HAL open science

Une approche en dissipation pour l'identification de propriétés matériaux hétérogènes à partir de mesures de champs

G. Lubineau, Éric Florentin, Ali Moussawi

▶ To cite this version:

G. Lubineau, Éric Florentin, Ali Moussawi. Une approche en dissipation pour l'identification de propriétés matériaux hétérogènes à partir de mesures de champs. 17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17), Jun 2011, Poitiers-Futuroscope, France. pp.84. hal-00598130

HAL Id: hal-00598130
https://hal.science/hal-00598130

Submitted on 4 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une approche en dissipation pour l'identification de propriétés matériaux hétérogènes à partir de mesures de champs

A dissipation based method for identifying hererogeneous material properties using full-field measurements

G. Lubineau[1], **Eric Florentin**[2] **and Ali Moussawi**[1]

[1] KAUST-COHMAS
Physical Science and Engineering Division
23955-6900, THUWAL, Kingdom of Saudi Arabia
e–mail: gilles.lubineau@kaust.edu.sa

[2] LMT-Cachan
ENS Cachan/Paris 6 Univ./ CNRS /Universud Paris
61 Avenue du Président Wilson
94235 Cachan, France
e–mail: eric.florentin@lmt.ens-cachan.fr

Résumé

Une piste privilégiée depuis quelques années pour l'identification rapide de comportements complexes ou très hétérogènes réside dans l'emploi de mesures de champs (cinématiques, thermiques, etc..). De par leur richesse (par rapport à des mesures ponctuelles classiques), ces mesures permettent d'envisager l'identification de loi évolutions complexes sur la base de peu d'essais très hétérogènes. Plusieurs méthodes ont été proposées en ce sens, principalement en élasticité linéaire. Nous détaillons ici l'application de l'erreur en relation de comportement, en vue de l'identification de modèles élastiques linéaires. L'extension naturelle de l'erreur en relation de comportement, au travers d'une méthode de saut à la dissipation, est proposée pour l'identification de phénomènes dissipatifs. Des exemples de référence 2D illustrent chaque approche.

Abstract

Using full field measurement techniques is a more and more popular technique for the quick identification of complex and/or heterogeneous-in-space material behaviors. Base on the rich available corpus of information, this technique makes possible to identify complex evolution laws using few highly heterogeneous testing. Multiple techniques have been proposed up to now. Here, we detail the application of the constitutive error relation for the identification of linear elastic material models.Then, the natural extension of the constitutive equation gap method through a dissipation gap method is discussed for the identification of material behaviors involving dissipation. 2D reference examples are propided for each method.

Mots Clés : endommagement, micro-meso, codes commerciaux
Keywords: Identification - Kinematic field measurement - Inverse problem - Constitutive Equation Gap Method - Disspation Gap Method

1 Introduction

L'approche expérimentale pour l'identification des paramètres de loi de comportement a considérablement évolué avec la banalisation de nouveaux moyens expérimentaux capables de mesurer des champs de diverses quantités physiques. Des outils à bas coûts permettent désormais l'acquisition de discrétisations numériques de champs de déplacements ou de champs de température, aussi bien en 2D qu'en 3D [1, 2]. De par la complexité de telles informations, des méthodes de traitement *a posteriori* efficaces et robustes doivent être imaginées pour extraire les quantités d'intérêts à identifier. Plusieurs méthodes ont été proposées, une revue des celles-ci peut être trouvée dans [3]. La plupart des applications se concentrent sur l'identification de quantités élastiques locales à partir d'un échantillonnage 2D ou 3D des champs de déplacement obtenus par corrélation d'image numérique. Quelques applications ont été réalisées pour l'identification de modèles non linéaires [4, 5], se limitant pour la plupart à une décomposition itérative du problème inverse.

