

Simulation de la rupture de structures composites par une approche à directions fixes de l'endommagement

Juan Pedro Berro Ramirez, Damien Halm, Jean-Claude Grandidier

▶ To cite this version:

Juan Pedro Berro Ramirez, Damien Halm, Jean-Claude Grandidier. Simulation de la rupture de structures composites par une approche à directions fixes de l'endommagement. 17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17), Jun 2011, Poitiers-Futuroscope, France. pp.99. hal-00598145

HAL Id: hal-00598145 https://hal.science/hal-00598145

Submitted on 4 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation de la rupture de structures composites par une approche à directions fixes de l'endommagement

Fracture simulation of composite structures by a fixed directions damage approach

Berro Ramirez, Juan Pedro¹, Halm, Damien¹ et Grandidier, Jean – Claude¹

1 : Institut Pprime (UPR 3346) – CNRS – ENSMA – Université de Poitiers – Département Physique et Mécanique des Matériaux – BP40109, 86961 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL CEDEX e-mail : juan-pedro.berro-ramirez@ensma.fr, damien.halm@ensma.fr, jean-claude.grandidier@ensma.fr

Résumé

Dans ce papier on propose une contribution à la modélisation de l'endommagement des matériaux composites à fibres avec l'objectif d'être capable de prédire la rupture de structures fabriquées à partir de ce type de matériau. En s'appuyant sur une campagne d'essais de caractérisation d'un composite, on identifie les différents modes d'endommagement ainsi que leur évolution. Le découplage entre ces différents modes permet d'envisager l'utilisation d'un modèle d'endommagement « à directions fixes ». Dans un premier temps, on insiste sur la construction du modèle, puis une subroutine UMAT est ensuite développée pour simuler des essais sur éprouvettes.

Abstract

In this paper we suggest a contribution to the modelling of the fiber reinforced composite materials damage in order to be able to predict the fracture of structures made of this type of material. By leaning on a tests campaign of characterization of a composite, we identify the several damage modes as well as their evolution. The decoupling between these different modes allows envisaging the use of a « fixed direction » damage model. At first, the components of the model are thoroughly described and a subroutine UMAT is then developed to simulate the behaviour of samples.

Mots Clés : Structures composites, modélisation, endommagement, calcul EF **Keywords :** Composites structures, modelling, damage, FE calculation

1. Introduction

Depuis de nombreuses années, un grand nombre de modèles d'endommagement a été développé pour de multiples applications, depuis les matériaux ductiles jusqu'à des comportements quasi – fragiles. La mécanique de l'endommagement a beaucoup évolué depuis les premiers travaux de Kachanov [1]. Ce formalisme a montré ses avantages dans de nombreuses applications. Sans être exhaustif, on peut citer Chaboche [2], Krajcinovic [3], Murakami [4]. De nombreux modèles écrits dans ce cadre sont dédiés au comportement des composites. On distingue différentes approches : certaines étudient l'échelle microscopique et, par technique d'homogénéisation, déduisent le comportement à plus grande échelle [5 - 6], d'autres se placent à l'échelle mésoscopique (celle du pli UD). Dans ce dernier groupe, plusieurs modèles d'endommagement très satisfaisants ont été développés. On peut citer le méso- modèle de Cachan développé par Ladevèze et al. [7] ou le modèle de l'ONERA (Laurin et al. [8]). Une étude à l'échelle modiale (*World Wide Failure Exercise*) a été réalisée pour dresser un état de l'art et comparer différents critères de rupture dans le domaine des stratifiés composites. Ce bilan a mis en évidence la validité des différents critères pour plusieurs chargements [9 - 10].

Le modèle présenté ici se place à l'échelle mésoscopique et est basé sur celui développé par Bargellini et al. [11] pour les matériaux quasi –fragiles. Il est construit à partir de la théorie de représentation des fonctions tensorielles [12], particulièrement adaptée à la modélisation des milieux anisotropes. On souhaite ainsi explorer les capacités de ces outils à reproduire la dégradation de structures composites. On présente le modèle (hypothèses, construction) dans la section 2, l'implémentation numérique dans la section 3 et quelques simulations numériques dans la section 4.

