



# Modèles de forme et d'apparence en traitement d'images

Pierre Charbonnier

## ► To cite this version:

Pierre Charbonnier. Modèles de forme et d'apparence en traitement d'images. Traitement des images [eess.IV]. Université de Strasbourg, 2009. hal-00596519

**HAL Id: hal-00596519**

**<https://hal.science/hal-00596519>**

Submitted on 21 Sep 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Strasbourg

---

---

# Modèles de forme et d'apparence en traitement d'images

Pierre CHARBONNIER

---

Mémoire d'habilitation à diriger des recherches

Présenté le 25 septembre 2009

## Composition du jury :

|     |                    |                                      |
|-----|--------------------|--------------------------------------|
| M.  | Ernest HIRSCH      | <i>Président, Rapporteur interne</i> |
| M.  | Patrick BOUTHEMY   | <i>Rapporteur externe</i>            |
| M.  | Philippe RÉFRÉGIER | <i>Rapporteur externe</i>            |
| Mme | Laure BLANC-FÉRAUD | <i>Examineur</i>                     |
| M.  | Fabrice HEITZ      | <i>Garant</i>                        |



# Information au lecteur

Ce document est extrait du manuscrit original présenté pour l'Habilitation à Diriger les Recherches, dont il ne reprend pas la partie *Notice individuelle*.

Pour des raisons de *copyright*, les publications initialement annexées au document ne sont pas reprises dans ce fichier, publié sur Internet. Le lecteur pourra se les procurer en cliquant sur les numéros *Digital Object Identifier* (DOI®) fournis, ou *via* le site <http://www.doi.org>.





# Remerciements

« Un homme seul est toujours en mauvaise compagnie » (Paul Valéry, *Dialogues*).

Je tiens à renouveler mes remerciements envers celles et ceux qui m'ont permis d'aborder le métier de chercheur : Laure Blanc-Féraud et Gilles Aubert, avec qui je suis toujours en relation, ainsi que Michel Barlaud et Benoît Macq, et tous ceux que j'ai côtoyés pendant ma première partie de carrière. Le temps qui passe n'efface pas la gratitude.

Depuis mon arrivée à Strasbourg, en 1996, j'ai la chance de collaborer avec Fabrice Heitz, que je tiens à remercier particulièrement pour son soutien précieux, ses conseils avisés, et sa grande expérience de la recherche, qu'il partage si volontiers. Pouvoir collaborer avec le LSIIT m'apporte beaucoup sur le plan professionnel, mais c'est aussi très agréable sur le plan humain : je souhaite remercier chacun des membres du laboratoire pour leur accueil et leur support.

Je voudrais remercier Yannick Guillard, qui m'a permis de bénéficier de la dynamique de recherche qu'il a su créer au sein du LRPC de Strasbourg et qui m'a, lui aussi, beaucoup apporté au quotidien. A sa suite, j'espère développer encore cette activité, avec le soutien des membres du groupe G6, que je remercie pour leur collaboration et la bonne ambiance qu'ils font régner. Merci à tous les collègues du LRPC, du LCPC et du RST pour leur collaboration et, particulièrement, à Jean-Philippe Tarel dont j'apprécie l'enthousiasme et les qualités scientifiques et humaines.

Les résultats présentés dans ce document sont le fruit d'un travail d'équipe, au quotidien, dont les doctorants sont les chevilles ouvrières. Merci à chacune et chacun de ceux que j'encadre et que j'ai encadrés, pour tout ce qu'ils m'ont apporté. Merci aussi aux différents stagiaires qui ont, eux aussi, pris leur part de ce travail.

Je remercie celles et ceux qui, dans mon entourage professionnel, m'ont apporté leurs encouragements et leur support, ou pallié mes absences, pendant la période de rédaction de ce mémoire. Merci à ma famille, et tout spécialement à mon épouse, pour son indéfectible soutien.

Enfin, merci aux membres du jury de me faire l'honneur d'évaluer mes recherches et aux rapporteurs, d'avoir accepté cette charge de travail supplémentaire.

Pardon à toutes celles et ceux que je n'ai pas nommés ; j'espère que chacun se sera reconnu.



# Table des matières

|          |                                                                                          |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>I</b> | <b>Modèles de forme et d'apparence en traitement d'images : synthèse et perspectives</b> | <b>1</b>  |
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>                                                                      | <b>3</b>  |
| 1        | Éléments de contexte . . . . .                                                           | 3         |
| 1.1      | Cadre de travail, missions . . . . .                                                     | 3         |
| 1.2      | Organisation de la recherche au LCPC . . . . .                                           | 4         |
| 2        | Cadre applicatif et problématique générale . . . . .                                     | 5         |
| 3        | Organisation du manuscrit . . . . .                                                      | 6         |
| <b>2</b> | <b>Synthèse : théorie semi-quadratique</b>                                               | <b>7</b>  |
| 1        | Introduction . . . . .                                                                   | 7         |
| 2        | Le modèle quadratique et ses limites . . . . .                                           | 8         |
| 2.1      | Modèle génératif linéaire . . . . .                                                      | 8         |
| 2.2      | Structure probabiliste et estimation bayésienne . . . . .                                | 9         |
| 2.3      | Limites des estimateurs gaussiens . . . . .                                              | 11        |
| 3        | Théorie semi-quadratique . . . . .                                                       | 12        |
| 3.1      | Propriétés des fonctions $\varphi$ . . . . .                                             | 13        |
| 3.2      | Extensions semi-quadratiques . . . . .                                                   | 14        |
| 3.3      | Algorithmique . . . . .                                                                  | 15        |
| 3.4      | Remarques sur la dérivation des théorèmes semi-quadratiques . . . . .                    | 16        |
| 3.5      | Hyper-paramètres . . . . .                                                               | 19        |
| 4        | Exemple de la reconstruction régularisée . . . . .                                       | 19        |
| 4.1      | Régularisation linéaire . . . . .                                                        | 19        |
| 4.2      | Régularisation semi-quadratique et préservation des discontinuités . . . . .             | 21        |
| 4.3      | Contraintes sur les variables auxiliaires - lien avec la segmentation . . . . .          | 22        |
| 5        | Conclusion . . . . .                                                                     | 24        |
| <b>3</b> | <b>Contribution : estimation robuste pour les modèles de forme et d'apparence</b>        | <b>27</b> |
| 1        | Introduction . . . . .                                                                   | 27        |

|          |                                                                                  |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2        | Régression robuste pour l'ajustement de courbes . . . . .                        | 28        |
| 2.1      | Motivations . . . . .                                                            | 28        |
| 2.2      | Modélisation des formes et du bruit . . . . .                                    | 28        |
| 2.3      | Algorithme d'ajustement robuste . . . . .                                        | 30        |
| 2.4      | Extension à l'ajustement simultané de plusieurs courbes . . . . .                | 31        |
| 2.5      | Bilan . . . . .                                                                  | 33        |
| 3        | Estimation robuste et modèles d'apparence . . . . .                              | 34        |
| 3.1      | Motivations . . . . .                                                            | 34        |
| 3.2      | Analyse d'images séquentielles de scènes routières par modèles d'apparence       | 35        |
| 3.3      | Modèles non paramétriques dans l'espace propre . . . . .                         | 40        |
| 3.4      | Bilan . . . . .                                                                  | 43        |
| <b>4</b> | <b>Synthèse : les contours actifs</b>                                            | <b>45</b> |
| 1        | Introduction . . . . .                                                           | 45        |
| 2        | Les contours actifs classiques . . . . .                                         | 46        |
| 2.1      | Le modèle de base . . . . .                                                      | 46        |
| 2.2      | Principales améliorations . . . . .                                              | 47        |
| 3        | Les contours actifs géométriques et géodésiques . . . . .                        | 48        |
| 3.1      | Equations d'évolution . . . . .                                                  | 48        |
| 3.2      | Représentation implicite et algorithme des <i>Level Sets</i> . . . . .           | 51        |
| 3.3      | Algorithmes rapides . . . . .                                                    | 52        |
| 3.4      | C.A. géodésiques et optimum global - algorithme <i>Fast Marching</i> . . . . .   | 54        |
| 4        | Les contours actifs région . . . . .                                             | 56        |
| 4.1      | Principe général . . . . .                                                       | 56        |
| 4.2      | Principaux modèles région . . . . .                                              | 57        |
| 4.3      | Dérivation de l'équation d'évolution . . . . .                                   | 62        |
| 4.4      | Approches multi-phases, schémas alternatifs de minimisation . . . . .            | 64        |
| 5        | Optimisation globale rapide pour les contours actifs . . . . .                   | 65        |
| 6        | Bilan . . . . .                                                                  | 67        |
| <b>5</b> | <b>Contribution : contraintes géométriques de forme pour les contours actifs</b> | <b>69</b> |
| 1        | Introduction . . . . .                                                           | 69        |
| 2        | Méta-heuristiques biologiques et modèles déformables . . . . .                   | 70        |
| 3        | Contraintes multi-références et invariance géométrique . . . . .                 | 71        |
| 3.1      | Motivations . . . . .                                                            | 71        |
| 3.2      | Contraintes de forme : état de l'art . . . . .                                   | 72        |
| 3.3      | Contraintes de forme : contributions . . . . .                                   | 75        |
| 3.4      | Bilan . . . . .                                                                  | 82        |
| 4        | Modèles déformables contraints en reconstruction d'images . . . . .              | 84        |

