



HAL
open science

Modélisation d'un fil de CMC à l'aide de la GFEM et d'un enrichissement adapté

Bastien Tranquart, Pierre Ladevèze, Emmanuel Baranger, Anne Mouret

► **To cite this version:**

Bastien Tranquart, Pierre Ladevèze, Emmanuel Baranger, Anne Mouret. Modélisation d'un fil de CMC à l'aide de la GFEM et d'un enrichissement adapté. 17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17), Jun 2011, Poitiers-Futuroscope, France. pp.145. hal-00598120

HAL Id: hal-00598120

<https://hal.science/hal-00598120>

Submitted on 4 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation d'un fil de CMC à l'aide de la GFEM et d'un enrichissement adapté

Modeling of a CMC yarn using GFEM and relevant enrichment

Bastien Tranquart¹, Pierre Ladevèze^{1,2}, Emmanuel Baranger¹ et Anne Mouret³

1 : LMT-Cachan, ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris
61 avenue du Président Wilson, F-94230 Cachan, France

2 : EADS Foundation Chair of Advanced Computational Structural Mechanics

3 : SNECMA Propulsion Solide

Les Cinq Chemins, 33187 Le Haillan Cedex, France

e-mail : tranquart@lmt.ens-cachan.fr, ladeveze@lmt.ens-cachan.fr, baranger@lmt.ens-cachan.fr, anne.mouret@sneema.fr

Résumé

Les bonnes propriétés thermomécaniques spécifiques des composites à matrice céramique (CMCs) en font des matériaux prometteurs pour la propulsion aéronautique. Les dernières générations de CMCs, dits autocicatrisants, atteignent des durées de vie particulièrement élevées (10 000h) mais sont très chers. La réduction des coûts passe par le développement de nouveaux CMCs plus compétitifs, et cela nécessite de nouveaux outils de simulation et d'optimisation, capable de prédire le comportement et la durée de vie des nouvelles nuances du matériau (ou au moins ces tendances). Dans ce cadre, un modèle multiéchelle du fil, dérivé de la Generalized Finite Element Method et de la notion de problèmes "handbook", est mis en place pour l'optimisation qualitative des CMCs. La stratégie est dans cette étude appliquée à la simulation d'une section 2D d'un fil de CMC en traction transverse, pour lequel le choix des problèmes "handbook" est détaillé.

Abstract

The good specific thermo-mechanical properties of Ceramic-Matrix Composites (CMCs) make them promising choice for aeronautical propulsion systems. The latest CMCs generations, called self-healing, reach remarkably high lifetime (about 10 000h). They are quite expensive however. Reduction of cost, for more competitive CMCs, entitled the need of new simulation and optimization tools, able to infer, at least the tendencies, the behavior and the lifetime of new CMC nuances. In this context, a multiscale model of the yarn, derived from the Generalized Finite Element Method and the "handbook" problems concept, is set up for qualitative CMC optimization. The strategy is in this study applied to the simulation of a 2D cross-section of a CMC yarn subjected to transverse traction and for which the "handbook" problems choice is detailed.

Mots-clés : Multiéchelle, GFEM, CMC

Keywords: Multiscale, GFEM, CMC

1 Introduction

Les composites à matrice céramique (CMCs) sont prometteurs pour les applications aéronautiques où leurs bonnes propriétés thermomécaniques spécifiques en font un bon choix pour améliorer le rapport poids/poussée des réacteurs. Les CMCs étudiés sont constitués de fibres carbonées ou céramiques (d'un diamètre d'environ $10\mu m$) tissées (en fil d'environ 1000 fibres) dans une matrice céramique, c.f. Fig. 1. Ces matériaux ont un comportement complexe à petite échelle (déviations des fissures [1], oxydation [9]). Malgré leurs bonnes performances, ces matériaux restent très coûteux pour les applications civiles. L'objectif principal du projet ARCOCE (piloté par SNECMA Propulsion Solide) est de développer de nouvelles nuances plus compétitives du matériau tout en gardant des performances acceptables. L'optimisation des CMCs, généralement effectuée à l'aide d'un grand nombre d'essais de caractérisation, est longue et coûteuse. Afin de réduire le nombre d'essais et de faciliter l'optimisation du design du matériau, notre objectif est donc de développer un modèle qualitatif de comportement

et de durée de vie du matériau, suffisamment flexible pour permettre de s'adapter aux évolutions de celui-ci et même d'en guider le design.

