-nous encore une fois sur la question mathématique, et examinons les premiers entiers

- 1 est un nombre de Queneau. L'assertion mathématique est triviale. La réalisation poétique l'est moins [11].
- 2 est un nombre de Queneau. Même remarque sur l'assertion mathématique [12].
- 3 est un nombre de Queneau [13].
- 4 n'est *pas* un nombre de Queneau [14]. La permutation fixe 3. C'est en effet

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 5 est un nombre de Queneau. Il existe des 5-ines [15].
- 6 est un nombre de Queneau, l'archétype des nombres de Queneau.
- Ni 7 ni 8 ne sont des nombres de Queneau, ce que nous laissons nos lecteurs vérifier, ce sera aussi une conséquence des résultats généraux énoncés ci-dessous.

Arrêtons là cette énumération et incluons une remarque sur le nombre 6. La liste elle-même donne une idée de son importance pour la poésie : 6 est un nombre assez grand pour que la répétition des mots-rime ne soit pas fastidieuse (l'exemple de terine donné en note est vraiment un exercice d'école)... et assez petit pour produire des poèmes de taille agréable, 36 vers plus la *tornada*. Le nombre de Queneau suivant, 9, donnerait des poèmes de 81 vers, ce qui est déjà un peu long.

---

## Le problème

---

Le problème que posent Queneau et nos poètes est, bien entendu : quels nombres entiers sont des nombres de Queneau ?

Il y a une réponse mathématique, un théorème (dû à Monique Bringer (1969), Jacques Roubaud (1969) et Jean-Guillaume Dumas (2008) [16]) :

**Pour que l'entier  $n$  soit un nombre de Queneau, il est nécessaire que  $2n + 1$  soit un nombre premier. Si c'est le cas,  $n$  est un nombre de Queneau si et seulement si**

- soit 2 est d'ordre  $2n$  modulo  $2n + 1$  [17],
- soit, si  $n$  est impair, 2 est d'ordre  $n$  modulo  $2n + 1$  .

Cet énoncé utilise la notion d'*ordre* d'un élément dans un *groupe*, les lecteurs qui ignorent cette notion sont invités à accepter le fait qu'il existe une caractérisation mathématique des nombres de Queneau et à sauter le détail de cet énoncé.

Il n'est pas très difficile de démontrer, en tout cas, que  $2n + 1$  doit être premier. Ce qui explique pourquoi 7 n'est pas un nombre de Queneau (alors,  $2n + 1 = 15$  n'est pas premier) [18]. Ce qui empêche aussi 10 d'être un nombre de Queneau ( $2n + 1 = 21$  n'est pas premier), et qui aurait donc pu produire une catastrophe dans l'histoire de la littérature (il n'en est heureusement rien, voir ci-dessous).

Il n'est pas non plus très difficile de démontrer que, si  $n$  et  $2n + 1$  sont des nombres premiers, alors  $n$  est un nombre de Queneau. Les nombres  $n$  ayant cette propriété sont appelés *nombres premiers de Sophie Germain* [19]. C'est une façon très simple de détecter que tel nombre, 53 par exemple, est un nombre de Queneau.

---

## D'autres cycles sont possibles...

---

Généralisons encore. Il y a beaucoup de façons de permuter  $n$  choses :  $n$  choix pour l'image de 1, puis  $n - 1$  pour l'image de 2, etc., donc

$$n \times (n - 1) \times (n - 2) \cdots \times 2 \times 1 = n!$$

(lire « factorielle  $n$  ») permutations.

Parmi celles-ci, comptons les cycles d'ordre  $n$  : pour l'image de 1, je peux choisir parmi les éléments 2, ...,  $n$ ,  $n - 1$  choix, donc, je choisis ensuite l'image de celui que je viens de choisir,  $n - 2$  choix, etc., il y a donc

$$(n - 1) \times (n - 2) \cdots \times 2 \times 1 = (n - 1)!$$

cycles d'ordre  $n$ .