|           |                                                                          |            |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.1       | Motivations . . . . .                                                    | 84         |
| 4.2       | Modèles déformables en reconstruction d'images : état de l'art . . . . . | 84         |
| 4.3       | Modèles déformables contraints en tomographie : contribution . . . . .   | 86         |
| 4.4       | Bilan . . . . .                                                          | 88         |
| <b>6</b>  | <b>Conclusion et projet de recherche</b>                                 | <b>89</b>  |
| 1         | Conclusion . . . . .                                                     | 89         |
| 2         | Projet de recherche : orientations applicatives . . . . .                | 90         |
| 2.1       | Connaissance des infrastructures et sécurité routière . . . . .          | 90         |
| 2.2       | Diagnostic des ouvrages . . . . .                                        | 92         |
| 2.3       | Nouvelles orientations stratégiques . . . . .                            | 93         |
| 3         | Projet de recherche : perspectives méthodologiques . . . . .             | 93         |
| 3.1       | Algorithmes d'estimation robuste et applications . . . . .               | 93         |
| 3.2       | Modèles déformables . . . . .                                            | 95         |
| <b>II</b> | <b>Sélection de publications</b>                                         | <b>125</b> |
| 1         | Ajustement robuste et simultané d'un ensemble de courbes . . . . .       | 127        |
| 2         | Détection d'objets par modèles d'apparence . . . . .                     | 141        |
| 3         | Reconnaissance robuste . . . . .                                         | 159        |
| 4         | Modèles déformables contraints . . . . .                                 | 165        |



## Première partie

# Modèles de forme et d'apparence en traitement d'images : synthèse et perspectives





# Chapitre 1

## Introduction

*Mon parcours dans la recherche a commencé en 1990 lors d'un stage de DEA dans l'équipe du Pr. Barlaud au laboratoire I3S à Sophia Antipolis, portant sur la compression d'images utilisant des transformées en ondelettes. J'ai ensuite effectué, dans la même équipe, une thèse consacrée à la reconstruction d'images et, plus particulièrement, à la régularisation avec préservation des discontinuités. Ma contribution a consisté en une synthèse d'approches proposées dans le cadre markovien et dans le formalisme variationnel. Le principal apport de ma thèse a été la définition de résultats unifiés, dans le cadre de la théorie semi-quadratique, ainsi que la proposition et l'étude d'algorithmes déterministes d'optimisation associés. Il me semblait possible d'améliorer encore les résultats de ces approches, en modélisant explicitement les discontinuités de manière globale. C'est pourquoi je me suis intéressé à l'utilisation de modèles déformables et, plus particulièrement, aux contours actifs lors de ma période post-doctorale, effectuée dans l'équipe du Pr. B. Macq à Louvain-la-Neuve (Belgique). Ces outils méthodologiques, enrichis par l'étude des méthodes statistiques et notamment des modèles d'apparence dans le cadre de ma collaboration avec le Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection (LSIIT), constituent la base des travaux de recherche effectués depuis mon arrivée au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées, en août 1996. Avant de donner plus de détails sur les principaux développements réalisés, il me semble bon de fournir quelques éléments sur mon cadre de travail et les missions qui s'y rattachent.*

## 1 Éléments de contexte

### 1.1 Cadre de travail, missions

L'Équipe de Recherche Associée (ERA) au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, dont j'ai la responsabilité, se situe au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Strasbourg (LRS). Le réseau des LPC comprend 17 Laboratoires Régionaux répartis sur le territoire national, rattachés à 8 Centres d'Études Techniques de l'Équipement (CETE). L'organisation du réseau des LPC est décrite sur : [www.lcpc.fr/fr/presentation/collaboration/index1.dml](http://www.lcpc.fr/fr/presentation/collaboration/index1.dml).

Il existe 19 ERA, dont l'activité consiste pour une part majoritaire en des contributions aux programmes de recherche pilotés par le LCPC, et pour le reste, en activités opérationnelles. L'ERA « Imagerie-Méthodes Optiques » est composée de 3 chercheurs permanents à temps plein, d'un ingénieur de recherche à mi-temps et d'un équivalent temps plein technicien. Les produits de la recherche sont exploités de manière opérationnelle au niveau du groupe « Méthodes Physiques », auquel elle appartient, et dont j'ai également la responsabilité. Jusqu'en 2006, les ERA étaient évaluées tous les 4 ans par un comité réunissant le LCPC, des universitaires et des industriels. Créée en 1994, l'ERA 27 a vu son statut renouvelé en 1998, 2002 et 2006 selon cette procédure. Depuis 2007, les ERA sont évaluées conjointement à leur unité de rattachement au LCPC, dans le cadre des procédures de l'AERES. Nous l'avons été en 2007, en même temps que la Division Métrologie et Instrumentation (DMI) du LCPC. Le statut d'ERA est confirmé à l'issue de ces évaluations et un projet de programme de recherche quadriennal est établi par l'équipe, puis validé par le LCPC. Notre projet actuel couvre la période 2008-2012. Placées dans des laboratoires régionaux, les ERA doivent rester proches des utilisateurs, mais le LCPC les encourage également à développer des collaborations avec le milieu universitaire régional. Nous entretenons, en particulier, une collaboration scientifique suivie avec le LSIIT. Depuis 2000, celle-ci s'est concrétisée pour moi sous la forme d'une association à l'Équipe Modèles, Images et Vision (groupe « Analyse Multi-Images ») en tant que collaborateur extérieur.

Le statut du corps des chercheurs LCPC est calqué sur celui des autres EPST. Créé en octobre 1994, il était dans un premier temps réservé au LCPC, aux ERA, à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC) et à l'Ecole Nationale des Travaux publics de l'Etat (ENTPE). Il a, en 2006, été élargi aux autres organismes formant le Réseau Scientifique et Technique (RST) du MEEDDAT, tels que l'IGN, Météo France, ou les CETE. Les chercheurs font l'objet d'une évaluation bisannuelle. Les missions du chercheur LCPC en ERA sont, en partie, classiques : développement de connaissances et diffusion dans le milieu scientifique et à travers les enseignements, encadrement de doctorants, participation à l'administration de la recherche. Elles comprennent également des objectifs plus spécifiques aux établissements de recherche appliquée, tels que la valorisation au sein du réseau des LPC. Celle-ci peut prendre la forme de publications internes, d'organisation de séminaires techniques, de développement d'appareils ou logiciels expérimentaux, ou enfin d'appui technique pour le développement d'outils opérationnels et auprès des LPC.

## 1.2 Organisation de la recherche au LCPC

Les recherches financées par le LCPC sont, depuis 2001, organisées en Opérations de Recherche (OR), actuellement regroupées dans 5 programmes mis en place par le LCPC à partir des domaines prioritaires affichés dans son contrat quadriennal et ses orientations stratégiques.

Le contrat quadriennal actuel du LCPC expire fin 2009 et une réflexion stratégique à 10 ans est en cours au sein de l'organisme. La programmation des travaux des unités est effectuée sur 4 ans, mais fait l'objet d'un suivi annuel. Mes travaux se situent dans les programmes « Auscultation, surveillance et diagnostic des ouvrages », ainsi que « Connaissance des infrastructure et sécurité routière ». J'ai été co-responsable d'une opération de recherche (OR) intitulée « Visibilité et sécurité routière » et je suis actuellement co-responsable d'une OR en cours de préparation, intitulée « Impact des informations visuelles sur le comportement des usagers en situation de conduite ». Une description de l'organisation de la recherche au LCPC est disponible sur : [www.lcpc.fr/fr/recherches/index.dml](http://www.lcpc.fr/fr/recherches/index.dml).