Nous discutons ici de l'intérêt de la notion d'erreur en relation de comportement pour les problèmes d'identification en mesure de champs. Bien qu'introduite très tôt et largement appliquée dans le domaine de la vérification [6, 7, 8] pour l'estimation d'erreur a posteriori, elle reste relativement peu utilisée dans le domaine de l'identification [9, 10, 11]. Dans le cadre élastique, nous désignerons cette méthode par CEGM ("Constitutive Equation Gap Method") [12]. Elle consiste à utiliser comme fonction coût une norme énergétique basée sur la violation de la relation de comportement. Une minimisation est donc réalisée sur l'ensemble des champs statiquement admissibles, l'ensemble des champs cinématiquement admissibles (et compatibles avec les mesures), et l'ensemble des opérateurs de comportement admissibles. De premier résultats de validation sont proposés [12]. La difficulté de la technique réside essentiellement dans la description de l'espace des contraintes admissibles pour laquelle les méthodes classiques de constructions peuvent s'avérer difficile à mettre en oeuvre. Quelques pistes simplifiées sont proposées ici.

Dans la cas de comportements non-linéaires, la DGM ("Dissipation Gap Method") généralise l'approche suivant un formalisme introduit là aussi en vérification [8]. Dans ce cas, l'équation de comportement est plus complexe et comporte à la fois équations d'état et équations d'évolution. La démarche générale est ici présenté pour l'identification hétérogène en 2D d'un matériau avec écrouissage.

2 Identification en élasticité linéaire par l'erreur en relation de comportement (CEGM)

2.1 Principe

Soit $\boldsymbol{x}$ la solution d'un problème mécanique linéaire sur l'espace Ω. On note ce couple contrainte-dÈplacement :

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{u}] \tag{1}$$

Soit une solution mécanique $\hat{\boldsymbol{x}} = [\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\boldsymbol{u}}]$ dite admissible (c'est à dire vérifiant toutes les équations du problème d'élasto-statique à l'exception de la relation de comportement) construite à partir des données

Soit $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ un opérateur donné de comportement matériau. L'erreur en relation de comportement $\mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\mathcal{A}})$ est définie par:

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{\mathcal{A}}, \hat{\boldsymbol{x}}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\hat{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\mathcal{A}} : \varepsilon(\hat{\boldsymbol{u}})) : \boldsymbol{\mathcal{A}}^{-1} : (\hat{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\mathcal{A}} : \hat{\varepsilon}(\hat{\boldsymbol{u}}))\, \mathrm{dV} \tag{2}$$

La CEGM mesure la non vérification de la relation de comportement au sens de la norme énérgétique. Elle est positive et s'annule sur la solution du problème de référence.

En pratique, la procédure d'identification consiste à minimiser $\mathcal{E}$ sur les espaces d'admissibilité pour $\hat{\boldsymbol{x}}$ (noté $\hat{\mathcal{X}}$) et pour $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ (noté $\mathbb{A}$) :

$$\boldsymbol{\mathcal{A}} = \underset{\boldsymbol{\mathcal{A}}^\star \in \mathbb{A}}{\arg\min}\, J(\boldsymbol{\mathcal{A}}^\star) \quad \text{avec} \quad J(\boldsymbol{\mathcal{A}}^\star) = \min_{\hat{\boldsymbol{x}} \in \hat{\mathcal{X}}} \mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\mathcal{A}}^\star) \tag{3}$$

D'autres choix sont bien entendu possibles. Par exemple, le déplacement expérimental peut être pris en compte par un terme de pénalité dans l'erreur en relation de comportement permettant ainsi de filtrer en partie des données initiales bruitées [3].