2. Modèle d'endommagement

Cette section présente le modèle développé, depuis les bases expérimentales jusqu'à sa formulation théorique.

2.1 Mécanismes d'endommagement : bases expérimentales

Le modèle proposé dans cette communication sera confronté à des résultats d'essais menés sur un matériau composite à fibres de carbone et matrice époxy. Les éprouvettes, dont le comportement sera simulé, ont la particularité d'avoir été prélevées non pas sur des plaques stratifiées, mais dans des viroles de tubes bobinés. Ainsi, elles ne sont pas parfaitement planes mais très légèrement courbes (cette courbure sera négligée dans la suite) et pour le cas des $\pm 45^{\circ}$ (voir les drapages testés ci-dessous), on observe un croisement des fibres. La campagne d'essais [13] de traction a été réalisée sur éprouvettes simples (rectangulaires), soumises à de la traction, avec trois drapages différents :

• [0₁₀]; [90₁₀]; [45,-45, 45,-45, 45,-45, 45,-45, 45,-45]

Les essais issus de [13] mettent en évidence un comportement analogue à celui d'éprouvettes stratifiées qu'on peut observer dans la littérature [14-15], à savoir un comportement fragile pour les orientations à 0° et 90° et fortement non linéaire avec déformation résiduelle pour les éprouvettes à $\pm 45^{\circ}$. Les différents types d'endommagement observés sont les suivants :

- Rupture des fibres à 0°
- Rupture de l'interface fibre matrice à 90°
- Délaminage, glissement, endommagement « diffus » et progressif, rupture de l'interface interpli qui conduit à la rupture finale fragile.

C'est sur les éprouvettes à $\pm 45^{\circ}$ qu'on trouve un comportement endommageable progressif. La courbe contrainte de cisaillement – déformation de glissement, tout comme l'évolution du module de cisaillement par rapport à cette même déformation sont montrées ci-dessous :



Fig. 1. Courbes Contrainte de Cisaillement – Déformation de glissement expérimental et courbe module de cisaillement en fonction de la déformation de glissement (pour différentes éprouvettes)

2.2 Approche à directions fixes.

Le modèle présenté est construit dans le cadre de la mécanique de l'endommagement en utilisant les concepts et outils de la thermodynamique des processus irréversibles. Il est capable de reproduire les phénomènes suivants :

- Non linéarité du comportement
- Anisotropie initiale et induite
- Déformation résiduelle

Pour la construction du modèle, on s'appuiera sur le concept de directions fixes d'endommagement : on suppose, à l'échelle du pli (méso-échelle) que tout état d'endommagement, par nature anisotrope, est décomposé sur un ensemble de couples ($\rho_i N_i$), dont le nombre est à définir (voir paragraphe suivant). Les tenseurs N_i , fixes, sont des tenseurs directionnels $N_i = n_i \otimes n_i$ et le vecteur n_i représente, pour chaque *i*, la normale à la surface de rupture. Ces directions sont choisies selon le comportement du matériau observé et chacun de ces tenseurs est lié à un endommagement différent. Des variables scalaires ρ_i , associées aux tenseurs N_i , évoluent en fonction du chargement pour représenter la cinétique du processus d'endommagement. On procède de la même manière en ce qui concerne le glissement : des variables scalaires γ_i associées aux tenseurs correspondants N_i évoluent en fonction du chargement pour représenter la déformation résiduelle.

On insiste sur le fait que l'ensemble des tenseurs N_i est fixe et qu'il est choisi à partir des directions d'endommagement privilégiées dépendant de la structure du matériau.

2.3 Choix des systèmes d'endommagement

En s'appuyant sur les résultats obtenus lors des essais de traction uniaxiale, on définit les systèmes (directions) d'endommagement suivants, à l'échelle du pli (*Fig. 2*) :



Fig. 2 Endommagements observés et systèmes d'endommagement choisis.