## 2 Cadre applicatif et problématique générale

Le cadre d'application de mes travaux est principalement l'exploitation de la route et la sécurité routière. Le fil conducteur est l'analyse des *scènes routières*. Il s'agit de séquences d'images de la route et de son environnement proche, acquises à partir d'un véhicule en circulation sur un itinéraire. La simple exploitation visuelle des images par les gestionnaires a fait place à des demandes plus quantitatives, auxquelles les techniques d'analyse d'images sont susceptibles d'apporter une solution. Les besoins recensés concernent principalement la détection, la reconnaissance et la localisation d'objets d'intérêt, ainsi que la mesure dimensionnelle. Dans ce contexte, les problèmes sous-jacents à l'automatisation du relevé d'objets d'intérêt sont loin d'être triviaux et constituent mon domaine de recherche. Il s'agit d'études en amont, s'inscrivant dans le cadre plus général de la détection et de la reconnaissance des formes.

Les objets d'intérêt dans les scènes routières peuvent se classer en trois catégories, selon qu'ils sont naturels, manufacturés ou encore manufacturés et normalisés. Les objets naturels sont ceux qui présentent le plus de variabilité d'aspect. Les changements d'apparence concernent aussi les deux autres catégories en raison, par exemple, du degré d'usure variable qu'ils peuvent présenter. D'autre part, les prises de vues sont effectuées sous éclairage naturel, donc dans des conditions d'illumination non contrôlées. La présence d'autres véhicules ou de végétation peut provoquer l'occultation partielle des objets d'intérêt. Enfin, les scènes observées peuvent être complexes et comporter de nombreux leurres pour les algorithmes de détection. La problématique rencontrée lors de nos travaux sur la détection et la reconnaissance automatique d'objets d'intérêt est donc double :

- en premier lieu, les méthodes développées doivent s'accommoder de variabilités d'aspect des objets d'intérêt parfois très importantes et complexes.
- d'autre part, elles doivent faire preuve de robustesse face à des perturbations importantes des observations.

Cette problématique est, somme toute, assez générique et le champ d'application des méthodes proposées déborde de la seule analyse des scènes routières. Réciproquement, mes travaux sont susceptibles de bénéficier de développements méthodologiques récents, réalisés dans d'autres

domaines. En particulier, une des réponses aux problèmes évoqués ci-dessus est l'utilisation de *modèles*, pouvant concerner les objets eux-mêmes ou bien le bruit. Je me suis intéressé principalement à deux familles de modèles d'objets d'intérêt.

### 3 Organisation du manuscrit

La première est paramétrique, fondée sur un modèle linéaire de formation des données bruitées. Elle permet, selon le type de fonctions de base mis en œuvre (soit apprises à partir d'échantillons, soit purement géométriques), la prise en compte de variabilités de forme ou d'apparence. En associant de tels modèles à des techniques d'estimation robustes dans le cadre semi-quadratique, il est possible de diminuer l'influence de données erronées et de bâtir des algorithmes de détection et de reconnaissance performants. Le Chapitre 2 rappelle les concepts principaux de la théorie semi-quadratique. Les contributions concernant l'introduction de l'estimation robuste dans les modèles de forme et d'apparence sont présentées au Chapitre 3.

La seconde famille de modèles étudiée est celle des modèles déformables, dont il existe une grande variété. Je me suis, plus particulièrement, intéressé aux techniques de contours actifs. Leur caractère peu contraint les rend capables de gérer d'importantes variabilités d'aspect. En contrepartie, leur nature locale les rend sensibles au bruit et aux occultations partielles. Introduire des contraintes globales de forme dans ce type de modèle permet d'augmenter leur robustesse. Le Chapitre 4 propose une synthèse bibliographique sur les contours actifs et les principales problématiques associées. Le Chapitre 5 présente nos contributions à l'introduction de contraintes de formes dans les contours actifs et à leur application aux problèmes de reconstruction d'images.

Enfin, le Chapitre 6 conclut cette synthèse de mes activités de recherche. J'y expose également les axes principaux de mon projet pour les années à venir.

## Chapitre 2

# Théorie semi-quadratique, régularisation et estimation robuste : quelques rappels

*La théorie semi-quadratique et ses applications ont tenu un rôle central dans mon parcours de chercheur depuis ma thèse [55]. Cette théorie, que l'on a vu resurgir à des époques différentes dans des domaines tels que l'estimation robuste, la régularisation des problèmes inverses ou encore l'optimisation, a fait l'objet d'un grand nombre de travaux et il n'est pas question ici d'en rendre compte de manière complète. Nous renvoyons les lecteurs intéressés à [29, 13, 3, 189], par exemple, pour plus de détails et de références. Nous nous limiterons dans ce chapitre à une présentation succincte, en lien avec les thèmes de recherche que j'ai abordés. Ce chapitre, dont je suis l'auteur principal, est adapté de [63], avec la permission de mes co-auteurs.*

### 1 Introduction

Les images numériques ont de plus en plus de domaines d'application de nos jours. Il convient d'ailleurs de prendre ici le mot « image » au sens large de cartographie d'une propriété physique, éventuellement complexe ou vectorielle, en tout cas non limitée à l'intensité photométrique. Ces images doivent souvent être obtenues par le calcul, à partir de données issues de capteurs, voire à partir d'autres images. Les images optiques, elle-mêmes, sont issues de systèmes qui peuvent introduire du flou ou des perturbations aléatoires – le bruit – dont il convient de les débarrasser pour les rendre exploitables. On peut parler, de manière générique, de *reconstruction* d'images.

Le terme *vision par ordinateur*, quant à lui, regroupe les techniques visant à analyser automatiquement les images afin d'en ressortir des informations utilisables par des systèmes de détection, de commande ou de reconnaissance. L'approche classique consiste à extraire dans les images des primitives géométriques qui sont ensuite abstraites, grâce à l'utilisation de modèles

mathématiques. Il s'agit alors d'estimer les paramètres permettant d'ajuster au mieux un modèle, une *forme*, aux données observées. Plus récemment, on a vu apparaître des méthodes, rendues accessibles par la montée en puissance des ordinateurs, qui utilisent l'ensemble des valeurs de l'image. Elles capturent l'*apparence* globale des objets à travers des modèles statistiques. L'analyse d'une image implique, là encore, un ajustement de paramètres.

Ces deux types d'applications, reconstruction et analyse d'images, peuvent sembler très différents. Dans les deux cas, cependant, on peut considérer que les données  $p$  auxquelles nous avons accès sont une réalisation bruitée d'une relation fonctionnelle  $\mathcal{R}(f)$ , dont on souhaite estimer les paramètres  $f$ . Pour résoudre ce problème inverse, il est nécessaire d'introduire des connaissances sur le bruit. De plus, il est souvent souhaitable – et parfois nécessaire – d'introduire une connaissance *a priori* sur la nature de la solution recherchée, on parle alors de régularisation. Le cadre bayésien est le plus générique pour spécifier ces informations, de nature statistique.

Le paragraphe 2 est consacré à la description du modèle et des principaux estimateurs associés. Nous verrons également que les hypothèses gaussiennes classiquement utilisées sont souvent inadaptées. Ainsi, dans le cas de l'estimation de paramètres, elles ne permettent pas de gérer correctement la présence de données erronées. En reconstruction d'images, elles entraînent un lissage excessif des contours. Nous proposons, au paragraphe 3, une présentation unifiée de modèles basés sur des densités de probabilité non gaussiennes (ou d'énergies non quadratiques). Ces modèles permettent de relâcher le comportement gaussien lorsque cela devient nécessaire. La théorie semi-quadratique précise les conditions à imposer aux fonctions employées pour autoriser un tel comportement. On montre que cela revient à introduire une variable auxiliaire dont le rôle est à la fois de « marquer » les données et d'aider à linéariser le problème, simplifiant ainsi l'algorithmique associée. Nous illustrons au paragraphe 4 le gain de qualité obtenu à l'aide d'algorithmes semi-quadratiques en reconstruction d'images régularisée. Les applications aux problèmes d'estimation robuste, dans le cadre de l'analyse de scènes routières, feront l'objet du chapitre suivant.

