



**HAL**  
open science

## Sur une approche micro-méso pour la modélisation du comportement des composites stratifiés en compression dans le sens des fibres

Nicolas Feld, Olivier Allix, Emmanuel Baranger, Jean-Mathieu Guimard

► **To cite this version:**

Nicolas Feld, Olivier Allix, Emmanuel Baranger, Jean-Mathieu Guimard. Sur une approche micro-méso pour la modélisation du comportement des composites stratifiés en compression dans le sens des fibres. 17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17), Jun 2011, Poitiers-Futuroscope, France. pp.108. hal-00598100

**HAL Id: hal-00598100**

**<https://hal.science/hal-00598100>**

Submitted on 4 Jun 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Sur une approche micro-méso pour la modélisation du comportement des composites stratifiés en compression dans le sens des fibres

### *On a micro-meso approach for the constitutive modelling of laminated composites in compression along the fibers' direction*

Nicolas Feld<sup>1</sup>, Olivier Allix<sup>1</sup>, Emmanuel Baranger<sup>1</sup> et Jean-Mathieu Guimard<sup>2</sup>

1 : LMT-Cachan, ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris  
61 avenue du Président Wilson, F-94230 Cachan, France

2 : EADS France, Innovation Works, Mechanical Modelling Team  
12 rue Pasteur, 92150 Suresnes, France

e-mail : {feld,allix,baranger}@lmt.ens-cachan.fr, jean-mathieu.guimard@eads.net

#### Résumé

Cette étude traite de la modélisation du comportement des stratifiés utilisés comme absorbeurs de chocs. Les modèles simplifiés représentant la microstructure du composite et le microflambage des fibres sont un moyen efficace pour prédire le comportement du matériau et donc l'énergie dissipée en compression dans le sens des fibres [1]. Les paramètres les plus influents dans ce genre de sollicitation (e.g. l'ondulation des fibres, les matériaux constituants, la multi-axialité) se révèlent simples à prendre en compte [2]. Afin de réaliser des simulations à l'échelle d'un échantillon d'essai, il faut toutefois recourir à des modèles écrits à une échelle supérieure, comme l'échelle des plis. L'objectif est donc d'enrichir un mésomodèle [3] avec un comportement issu des résultats microscopiques. Une homogénéisation basée sur un principe de conservation de l'énergie libre et de la puissance dissipée est réalisée. On montre qu'elle permet de reproduire avec précision le comportement microscopique à l'aide de lois et de couplages simples.

#### Abstract

This study deals with the constitutive modelling of laminates used as shock absorbers. Simplified models representing the microstructure and fiber microbuckling are an efficient method for the prediction of the material's compressive behavior and dissipated energy along the fibers' direction [1]. Parameters recognized as most influent on such loadings (e.g. fiber waviness, material constituents, multi-axiality) are easily taken into account [2]. In order to perform sample-scale numerical simulations however, models based on a higher scale, like the scale of the plies, are required. Consequently, an existing mesomodel [3] is enriched with a compressive behavior derived from microscopic results. For that purpose, a homogenization technique based on free and dissipated energies conservation is used. This method, although based on simple laws and couplings, reproduces the microscopic behavior closely.

**Mots-clés :** Modélisation, homogénéisation, microflambage, fragmentation, simulation numérique

**Keywords:** Modeling, homogenization, microbuckling, fragmentation, numerical simulation

Depuis une vingtaine d'années dans l'industrie aéronautique, les composites stratifiés à fibres longues se sont vus appliqués à la problématique des absorbeurs de choc. Il a été montré que ces matériaux, sollicités en compression dans le sens du renfort, sont susceptibles de se fragmenter de façon très dense, dissipant ainsi une grande quantité d'énergie [4]. L'une des raisons qui justifient cette énergie spécifique élevée est la compétition de deux mécanismes de dégradation hautement dissipatifs :

- le délaminage entre les plis du composite ;
- la rupture en compression des plis dans le sens des fibres.

Ce dernier mode de rupture est essentiellement dû au microflambage des fibres, qui cessent d'être soutenues par la matrice une fois que celle-ci, cisailée entre les fibres adjacentes, entre en régime inélastique [5]. L'instabilité à la fois géométrique et matérielle qui s'en suit précipite la rupture dans un volume caractérisé par la taille de ce qu'on appelle une bande de pliage (ou *kink-band*). Ce phé-

nomène, appelé *kinking*, est aujourd’hui clairement identifié. De nombreuses études expérimentales ont notamment permis d’attester l’influence de nombreux paramètres d’étude, y compris l’ondulation des fibres. En revanche, la simulation numérique du *kinking* est encore un challenge, en raison de la complexité des phénomènes mis en jeu et du nombre de paramètres à prendre en compte.

Dans cette étude, nous proposons une approche micro-méso basée sur une théorie à l’échelle de la microstructure dont on extraira les composantes élémentaires afin d’enrichir un modèle mésoscopique déjà amplement validé. L’accent sera principalement mis sur la conservation des énergies absorbées, qui reste le critère majeur pour le dimensionnement d’absorbeurs de chocs composites.