On peut considérer qu'un cycle et ses itérés sont dans la même famille (il suffit de permuter les strophes du poème). Même comme ça, il reste  $(n - 2)!$  cycles vraiment différents. Par exemple, avec  $n = 6$ , ça fait 24, il reste du choix !

**Les cas  $n = 8$  et  $n = 10$ .** Nous l'avons vu, 8 n'est pas un nombre de Queneau. Le poème *Queneau en Novembre* [20] (de Roubaud) est pourtant un « genre d'octine » (sur une permutation d'ordre 8).

De même, 10 n'est pas non plus un nombre de Queneau. Avec quelques compères bien choisis, Georges Perec a quand même construit une permutation de 10 « choses » rendant les mêmes services qu'une quenine d'ordre 10 aurait pu rendre (dit très vaguement : une permutation d'ordre 10 et, disons, assez « mélangeante »). Il a itéré cette permutation pour établir des listes de contraintes qui contribuent à la composition et au foisonnement de son roman *la Vie mode d'emploi* [21].

---

## Gaspard Monge et le mélange des cartes

---

Vous tenez un paquet de  $n$  cartes dans la main gauche. Dans la main droite, vous prenez la carte du dessus, puis la deuxième, que vous mettez sur la carte que vous avez déjà dans la main droite, puis la troisième, que vous mettez dessous, et ainsi de suite jusqu'à épuisement : les cartes de la main gauche passent dans la main droite en alternant dessus-dessous.

Si les cartes s'appellent  $a_1, \dots, a_n$  et étaient dans cet ordre dans la main gauche, elles se retrouvent dans l'ordre

$$\dots, a_{2k}, \dots, a_4, a_2, a_1, a_3, \dots, a_{2k+1}, \dots$$

dans la main droite. Pour  $n = 2p$  (un nombre pair), la permutation est

$$\left( \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & \dots & p & p+1 & \dots & 2p-1 & 2p \\ 2p & 2p-2 & \dots & & & \dots & 2p-3 & 2p-1 \end{array} \right)$$

Par exemple, avec  $n = 6$ ,

$$\left( \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

... qui est encore un cycle d'ordre 6.

Cette méthode pour battre les cartes a été inventée (ça, on ne peut pas en être sûr) ou au moins étudiée par le mathématicien **Gaspard Monge** (1746-1818) [22].

Jacques Roubaud s'est saisi de la permutation de Gaspard Monge pour, d'abord la modifier, en en prenant l'inverse (ici pour un nombre pair,  $2p$ , de cartes), que j'appelle  $\mu$ , mu, comme Monge :

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & p & p+1 & \dots & 2p-1 & 2p \\ p+1 & p & p+2 & \dots & & & & 2n & 1 \end{pmatrix},$$

puis pour composer des variantes de sextines qu'il appelle des « mongines » [23].

Il serait trop long de s'attarder davantage sur les mongines. Mais elles pourraient nous amener à une autre façon de battre les cartes d'un jeu, les battages dits « de Faro » [24]. Les mathématiques des mélanges de Faro sont passionnantes, faisant apparaître des objets bien étudiés en théorie des groupes. Je n'en dirai pas plus ici, renvoyant à l'article de Bruno Belhoste paru sur ce site (et aux références qu'il contient). Du point de vue poétique, qui est celui qui nous intéresse ici, les battages de Faro engendrent les *farines* et *pharoïnes* dont nous allons voir un bel exemple ci-dessous.

## Et la poésie, alors ?

Une question intéressante serait, dans ce cadre, de comprendre les relations entre les propriétés mathématiques du cycle utilisé et les poèmes composés.