Ceci est en rupture avec les modèles macroscopiques traditionnels [2], pour lesquels une lourde procédure d'identification est nécessaire pour chaque nuance du matériau. Ils sont donc peu adaptés à une démarche d'optimisation, pour laquelle le design et process de fabrication du matériau est susceptible d'évoluer rapidement. La majorité des mécanismes de dégradation/cicatrisation apparaissant au niveau du fil, un modèle multiéchelle de celui-ci est donc développé, où les mécanismes sont représentés finement à leur échelle d'action. A cette échelle, les évolutions matériau associées au procédé de fabrication se retrouvent dans la morphologie du fil, à travers l'apparition de différents motifs (géométrie, réseaux de fissures ...).

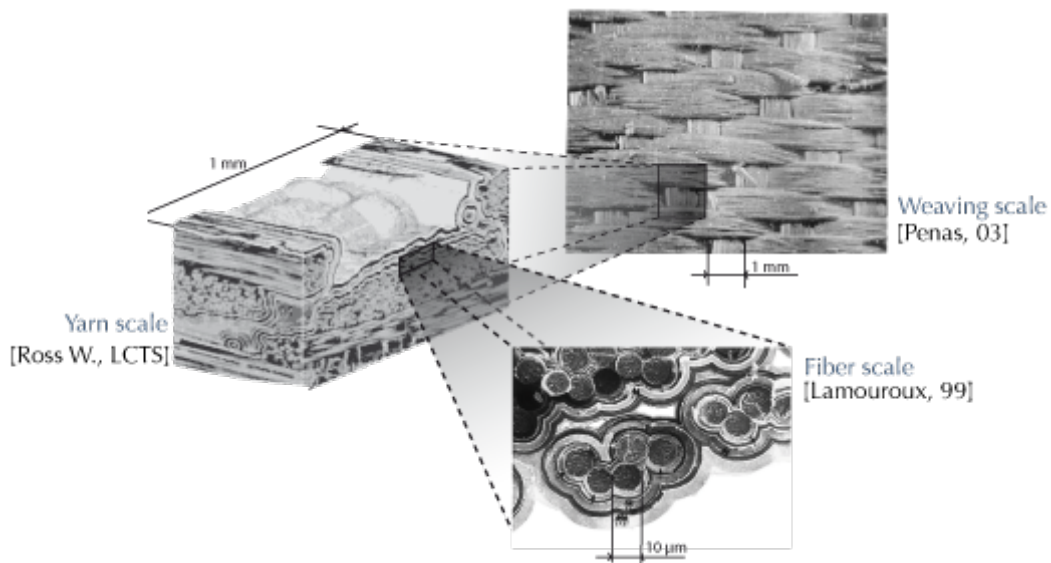


Fig. 1. Les différentes échelles des composites à matrice céramique.

Il existe de nombreuses stratégies multiéchelles et méthodes multiéchelles. Les premières consistent souvent à décomposer intelligemment un problème comportant un nombre d'inconnues trop grand pour pouvoir être traité de façon monolithique. Une de ces méthodes, la LATIN, est formulée façon multiéchelle en espace et en temps et a été appliquée à des problèmes d'inclusions [7] ainsi qu'à des problèmes de composites tissés en 4D [8]. Les méthodes multiéchelles peuvent, quant à elles, être regroupées en trois catégories : les méthodes d'homogénéisation, les méthodes de superposition et les méthodes d'enrichissement. Les premières reposent sur l'obtention d'un matériau macroscopique continu, énergétiquement équivalent à la microstructure. Cette équivalence passe par la définition d'un Volume Élémentaire Représentatif (RVE), qui représente le plus petit volume de la microstructure nécessaire à l'équivalence énergétique. Cependant le RVE peut être difficile à définir, en particulier pour des microstructures aléatoires et/ou mettant en jeu des phénomènes non-linéaires, comme c'est le cas pour les CMCs (fissuration matricielle, fissuration sous-critique des fibres ...). Une généralisation de ce type de méthodes aux composites avec décohésion fibre-matrice a été développée, la FE² [4], où le comportement de chaque point d'intégration est obtenu par homogénéisation d'une cellule associée, qui évolue à chaque pas de temps. C'est une méthode numériquement lourde à mettre en oeuvre. De plus, elle peut présenter des difficultés sur les bords du domaine sur lesquels la cinématique homogénéisée peut être inadaptée. Les méthodes de superpositions tendent, elles, à superposer deux (ou

plus) modèles, possiblement différents, l'un à grande échelle et généralement discretisé, l'autre fin, analytique ou discret, pour la simulation de phénomènes locaux (ou de détails microstructuraux). Les méthodes types Variational Multiscale Method [6], ou la Hierarchical Dirichlet Projection Method [13], en sont des exemples. Cependant le couplage des deux modèles ainsi que la non redondance des champs solutions sur la zone de chevauchement sont souvent des difficultés majeures.