La première partie sera consacrée à la description du micromodèle utilisé et ses principaux résultats. Puis nous choisirons un mésomodèle “cible” dont les caractéristiques seront brièvement exposées. La troisième partie présentera la méthode d’homogénéisation choisie puis une procédure d’identification. La stratégie, entièrement numérique, sera illustrée pour un composite T300/GSL-914C. Enfin, nous commenterons les possibilités et limites de la méthode à la lumière de premiers résultats.

## 1 Description du micro-modèle

Le micro-modèle utilisé pour la simulation du *kinking* a été proposé à l’origine dans [2]. Ses hypothèses et résultats principaux sont rappelés ici. Il s’agit d’un modèle de flambage uniaxial basé sur la *kinking theory* de Fleck & Budiansky [1], étendue aux chargements multi-axiaux et enrichie d’un comportement matériau élasto-plastique endommageable dans la matrice. Il permet la simulation du comportement d’un Élément de Volume Représentatif  $\Omega$  constitué de matériau homogénéisé fibre-matrice, soumis à un chargement de compression  $\sigma_{11} \simeq E_1 \varepsilon_{11}$  et/ou de cisaillement  $\sigma_{12}$  (voir Figure 1). Les principales hypothèses sont :

1. l’EVR est périodique suivant une direction formant un angle  $\beta$  avec la direction transverse, qui définit l’inclinaison finale de la *kink-band* ;
2. les fibres sont élastiques, présentent une ondulation initiale de forme connue  $\bar{\omega}$  et travaillent uniquement en flexion :  $\omega = v_{,s}$  où  $v$  est le déplacement transverse ;
3. la matrice est de très faible épaisseur et possède un comportement non-linéaire ;
4. le flambage est linéarisé autour du mode favorisé par la forme de l’ondulation (ici, mode 1) ;
5. la rupture fragile des fibres intervient lorsqu’un critère en ouverture est atteint (par  $\omega$ ).

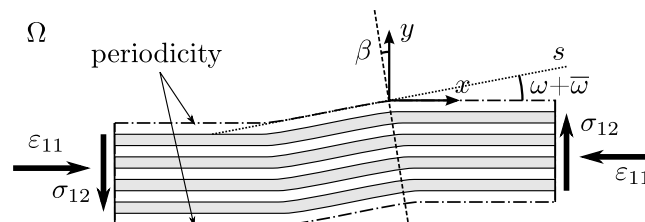


Fig. 1. Schéma de l’EVR de la microstructure du matériau et des chargements considérés

Ce modèle a permis d’obtenir un certain nombre de résultats, présentés plus en détails dans [2] et rappelés ici. Il a notamment été constaté que l’ondulation initiale des fibres ne suffit pas à expliquer la faible contrainte à rupture en compression (par rapport à celle en traction). En effet, avec une modélisation classique (i.e. élasto-plastique) de la matrice, la contrainte à rupture expérimentale est largement surestimée par la théorie pour une ondulation raisonnable des fibres (issue de [6]).

Les contraintes atteintes dans la matrice au cœur de la *kink-band* excèdent par ailleurs largement sa contrainte maximale admissible (de l'ordre de 500%). Un comportement élasto-plastique endommageable, hérité du mésomodèle [13] présenté plus loin, a donc été préféré par la suite. Il a permis d'obtenir des contraintes à rupture plus proches des valeurs expérimentales [7, 8] et de meilleures estimations de l'énergie dissipée à rupture. On a par ailleurs montré que le critère de rupture des fibres affectait notablement cette énergie dissipée mais pas la contrainte à rupture, comme prédit dans [9]. Enfin, l'intégration du comportement en cisaillement dans le modèle a permis de retrouver la dépendance linéaire de la contrainte à rupture dans un plan compression/cisaillement observée par de nombreux auteurs ([10] et [11] notamment).

## 2 Bases du mésomodèle

On souhaite intégrer les informations issus de ce micro-modèle dans un modèle à une échelle supérieure. L'objectif est de mener des simulations à l'échelle de l'échantillon d'essai (coupon) en vue d'un *virtual testing*. Pour ce faire, il faut être en mesure d'effectuer des comparaisons essais-calculs en tenant compte des effets de structure [12]. Un modèle adapté à de telles simulations et permettant d'estimer l'état de dégradation des stratifiés est le mésomodèle d'endommagement "standard" développé au LMT-Cachan [13]. Sa version "améliorée" [14] intègre le lien entre les endommagements inter- et intra-laminaires. Sa version "hybride" [3], qui fait le lien avec la micromécanique, permet de représenter explicitement les réseaux de fissures et de micro-délaminages locaux. Pour des raisons de simplicité, nous présenterons ici l'enrichissement de la version standard.

Le mésomodèle standard repose sur deux hypothèses fondamentales :

- le comportement du stratifié peut être reconstruit à partir de celui des plis et de leurs interfaces ;
- l'état d'endommagement des plis est constant à travers leur épaisseur.

L'état d'endommagement en question est associé à diverses variables décrivant chacune un état de dégradation élémentaire. Dans la suite, nous ne nous intéresserons qu'au comportement du pli, pour lequel deux variables indépendantes sont introduites :

- $d$  (dont on déduit  $d'$ ) l'endommagement diffus lié à la décohésion fibre-matrice et à la microfissuration affectant respectivement le comportement en cisaillement et en traction transverse ;
- $d_f$  l'endommagement binaire décrivant la rupture fragile des fibres.