**Une petite remarque.** Du point de vue mathématique, tous les cycles d'ordre  $n$  se valent : si le cycle est

$$1 \mapsto \sigma(1) \mapsto \sigma^2(1) \mapsto \dots \mapsto \sigma^{n-1}(1) \mapsto 1,$$

on renomme les éléments  $1 = b_1$ ,  $\sigma(1) = b_2$ , etc. et le cycle devient

$$b_1 \mapsto b_2 \mapsto b_3 \mapsto \dots \mapsto b_n \mapsto b_1.$$

C'est dire que les noms des éléments permutés n'ont pas d'importance [25]. Ce n'est évidemment pas le cas des mots-rime d'un poème. Le fait, par exemple, que le dernier mot-rime devienne le premier peut être un impératif pour la forme poétique recherchée. Nous avons remarqué que le  $\sigma(6) = 1$  d'Arnaut Daniel provoquait un effet d'écho au passage d'une strophe à la suivante...

C'est pourquoi nos poètes commencent par définir la permutation dont ils ont besoin et se demandent ensuite si celle-ci est ou n'est pas un cycle d'ordre  $n$ .

**Que demande-t-on à une permutation ?** En commençant à réfléchir à cet article, je pensais écrire que l'utilisation d'une simple permutation circulaire

$$1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto 4 \mapsto 5 \mapsto 6 \mapsto 1$$

ne pourrait qu'engendrer des poèmes fastidieux. Mais après tout, pourquoi ? On peut imaginer une sorte de Marguerite au rouet [26] dans lequel une rotation lente, prévisible, inévitable des mots-rime évoquerait la rotation régulière du rouet et rythmerait le trouble de l'héroïne.

Il est d'usage, au contraire, de considérer une permutation comme « intéressante » si elle est très mélangeante. Il existe des textes de l'Oulipo à ce sujet, notamment celui dit « BO 66 », qui porte le titre de *N-ines autrement dit Quenines (encore)* et qui est dû à Jacques Roubaud (encore) [27].

Loin des illusions de ce que pourrait être tel ou tel poème, voici un authentique poème récent, écrit par Jacques Roubaud, et qui utilise une autre permutation de six mots-rime.

### Flammes

i

Qui pourrait éclairer les objets sur la table ; et le puits de silence, sinon la nuit ?  
 Le total de la lampe  
 Et le temps. regarde la lumière ; et ce plein sens, forme, ton flambeau,  
 Ce nuage qui la nie, allume  
 La trajectoire, frayée dans le noir de quelque flamme.  
 Ce n'est pas que la lumière était le jour

ii

Car elle était, déjà, l'allumée  
 Future, mais son image n'avait pas encore eu lieu, prisonnière de la nuit,  
 Quand, autour de la lampe  
 C'était encore l'obscurité berceau de ta flamme  
 Tenace, soustraite à l'acide du jour  
 Dont ne discute pas l'exactitude. agite ton flambeau,

iii

Artiste. existant réellement dans l'eau de la flamme  
 La lumière, son but, tu allumes  
 Parmi tant d'images mentales, seule immobile, accompagnée de la douleur, ta nuit.  
 Lumière assemble lumière, les jours  
 Après les jours ; et douleur assemble douleur, de flambeau à flambeau,  
 Comme de lampe à lampe.

iv

Et la suite des instants fut cela, jours  
 Qui se sont ordonnés en formes strictes de la flamme,  
 Règle de ta durée qui l'allume  
 Tu produis de la lumière dans de l'ombre, empoignés les flambeaux,  
 Lancés telle une lampe ;  
 Mieux qu'un instrument de mesure. la seule patrie des objets, ordre, c'est la nuit.

v

Tout à coup tu la vois, ta nuit, c'est une pomme pourrie. le flambeau  
 En main, contre la douleur tu fais le jour.  
 La lumière est le point d'ébullition des choses, flamme  
 Enfoncée en ta lampe.  
 La lumière est l'inaccessible, inaccessible même en l'éclair, est la non-non-nuit.  
 Tu veilles dans le noir, tu allumes

vi

En silence ta lampe.  
 Il est temps. regarde la lumière et ce plein-sens, forme, ton flambeau,  
 Tenace, soustrait à l'acide du jour  
 Parmi tant d'images mentales, seule immobile, accompagnée de la douleur, ta nuit.  
 Ce nuage qui la nie, allume-  
 Le. sculpte la forme de ta douleur dans cette flamme.