## 2 Le modèle quadratique et ses limites

### 2.1 Modèle génératif linéaire

Dans un premier temps, on se donne un modèle déterministe de formation des données, ou modèle génératif. Dans la pratique, un modèle linéaire s'avère souvent suffisant et on écrira cette relation (en variables discrètes) :

$$p = Rf. \quad (2.1)$$

La forme de la matrice  $R$ , connue, dépend de l'application traitée. Dans le cas de la reconstruction d'images, les données  $p$  et l'image inconnue,  $f$ , sont arrangées sous forme de vecteurs par ordonnancement lexicographique. Le vecteur  $p$  peut être vu comme une somme des colonnes de

la matrice  $R$ , chacune étant pondérée par la valeur du pixel de  $f$  correspondant. On comprend ainsi que chaque colonne de  $R$  représente la fonction d'étalement d'un point de l'espace objet (en anglais *Point Spread Function* ou PSF). Ce modèle s'applique, par exemple, au cas de la reconstruction tomographique, où la PSF est différente pour chaque point. Cela peut également être le cas en déconvolution mais, la plupart du temps, la PSF est considérée spatialement invariante. Dans le cas du débruitage, la matrice  $R$  est simplement égale à l'identité.

En ce qui concerne l'analyse d'images, prenons l'exemple de la régression quadratique. On dispose d'une liste de coordonnées  $\{x_i, y_i\}_{i=1\dots N}$  de points d'intérêt, extraits d'une image par un détecteur, et que l'on suppose alignés selon une courbe. Une relation sous-jacente de la forme  $y = a + bx + cx^2$  est vérifiée pour chaque couple de coordonnées. La relation (2.1) s'écrit donc en collectant les ordonnées  $\{y_i\}$  dans le vecteur  $p$ . Les inconnues,  $a$ ,  $b$  et  $c$  forment le vecteur  $f$  et la matrice  $R$  est formée d'un vecteur-colonne de 1, du vecteur des abscisses  $\{x_i\}$ , et du vecteur des monômes de degré deux  $\{x_i^2\}$ . Ce modèle peut aisément être étendu à des combinaisons linéaires d'autres fonctions que les monômes. On peut ainsi modéliser des relations non linéaires entre les coordonnées, mais le modèle génératif (2.1) demeure linéaire par rapport à  $f$ .

Le modèle (2.1) résume la partie déterministe de la connaissance que l'on peut avoir du processus de formation des données. Il est cependant incomplet, car il ne tient pas compte de la nature des perturbations aléatoires sur l'observation, ou bruit. Très souvent, celui-ci est considéré additif et indépendant de  $f$  et (2.1) devient alors :

$$p = Rf + n. \quad (2.2)$$

Dans le cadre de l'estimation bayésienne, on adjoint à ce modèle des informations de nature statistique, sur les différentes variables qui interviennent.

## 2.2 Structure probabiliste et estimation bayésienne

Une première densité de probabilité intéressante traduit le caractère aléatoire des mesures :  $\mathcal{P}(p|f)$ . Elle quantifie la vraisemblance d'une observation connaissant les valeurs des paramètres. Il s'agit en fait de la densité de probabilité du bruit,  $n = p - Rf$ . Une hypothèse très classique considère que le bruit est additif, gaussien, centré, isotrope, indépendant et identiquement distribué (i.i.d.). Dans ce cas :

$$\mathcal{P}(p|f) \propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\|p - Rf\|^2\right). \quad (2.3)$$

On peut rechercher les paramètres rendant la plus plausible l'observation en maximisant la vraisemblance. Dans le cas gaussien, on retrouve l'estimateur classique des moindres carrés :

$$\hat{f} = \arg \min_f \frac{1}{2\sigma^2} \|p - Rf\|^2. \quad (2.4)$$



L'estimateur du maximum de vraisemblance (MV) présente de bonnes propriétés statistiques [179]. Il considère cependant la variable  $f$  comme un paramètre déterministe. Au contraire, l'approche bayésienne traite  $f$  comme une variable aléatoire dont la distribution  $\mathcal{P}(f)$  traduit la connaissance *a priori* sur la solution recherchée. Dans ce cadre, la probabilité associée à  $p$  est obtenue en intégrant par rapport à  $f$  la vraisemblance conjointe :

$$\mathcal{P}(p) = \int \mathcal{P}(p, f) df = \int \mathcal{P}(p|f) \mathcal{P}(f) df. \quad (2.5)$$

Cependant, cette intégrale est souvent inexploitable de manière analytique et on a recours à une estimation ponctuelle qui correspond implicitement à une approximation classique en inférence bayésienne. Elle considère que la distribution conjointe est suffisamment « piquée » pour qu'on puisse approcher son intégrale par la hauteur du pic multipliée par sa « largeur »,  $\sigma_{pic} : \mathcal{P}(p) \simeq \sigma_{pic} \max_f \mathcal{P}(p, f) \propto \mathcal{P}(p|\hat{f}) \mathcal{P}(\hat{f})$ , où l'estimée  $\hat{f}$  est donnée par :

$$\hat{f} = \arg \max_f \mathcal{P}(p|f) \mathcal{P}(f). \quad (2.6)$$

La distribution maximisée étant proportionnelle à la loi *a posteriori*  $\mathcal{P}(f|p)$ , cet estimateur est appelé Maximum *A Posteriori* (MAP). Les connaissances *a priori* sur  $f$  prises en compte par le MAP peuvent s'avérer très utiles dans des problèmes d'estimation comme la régression, par exemple. On peut ainsi limiter la sensibilité aux bruits, l'influence des forts degrés ou bien contraindre les coefficients de la courbe autour d'une valeur connue ou prédite, notamment dans le cas d'un algorithme de suivi. Pour cela, on impose à  $f$  une densité de probabilité, par exemple gaussienne,  $\mathcal{N}(\bar{f}, \Sigma)$  :

$$\mathcal{P}(f) \propto \exp \left( -\frac{1}{2} (f - \bar{f})^T \Sigma^{-1} (f - \bar{f}) \right). \quad (2.7)$$

En reconstruction d'images, introduire une information *a priori* est non seulement utile, mais absolument nécessaire. En effet, les problèmes inverses rencontrés sont en général mal posés et la résolution au sens des moindres carrés est instable. Une technique classique, la régularisation de Tikhonov, pénalise la norme de  $f$  ou, plus souvent, celle de son gradient. Cela revient également à introduire un *a priori* gaussien :

$$\mathcal{P}(f) \propto \exp \left( -\frac{1}{2\sigma^2} \|\nabla f\|^2 \right). \quad (2.8)$$

Dans le cas de distributions gaussiennes, en passant au logarithme dans (2.6), on retrouve l'estimateur des moindres carrés pénalisés. Soit, dans l'exemple ci-dessus, en collectant les constantes :

$$\hat{f} = \arg \min_f \|p - Rf\|^2 + \lambda^2 \|\nabla f\|^2. \quad (2.9)$$

Lorsque la contrainte porte sur  $f$  et non sur son gradient, on retrouve le filtre classique de Wiener. Notons que l'estimation au sens du MV peut être vue comme le cas limite du MAP où  $\mathcal{P}(f)$  est uniforme.

### 2.3 Limites des estimateurs gaussiens

Les densités de probabilité (*pdf* selon l'abréviation anglaise) mises en jeu dans le cadre de l'estimation bayésienne sont souvent de forme gaussienne :

$$\mathcal{P}(u) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N u_i^2\right), \quad (2.10)$$

où la variable muette  $u_i$  peut représenter soit un résidu  $n_i = (p - Rf)_i$  (cas de l'estimation) soit la valeur d'un pixel  $f_i$ , d'une composante ou de la norme du gradient :  $(\nabla_x f)_i$ ,  $(\nabla_y f)_i$  ou  $(|\nabla f|)_i$  (cas de la régularisation, cf. §4). Maximiser  $\mathcal{P}(u)$  est équivalent à minimiser une forme quadratique :

$$\mathcal{J}(f) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N u_i^2. \quad (2.11)$$

Malheureusement, ce type de modèle est notoirement sensible aux fortes déviations  $u_i$ . Prenons l'exemple de la régression linéaire (cf. figure 2.1). La présence d'une seule donnée erronée suffit à créer une valeur forte de résidu. L'algorithme chargé de minimiser  $\mathcal{J}(f)$  a tendance à limiter en priorité ce résidu de la seule façon possible, c'est-à-dire en agissant sur les coefficients  $f$  du modèle. On dit que le point de rupture de cet estimateur est de 0 : une seule donnée erronée suffit à modifier le résultat de l'estimation.