Notons 1 la direction associée au sens du renfort, 2 sa normale dans le plan du pli et 3 la normale hors-plan. Soient  $\sigma_{ij}$  les différentes composantes du tenseur des contraintes de Cauchy et  $E_i^0$ ,  $G_{ij}^0$  et  $\nu_{ij}^0$  les différents modules et coefficients élastiques sains du pli, la partie élastique de son énergie libre de Helmholtz spécifique s'écrit :

$$\rho\Psi_e = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0} + \frac{\langle -\sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} + \frac{1}{1-d'} \left( \frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} \right) + \frac{1}{1-d} \left( \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0} + \frac{\sigma_{31}^2}{G_{31}^0} \right) \right\} \\ + \frac{1}{2(1-d_f)} \left\{ \frac{\langle \sigma_{11} \rangle^2}{E_1^0} + e_c \langle -\sigma_{11} \rangle - \sum_{i \neq j}^{\leq 3} \left[ \left( \frac{\nu_{ij}^0}{E_i^0} + \frac{\nu_{ji}^0}{E_j^0} \right) \times \sigma_{ii} \sigma_{jj} \right] \right\} \quad (\text{Eq. 1})$$

avec  $\langle . \rangle$  la fonction *partie positive*. L'effet de la fonction non-linéaire  $e_c$  sur la contrainte et la déformation à rupture a été déterminée expérimentalement dans [7] pour plusieurs composites stratifiés. Ici, on recherche une meilleure approximation du comportement et donc de l'énergie dissipée jusqu'à et au-delà de la contrainte ultime. Nous allons pour ce faire appliquer une procédure d'homogénéisation qui intégrera les résultats obtenus à l'échelle microscopique dans ce modèle mésoscopique.

### 3 Homogénéisation et identification

On souhaite extraire du modèle microscopique (voir Chapitre 1) les données homogénéisées qui serviront à alimenter le modèle mésoscopique (voir Chapitre 2). Les seules directions de chargement considérées sont celles de compression et de cisaillement, éventuellement couplées. L'information homogénéisée de départ est la contrainte "mésos" de compression  $\sigma_{11}$  ou de cisaillement  $\sigma_{12}$  appliquée comme chargement à l'EVR. Afin de déterminer les autres variables globales (internes et observables), on va se baser sur une équivalence en énergie entre le modèle micro et le modèle méso [15, 16, 17]. On choisit de conserver l'énergie libre  $\Psi$  et la dissipation  $\varphi$  :

$$\Psi = \langle \Psi_\mu \rangle_{RVE} \quad \text{et} \quad \varphi = \langle \varphi_\mu \rangle_{RVE} \quad (\text{Eq. 2})$$

où  $\cdot_\mu$  désigne une variable micro et où  $\langle \cdot \rangle_{RVE}$  est la moyenne sur l'EVR. On peut déterminer  $\Psi_\mu$  et  $\varphi_\mu$ , car toutes les variables locales ( $\underline{\sigma}_\mu$ ,  $\underline{\varepsilon}_\mu^p$ ,  $d_\mu$ , etc.) sont connues à l'intérieur de l'EVR. Dès lors, en se donnant une définition des autres variables homogénéisées que l'on souhaite déterminer (endommagement, inélasticité...), on peut les déduire de  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\Psi$  et  $\varphi$ .

#### 3.1 Procédure d'identification numérique

La Figure 2.a, obtenue après un essai de compression avec charges/décharges successives, peut être décomposée en deux parties : une composante linéaire élastique de pente le module d'Young du composite (2.b) et une composante qui concentre toutes les non-linéarités (2.c). Grâce à plusieurs hypothèses du micromodèle dont celle du flambage linéarisé, on décompose la déformation totale :

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon^M + \varepsilon^m = \frac{\sigma_{11}}{E_1} + \frac{u}{w_{kb}} \quad (\text{Eq. 3})$$

où  $u$  est le déplacement aux bords de la *kink-band* et  $w_{kb}$  son épaisseur. La courbe liée à  $\varepsilon^m$  présente plusieurs sources de non-linéarités : des déformations résiduelles, une diminution de raideur et des décharges non-linéaires. Chacune va nécessiter une modélisation et une identification dédiées.

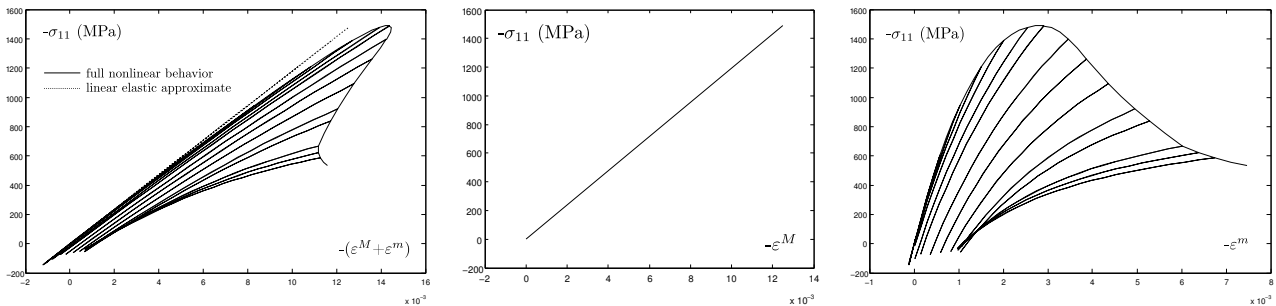


Fig. 2.  $-\sigma_{11}$  fonction de  $-\varepsilon_{11}$  aux bords d'une *kink-band* de largeur  $w_{kb} = 105 \mu\text{m}$ , pour une ondulation  $\lambda_0 = 0.01$  et un cisaillement  $\sigma_{12} = 0 \text{ MPa}$  (gauche) ; composante linéaire élastique (centre) ; composante non-linéaire (droite)