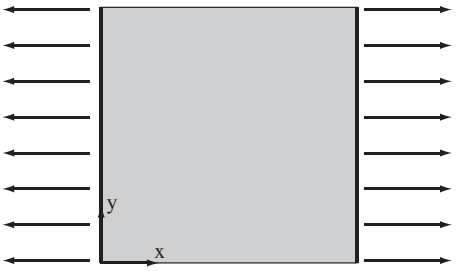
2.2 Quelques remarques sur la construction des champs admissibles

Un point clé est de pouvoir décrire rapidement et efficacement l'espace des champs de contraintes admissibles. En tous les cas, il est important de créer dès le départ une base de champs admissibles. L'erreur en relation de comportement peut ensuite être pré calculée pour chaque vecteur de cette base, minimisant le coût de l'optimisation finale.

Une première approche, présentée dans [13], permet de construire ces champs à partir d'une approche d'équilibre micro-macro. L'avantage est de pouvoir construire rapidement une base de champs macroscopique, puis de pouvoir corriger ces champs par des bases microscopiques localisées. Une seconde possibilité est la construction directe d'un espace de vecteurs propres sur l'ensemble de la structure, une discrétisation de type différences finies étant particulièrement adaptée à cette méthode.

2.3 Example numérique

Nous considérons dans cette section un problème de référence numérique. La structure étudiée est un carré $10mm \times 10mm$ dans le plan x-y (Figure 4). Le chargement est une traction pure. Le matériau est linéaire élastique, and les contraintes sont planes dans le plan x-y. Le milieu continu est discrétisé sur une grille de 10x10 sous-domaines, chaque sous-domaine étant par construction homogène. La distribution test des propriétés matériaux est donné (Figure 2).



$\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = 1.\boldsymbol{n}$

Figure 1: Problème de référence

Les données expérimentales sont tout d'abord simulées numériquement par éléments finis. L'erreur de simulation est garantie inférieure à 0.1% en utilisant un raffinement adaptatif de tye h-p et une estimation de l'erreur associée. Une grille grossière est ensuite définie sur laquelle les déplacements sont discrétisé afin de constituer la mesure "expérimentale", point de départ de la méthode inverse au même titre qu'une mesure de déplacement par corrélation d'image numérique.

Les valeurs inverses identifées pour le module d'Young sont présentés (Figure 2) pour des grille grossières (10x10) et fines (20x20). Nous pouvons remarquer la qualité de l'identification ainsi que le caractère convergent de la méthode.

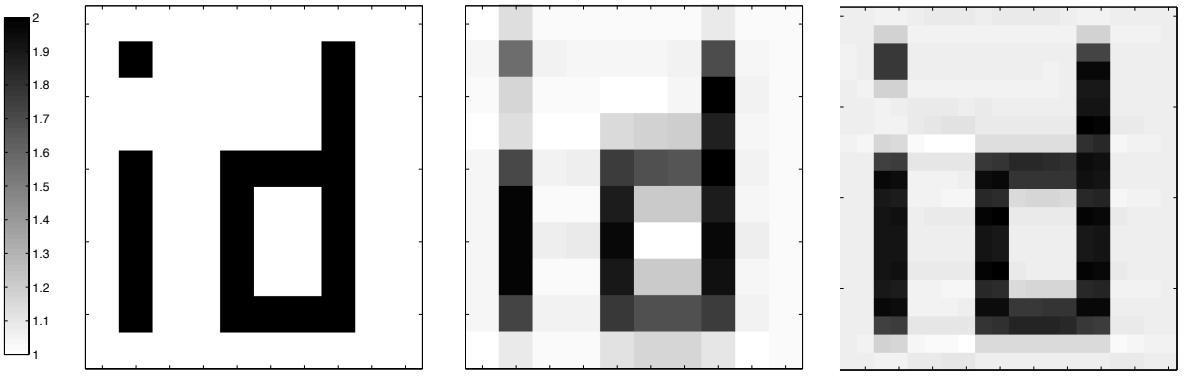


Figure 2: Distribution matériau de référence (gauche) Matériau identifié sur la grille grossière (centre) Matériau identifié sur la grille fine (droite)

Un indice d'effectivité est introduit en normalisant l'identification par la valeur de référénce. Les résultats pour la grille grossière (100 valeurs) sont présentés (Figure 3[a] , ceux pour la grille fine (400 valeurs) (Figure 3[b]).