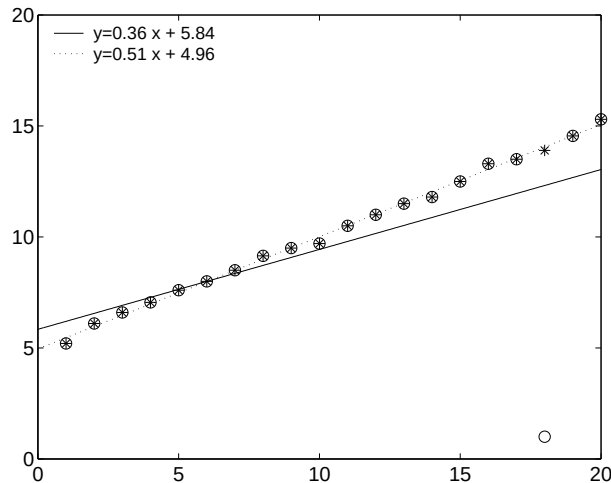


FIGURE 2.1 – Influence d'une donnée erronée sur l'estimation de paramètres au sens des moindres carrés : la droite de régression en pointillés correspond à la série marquée par des étoiles, celle en trait plein correspond à la série marquée par des cercles.

Dans le cas de la régularisation, la fonction quadratique s'oppose à la création de forts gradients dans la solution. Celle-ci aura donc un aspect trop lisse (*cf.* fig. 2.4(e) ou 2.5(c)). On souhaiterait, au contraire, obtenir une solution formée de régions lisses, séparées par des bords francs.

Le problème inhérent au modèle gaussien est qu'il ne considère qu'un seul type de données alors qu'il y en a deux, en réalité. Dans le cas de la régression, on distingue les données conformes au modèle (ou « inliers ») qui correspondent aux résidus faibles tandis que les données erronées (ou « outliers ») entraînent de fortes déviations. Il s'agit de trouver un moyen de limiter l'influence des données erronées sur l'estimation. Dans le cas de la régularisation par le gradient, les valeurs faibles du gradient correspondent au bruit, qu'il convient de lisser, tandis que les grandes valeurs correspondent aux discontinuités ou contours présents dans les images, que l'on souhaite en fait préserver.

### 3 Théorie semi-quadratique

Intuitivement, on peut envisager deux façons de sortir du comportement quadratique. La première consiste à utiliser une fonctionnelle de la forme :

$$\mathcal{J}(f) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varphi(u_i). \quad (2.12)$$

Cette formulation est connue sous le nom de M-estimateur [164] en estimation robuste ( $\varphi$  est souvent notée  $\rho$  dans ce cadre) ou de modèle à phi-fonction en régularisation. Toute la question réside alors dans le choix de la fonction  $\varphi$ . Prenons l'exemple de la quadratique tronquée  $\min(u^2, 1)$ . Pour une faible valeur de  $u_i$ , cette fonction garde le comportement quadratique habituel. Par contre, à partir de  $u_i = 1$ , la valeur de la fonction ne change plus et ce, quelle que soit la valeur de  $u_i$ . L'algorithme de minimisation n'a donc pas particulièrement intérêt à modifier cette valeur en agissant sur  $f$ . La forte déviation perd ainsi toute influence sur le résultat. L'inconvénient de cette fonction est qu'elle présente un point anguleux en 1, ce qui est une source potentielle d'instabilité. Une fonction continue serait préférable. Mais l'asymptote horizontale est-elle nécessaire ? Du point de vue de l'optimisation, une fonction convexe serait préférable. De fait, de nombreuses fonctions ont été proposées dans la littérature (voir un état de l'art dans [55] pour la régularisation). Quelques exemples sont donnés dans le tableau 2.1.

La seconde approche consiste à utiliser une variable auxiliaire pour « marquer » explicitement les données [147]. Considérant une variable binaire  $b_i \in \{0, 1\}$ , on peut définir le critère *augmenté* suivant :

$$\mathcal{J}^*(f, b) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N b_i (u_i)^2 + (1 - b_i). \quad (2.13)$$

La variable  $b$  est appelée « processus de ligne » en reconstruction régularisée. Le second terme de

cette fonctionnelle est un coût associé à la détection d'une forte déviation permettant d'éviter le minimum dégénéré où tous les  $b_i$  seraient nuls. L'intérêt de cette formulation est que le critère est quadratique lorsqu'on fixe  $b$  (d'où l'appellation « semi-quadratique ») : c'est celui des moindres carrés pondérés.

| Pdf de $u$       | Fonction        | Abrév. | $\varphi(u)$        | $\varphi'(u)/2u$         | ( 2.15-2.17) | Convexe ? |
|------------------|-----------------|--------|---------------------|--------------------------|--------------|-----------|
| Gauss            | Quadratique     | Q      | $u^2$               | 1                        | non          | oui       |
| Quasi-Laplace    | Hyper-surfaces  | HS     | $2\sqrt{1+u^2} - 2$ | $\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$ | oui          | oui       |
| Cauchy (Lorentz) | Hebert & Leahy  | HL     | $\log(1+u^2)$       | $\frac{1}{(1+u^2)}$      | oui          | non       |
| -                | Geman & McClure | GM     | $\frac{u^2}{1+u^2}$ | $\frac{1}{(1+u^2)^2}$    | oui          | non       |

TABLE 2.1 – Exemples de fonctions  $\varphi$  proposées dans la littérature et leurs dénominations les plus usuelles dans les approches déterministe et probabiliste. Leurs tracés sont donnés fig. 2.2.

Naturellement se pose la question de l'estimation des valeurs de  $b$ . En l'absence d'information supplémentaire, cela doit se faire à partir des données, donc de  $u$ . Considérons l'optimisation par rapport à  $b$  de  $\mathcal{J}^*(u, b)$  [28]. La fonction quadratique étant inférieure à 1 sur  $[0, 1]$ , le minimum est réalisé pour  $b_i = 1$  si  $u_i < 1$  et  $b_i = 0$  sinon. On remarque alors l'équivalence entre ce modèle et celui de la quadratique tronqué. De même que précédemment, un comportement moins « binaire » serait cependant souhaitable. Peut-on généraliser cette technique à une variable auxiliaire à valeurs réelles ?

La théorie semi-quadratique répond à ces questions en définissant une famille de fonctions  $\varphi$  qui assure le comportement souhaité. Elle montre l'équivalence entre ce modèle et un modèle où la prise en compte de la nature des données est explicite, grâce à une variable auxiliaire réelle. En cela, elle étend à la fois les travaux de Huber [164] en estimation robuste et de Geman *et al.* [145, 146] en régularisation.

### 3.1 Propriétés des fonctions $\varphi$

Les fonctions de potentiel  $\varphi$  proposées dans la littérature semblent d'allures très différentes (voir figure 2.2). Leur étude a été proposée dans le cas de la régularisation dans [55] et dans [30]. Elle est fondée sur un examen des équations normales liées à l'optimisation du critère. En estimation robuste, les fonctions considérées étant paires, on peut écrire le critère (2.12) pour  $u_i = |n_i|$ , où  $n = p - Rf$  est le résidu. Le minimum de  $\mathcal{J}$  est atteint lorsque sa dérivée est nulle, soit (puisque  $\text{sign}(x) = \frac{x}{|x|}$ ) lorsque,  $\forall j = 1 \dots D$  :

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varphi'(|n_i|) \text{sign}(n_i) \frac{\partial n_i}{\partial f_j} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \underbrace{\frac{\varphi'(|n_i|)}{2|n_i|}}_{\text{Pondération.}} \times \underbrace{2n_i \frac{\partial n_i}{\partial f_j}}_{\text{Cas quadratique}} = 0. \quad (2.14)$$

On voit que si  $\frac{\varphi'(|n_i|)}{2|n_i|}$  tend vers 0, la donnée correspondante n'entre pas en jeu dans la somme, ce qui est souhaitable pour les forts résidus. Par contre, cette pondération doit tendre vers 1

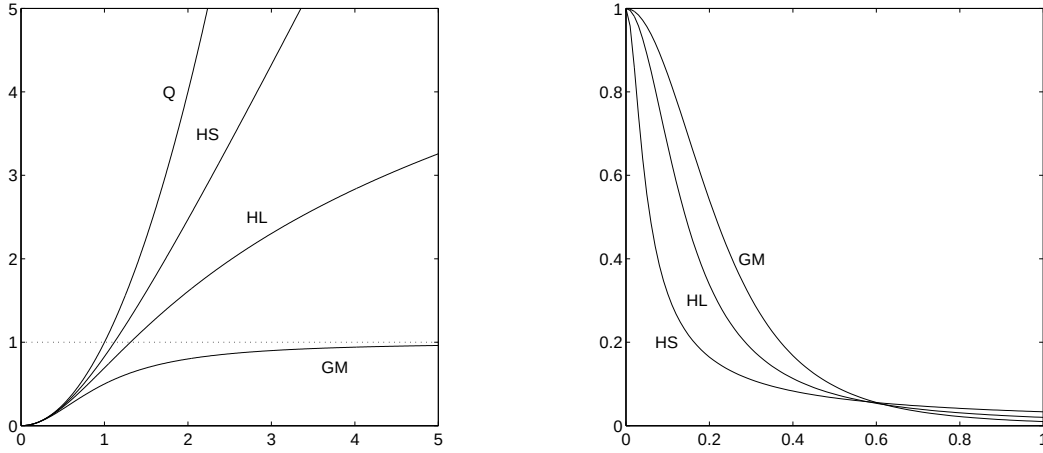


FIGURE 2.2 – À gauche : exemples de fonctions  $\varphi(u)$  ; à droite : fonctions de pondération  $\frac{\varphi'(u)}{2u}$  (avec un coefficient d'échelle arbitraire sur  $u$  [55]).