Trois groupes d'essais numériques vont donc être menés :

1. Des essais de compression-cisaillement sous très petits chargements pour différentes valeurs d'ondulation, afin d'extraire tout d'abord le comportement en compression élastique en fonction de l'ondulation et de la présence éventuelle de cisaillement (Paragraphe 3.2).
2. Puis des essais de compression-cisaillement avec charges-décharges jusqu'à rupture, afin d'extraire sur les décharges l'état d'endommagement du matériau en fonction de la force thermodynamique maximale atteinte et de l'ondulation (Paragraphe 3.3).

- Une fois ces deux comportements extraits, des essais de compression-cisaillement jusqu'à rupture, afin d'extraire la loi d'écrouissage du matériau sous chargement mixte, pour différentes valeurs d'ondulation (Paragraphe 3.4).

### 3.2 Comportement élastique et influence de l'ondulation

L'identification des non-linéarités élastiques en prenant en compte l'influence de l'ondulation des fibres et celle du cisaillement s'effectue donc sur de petits chargements. Afin de simplifier cette identification, nous avons postulé une forme de cette non-linéarité et de la dépendance à l'ondulation à l'aide d'une structure réticulée proche de la microstructure fibreuse (voir Figure 3).

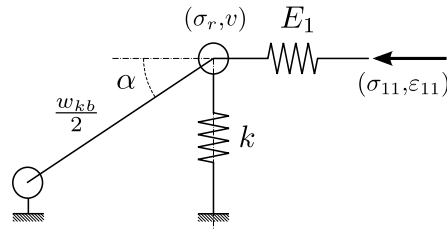


Fig. 3. Schéma rhéologique illustrant la relation non-linéaire entre  $\sigma_{11}$  et  $\varepsilon_{11}$

Cette approximation permet une prise en compte simple de la non-linéarité élastique et de l'ondulation des fibres, en liant le couple de variables mésoscopiques  $(\sigma_{11}, \varepsilon_{11})$  à un couple de variables "locales"  $(\sigma_r, \varepsilon_r)$ . La composante élastique linéaire de la raideur ( $E_1$ ) travaille en série avec une composante non-linéaire ( $k$ , lié au comportement de la matrice, par l'intermédiaire de l'angle  $\alpha$ ). On peut alors écrire la partie axiale de l'énergie libre élastique spécifique :

$$\rho\Psi_e(\sigma_{11}) = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_1} + \frac{\sigma_r^2}{2k} \quad (\text{Eq. 4})$$

Soit  $v_0$  la déflexion due au défaut initial  $\alpha_0 \neq 0$ , on a par ailleurs les relations :

$$\sigma_{11} = -\frac{\sigma_r}{\tan \alpha} = -\frac{k\varepsilon_r}{\tan \alpha} \quad (\text{Eq. 5})$$

$$v = w_{kb} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \varepsilon_{11} \right) \tan \alpha = w_{kb}\varepsilon_r + v_0 \quad (\text{Eq. 6})$$

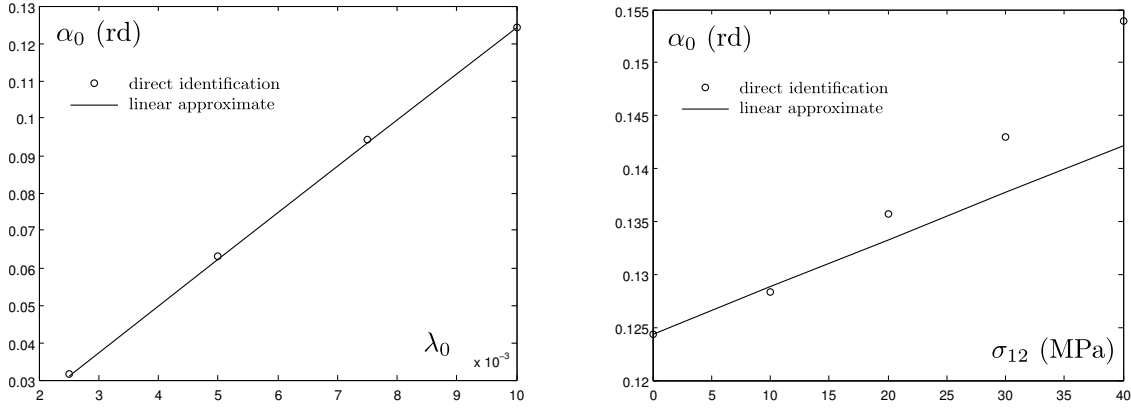
Pour une valeur de  $w_{kb} = 105 \mu\text{m}$ , on identifie  $k = 18357 \text{ MPa}$ . Quant au défaut initial  $\alpha_0$ , sa valeur dépend linéairement de l'ondulation de la fibre  $\lambda_0$  et est amplifiée par le cisaillement (voir Figure 4) :

$$\alpha_0 = c_\alpha \lambda_0 + c_\gamma \gamma_{12} \quad (\text{Eq. 7})$$

où  $c_\alpha = 12.44 \text{ rd}$  et  $c_\gamma = 1.07 \text{ rd}$ .