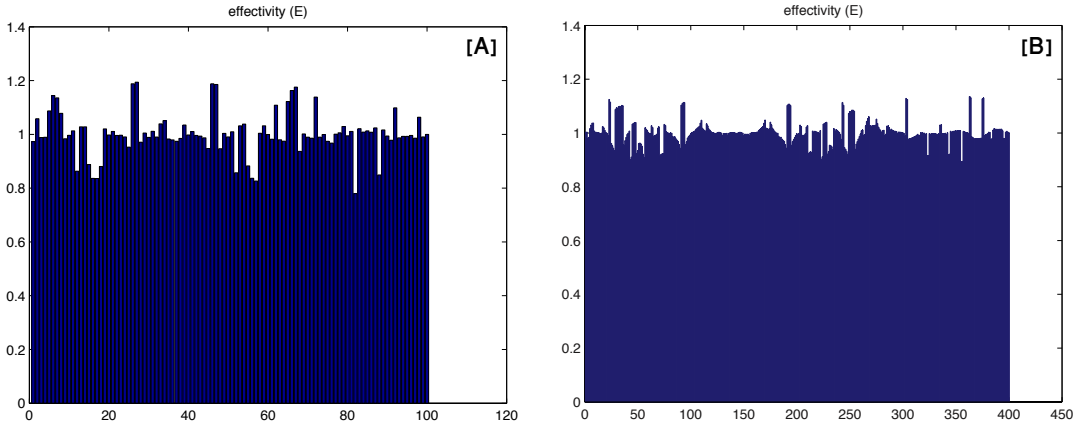


Figure 3: Rapport (Valeur identifiée/Valeur exacte) pour chaque élément d'identification

3 Identification en non-linéaire par l'erreur en dissipation (DGM)

La DGM (Dissipation Gap Method) fourni un cadre générique pour l'identification non-incrémentale de loi de comportement dissipatives. Là encore, les outils initiaux proviennent de travaux sur la vérification de calculs éléments-finis en non-linéaire [8]. Mais ces outils s'avèrent également très performants lorsqu'ils sont appliqués à des problèmes d'identification en non-linéaire. Nous nous plaçons ici pour l'explication de la méthode dans le cadre d'un modèle élasto-plastique de Prandtl-Reuss.

3.1 Principe

Soit $\boldsymbol{y}$ la solution d'un problème mécanique non-linéaire sur l'espace Ω et le temps d'étude $[0, T]$. Dans le cas particulier d'un modèle de plasticité avec écrouissage isotrope, $\boldsymbol{x}$ est par exemple, en utilisant des notations classiques, défini par l'ensemble des champs mécaniques caractéristiques du

problème (déplacement, contrainte, déformations, variables internes...) :

$$\boldsymbol{y} = [\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}_p, R, p] \tag{4}$$

Soit $\hat{\boldsymbol{y}} = \left[\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_p, \hat{R}, \hat{p}\right]$ une solution mécanique dite admissible (c'est à dire vérifiant toutes les équations du problème à l'exception des lois d'évolution) construite à partir des données. Soit $\boldsymbol{\mathcal{B}}$ un opérateur donné de comportement matériau. Nous définissons conformément à [8] l'erreur en dissipation $\mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{y}}, \boldsymbol{\mathcal{B}})$ par:

$$\mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{y}}, \boldsymbol{\mathcal{B}}) = \int_0^T \int_\Omega (\hat{R} - R_0)\|\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_p\| - \hat{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_p + \hat{R}(\dot{\hat{p}} - \|\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_p\|) \quad \mathrm{d}\Omega \mathrm{d}t \tag{5}$$

La justification de la définition de (5) est détaillée dans [8]. $\mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{y}}, \boldsymbol{\mathcal{A}})$ est une mesure en dissipation qui est positive et s'annule pour la solution exacte du problème de départ.