Les méthodes d'enrichissement, comme la eXtended Finite Element Method (XFEM, [11]), la Generalized Finite Element Method (GFEM, [15]) et la *hp-cloud* method [12], sont des généralisations de la Méthode des Elément Finis (MEF), basées sur la méthode de partition de l'unité (PUM, [10]). Elles sont particulièrement intéressantes : d'une part elles bénéficient des résultats de convergence de la PUM et d'autre part, permettent une grande flexibilité quant à la topologie du domaine simulé tout en limitant le nombre d'inconnues du problème global. Elles évitent aussi la tâche fastidieuse de création des maillages pour les microstructures complexes. Elles reposent sur l'enrichissement de l'espace local d'approximation (espace des fonctions de formes en élément fini (EF) par exemple) à l'aide de fonctions dont on sait *a priori* qu'elles approchent bien *localement* le champ solution. Dans la Generalized Finite Element Method, les fonctions d'enrichissement peuvent être issues de problèmes micro, résolus par éléments finis [16]. Cette collection de solutions de problèmes micro est appelé "handbook". Cependant, l'attractivité de ces méthodes est compensée par la difficulté de leur mise en oeuvre, et ce à deux niveaux : i) la nécessité d'une description géométrique de type CAO pour l'extraction et le positionnement des problèmes handbooks, et ii) la complexité des procédures d'intégration mise en jeu du fait de la forme générale inconnue *a priori* des fonctions d'enrichissement, qui plus est définies sur des maillages différents. On notera que ces méthodes d'enrichissement peuvent être intégrées dans des stratégie multiéchelle, comme par exemple la XFEM au sein de la LATIN [5].

Dans ce cadre, une méthode de type éléments finis généralisés (GFEM), basée sur la notion de "handbook", est développée et adaptée à la simulation des CMCs. A cette fin, des hypothèses sur l'enrichissement sont introduites explicitement dans la méthode, afin d'en simplifier la mise en oeuvre numérique (intégration) pour la simulation de microstructures du type de celle des CMCs. Les bases de la méthode classique GFEM sont dans un premier temps rappelées, puis l'accent est mis sur les hypothèses additionnelles choisies et leur conséquences sur la méthode. La démarche est ensuite appliquée à la simulation d'une section 2D d'un fil de CMC, pour lequel la définition des problèmes du "handbook" est détaillée.

2 La GFEM et la notion de problèmes "handbook"

Nous allons rappeler dans cette partie les bases de la méthode GFEM classique et mettre en exergue la provenance des difficultés liées à celle-ci. On considère le problème classique de mécanique des milieux continus sur le domaine Ω :

$$\text{Trouver } (u, \sigma) \text{ tel que } \begin{cases} \text{div}(\sigma) + f = 0 \text{ dans } \Omega \\ u = U_d \text{ sur } \Gamma_u \\ \sigma \mathbf{n} = F_d \text{ sur } \Gamma_f \\ \sigma = \mathbf{H}(x)\epsilon(u) \text{ et } \epsilon = \frac{1}{2} [\text{grad}(u) + \text{grad}(u)^T] \end{cases} \quad (\text{Eq. 1})$$

où $\mathbf{H}(x)$ est le tenseur de Hooke, qui dépend de la position. La solution de ce problème Eq. 1 est recherchée sous la forme suivante :

$$u_{GFEM} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n_{PUM}} \Phi_i a_i}_{u_{FE}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n_{PUM}} \Phi_i \sum_{j=1}^{n_{func}(\omega_i)} \tilde{a}_j^{(i)} \Psi_j^{(i)}}_{u_{enr}} \quad (\text{Eq. 2})$$

où les fonctions Φ_i sont les fonctions de formes éléments finis classiques et Ψ_j sont les fonctions d'enrichissement. Les inconnues associées sont notées a_i et $\tilde{a}_j^{(i)}$. Les fonctions d'enrichissement sont issues de problèmes micro résolus par EF et dont l'ensemble forme ce qu'on appelle un "handbook". Chacun des problèmes micro (chaque "page" du handbook) est défini sur un motifs mettant en jeu des groupes d'entités comme le montre la Fig. 2. Dans le cas des CMCs, ce peut être par exemple des groupes de fibres, des pores ou des fissures. Comme ces fonctions doivent bien approcher localement la solution, le choix des conditions limites et chargements à appliquer est un point clef. Dans les travaux de Strouboulis *et al.*, une base canonique de chargements est utilisée, mais on notera que les conditions limites "exactes" peuvent être extraite du problème global, comme dans les travaux de Duarte *et al.* [3]. Cette démarche mène cependant à un calcul en plusieurs temps. Cette "collection" de problèmes handbook est ensuite résolue par EF avant le calcul principal et les solutions sont stockées afin de servir d'enrichissement dans ce dernier. En réécrivant le problème Eq. 1 sous forme faible et