On se place dans le plan du pli unidirectionnel (*Fig 2*) :

- Système associé au sens des fibres (N₁) qui représente l'endommagement (rupture) des fibres (ρ₁)
- Système associé à l'interface fibre matrice (N₂) qui représente la rupture des interfaces (ρ₂)
- Système associé aux directions à $\pm 45^{\circ}$ par rapport l'axe des fibres (N_{45} et N_{-45}) et correspondant à l'endommagement diffus ($\rho_{\pm 45}$) et à la déformation résiduelle ($\gamma_{\pm 45}$)

Un endommagement hors plan est ajouté :

• Système associé à la direction de l'interface entre plis (N_3) associé au délaminage

2.4 Potentiel thermodynamique

A l'aide de la théorie de représentation des fonctions tensorielles [12], on construit le potentiel thermodynamique (en l'occurrence l'énergie de déformation par unité de volume), qui est composé de trois termes différents : un terme correspondant au comportement élastique réversible, un terme correspondant à l'influence de l'endommagement et un dernier terme représentant l'énergie bloquée par glissement.

$$w(\overline{\varepsilon}, \rho_i, \gamma_i, \overline{\overline{N}}_i) = w^0(\overline{\varepsilon}, \overline{\overline{N}}_i) + w^d(\overline{\varepsilon}, \rho_i, \overline{\overline{N}}_i) + w^r(\overline{\varepsilon}, \gamma_i, \overline{\overline{N}}_i)$$
(Eq. 1)

On construit le potentiel élastique w^0 en utilisant seulement le tenseur directionnel N_1 comme tenseur de fabrication, en s'appuyant sur le formalisme proposé par Halm et al. [16]. La présence d'un seul tenseur (N_1) est dû à l'isotropie transverse du pli, N_1 donnant la direction des fibres. On arrive à l'expression suivante :

$$w^{0}(\vec{\varepsilon}, \vec{N}_{i}) = \frac{a_{1}}{2} \left(tr\vec{\varepsilon} \right)^{2} + a_{2}tr\left(\vec{\varepsilon}, \vec{N}_{1}\right) tr\varepsilon + \frac{b_{1}}{2} \left[tr\left(\vec{\varepsilon}, \vec{N}_{1}\right) \right]^{2} + 2c_{1}tr\left(\vec{\varepsilon}, \vec{\varepsilon}\right) + 2c_{2}tr\left(\vec{\varepsilon}, \vec{N}_{1}\right)$$
(Eq. 2)

En connaissant la matrice de raideur du matériau (via une campagne d'essais), l'identification des cinq constantes a_1 , a_2 , b_1 , c_1 et c_2 ne pose pas de difficulté. Il suffit de résoudre le système d'équations suivantes (la direction 1 représente la direction des fibres) :

$$C_{11} = a_1 + 4c_1 + 2(a_2 + 2c_2) + b_1; \qquad C_{22} = a_1 + 4c_1$$

$$C_{22} = a_1 + a_2; \qquad C_{23} = a_1; \qquad C_{55} = 2c_1 + c_2$$
(Eq. 3)

Le potentiel thermodynamique lié à l'endommagement a l'expression suivante :

$$w^{d}(\vec{\varepsilon}, \rho_{i}, \vec{N}_{i}) = \sum_{i} \rho_{i} \begin{cases} \alpha_{i} \left[tr(\vec{\varepsilon}.\vec{\varepsilon}) - \frac{1}{2} tr(\vec{\varepsilon})^{2} + tr(\vec{\varepsilon}) tr(\vec{\varepsilon}.\vec{N}_{i}) \right] + \beta_{i} tr(\vec{\varepsilon}.\vec{\varepsilon}.\vec{N}_{i}) + \kappa_{i} tr(\vec{\varepsilon}.\vec{N}_{i}.\vec{\varepsilon}.\vec{N}_{i}) \\ -\left(\frac{3}{2}\alpha_{i} + 2\beta_{i} + \kappa_{i}\right) tr(\vec{\varepsilon}.\vec{N}_{i})^{2} H\left(-tr(\vec{\varepsilon}.\vec{N}_{i})\right) \end{cases}$$
(Eq. 4)