**Jacques Roubaud**, *les Fastes* (2009)

Avant de revenir aux mathématiques, il convient d'ajouter quelques commentaires. La pharoine que vous venez de lire est parue récemment dans un livre de Jean-Paul Marcheschi et Jacques Roubaud intitulé *les Fastes* [28], livre qui accompagne une exposition de **Jean-Paul Marcheschi**, un artiste qui, depuis 1984, utilise le « pinceau de feu » (flambeau), la suie et le noir de fumée pour l'exécution de sa peinture. Le poème est le premier d'une série de 36 pharoinnes, cette série constituant elle-même une « pharoinne de pharoinnes ». Il utilise, dit l'auteur, « des récits et entretiens où Jean-Paul Marcheschi s'est exprimé sur son art ».

Les mathématiques, maintenant. Les mots-rime sont **nuit, lampe, flambeau, allume, flamme, jour**. La permutation est

$$Q = \begin{pmatrix} \text{nuit} & \text{lampe} & \text{flambeau} & \text{allume} & \text{flamme} & \text{jour} \\ \text{allume} & \text{nuit} & \text{lampe} & \text{flamme} & \text{jour} & \text{flambeau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

C'est un cycle d'ordre 6, comme le poème lui-même le montre. Il a encore une propriété intéressante pour la poésie : regardez l'ordre des mots-rime dans la quatrième strophe : **jours, flamme, allume, flambeaux, lampe, nuit**. Oui, ils sont dans l'ordre inverse de leur ordre originel. Considérons la permutation qui amène directement de l'ordre de la première strophe à celui de la quatrième, son nom mathématique est  $Q^3$  (je fais  $Q$  une fois, j'arrive à la deuxième strophe, je fais  $Q$  trois fois ( $Q^3$ ), j'arrive à la quatrième. Si je fais  $Q^3$  deux fois, c'est comme si j'avais fait  $Q$  six fois, je reviens à l'ordre originel. En termes mathématiques, si la permutation  $Q$  est d'ordre 6, alors la permutation  $Q^3$  est d'ordre 2. Il y a beaucoup de permutations d'ordre 2 de six éléments, et celle-ci est particulière, c'est

$$Q^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Cette permutation est une petite modification de la permutation obtenue par battage de Faro. La détermination des nombres *pharaoniques* (les nombres entiers pairs pour lesquels la pharoinne est possible) est encore une question ouverte.

Je laisse les lecteurs au problème de trouver la permutation adaptée aux poèmes qu'ils ont envie d'écrire et termine par un problème... strictement mathématique, et ouvert lui aussi !

---

## Une conjecture d'Artin [29]

---

Le mathématicien allemand Emil Artin (1898-1962) a laissé quelques problèmes à la postérité. Parmi ceux-ci, une conjecture assez générale, dont un aspect concerne l'ordre de 2 dans les corps finis premiers. Voici une façon d'énoncer cette conjecture :

**Au moins 37% des entiers  $n$  tels que  $2n + 1$  soit premier sont des nombres de Queneau.**

Ce qui impliquerait, en particulier, qu'il y a une infinité de nombres de Queneau [30].

Il existe un site ouèbe assez fascinant qui contient des listes des nombres entiers, et en particulier celle des  $2n + 1$  premiers pour lesquels 2 est d'ordre  $2n$ , [cliquez ici](#).

A ma connaissance, cette conjecture, qui date de 1927, est toujours ouverte. Il existe une démonstration... mais qui suppose l'hypothèse de Riemann (généralisée) démontrée.

Quant à savoir quel est son intérêt pour la littérature...