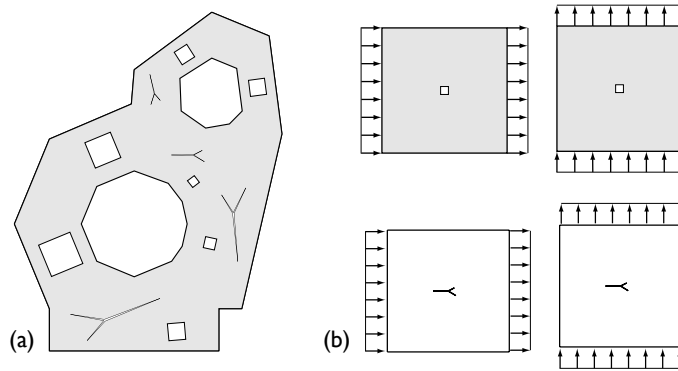


Fig. 2. (a) Extraction des entités pour la création des problèmes handbooks [16]; (b) Résolutions des problèmes handbooks en utilisant une base canonique de chargement [16].

en utilisant l'interpolation Eq. 2, on montre que l'énergie de déformation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\int_{\Omega} \mathbf{H}\epsilon(u) : \epsilon(u^*) \partial\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{H}\epsilon(u_{FE}) : \epsilon(u_{FE}^*) \partial\Omega + \underbrace{\int_{\Omega} \mathbf{H}\epsilon(u_{enr}) : \epsilon(u_{enr}^*) \partial\Omega}_A + 2 \underbrace{\int_{\Omega} \mathbf{H}\epsilon(u_{EF}) : \epsilon(u_{enr}^*) \partial\Omega}_B$$

$$A = \sum_{ijkl} \int_{\Omega} \mathbf{H}\nabla(\Phi_i \Psi_j) \nabla(\Phi_k \Psi_l) \partial\Omega \quad (\text{Eq. 3})$$

$$B = \sum_{ijk} \int_{\Omega} \mathbf{H}\nabla(\Phi_i) \nabla(\Phi_j \Psi_k) \partial\Omega \quad (\text{Eq. 4})$$

Les termes A et B de cette équations sont liés à l'enrichissement. Cependant, comme les fonctions d'enrichissement Ψ_j sont définies sur des maillages différents, l'intégration de ces termes est complexe, la méthode classique de points de Gauss n'étant pas adaptée. Ainsi, la GFEM a recouru à des procédures d'intégration numérique adaptatives qui sont lourdes et coûteuses à mettre en place.

3 Une GFEM adaptée aux CMCs

Il vient d'être montré que les difficultés d'intégration propres à la GFEM proviennent des fonctions d'enrichissement, connues sur des maillages différents. Il s'agit donc d'apporter des hypothèses sur la forme de ces fonctions, compte tenue de la microstructure typique des CMCs. En effet, on peut noter qu'elle met en jeu un grand nombre d'hétérogénéités de petites échelles, comparées à celles du fil. Or la perturbation induite par une petite hétérogénéité dans un grand domaine est localisée (principe de Saint Venant). Basé sur cette constatation, on introduit deux hypothèses :

- la non-interaction entre les différents problèmes handbook ;
- la séparation d'échelle entre le maillage global, et les fonctions de formes EF associées, et les fonctions d'enrichissement.

La première semble naturelle, compte tenu de l'effet localisé des motifs, les effets d'interactions étant supposés négligeable. Cela permet de réduire les termes A de l'Eq. 3 à :

$$A = \sum_{ijk} \int_{\Omega} \mathbf{H} \nabla(\Phi_i \Psi_j) \nabla(\Phi_k \Psi_j) \partial\Omega \quad (\text{Eq. 5})$$

Biensûr, ceci a de fortes conséquences sur le choix des problèmes handbook, car il faudra s'assurer que les entités en forte interaction sont bien regroupées au sein d'un seul problème handbook.

La second hypothèse permet d'aller encore plus loin dans la simplification de la GFEM. Elle stipule en effet que les longueurs de variation entre les fonctions de forme des éléments finis globaux et les fonctions issues des problèmes handbook sont très différentes. Plus spécifiquement, on suppose que les fonctions d'enrichissement, nécessaires pour modéliser la cinématique à petite échelle, ont un support de petite taille comparé aux fonctions de forme classiques des éléments et que les premières varient peu sur le domaine du problème handbook, noté ω_j . Par conséquent, on pourra faire l'approximation suivante :

$$\nabla(\Psi_j) \gg \nabla(\Phi_i) \quad (\text{Eq. 6})$$

$$\nabla(\Phi_i \Psi_j) = \Phi_i \nabla(\Psi_j) + \Psi_j \nabla(\Phi_i) \simeq \alpha \nabla(\Psi_j) \quad (\text{Eq. 7})$$