### 3.3 Comportement endommageable

Afin de reproduire la perte de raideur et les déformations inélastiques observées avec le micromodèle, on décide désormais de doter  $k$  d'un comportement élasto-plastique endommageable. Nous verrons que l'intérêt de faire porter les non-linéarités sur  $k$  est de s'affranchir d'une éventuelle dépendance

Fig. 4.  $\alpha_0$  en fonction de  $\lambda_0$  (gauche) et de  $\sigma_{12}$  (droite)

au défaut pour les lois d'écoulement, ce qui n'est pas évident *a priori*. Dans ces conditions, la partie axiale de l'énergie libre élastique spécifique peut s'écrire :

$$\rho\Psi_e(\sigma_{11}) = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_1^0(1-d_f)} + \frac{\sigma_r^2}{2k^0(1-d_k)} \quad (\text{Eq. 8})$$

où  $d_k$  est la nouvelle variable d'endommagement caractérisant la perte de raideur en compression dans le sens des fibres. On peut dès lors exprimer sa force thermodynamique associée (pour les autres variables du pli, se référer à [18]) :

$$Y_r = -\rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial d_k} = \frac{1}{2(1-d_k)^2} \frac{\sigma_r^2}{k^0} \quad (\text{Eq. 9})$$

Les résultats du second groupe de tests numériques vont permettre de combiner cette force thermodynamique avec  $Y_d$  et  $Y_{d'}$  (associées respectivement à  $d$  et  $d'$ ) et afin d'exprimer les couplages qui apparaissent dans les lois d'évolution de chaque variable d'endommagement. On notera :

$$Y = f_1(Y_d + bY_{d'}, Y_r) \quad (\text{Eq. 10})$$

$$Y_k = f_2(Y_r, Y_d) \quad (\text{Eq. 11})$$

où  $b = 0.5$  (déjà connu) est un paramètre matériau et  $f_1$  et  $f_2$  des combinaisons à identifier.

On peut alors écrire les lois d'évolution :

$$d = \max_{\tau < t} \left( \frac{\sqrt{Y} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \right) \quad \text{et} \quad d' = cd \quad (\text{Eq. 12})$$

$$d_k = \max_{\tau < t} (f_3(Y_k)) \quad (\text{Eq. 13})$$

où  $Y_0 = 0.03$  MPa,  $Y_c = 8$  MPa et  $c = 0.8$  (déjà connus) sont d'autres constantes matérielles et  $f_3$  une nouvelle fonction à identifier.

En s'intéressant aux cas sans cisaillement dans un premier temps et en prenant  $Y_k = Y_r$ , le second groupe d'essais sur le micromodèle permet d'identifier numériquement diverses formes de  $f_3$  plus ou moins complexes. En pratique, sur chaque décharge, on détermine  $\frac{\partial \Psi_e}{\partial \sigma_{ij}}$ , donc  $\varepsilon_{ij}^e$ , et donc la valeur de la variable d'endommagement. Un exemple d'identification est donné Figure 5.a, sur lequel on observe une faible dépendance à l'ondulation des fibres  $\lambda_0$ .

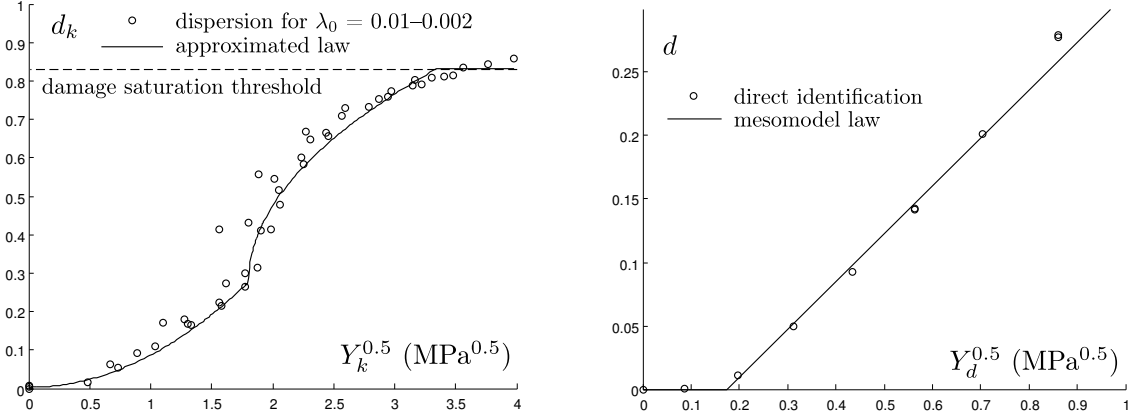


Fig. 5.  $d_k$  en fonction de  $\sqrt{Y_k}$  pour  $\lambda_0 = 0.01, 0.0075, 0.005$  et  $0.0025$  (gauche);  $d$  en fonction de  $\sqrt{Y_d}$  (droite)

Une fois une forme de  $f_3$  choisie, il reste à identifier les combinaisons  $f_1$  et  $f_2$ , qui permettent de réaliser les couplages compression-cisaillement (respectivement sur  $d$  et  $d_k$ ). On vérifie qu'en l'absence de compression, la loi liant  $Y_d$  à  $d$  est celle implantée dans le micromodèle, qu'on a choisie compatible avec le comportement du mésomodèle en cisaillement pur (voir Figure 5.b).