---

**P.S. :**

*Merci à tous les relecteurs et relectrices pour leurs critiques constructives et leur aide et à, par ordre alphabétique, C.Huyghe pour des commentaires judicieux sur cet article et la suggestion qui fait l'objet de la dernière note, A.Leblanc pour m'avoir envoyé le fichier de et autorisé à reproduire la quintine, et surtout, last but not least, J.Roubaud pour m'avoir communiqué ses textes oulipiens sur les N-ines, mongines, et surtout pharoïnes (datant, pour ces derniers, du 19 juillet 2009), et pour m'avoir permis de reproduire la première pharoïne des Fastes.*

*La photographie servant de logo à cet article vient de wikipedia Commons, sur la page <http://fr.wikipedia.org/wiki/Escargot>.*

## Notes

[▲1] Dante l'a salué comme celui qui « du parler maternel fut meilleur maître », et l'a même cité, en ce qu'on appelait « provençal » dans le texte, dans *la Divine comédie*. Pétrarque l'a qualifié de « grand maître d'amour qui à sa terre fait encore honneur avec son parler étrange et beau ». Il est l'auteur de poèmes d'une extrême exigence poétique, avec des sens cachés et des formulations énigmatiques, ce que l'on appelle le *trobar clus* (parler fermé).

[▲2] Elle est due à Jacques Roubaud, dans son livre *la Fleur inverse, l'Art des troubadours* (Les Belles Lettres, 2009). Il s'agit d'une traduction littérale. Elle ne permet pas d'appréhender la métrique (très contrainte elle aussi) des vers, mais nous n'aborderons pas cette question ici. Pour les lecteurs pressés, je me suis permis de disposer les coblas en vers, c'est-à-dire d'aller à la ligne, rendant ainsi la position des mots-rime plus évidente.

[▲3] Pour ce qui est de l'abstraction tout court, Arnaut Daniel n'avait pas grand chose à nous envier.

[▲4] Si le treizième siècle est l'époque d'une floraison sans pareille de la poésie (provençale), il n'en est pas autant, dans les mêmes régions, des mathématiques.

[▲5] Par exemple

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Elle est d'ordre 6 parce qu'elle permute circulairement les trois premiers nombres, et échange les deux suivants ; pour retomber sur nos pieds, il faut faire agir la permutation  $3 \times 2$  fois. Et ce n'est pas un cycle d'ordre 6 : le sixième nombre ne bouge pas.

[▲6] Pour ne mentionner qu'un exemple évident, il va sans dire que nos lecteurs n'ont pas l'innocence de croire que le

mot « verge » ne désigne dans ce texte qu'une « baguette longue et flexible ». *Trobar clus*, énigmatique, il serait appauvrissant de proposer telle ou telle explication...

[▲7] Membres de l'OUvroir de LIttérature POtentielle.

[▲8] Parus de 1985 à 1990 et disponibles, en *Points*, Seuil, en vente dans toutes les bonnes librairies. Sur la discrète insistance arithmétique de l'auteur dans ces trois romans (et pour mesurer jusqu'où les hypothèses interprétatives peuvent conduire les critiques), voir l'article de Catherine Rannoux, *La Belle Hortense de J. Roubaud : Contes et décomptes. La Licorne, Numéro 40 (2006)*.

[▲9] Sur la Poldévie, voir **notre article**.

[▲10] L'écrivain **Raymond Queneau** (1903-1976), dont on connaît en général au moins *Zazie dans le métro*, *Exercices de style* et *Cent mille milliards de poèmes*, était aussi un mathématicien amateur (il a publié un article de quarante pages dans une revue spécialisée, le *Journal of combinatorial theory*, en 1972), et un amateur de mathématiques, comme ses articles, par exemple dans les livres *les Grands courants de la pensée mathématique* de **François Le Lionnais**, et *Bords* le montrent.