Les termes A et B des Eq. 3 et Eq. 4 peuvent alors être réduit à de simples intégrales sur le support de chaque problème ω_j du handbook :

$$A = \sum_j \int_{\omega_j} \mathbf{H} \nabla(\Psi_j) \nabla(\Psi_j) \partial\omega_j \quad (\text{Eq. 8})$$

$$B = \sum_{ij} \int_{\omega_j} \mathbf{H} \nabla(\Phi_i) \nabla(\Psi_j) \partial\omega_j \quad (\text{Eq. 9})$$

Les produits croisés $\Phi_i \Psi_j$ ont disparu, de même que les termes d'interaction $\nabla(\Psi_i) \nabla(\Psi_j)$ où Ψ_i et Ψ_j sont connues sur deux maillages différents. Les expressions de A et B ne font plus intervenir que chacune des fonctions d'enrichissement séparément et l'intégration peut s'effectuer à l'aide d'une simple méthode de type points de Gauss.

Le traitement des problèmes du "handbook" diffère de la méthode GFEM classique. D'une part, ils doivent être extrait de telle façon qu'ils regroupent les entités qui sont en forte interaction, afin de limiter les erreurs liées à l'hypothèse de non-interaction posée précédemment. Dans le cas de fibres dans une matrice continue, seules les fibres se touchant presque doivent faire l'objet d'un handbook particulier, les autres pouvant être considérées seules. On reviendra sur cette question dans l'exemple

traité Section 4. D'autre part, les fonctions d'enrichissement sont vues comme des solutions de problèmes de résidu. Leurs solutions sont donc localisées et rapidement décroissantes loin du motif, vérifiant ainsi l'hypothèse de séparation d'échelle. L'approche pour la définition du problème de résidu est similaire à celle de Eshelby pour une inclusion ellipsoïdale noyée dans un milieu continu et infini. On peut montrer qu'il se pose sous la forme générale suivante, Ω étant le domaine total matrice plus inclusion et P l'inclusion seule :

$$\text{Trouver } \Psi_i \in \mathcal{U}^0(\Omega) \text{ tel que } \int_{\Omega} \mathbf{H}\epsilon(\Psi_i) : \epsilon(u^*) \partial\Omega + \int_P \tilde{\sigma} : \epsilon(u^*) \partial\Omega = 0, \forall u^* \in \mathcal{U}^0(\Omega) \quad (\text{Eq. 10})$$

où $\mathcal{U}^0(\Omega)$ est l'espace admissibilité cinématique. Le chargement en précontrainte de ce problème, $\tilde{\sigma}$, provient de la différence dans les propriétés matériaux entre l'inclusion et la matrice et vaut $\tilde{\sigma} = \Delta\mathbf{H}\epsilon(\bar{u})$, où \bar{u} est la solution du problème homogène. Comme elle est inconnue *a priori*, on se donne donc une base de chargement $\tilde{\sigma}$, par exemple en 2D :

$$\tilde{\sigma} \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{Eq. 11})$$

Ce problème est ensuite résolu par EF. On remarquera que chaque instance de handbook donne trois inconnues de plus à chaque élément enrichi.

4 Applications au traitement d'une section d'un fil de CMC

4.1 La section à simuler

Afin de montrer l'utilisation de la méthode, une section de fil simplifié en traction transverse a été simulé en élasticité, comme le montre la Fig. 3. Ce n'est cependant qu'une étape de validation de la méthode, dont le but est à terme de pouvoir prédire le comportement et la durée de vie d'un tronçon 3D d'un fil ainsi que son optimisation au niveau microstructural. Le cas de la de la fissuration de fil en traction transverse a, par ailleurs, été traité dans [14]. La section étudiée comporte 360 fibres et la matrice est multiséquencée, avec trois couches aux propriétés mécaniques différentes, présentées Fig 4. Le maillage grossier comporte six éléments carrés, en pointillé sur la figure.

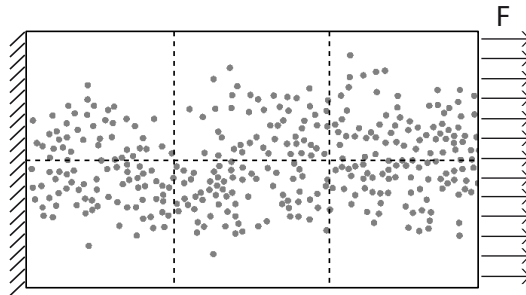


Fig. 3. Schéma d'un cas de traction transverse sur une section de fil simplifié de 360 fibres.