Les Figures 6.a et 6.b permettent de choisir les formes de  $f_1$  et  $f_2$  :

$$Y = \left( \sqrt{Y_d + bY_{d'}} + \sqrt{b_r Y_r} \right)^2 \quad (\text{Eq. 14})$$

$$Y_k = Y_r + \sqrt{b_k Y_d} \quad (\text{Eq. 15})$$

où  $b_r = 0.12$  et  $b_k = 36$  MPa sont des coefficients matériau.

Ces expressions peuvent être remises en cause pour des sollicitations multi-axiales importantes.

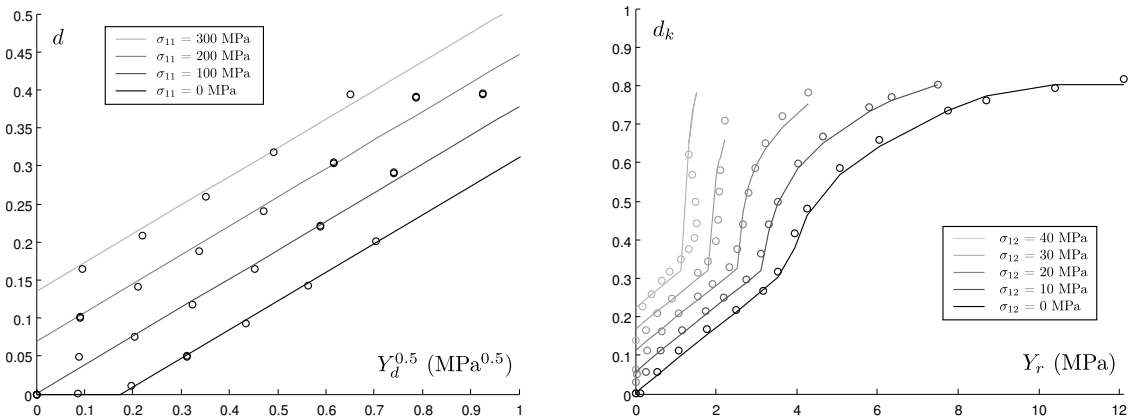


Fig. 6.  $d$  fonction de  $\sqrt{Y_d}$  pour différentes valeurs  $\sigma_{11}$  (gauche);  $d_k$  fonction de  $Y_r$  pour différentes valeurs  $\sigma_{12}$  (droite)

### 3.4 Comportement inélastique

L'endommagement diffus et le *kinking* mènent à des glissements locaux entre les phases (pli/pli et fibre/matrice) qui sont assimilés, à une échelle supérieure, à des déformations résiduelles dues à de l'inélasticité matérielle. Ce comportement se représente au mieux à l'aide de quantités "effectives" :

$$\underline{\tilde{\sigma}} = (\mathbf{K}^0 : \mathbf{K}^{-1}) : \underline{\sigma} \quad (\text{Eq. 16})$$



On introduit des déformations inélastiques effectives vérifiant l'équivalence en puissance dissipée :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\tilde{\varepsilon}}}}_p \quad (\text{Eq. 17})$$

La déformation inélastique  $\varepsilon_r^p$  permet de caractériser les déformations résiduelles irréversibles dans le sens des fibres, par l'intermédiaire de la géométrie simplifiée présentée plus tôt. Si on la considère *a priori* régie par le même processus d'inélasticité que le reste du mésomodèle, sous l'hypothèse de plasticité associée et en considérant le matériau comme standard généralisé, on peut lui associer une variable inélastique  $\tilde{p}$  et un écrouissage  $\tilde{R}$ , qu'on choisit généralement isotrope et de la forme :

$$\tilde{R}(\tilde{p}) = \rho \frac{\partial \Psi_p}{\partial \tilde{p}} = K_p \tilde{p}^{m_p} \quad (\text{Eq. 18})$$

où  $K_p = 1000$  MPa et  $m_p = 0.54$  sont des paramètres matériau déjà identifiés.

On définit  $g$ , la fonction de charge, qui s'écrit :

$$g(\tilde{\sigma}_{eq}, \tilde{p}) = \tilde{\sigma}_{eq} - \tilde{R}(\tilde{p}) - \tilde{R}_0 \quad (\text{Eq. 19})$$

sachant qu'on cherche une contrainte équivalente sous la forme :

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \tilde{\sigma}_{12} + a_r \tilde{\sigma}_r \quad (\text{Eq. 20})$$

avec  $a_r$  un nouveau paramètre de couplage.