[▲11] Le poète Guillaume Apollinaire avait résolu la question par anticipation dès 1913 dans *Chantre* (du recueil *Alcools*) :

Et l'unique cordeau des trompettes marines

et Queneau lui-même en a proposé une autre solution dans *Ce jour-là (monostique)* (du recueil *Courir les rues*) :

J'acquis un timbre Proust au carré Marigny

[▲12] Tous les quatrains à rimes en abba, une fois réécrits ab ba, peuvent être considérés comme des solutions poétiques, au moins si l'on remplace « mot-rime » par « rime ».

[▲13] Les  $n$ -ines d'ordre 3 sont appelées *terines*. On trouvera une « terine théorique » venue du site de l'**Oulipo**, en cliquant sur la vignette.



[▲14] Si elles eussent existé, les  $n$ -ines d'ordre 4 eussent été des *catherines*... Dommage !

[▲15] Cinquines, pentines, quines, quintines, beaucoup de noms, peu de poèmes... On en trouve tout de même une preuve poétique dans un poème que l'on peut lire en cliquant sur la vignette.



[▲16] Voir les articles **ici** ou **là**.

[▲17] Pour ceux qui savent ce que c'est, noter que, comme  $2n + 1$  est un nombre premier, les entiers modulo  $2n + 1$  forment un corps, dont le groupe multiplicatif (des éléments non nuls) est cyclique d'ordre  $2n$ . La condition est que 2 soit un générateur de ce groupe. La démonstration est fondée sur le fait que  $\sigma$  multiplie  $k$  par 2 ou  $-2$  modulo  $2n + 1$ .

[▲18] Pour 8,  $2n + 1 = 17$ . Comme  $2^4 = 16 = -1$  modulo 17, et  $2^8 = (2^4)^2 = (-1)^2 = 1$  modulo 17, 2 est donc d'ordre  $8 < 16$ .

[▲19] En d'autres termes, les nombres premiers de Sophie Germain sont des nombres de Queneau. **Sophie Germain** avait étudié les solutions de **l'équation de Fermat** pour ces entiers, c'est pourquoi ils portent son nom. Les nombres de Sophie Germain ont déjà été mentionnés sur ce site autour de ce **billet**.

[▲20] Dans *la Forme d'une ville change plus vite hélas que le cœur des humains* (collection Poésie Gallimard).

[▲21] Voir **le Cahier des charges de la Vie mode d'emploi**.

[▲22] Il a été question de Gaspard Monge, incidemment, dans **l'article** consacré aux mélanges de cartes et dans **un billet** sur ce site ; il conviendrait peut-être de s'y intéresser de plus près...

[▲23] On trouvera une mongine (avec une petite erreur dans la cinquième strophe) issue, toujours, du site de l'**Oulipo**, en cliquant sur la vignette.



[▲24] Si je comprends bien l'origine de ce mot, en anglais *Faro shuffle*, il viendrait du jeu de « Pharaon » (dont je ne sais pas pourquoi il porte ce nom).

[▲25] En termes mathématiques, tous les  $n$ -cycles sont conjugués dans le groupe symétrique.

[▲26] Je pense à un *lied* de Schubert, *Gretchen am Spinnrade*, sur un texte de Goethe (que vous pouvez écouter **ici**, chanté par **Kathleen Ferrier**).

[▲27] On trouvera un inventaire des cahiers de la *Bibliothèque Oulipienne* et des livres dans lesquels on peut les trouver sur <http://www.fatrazie.com/BO.htm>.

[▲28] Éditions Lienart et Musée départemental de préhistoire d'île-de-France.

[▲29] Emil Artin, plagiaire par anticipation de Queneau... mériterait que l'on invente une *Art-ine* en son honneur.

[▲30] On ne sait pas s'il existe une infinité de nombres premiers de Sophie Germain.

---

Pour citer cet article : **Michèle Audin**, « **Poésie, spirales, et battements de cartes** » — *Images des Mathématiques*, CNRS, 2009. En ligne, URL : <http://images.math.cnrs.fr/Poesie-spirales-et-battements-de.html>