4.2 Détermination des problèmes handbook

Dans cette situation purement mécanique, la détermination des motifs, ces groupes d'entités en forte interaction, passe par l'étude de l'interaction entre deux fibres, fonction de leur espacement. La solution est comparée à une solution de référence, obtenue par EF fin. Il s'avère que la démarche reste

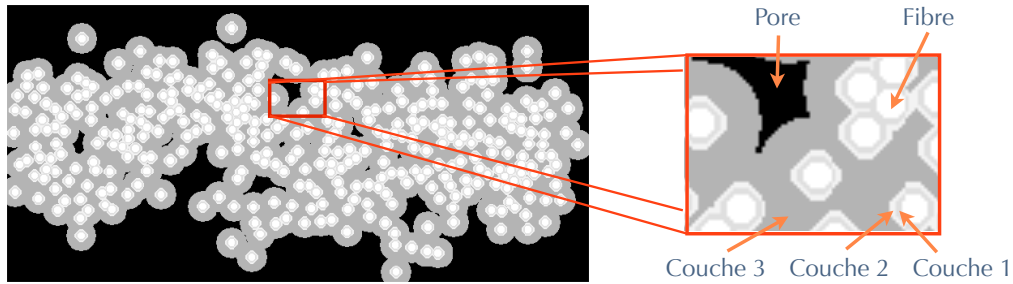


Fig. 4. Schéma de la microstructure simulée, avec les différentes couches matricielles.

valide pour des fibres presque en contact comme le montre la Fig. 5. L'erreur relative commise sur la contrainte dans le sens de la traction est limitée, 11% maximum, ce qui est acceptable dans le cadre de l'approche qualitative développée dans cette étude. Ainsi seuls les groupes de fibres qui se touchent devraient faire l'objet de problèmes handbook particuliers.

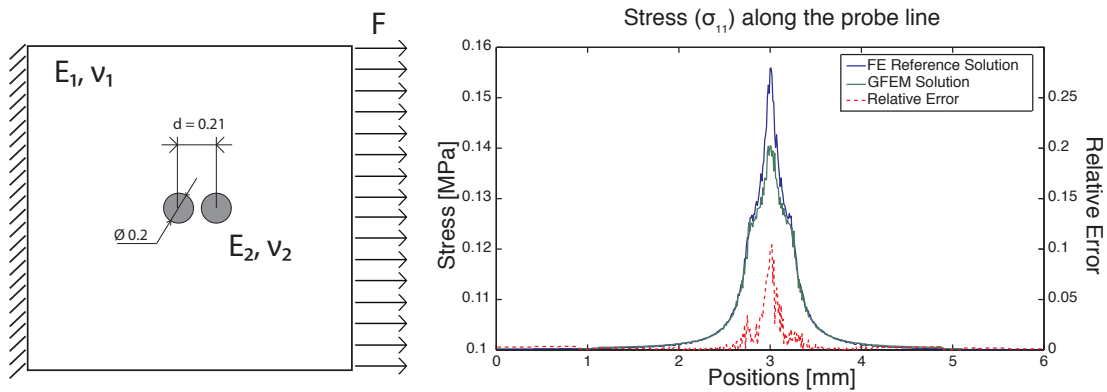


Fig. 5. Comparaison entre la contrainte σ_{xx} , le long de la ligne, obtenue par GFEM et FEM pour deux fibres presque en contact.

Une fois cette longueur déterminée, il reste à trier les fibres vis à vis de la distance à leur plus proches voisines et ainsi de définir les motifs. Dans notre cas, les groupes identifiés sont représentés sur la Fig. 6. Bien évidemment, il y a autant de motifs que de groupes identifiés, par exemple 33 motifs de 3 fibres différents. Ces groupes sont cependant peu différents, et un nombre limité de représentants est conservé afin de représenter la famille identifiée. Ainsi, ne seront retenus qu'un motif de trois fibres, trois motifs à deux fibres et un à une fibre. Le traitement des pores est quant-à-lui différent, car chacun d'entre eux doit faire l'objet d'un motif spécifique car leur géométrie, dépendante des fibres alentours, leur est propre. Ici les sept plus larges pores ont été retenus. Les maillages des problèmes handbook sont présentés Fig. 7.

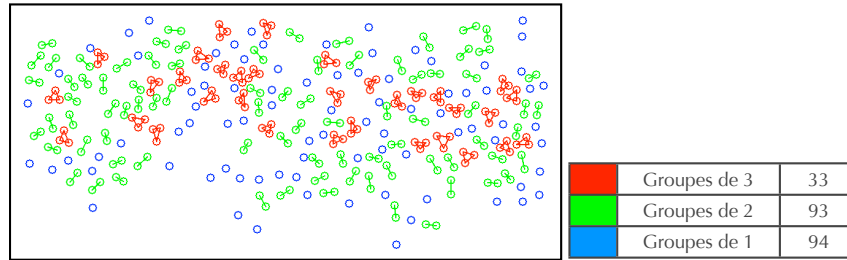


Fig. 6. Groupes de fibres identifiés à l'aide de la longueur d'interaction définie précédemment, ainsi que le nombre d'occurrence de chacun des groupes (de trois, de deux et de une).