où α_i , β_i , et κ_i (avec i valant successivement 1, 2, 3, +45 et -45, selon ce qui a été mis en évidence dans le paragraphe 2.3) sont des constantes du matériau, différentes pour chaque système (endommagement anisotrope). *H* représente la fonction de Heaviside. Sa présence dans (4) permet de tenir compte du comportement unilatéral de l'endommagement (voir Bargellini et al. [11]). Quant au potentiel lié au glissement, on suppose la forme suivante :

$$w^{r}(\overline{\varepsilon}, \gamma_{i}, \overline{N}_{i}) = \Gamma \gamma_{45} tr(\overline{\varepsilon}.\overline{N}_{45}) + \Gamma \gamma_{-45} tr(\overline{\varepsilon}.\overline{N}_{-45})$$
(Eq. 5)

où Γ est une constante du matériau.

2.5 Domaines de réversibilité et lois d'évolution

Pour obtenir la contrainte et les forces thermodynamiques associées aux variables internes ρ_i et γ_i , on dérive *w* par rapport à ε (pour calculer la contrainte) et par rapport à ρ_i ou γ_i . Afin d'introduire le caractère fragile du comportement des composites étudiés (notamment dans les directions 0° et 90°), c'est-à-dire l'importance des déformations positives (extensions), on procède à une partition des forces thermodynamiques associées à l'endommagement, de telle façon que seules les déformations positives perpendiculaires au système d'endommagement pilotent le mécanisme associé. Ainsi, l'endommagement évoluera s'il existe une déformation qui ouvre les microfissures liées à chaque système.

L'hypothèse de normalité est utilisée dans l'évolution des variables internes. L'expression générale pour le domaine de réversibilité associé à chaque variable d'endommagement ρ_i a la forme suivante :

$$F_{\rho_i} - f_i(\rho_i) \le 0 \tag{Eq. 6}$$

où F_{ρ} est la partie associée aux déformations normales positives de la force correspondant à chaque système d'endommagement. Selon la forme de la fonction seuil f_i , on aura différentes lois d'évolutions. En ce qui concerne les lois d'évolution pour l'endommagement (1, 2, 3) à l'origine des ruptures fragiles des fibres et de l'interface fibre/matrice, on peut choisir une expression proposée par Chaboche et Maire [17] qui mène à la forme suivante de la variable d'endommagement lorsqu'elle évolue (<...> représente la partie positive) :

$$\boldsymbol{\rho}_{i} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\left\langle F_{\rho_{i}} - F_{\rho_{0i}}\right\rangle}{Cv_{\rho_{i}}}\right)^{n_{i}}\right)$$
(Eq. 7)

Cette évolution est pilotée par $F_{\rho i}$, c'est-à-dire, la force thermodynamique associée au système activé (et liée aux déformations positives), $F_{\rho 0 i}$ est le terme correspondant au seuil initial et $Cv_{\rho i}$ est une constante qui contrôle la vitesse de l'évolution. Lorsque la variable atteint la valeur 1, le module de Young effectif associé à chaque direction est proche de zéro afin de représenter la ruine du matériau dans la direction considérée. En ce qui concerne l'endommagement diffus, on utilise une combinaison d'évolution exponentielle et linéaire. L'évolution de l'endommagement est plus progressive que dans le cas précédent :

$$\rho_{i} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\left\langle\sqrt{F_{\rho_{i}}} - \sqrt{F_{\rho_{0}i}}\right\rangle}{Cv_{\rho_{i}}}\right)^{n_{i}}\right) + Cv2_{\rho_{i}}\left(\sqrt{F_{\rho_{i}}} - \sqrt{F_{\rho_{0}i}}\right)$$
(Eq. 8)

De la même manière, on trouve dans cette loi d'évolution la force thermodynamique qui pilote le processus $(F_{\rho i})$, les seuils initiaux d'endommagement $(F_{\rho 0i})$ et deux constantes de vitesse pour chaque terme $(Cv_{\rho i} \ et \ Cv2_{\rho i})$. La partie exponentielle permet d'atteindre un état de saturation de l'endommagement.