Une fois le comportement élastique endommageable déterminé, l'identification du comportement inélastique se déduit des relations Eq. 2 sous l'hypothèse de partition des déformations :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p = \left\langle \underline{\underline{\sigma}}_\mu : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_\mu \right\rangle_{RVE} - \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_e = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\tilde{\varepsilon}}}}_p \quad (\text{Eq. 21})$$

La Figure 7.a révèle une tendance inhabituelle qui peut s'approximer par le choix de  $a_r = 0.25$  et l'ajout d'une information supplémentaire :  $\dot{\tilde{p}} = 0$  lorsque  $a_r \tilde{\sigma}_r > 95$  MPa. On introduit ainsi un seuil au-delà duquel l'inélasticité cumulée sature, activé seulement en compression.

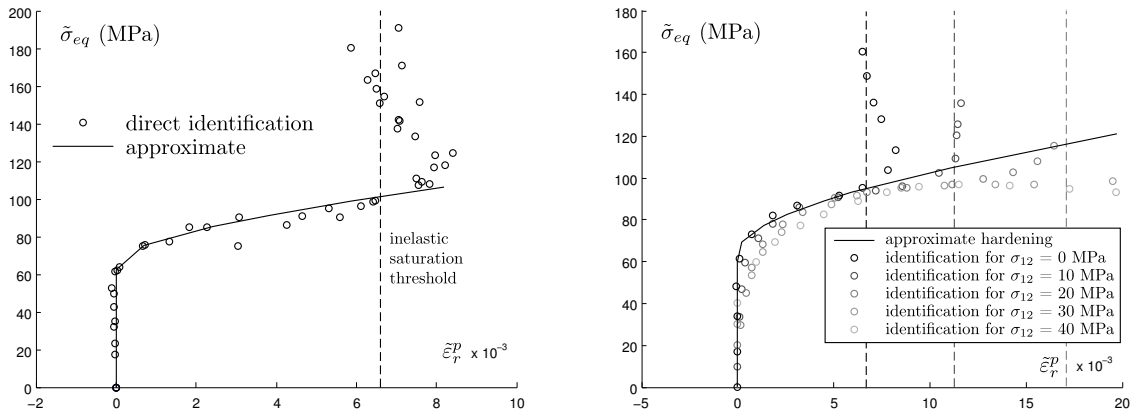


Fig. 7.  $\tilde{\sigma}_{eq}$  en fonction de  $\tilde{\varepsilon}_r^p$  pour  $\lambda_0 = 0.01, 0.0075, 0.005$  et  $0.0025$  (gauche) et pour différentes valeurs de  $\sigma_{12}$  (droite)

Ces choix permettent de bien reproduire la tendance observée et l'on constate que la variabilité de l'ondulation des fibres ne modifie pas ce comportement. La Figure 7.b révèle par ailleurs une bonne

reproduction du comportement sous chargement mixte compression-cisaillement, avec un décalage automatique du seuil de saturation. De la même façon, pour un chargement dominé par le cisaillement, la Figure 8 révèle une bonne tendance, sans aucune saturation cette fois. Ainsi, les lois “standard” ne sont pas affectées par les modifications apportées en compression. Ici encore, la validité de ces approximations peut être remise en cause pour des couplages importants.

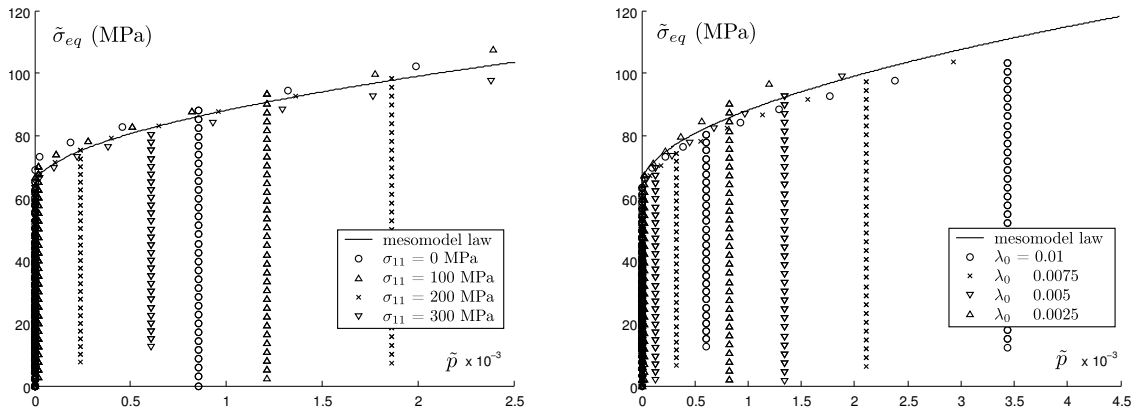


Fig. 8.  $\tilde{\sigma}_{eq}$  en fonction de  $\tilde{p}$  pour différentes valeurs de  $\sigma_{11}$  (gauche);  $\tilde{\sigma}_{eq}$  en fonction de  $\tilde{p}$  pour  $\sigma_{11} = 300$  MPa et  $\lambda_0 = 0.01, 0.0075, 0.005$  et  $0.0025$  (droite)

#### 4 Conclusion

Comme l’illustre la Figure 9, la méthode d’homogénéisation utilisée ici a permis une bonne reproduction du comportement en compression jusqu’à rupture d’une microstructure fibreuse. Les mécanismes non-linéaires sont relativement bien reproduits et les erreurs en termes d’énergies dissipée, stockée ou récupérable sont de l’ordre du %. Ceci devrait permettre de mener à l’aide du modèle hybride [3] des simulations jusqu’à rupture sur des échantillons d’une taille de l’ordre du centimètre.