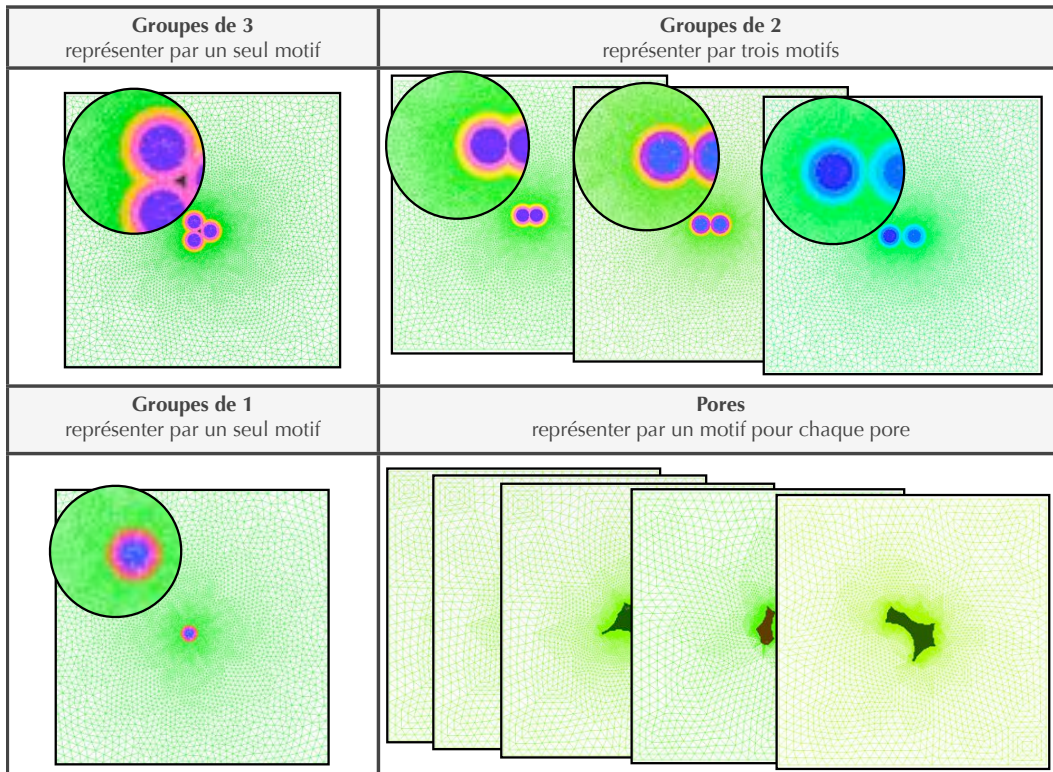
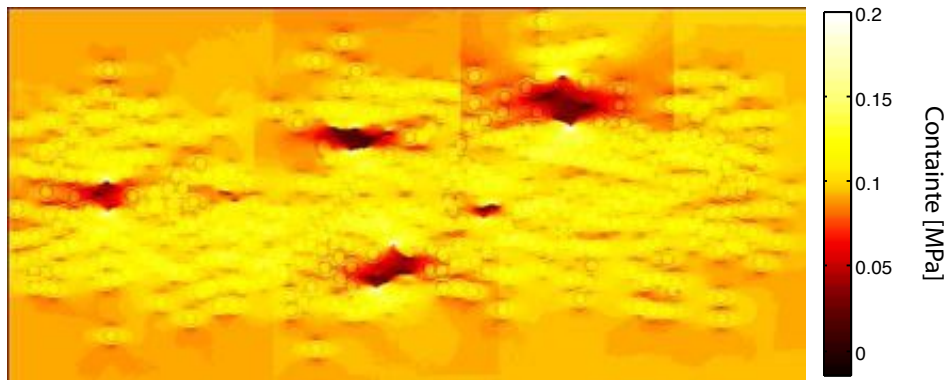


Fig. 7. Motifs utilisés pour la représentation de la microstructure.