Pour le glissement, le formalisme est identique. L'évolution est contrôlée par une fonction seuil :

$$F_{\gamma_i} - f_i^{\gamma}(\gamma_i) \le 0 \tag{Eq. 9}$$

Conformément aux observations expérimentales, on choisit une évolution de γ_i linéaire par rapport à sa force thermodynamique, donc linéaire par rapport à la déformation.

$$\gamma_i = \frac{F\gamma_i - F\gamma_{i0}}{C\psi}$$
(Eq. 10)

avec $F\gamma_i$, $F\gamma_{i0}$ et $C\gamma v$ la force thermodynamique, le seuil initial, et la vitesse d'évolution respectivement.

3. Implémentation numérique

Le modèle a été implanté dans le logiciel ABAQUS grâce à une subroutine UMAT. Cette subroutine calcule à chaque point d'intégration l'état de contraintes à partir de l'état de déformations et de la valeur des variables internes, selon la loi du matériau implémenté. Pour assurer la convergence de ce calcul (implicite), il est indispensable de calculer la matrice tangente exacte et de régulariser l'évolution des variables d'endommagement, en particulier celles associées à la rupture des fibres et de l'interface fibre / matrice.

3.1 Régularisation visqueuse

Le comportement adoucissant, inhérent aux modèles de matériaux endommageables, est responsable de problèmes de convergence lorsque des calculs implicites sont faits (ABAQUS/standard). En plus, la nature locale des modèles d'endommagement conduit à des phénomènes de localisation et de dépendance de la solution au maillage.

On a introduit une méthode de régularisation, afin d'atténuer les problèmes de convergence, de réussir à poursuivre le calcul au-delà de la ruine de plusieurs éléments, et de diminuer le phénomène de localisation de l'endommagement.

La méthode utilisée ici a été implémentée dans plusieurs modèles, comme ceux de Maimi et al. [18], Lapczyk et Hurtado [19], Marcil [20]. C'est une généralisation de la méthode de Duvaut et Lions [21], qui consiste à remplacer la variable d'endommagement par une grandeur régularisée ρ_i^{ν} . La variable régularisée est reliée à ρ_i par l'équation suivante :

$$\dot{\rho}_i^{\nu} = \frac{1}{\tau_i} \left(\rho_i - \rho_i^{\nu} \right) \tag{Eq. 11}$$

où τ_i est le temps caractéristique de chaque mode. On observe une amélioration substantielle de la convergence du calcul qui nous permet de poursuivre le calcul au-delà du seuil d'évolution des variables d'endommagement fragile. Néanmoins la valeur maximale de charge à rupture des structures augmente avec la valeur de τ_i , qui devient ainsi un paramètre du calcul, et avec la vitesse de déformation [22]. De plus, l'introduction de cette viscosité ajoute une dépendance « artificielle » au temps [20].

3.2 Matrice tangente

Le calcul de la matrice tangente exacte est très conseillé lorsque le comportement du matériau devient adoucissant, mais son expression n'est pas triviale. Alors que la matrice élastique peut

s'avérer suffisante en régime durcissant, l'utilisation de l'expression exacte de la matrice tangente est déterminante en régime adoucissant. Elle est calculée de la façon suivante :

$$\frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial \overline{\varepsilon}} = \overline{C} + \overline{\varepsilon} : \sum_{i} \left(\frac{\partial \overline{C}}{\partial \rho_{i}} \right) \left(\frac{\partial \rho_{i}}{\partial \overline{\varepsilon}} \right) + \sum_{i} \left(\frac{\partial \overline{\Psi}}{\partial \gamma_{i}} \right) \left(\frac{\partial \gamma_{i}}{\partial \overline{\varepsilon}} \right); \qquad \overline{\Psi} = \sum_{i} \Gamma \gamma_{i} N_{i}$$
(Eq. 12)

On peut observer que la matrice tangente est composée de trois termes : la matrice de rigidité effective (premier terme) et l'influence de l'évolution de l'endommagement et du glissement. Lorsque l'endommagement et le glissement n'évoluent plus, la matrice tangente est équivalente à la matrice de rigidité effective.