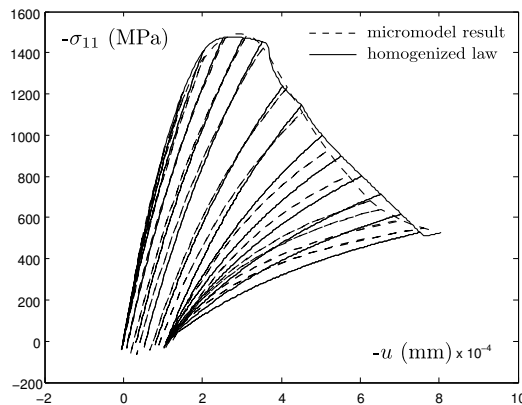


Fig. 9. Loi contrainte-déplacement identifiée aux bords de la kink-band

Il convient toutefois de prendre des précautions pour l’intégration de la loi de comportement complète, avec prise en compte de la composante élastique linéaire. En effet, en raison du *snap back* (Figure 2.a), son intégration peut s’avérer complexe. Dans un cadre explicite, il faudra au moins prendre soin d’intégrer précisément les énergies libérées, stockées et dissipées lors des inévitables sauts d’équilibre.

**Remerciements :** Ces travaux ont été menés dans le cadre du projet *VulComp* Phase 1, grâce au soutien financier de l’Agence Nationale pour la Recherche (bourse ANR-2006-MAPR-0022-01).

## Références

- [1] B. Budiansky and N. A. Fleck, “Compressive failure of fiber composites,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 41, no. 1, pp. 183–211, 1993.
- [2] N. Feld, O. Allix, E. Baranger, and J.-M. Guimard, “Micro-mechanical prediction of ud laminates behaviour under combined compression up to failure : influence of matrix degradation,” *Journal of Composite Materials*, vol. doi : 10.1177/0021998311401084, 2011.
- [3] P. Ladevèze, G. Lubineau, and D. Violeau, “A computational damage micromodel of laminated composites,” *International Journal of Fracture*, vol. 137, pp. 139–150, 2006.
- [4] A. F. Johnson and A. K. Pickett, “Impact and crash modelling of composite structures : A challenge for damage mechanics,” in *ECCM 99*, (Munich), 1999.
- [5] A. S. Argon, “Fracture of composites,” *Treatise on Materials Science and Technology*, vol. 1, pp. 79–114, 1972.
- [6] B. Paluch, “Analysis of geometric imperfections in fibres for unidirectional fibre-reinforced composites,” *La Recherche Aéronautique*, vol. 6, pp. 431–448, 1994.
- [7] O. Allix, P. Ladevèze, and É. Vittecoq, “Modelling and identification of the mechanical behaviour of composite laminates in compression,” *Composites Science and Technology*, vol. 51, no. 1, pp. 35–42, 1994.
- [8] M. J. Hinton, A. S. Kaddour, and P. D. Soden, eds., *Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites : The World-Wide Failure Exercise*. Elsevier Science, 2004.
- [9] B. Budiansky, N. A. Fleck, and J. C. Amazigo, “On kink-band propagation in fiber composites,” *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 46, no. 9, pp. 1637–1653, 1998.
- [10] P. M. Jelf and N. A. Fleck, “Compression failure mechanisms in unidirectional composites,” *Journal of Composite Materials*, vol. 26, no. 18, p. 2706, 1992.
- [11] S. Kyriakides, R. Arseculeratne, E. J. Perry, and K. M. Liechti, “On the compressive failure of fiber reinforced composites,” *International Journal of Solids Structures*, vol. 32, no. 6/7, pp. 689–738, 1995.
- [12] J.-C. Grandidier and M. Potier-Ferry, “Microflambage des fibres dans un matériau composite à fibres longues,” *Comptes rendus de l’Académie des sciences*, vol. 310, no. 1, pp. 1–6, 1990.
- [13] P. Ladevèze, “Sur la mécanique de l’endommagement des composites,” in *Comptes-rendus des Journées Nationales sur les Composites 5*, (Paris), pp. 667–683, Pluralis, 1986.
- [14] P. Ladevèze and G. Lubineau, “On a damage mesomodel for laminates micro-meso relationships, possibilities and limits,” *Composites Science and Technology*, vol. 61, no. 15, pp. 2149–2158, 2001.
- [15] G. I. Taylor and H. Quinney, “The latent energy remaining in a metal after cold working,” *Proceedings of the Royal Society of London - Series A*, vol. 143, no. 849, pp. 307–326, 1934.
- [16] N. Aravas, K.-S. Kim, and F. A. Leckie, “On the calculations of the stored energy of cold work,” *Journal of Engineernig Materials and Technology*, vol. 112, pp. 465–470, 1990.
- [17] G. Vivier, H. Trumel, and F. Hild, “On the stored and dissipated energies in heterogeneous rate-independent systems : theory and simple examples,” *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 20, no. 7, pp. 411–427, 2009.
- [18] P. Ladevèze and É. Le Dantec, “Damage modeling of the elementary ply for laminated composites,” *Composites Science and Technology*, vol. 43, no. 3, pp. 257–267, 1992.