En pratique, la procédure d'identification consiste à minimiser $\mathcal{E}$ sur les espaces d'admissibilité pour $\hat{\boldsymbol{y}}$ (noté $\hat{\mathcal{Y}}$) et pour $\boldsymbol{\mathcal{B}}$ (noté $\mathbb{B}$) :

$$\boldsymbol{\mathcal{B}} = \underset{\boldsymbol{\mathcal{B}}^\star \in \mathbb{B}}{\arg\min}\, J(\boldsymbol{\mathcal{B}}^\star) \quad \text{avec} \quad J(\boldsymbol{\mathcal{B}}^\star) = \min_{\hat{\boldsymbol{y}} \in \hat{\mathcal{Y}}} \mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{y}}, \boldsymbol{\mathcal{B}}^\star) \tag{6}$$

3.2 Illustrations

Nous illustrons ici l'approche sur des benchmarks numériques. Ceux-ci diffèrent de par leur hétérogénéité matériau, la géométrie et le chargement étant identique pour tous. La structure est un carré de $10mm \times 10mm$ en contraintes planes dans le plan $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}$ (Figure 4). Le cas de charge considéré : une traction uniforme sur chaque face verticale définie par:
$\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n} = \bar{\sigma}_{xx}.\boldsymbol{n}$, avec $\bar{\sigma}_{xx} = 5MPa$.

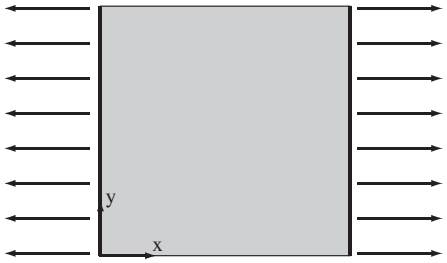


Figure 4: Géométrie et chargement des problèmes de référence

Le matériau est supposé élasto-plastique. Le milieu continu est discrétisé en une grille de 10×10 sous-domaines ($I = 100$), et 100 acquisitions temporelles sont générées (correspondant chacune à une simulation numérique d'une acquisition expérimentale par caméra CCD) $(N = 100)$. Le matériau est considéré uniforme dans chaque sous-domaine et deux coefficients sont supposés localement inconnus: le module de Young et le coefficient d'écrouissage linéaire. La figure Figure 5 détaille les différentes configurations d'hétérogénéité, notées A et B:

Les problèmes de références sont définis comme:

- Problème de référence RP1: hétérogénéité matériau [A]
- Problème de référence RP2: hétérogénéité matériau [B]

Chaque problème est résolu par une méthode élément fini sur un maillage très fin, and ce test virtuel est considéré comme la référence expérimentale. Ensuite seulement, l'observation expérimentale simulée est construite. Nous définissons une grille grossière pour l'échantillonnage des

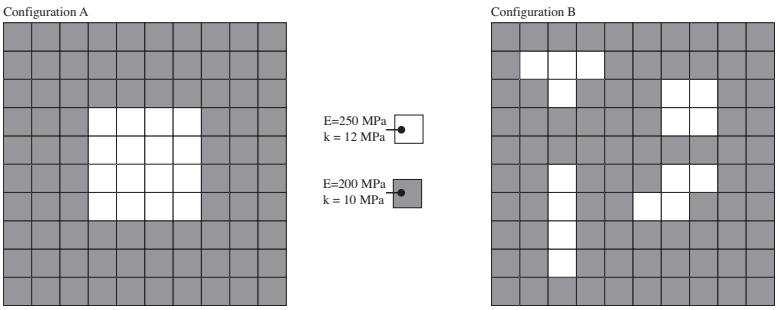


Figure 5: Cartes des hétérogénéité matériau pour les problèmes de référence

déplacements. L'identification inverse est ensuite réalisé. Nous donnons (Tableaux 1, et 2) les erreurs réalisées pour l'identification de chaque paramètre, définie comme:

$$e|_{\Omega^i} = \frac{|\square^{DGM} - \square^{exact}|}{|\square^{exact}|} \tag{7}$$

où $\square = E$ ou k.