pour que la donnée soit totalement prise en compte, comme dans le cas des faibles résidus. En résumé, les conditions à vérifier pour obtenir un comportement différencié selon les valeurs de  $u$  sont les suivantes :

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\varphi'(u)}{2u} = M, \quad 0 < M < +\infty \quad (2.15)$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\varphi'(u)}{2u} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\varphi'(u)}{2u} \quad \text{strictement décroissante.} \quad (2.17)$$

En général,  $M$  est choisi égal à 1. Ces conditions comparent les comportements de la fonction  $\varphi$  et de la quadratique, en termes de dérivées. Les deux fonctions évoluent de la même façon près de 0 (2.15), mais la fonction  $\varphi$  est sous-quadratique à l'infini (2.16). La condition (2.17) assure la cohérence du modèle. De fait, on constate sur les exemples de la figure 2.2 que les fonctions  $\varphi$  ont des fonctions de pondération au comportement similaire.

### 3.2 Extensions semi-quadratiques

On peut montrer [55] que les fonctions réelles  $\varphi$  paires, croissantes, vérifiant les conditions (2.15-2.17), sont telles que :

$$\varphi(u) = \min_{b \in [0,1]} (bu^2 + \Psi(b)), \forall u \quad \text{et} \quad b_{inf} = \frac{\varphi'(u)}{2u}, \quad (2.18)$$

où  $\Psi$  est une fonction strictement convexe définie à partir de  $\varphi$  et  $b$  est la variable auxiliaire. On parle d'extension multiplicative. Ce résultat généralise un théorème initialement limité aux fonc-

tions à asymptote horizontale, introduit dans [145] en reconstruction régularisée. On a également, sous les mêmes conditions, une extension additive :

$$\varphi(u) = \min_{b \in \mathbb{R}^+} ((b - u)^2 + \xi(b)), \forall u \quad \text{et} \quad b_{inf} = \left(1 - \frac{\varphi'(u)}{2u}\right) u, \quad (2.19)$$

où  $\xi$  est une fonction strictement convexe définie à partir de  $\varphi$ . En reconstruction régularisée, ce résultat a été formalisé à l'origine dans [146].

### 3.3 Algorithmique

En reportant les équations (2.18) et (2.19) dans (2.12), on obtient respectivement les critères augmentés suivants :

$$\mathcal{J}^*(f, b) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N b_i (u_i)^2 + \Psi(b_i) = \frac{1}{2} \|u\|_B^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \Psi(b_i), \quad (2.20)$$

avec  $B = \text{diag}(b_i)$  et :

$$\mathcal{J}^\#(f, b) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (b_i - u_i)^2 + \xi(b_i) = \frac{1}{2} \|u - b\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \xi(b_i). \quad (2.21)$$

Ces critères augmentés d'une variable sont, en fait, plus simples à minimiser que le critère d'origine. En effet, la minimisation directe de  $\mathcal{J}$  conduit à des équations non linéaires. Par contre, à  $b$  fixée, les critères augmentés sont quadratiques et conduisent donc à la résolution d'équations normales linéaires, de la forme  $Af = c$ . Notons que dans cette minimisation, les fonctions  $\Psi$  et  $\xi$  n'interviennent pas (il n'existe d'ailleurs qu'une expression paramétrique, donc indirecte de  $\xi$ ). De plus, lorsque la variable  $f$  est fixée le critère augmenté est convexe en  $b$  et la valeur du minimum est donnée dans (2.18) et (2.19). Cette valeur dépend de la fonction de pondération et d'après (2.15) et (2.16), il est clair que la variable auxiliaire  $b$  joue le rôle de « marqueur » de données (« inlier/outlier », « bruit/discontinuité » dans nos applications).

Bien que des algorithmes stochastiques existent [145, 173], les propriétés semi-quadratiques sont, la plupart du temps, exploitées sous forme d'algorithmes déterministes opérant par minimisations alternées par rapport à chacune des variables. En général, on positionne initialement tous les  $b_i$  à 1, ce qui revient à commencer par un algorithme des moindres carrés classique. Dans le cadre de l'estimation robuste (cf. Chap. 3), on retrouve pour la forme multiplicative l'algorithme des moindres carrés (re-)pondérés itératifs (Iterative Reweighted Least Squares ou IRLS) et pour la forme additive l'algorithme des moindres carrés avec remise à jour des résidus (parfois appelé *Residual Steepest Descent* ou RSD [4]), proposé dans [164]. Dans le cas de la régularisation (cf. § 4 du présent chapitre), les algorithmes sont nommés ARTUR [56] pour la forme multiplicative et LEGEND pour la forme additive [55]. Notons que le cadre proposé ne se

limite pas à la reconstruction sous hypothèse de bruit gaussien. J'ai développé avec P.M. Koulibaly, une version de l'algorithme *Estimation Maximisation* (EM [104]) pour la reconstruction tomographique avec régularisation semi-quadratique, baptisée MOISE [187].

Ces algorithmes convergent vers l'unique minimum global dans le cas des fonctions  $\varphi$  convexes. Dans le cas non-convexe, ils convergent vers un minimum local, à condition que les points critiques de la fonctionnelle soient isolés. Notons que la convergence est généralement plus lente dans le cas de la seconde forme semi-quadratique, mais que celle-ci permet d'obtenir des algorithmes moins calculatoires lorsque  $f$  est de grande dimension (seul le second membre des équations normales est modifié à chaque étape). Le compromis peut donc être avantageux dans le cas d'algorithmes de reconstruction d'images, par exemple [4], ou pour certains problèmes de régression [96]. Pour une synthèse et des résultats récents concernant la vitesse de convergence des algorithmes semi-quadratique, le lecteur pourra se référer à [3, 230]. Récemment, l'interprétation des algorithmes semi-quadratiques du point de vue de la théorie de l'optimisation [4, 189, 228] a permis de proposer des variantes plus efficaces en termes de temps de calcul [4, 189].

Enfin, pour améliorer la convergence des algorithmes dans le cas des potentiels non convexes, on peut adopter une stratégie de continuation, dans la philosophie du GNC (*Graduated Non Convexity*) de [28]. Cela consiste à utiliser d'abord une fonction convexe (ex.  $\varphi_{HS}$ ), puis à repartir du résultat obtenu en employant une fonction non convexe « peu sévère » (ex.  $\varphi_{HL}$ ), puis une fonction telle que  $\varphi_{GM}$  par exemple.

### 3.4 Remarques sur la dérivation des théorèmes semi-quadratiques

Il existe plusieurs façon de présenter la théorie semi-quadratique et les algorithmes associés, chacune apportant un éclairage particulier. Nous en présentons ici les quatre principales familles. Les deux premières sont purement analytiques. Les deux autres font appel à la notion de dualité.

Dans le domaine de l'estimation robuste, le principe proposé par Huber [164] consiste à approcher localement les fonctions de potentiel  $\varphi$  par des paraboles, de façon à ce que les valeurs des fonctions et leurs tangentes soient confondues au point considéré. On montre que minimiser le critère obtenu par cette approximation quadratique permet de diminuer la valeur du critère original. Il suffit donc de répéter les opérations de minimisation et d'approximation jusqu'à convergence. Deux formes de polynômes sont proposées (voir fig. 2.3), correspondant chacune à un type d'extension, et conduisant donc aux deux algorithmes semi-quadratiques : IRLS pour  $q^w$  et résidus modifiés (RSD) pour  $q^r$ . Notons que le lien entre cette approche et la théorie semi-quadratique a été mis en évidence par Black dans [27] et par Rozenn Dahyot dans [93].