4. Validation numérique

Les paramètres du modèle ont été identifiés à partir des simulations sur un seul point d'intégration. Les propriétés d'un pli élémentaire du matériau utilisé sont (en considérant 1 l'axe des fibres) :

E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	v_{12}	G ₁₂ (MPa)	G_{23} (MPa)
111300	7200	0.3	3800	2100



Pour vérifier les capacités du modèle, le comportement en traction des éprouvettes présentées dans la section 2.1 est simulé. La courbure étant négligée, les éprouvettes sont rectangulaires, de dimensions 250mm x 20 mm et 3mm d'épaisseur. Les trois drapages testés sont ceux présentés en 2.1. Les courbes de ce paragraphe comparent la réponse contrainte axiale – déformation axiale enregistrée par des jauges collées à la surface des éprouvettes et la simulation correspondante. Pour cette dernière, on a utilisé des éléments en contrainte plane avec 1 point d'intégration dans l'épaisseur : l'endommagement sera homogène dans l'épaisseur de l'élément. Les conditions aux limites sont un encastrement d'un côté pour représenter la prise des mors, et un déplacement imposé sur le côté opposé.



Fig. 3. Dimensions des éprouvettes

Les résultats obtenus sont les suivants :

• Traction dans le sens des fibres.

On observe sur la *Fig. 4* que le comportement en contrainte est en très bon accord avec les mesures expérimentales des jauges. Le point de rupture est conforme à l'expérience (à la dispersion près). La *Fig. 5* présente une cartographie des endommagements activés pour visualiser leur distribution le long l'éprouvette.



Fig. 4. Courbe $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ pour des éprouvettes à 0°. PUD0_1 et PUD0_2 sont deux éprouvettes testées.

Fig. 5. Endommagement des fibres (au-dessus) et diffus (au-dessous)

L'endommagement des fibres (*Fig5. au – dessus*) se développe dans une bande qui s'étend sur toute la largeur. On peut observer aussi (figure de dessous) la présence d'endommagement diffus (correspondant aux systèmes N_{45} et N_{-45}) au moment de la rupture. Par contre, son effet n'est pas suffisamment fort pour influer sur la réponse totale. D'un point de vue numérique, la simulation permet de poursuivre le calcul au-delà du point de rupture dans la mesure où les éléments « rompus » conservent une rigidité résiduelle faible mais non nulle.

• Traction orthogonale aux fibres





Fig. 6. Courbe $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ pour une éprouvette à 90°. $CUD90_3$ et $CUD90_4$: éprouvettes testées.



La cartographie des endommagements montre que le seul système activé est la rupture des interfaces. Le caractère fragile et brutal de la rupture, identique à celle des fibres, génère une fissure sur toute la largeur, de la même manière que la rupture observée sur les éprouvettes à 0° .







Fig. 8. Endommagement diffus (au-dessus) et glissement (au-dessous)

La cartographie indique une localisation de l'endommagement et du glissement à 45° de la direction de traction.

5. Conclusions

Un modèle élasto-plastique endommageable piloté en déformations a été développé pour simuler le comportement, l'endommagement et la rupture de matériaux composites. Une version en contrainte plane a été implémentée dans le code commercial ABAQUS via le développement d'une subroutine UMAT. Pour valider le modèle, le comportement d'éprouvettes simples a été simulé. Un schéma de régularisation visqueuse a été introduit pour améliorer la convergence et poursuivre la simulation dans la phase adoucissante.

Ces premières simulations, dont les résultats sont en bon accord avec les observations expérimentales, indiquent que le modèle proposé est apte à décrire les modes de dégradation élémentaires. Elles ouvrent la voie à de nombreuses perspectives. En premier lieu, il s'agit désormais de confronter les simulations à des essais sur structures plus épaisses, dont la séquence d'empilement est plus complexe. On souhaite également introduire une formulation non locale pour réduire la dépendance de la solution par rapport au maillage.