	E	k
[RP1]	0.025	0.055
[RP2]	0.032	0.042

Table 1: Moyenne de l'erreur d'identification ($\frac{\sum_i e|_{\Omega_i}}{N_S}$).

	E	k
[RP1]	0.028	0.057
[RP2]	0.037	0.047

Table 2: Maximum de l'erreur d'identification ($\sup_i e|_{\Omega_i}$).

4 Conclusion

Nous avons présenté ici l'application de l'erreur en relation de comportement aux problèmes d'identification et son extension naturelle en non-linéaire : l'erreur en dissipation. Si ces outils sont maintenant classiques en vérification, ils restent peu utilisés en identification. Il est cependant montré ici qu'ils fournissent un cadre efficace en non-linéaire, pour l'identification de lois simples. Pour des lois plus complexes, ou pour des structures élaborées, le problème principal est celui de l'extensibilité dans le problème des minimisation et en particulier la construction et la gestion efficace des champs admissibles. Plusieurs pistes d'améliorations techniques sont actuellement à l'étude afin d'améliorer l'efficacité de l'outil.

References

[1] M. Sutton, W. Wolters, W. Peters, W. Ranson, S. McNeill, Determination of displacements using an improved digital correlation method, Image and Vision Computing 1 (3) (1983) 133–139.

[2] M. Gates, J. Lambros, M. Heath, Towards high performance digital volume correlation, Experimental Mechanics.

[3] S. Avril, M. Bonnet, A.-S. Bretelle, M. Grédiac, F. Hild, P. Ienny, F. Latourte, D. Lemosse, S. Pagano, E. Pagnacco, F. Pierron, Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements, Experimental Mechanics 48 (2008) 381–402.

[4] D. Claire, F. Hild, S. Roux, Identification of a damage law by using full-field displacement measurements, International Journal of Damage Mechanics 16 (2007) 179–197.

[5] G. Lubineau, A goal-oriented field measurement filtering technique for the identification of material model parameters, Computational Mechanics 44 (5) (2009) 591–603.

[6] E. Florentin, L. Gallimard, J.-P. Pelle, Evaluation of the local quality of stresses in 3d finite element analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 191 (39-40) (2002) 4441–4457.

[7] E. Florentin, L. Gallimard, P. Ladevèze, J.-P. Pelle, Local error estimator for stresses in 3d structural analysis, Computer and Structures 81 (18-19) (2003) 1751–1757.

[8] P. Ladevèze, Strict upper error bounds on computed outputs of interest in computational structural mechanics, Computational Mechanics 42 (2) (2008) 271–286.

[9] G. Geymonat, F. Hild, S. Pagano, Identification of elastic parameters by displacement field measurement, Comptes Rendus Mecanique 330 (6) (2002) 403–408.

[10] S. Calloch, D. Dureissex, F. Hild, Identification de modèles de comportement de matériaux solides: utilisation d'essais et de calculs, Technol. Form. 100 (2002) 36–41.

[11] O. Allix, P. Feissel, P. thévenet, A delay damage mesomodel of laminates under dynamic loaading: basic aspects and identification issues, Computers and Structures 81 (2003) 1177–1191.

[12] E. Florentin, G. Lubineau, Identification of the parameters of an elastic material model using the constitutive equation gap method, Computational Mechanics 46 (4) (2010) 521–531.

[13] E. Florentin, G. Lubineau, Using the constitutive equation gap method for the identification of elastic material parameters: technical insights and illustrations, International Journal on Interactive Design and Manufacturing Submitted.