La méthode proposée par Huber remplace l'optimisation initiale par une série d'optimisations de fonctionnelles quadratiques. C'est exactement le principe de transfert d'optimisation, tel qu'il a récemment été rebaptisé par Lange *et al* [190]. Les fonctions de substitution (*surrogate functions*) sont, ici, quadratiques, d'où la dénomination d'algorithmes à approximation quadra-

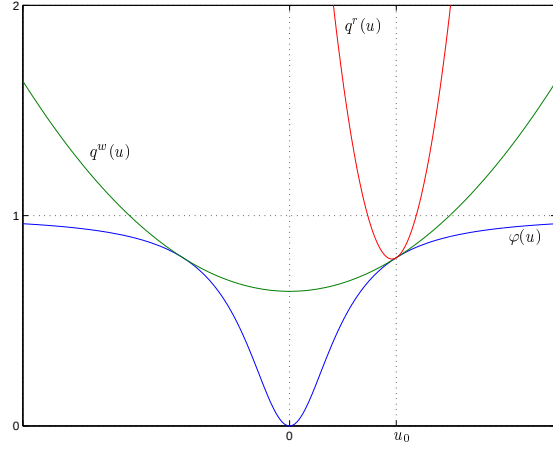


FIGURE 2.3 – Fonction  $\varphi_{GM}$  et approximation locale en  $u_0$  par  $q^w(u) = a + bu^2$ , conduisant à l’algorithme IRLS, et par la parabole  $q^r(u) = a' + (u - b')^2$ , conduisant à l’algorithme des résidus modifiés, RSD. D’après [93].

tique majorante (ou minorante, selon que l’on raisonne en énergie ou en probabilité) également employée dans la littérature [4]. Notons que le principe de transfert d’optimisation est assez ancien (voir références dans [190]). Il est, en particulier, à la base de l’algorithme EM. Une interprétation des algorithmes semi-quadratiques dans le cadre de l’EM a d’ailleurs été proposée dans [51]. Dans l’EM, les fonctions de substitution sont définies par une espérance conditionnelle et reposent sur le choix judicieux de la variable cachée. Dans [190] sont proposées trois façons de construire des fonctions de substitution de manière systématique, en tout cas sans avoir recours à la notion de *données manquantes*. Toutes sont basées sur la propriété de convexité, la plus directe exploitant l’inégalité :

$$f(u) \geq f(v) + (u - v)f'(v). \quad (2.22)$$

On en tire immédiatement :

$$-f(u) = \inf_v \{-uf'(v) + vf'(v) - f(v)\}, \quad (2.23)$$

l’inf étant atteint pour  $v = u$ . En prenant  $f(u) = -\varphi(\sqrt{u})$  et en posant  $b = -f'(v)$ , on retrouve, après un changement de variable  $u \rightarrow u^2$ , la démonstration du premier théorème semi-quadratique proposée dans [55] d’après [145]. Notons que la justification de l’algorithme Mean-Shift [80] (dont on verra qu’il s’agit également d’un algorithme semi-quadratique) reprend également ce canevas.

Si on choisit  $f(u) = \frac{1}{2}[u^2 - \varphi(u)]$ , il vient à partir de (2.23) :

$$\frac{\varphi(u)}{2} = \inf_v \left\{ \frac{u^2}{2} - uf'(v) + vf'(v) - f(v) \right\}, \quad (2.24)$$



ou encore :

$$\varphi(u) = \inf_v \{u^2 - 2uf'(v) + f'^2(v) - f'^2(v) + 2vf'(v) - 2f(v)\}. \quad (2.25)$$

En posant  $b = f'(v)$ , on reconnaît immédiatement (2.19),  $b_{inf}$  étant obtenue lorsque l'inf est atteint, c'est-à-dire pour  $v = u$  et  $\xi(v) = -f'^2(v) + 2vf'(v) - 2f(v)$ . Un intérêt de cette démonstration (à ma connaissance inédite) du second théorème semi-quadratique est que l'on obtient une expression paramétrique de la fonction  $\xi : (b(u) = u - \frac{\varphi'(u)}{2}, \xi(u) = \varphi(u) - (\frac{\varphi'(u)}{2})^2)$ . Notons que nous avons déjà mis en évidence cette expression en utilisant l'approximation quadratique de Huber (voir [93], Annexe F).

La troisième famille de démonstrations utilise la dualité de Legendre. La transformée de Legendre (aussi appelée fonction polaire de  $f$ ) est définie par :  $f^*(b) = \sup_u [ub - f(u)]$ . Dans le cas général, la fonction bipolaire  $f^{**}(u) = \sup_b [bu - f^*(b)]$  fournit l'enveloppe convexe de  $f$ . Par contre, si  $f$  est convexe, alors  $f^{**}$  est confondue avec  $f$  (on dit aussi que  $f$  et  $g = f^*$  forment une *paire de Legendre*) et donc  $f(u) = \sup_b [bu - f^*(b)]$ . Cette propriété a d'abord été utilisée dans [146, 55] pour démontrer le second théorème semi-quadratique en considérant  $f(u) = \frac{1}{2}[u^2 - \varphi(u)]$ . Par la suite, elle a été appliquée avec  $f(u) = -\varphi(\sqrt{u})$  [165, 13] pour démontrer le premier théorème. Remarquons que les démonstrations basées sur la transformée de Legendre fournissent  $\psi$  et  $\xi$  sous la forme de suprema :  $\psi(b) = \sup_u [\varphi(u) - bu^2]$  et  $\xi(b) = \sup_u [\varphi(u) - (b - u)^2]$ .

Nous avons récemment proposé une quatrième écriture de la théorie semi-quadratique, dans un cadre lagrangien [289, 291]. En considérant la fonction  $\phi(u_i^2)$  en lieu et place de  $\varphi(u_i)$  dans (2.12), nous montrons qu'il est possible de re-formuler le problème sous la forme d'une optimisation sous contrainte. En effet, en introduisant une variable auxiliaire  $w_i$ , on peut constater que  $\phi(u_i^2)$  correspond au maximum de  $\phi(w_i)$  pour  $w_i \leq u_i^2$ . Les pondérations  $b_i = \phi'(u_i^2)$  s'interprètent alors comme les valeurs des multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes négatives  $w_i - u_i^2$ . Même si cela n'est pas requis pour la dérivation des algorithmes, on peut également interpréter (2.20) comme une forme duale. La reformulation lagrangienne aboutit aux mêmes algorithmes que le développement semi-quadratique décrit dans les section précédentes. Une telle méthodologie a cependant l'avantage de faciliter la preuve de convergence, en la replaçant dans le cadre classique de la théorie de l'optimisation sous contrainte. La reformulation lagrangienne est également possible pour la version additive, sous l'hypothèse que  $\varphi'(u)/2u \leq 1$ .

L'étude de ces démonstrations met en lumière le rôle central que jouent les propriétés de convexité et de monotonie dans la théorie semi-quadratique : la forme multiplicative repose sur la convexité et la décroissance de la fonction  $-\varphi(\sqrt{u})$  ; la forme additive repose sur la convexité et la croissance de la fonction  $\frac{1}{2}[u^2 - \varphi(u)]$ . Il est alors intéressant de noter que les conditions (2.15-2.17) sont suffisantes, aussi bien pour la forme multiplicative que pour la forme additive. Notons, finalement, que la théorie semi-quadratique est un moyen justifié de dériver l'algorithme du point fixe que l'on obtiendrait en figeant les pondérations de (2.14) à leur valeur calculée à l'itération précédente, ce qui correspond à la technique de linéarisation du gradient [228].

### 3.5 Hyper-paramètres

Dans ce qui précède nous avons, par souci de simplicité, éludé le paramètre d'échelle. En pratique, dans (2.12), la variable  $u_i$  doit être divisée par un facteur  $s$  qui ajuste le comportement de la fonction à la dynamique des données. D'autre part, lorsque le critère est régularisé, un coefficient  $\lambda^2$  permet de pondérer les termes de vraisemblance et d'*a priori*. Ces *hyper*-paramètres sont en général laissés au choix de l'utilisateur. Il est cependant possible de les fixer de manière plus automatique (voir [166] pour l'estimation robuste et [173] dans le cas de la reconstruction régularisée).

## 4 Exemple de la reconstruction régularisée

La régularisation semi-quadratique a été appliquée avec succès à de nombreux problèmes de reconstruction d'images. Citons, entre autres, la stéréovision [248], l'estimation de champ de mouvement ou flot optique [209, 44], la tomographie [187], l'imagerie RADAR [50] ou encore l'imagerie micro-ondes (diffraction inverse) [29]. Nous nous intéressons ici aux problèmes de reconstruction sous le modèle génératif linéaire (2.2) qui englobe, notamment, les applications de débruitage d'images, de déconvolution et de reconstruction tomographique.