Références

- [1] LM. KACHANOV, « On the time to failure under creep conditions ». *Izv AN SSSR, Otd teknh*, Vol. 31, pp. 8-31, 1958.
- [2] JL. CHABOCHE, « Continuum damage mechanics, parts I and II ». ASME J Appl Mech, pp. 55-59 and 55-65, 1989.

- [3] D. KRAJCINOVIC, « Continuum damage mechanics ». Appl Mech Rev, Vol. 37, 1984.
- [4] S. MURAKAMI, « Mechanical modeling of material damage ». ASME J Appl Mech, Vol. 6, pp55-280, 1988.
- [5] H-A RAMI, H. KILIC, A.MULINA, « Nested nonlinear micromechanical and structural models for the analysis of thick – section composite materials and structures». *Comp. Science and Tech.*, Vol 67, pp. 1993 – 2004, 2007
- [6] S.BLASSIAU, « Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein du composite unidirectionnel carbone/époxy et prédiction de durée de vie : contrôle et qualification de réservoirs bobinés ». *Rapport de thèse, Ecole des mines de Paris*, 2005
- [7] P. LADEVEZE, O.ALLIX, J-F.DEU, D.LEVEQUE, « A mesomodel for localization and damage computation in laminates ». Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, Vol. 183, pp. 105 - 122, 2000.
- [8] F.LAURIN, N.CARRERE, J-F. MAIRE, « A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models ». *Composites: Part A*, Vol 38, pp. 198-209, 2007
- [9] M.J.HINTON, A.S.KADDOUR, P.D.SODEN, «A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence ». *Comp. Science and Tech.*, Vol. 62, pp1725-1797, 2002.
- [10] M.J.HINTON, A.S.KADDOUR, P.D.SODEN, «Evaluation of failure prediction in composite laminates: background to 'part C' of the exercise ». *Comp. Science and Tech*, Vol. 64, pp32 327, 2004.
- [11] R.BARGELLINI, D. HALM, A.DRAGON, « Modelling of anisotropic damage by microcracks: towards a discrete approach ». Arch. Mech., Vol. 58 (2), pp93-123, 2006.
- [12] JP. BOEHLER, « Lois de comportement anisotrope des milieux continus ». J Meca , vol.17, pp 153 190, 1978.
- [13] D. VASCONCELLOS, « Réservoirs bobinés hautes pressions pour le stockage de l'hydrogène : Caractérisation expérimentale des matériaux et confrontation avec des modèles d'endommagement ». Rapport de stage P'(ENSMA), 2010.
- [14] M.BERTIN, « Fatigue thermomécanique de multicouches polymère/composite». Rapport de thèse, Institut P' (ENSMA), 2011.
- [15] C. HUCHETTE, « Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés». *Rapport de thèse, Université Paris 6*, 2005.
- [16] D. HALM, A. DRAGON, Y. CHARLES, «A modular damage model for quasi brittle solids interaction between initial and induced anisotropy ». Arch. Appl. Mech., Vol. 72, pp 498 510, 2002.
- [17] J-L. CHABOCHE, J-F. MAIRE, «A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's ». *Aerospace Science and Technology*, Vol. 6, No. 2, pp 131 145, 2002.
- [18] P.MAIMI, P.P.CAMANHO, J.A.MAYUGO, C.G.DAVILA, «A continuum damage models for composites laminates: Part II – Computational Implementation and validation ». *Mech. Mater.*, Vol. 39, pp 909 – 919, 2007.
- [19] I.LAPCZYK, J.A.HURTADO, « Progressive damage modeling in fiber reinforced materials». Composites: Part A, Vol. 38, pp 2333 – 2341, 2007
- [20] L.MARCIL, « Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de materiaux tissés pour le dimensionnement robuste des structures». *Rapport de thèse, Université de Bordeaux1*, 2010.
- [21] G. DUVAUT, J-L.LIONS, « Inequalities in mechanics and physics ». Berlin: Springer., 1976.
- [22] R.DESMORAT, M.CHAMBART, F.GATUINGT, D.GUILBAUD, « Delay active damage versus non local enhancement for anisotropic damage dynamics computations with alternated loading », *Eng. Fracture Mech.*, Vol 77, pp. 2294 – 2315, 2010