4.3 Calcul global

Les motifs sont enfin placés et vont servir à la construction des matrices des raideurs décrites précédemment ainsi qu'à la reconstruction du champ solution. Pour des raisons de simplicité, la frontière extérieure du fil est supprimée. Dans le cas présenté ici, la méthode mène à un système global de 1092 degrés de liberté seulement (à comparer aux quelques 110 000 ddl pour un modèle élément finis classique). Le champ de contrainte obtenu (contrainte suivant l'axe de traction) est présenté Fig. 8. On notera les portions déchargées par la présence des pores. L'effet de "fenêtrage" autour des pores (celui en haut à droite, principalement) est dû à sa grande taille vis-à-vis des éléments macro dans ce cas.

Contrainte (σ_{11}) dans le filFig. 8. Contrainte suivant l'axe de traction (σ_{11}) obtenu par la GFEM.

5 Conclusion

Cette étude présente une GFEM modifiée, appliquée à la simulation d'une section de fil de composite à matrice céramique en élasticité. Deux hypothèses ont été introduites explicitement dans la formulation : i) la séparation d'échelle entre les éléments globaux et les handbooks et ii) la non-interaction entre les handbooks. Ainsi, les difficultés liées à l'intégration, souvent présentes dans la GFEM classique, ont pu être résolues. Cette démarche a ensuite été appliquée avec succès au traitement d'une section de fil de CMC, à matrice multiséquentée. Il est à présent envisagé d'étendre la méthode à la multi-fissuration en 2D, et au traitement de tronçon de fils, en 3D.

Remerciements

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre du programme de recherche et développement ARCOCE, financé par Snecma Propulsion Solide, le Ministère de l'Economie, de la Finance et de l'Industrie (Direction Générale des Entreprises) et la Région Aquitaine (Convention n° 072906338).

Références

- [1] N. Carrère, E. Martin, and J. Lamon. The influence of the interphase and associated interfaces on the deflection of matrix cracks in ceramic matrix composites. *Composites Part A*, 31 :1179–1190, 2000.
- [2] C. Cluzel, E. Baranger, P. Ladevèze, and A. Mouret. Mechanical behaviour and lifetime modelling of self-healing ceramic-matrix composites subjected to thermomechanical loading in air. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(8) :976 – 984, 2009. Special Issue : 15th French National Conference on Composites - JNC15.
- [3] C.A. Duarte and D.-J. Kim. Analysis and applications of a generalized finite element method with global-local enrichment functions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(6-8) :487 – 504, 2008.
- [4] F. Feyel and J.-L. Chaboche. Fe2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre sic/ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(3-4) :309 – 330, 2000.

- [5] P.A. Guidault, O. Allix, L. Champaney, and C. Cornuault. A multiscale extended finite element method for crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(5) :381–399, 2008.
- [6] T. J. R. Hughes, G. R. Feijóo, L. Mazzei, and J.-B. Quincy. The variational multiscale method—a paradigm for computational mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 166(1-2) :3 – 24, 1998. *Advances in Stabilized Methods in Computational Mechanics*.
- [7] P. Ladevèze and A. Nouy. On a multiscale computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28-30) :3061 – 3087, 2003. *Multiscale Computational Mechanics for Materials and Structures*.
- [8] P. Ladevèze, J.-C. Passieux, and D. Néron. The latin multiscale computational method and the proper generalized decomposition. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(21-22) :1287 – 1296, 2010. *Multiscale Models and Mathematical Aspects in Solid and Fluid Mechanics*.
- [9] F. Lamouroux and G. Camus. Oxidation effects on the mechanical properties of a 2d woven c/sic composites. *Journal of the European Ceramic Society*, 14 :177–188, 1994.
- [10] J. M. Melenk and I. Babuska. The partition of unity finite element method : Basic theory and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139(1-4) :289 – 314, 1996.
- [11] N. Moës, M. Cloirec, P. Cartraud, and J. F. Remacle. A computational approach to handle complex microstructure geometries. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28-30) :3163 – 3177, 2003. *Multiscale Computational Mechanics for Materials and Structures*.
- [12] J. T. Oden, C. A. M. Duarte, and O. C. Zienkiewicz. A new cloud-based hp finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 153(1-2) :117 – 126, 1998.
- [13] J. T. Oden, K. Vemaganti, and N. Moës. Hierarchical modeling of heterogeneous solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 172(1-4) :3 – 25, 1999.
- [14] P. Pineau and J. Lamon. Micromechanical and stochastic approach to transverse multiple cracking in a woven cmc. In *Comptes Rendus des JNC 16 - Toulouse 2009*, 2009.
- [15] T. Strouboulis, K. Copps, and I. Babuška. The generalized finite element method : an example of its implementation and illustration of its performance. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(8) :1097–0207, 2000.
- [16] T. Strouboulis, L. Zhang, and I. Babuska. Generalized finite element method using mesh-based handbooks : application to problems in domains with many voids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28-30) :3109 – 3161, 2003.