### 4.1 Régularisation linéaire

Comme la plupart des problèmes inverses en reconstruction d'images, ces problèmes sont, par nature, mal posés [29]. Existence et unicité de la solution peuvent être obtenues respectivement en calculant la solution au sens des moindres carrés et en prenant la solution de norme minimale : on parle alors d'inversion généralisée. En décomposant  $R$  en valeurs singulières,  $R = UDV^T$ , on obtient :

$$\hat{f}^+ = R^+ p \quad \text{où} \quad R^+ = VD^+U^T, \quad (2.26)$$

$D^+$  étant la matrice diagonale contenant l'inverse des valeurs singulières non nulles de  $R$ , et des 0 aux positions des valeurs singulières nulles. On résout ainsi le problème de l'inversion de (2.1) mais pas celui de la stabilité en présence de bruit (2.2). En effet la matrice  $R$  est toujours mal conditionnée et l'inversion de ses valeurs singulières faibles conduit à une amplification des hautes fréquences du bruit, qui peuvent même dominer la solution (*cf.* figure 2.4). Il est possible d'y remédier en éliminant les valeurs singulières faibles ou bien en calculant l'inverse généralisée par une descente de gradient sur le critère des moindres carrés (algorithme de Landweber) :

$$\hat{f}_{LW}^{(k+1)} = \hat{f}_{LW}^{(k)} + \gamma R^T (p - R \hat{f}_{LW}^{(k)}), \quad (2.27)$$

et en arrêtant la solution après un nombre fini d'itérations. La régularisation de Tikhonov, évoquée au paragraphe 2.2, consiste à ajouter une contrainte quadratique sur la solution ou ses dérivées. Dans le cas d'une régularisation sur le gradient, la solution vérifie les équations

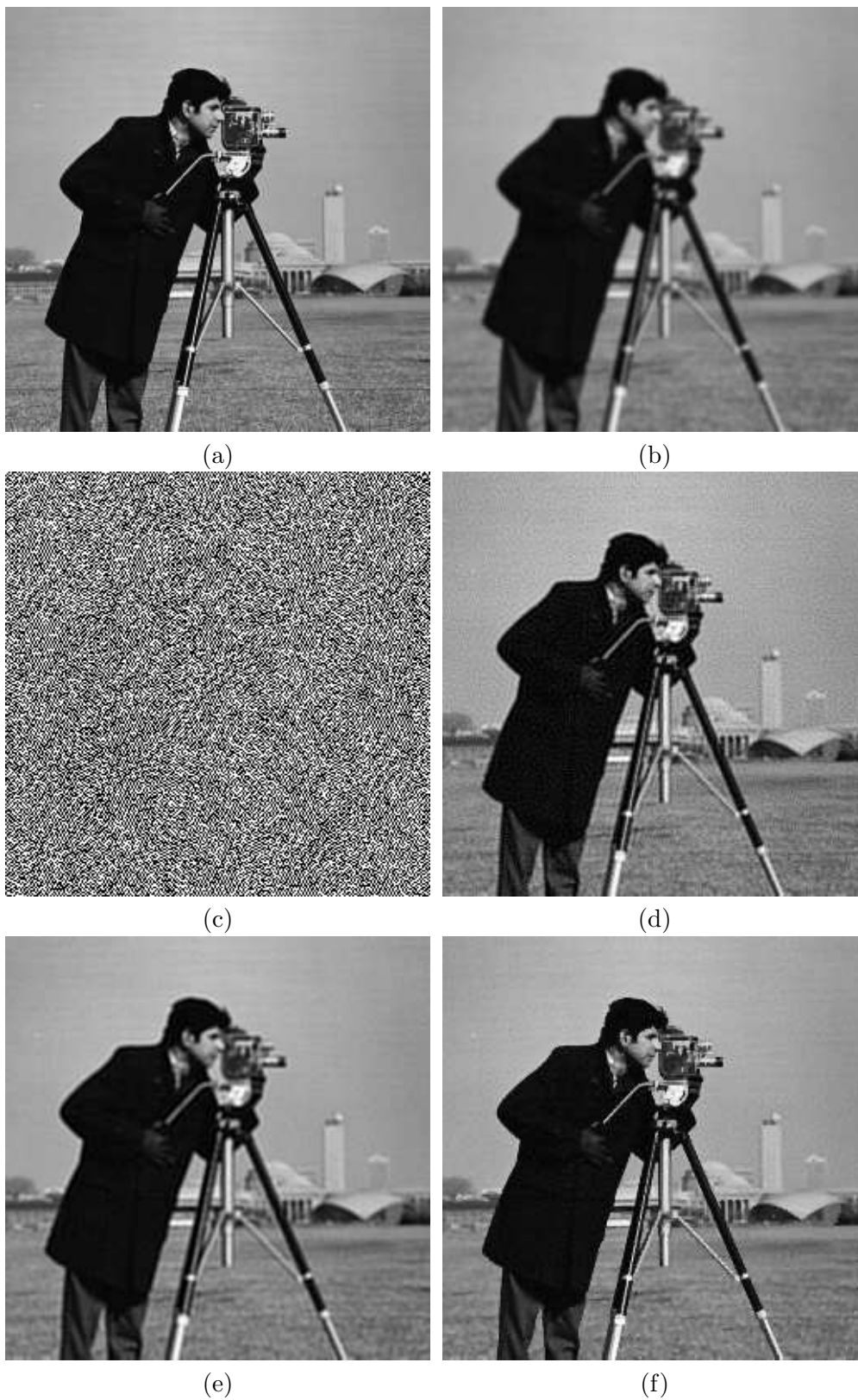


FIGURE 2.4 – (a) Image originale « cameraman ». (b) Image floue (défocalisation de rayon 2 pixels) et bruitée. (c) Inverse généralisée (2.26). (d) Algorithme de Landweber, 100 itérations (2.27),  $SNR_{var} = 15,7dB$ . (e) Régularisation de Tikhonov (2.28),  $\lambda = 2$ ,  $SNR_{var} = 14,9dB$ . (f) Régularisation semi-quadratique ICM-DCT,  $\lambda = 2, \delta = 15$ , 100 itérations,  $SNR_{var} = 18,4dB$ . Figure extraite de [63].

normales :

$$(R^T R - \lambda^2 \Delta) \hat{f}_T = R^T p, \quad (2.28)$$

où  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien. On peut montrer que ces 3 solutions correspondent chacune à une façon de filtrer les valeurs singulières faibles. On parle de régularisation linéaire. Son défaut est d'agir globalement sur les images et de ne pas respecter les fortes variations locales, correspondant aux contours (*cf.* figure 2.4).

## 4.2 Régularisation semi-quadratique et préservation des discontinuités

Afin de préserver les discontinuités, on remplace le terme quadratique de régularisation par un terme de la forme (2.12). En variables continues, le critère régularisé s'écrit alors :

$$\mathcal{J}(f) = \|p - Rf\|^2 + \lambda^2 \int_{\Omega} \varphi(|\nabla f|) \quad (2.29)$$

où  $\Omega$  représente le domaine image. Le lecteur pourra se référer à [29, 13] pour une étude en variables continues en lien avec la théorie des équations aux dérivées partielles (EDP). Nous utiliserons ici, comme dans [55], une formulation discrète séparable :

$$\mathcal{J}(f) = \|p - Rf\|^2 + \lambda^2 \sum_{i=1}^N \varphi((D_x f)_i) + \lambda^2 \sum_{i=1}^N \varphi((D_y f)_i). \quad (2.30)$$

Par rapport à la formulation continue, ce critère a le défaut de ne pas être isotrope. Par contre, l'aspect séparable peut être avantageux pour l'implantation. Le critère  $\mathcal{J}$  est étendu à deux variables selon l'un ou l'autre des développements semi-quadratiques et une stratégie déterministe de minimisations alternées par rapport à chaque variable est mise en œuvre. Chaque étape de l'algorithme comprend donc le calcul des variables auxiliaires  $b_x^{(k+1)}$  et  $b_y^{(k+1)}$  selon les expressions (2.18) et (2.19) et la résolution des équations normales. Dans le cas multiplicatif (algorithme ARTUR), elles s'écrivent :

$$(R^T R - \lambda^2 \Delta_A^{(k+1)}) \hat{f}_A^{(k+1)} = R^T p, \quad (2.31)$$

où :

$$\Delta_A^{(k+1)} = -D_x^T B_x^{(k+1)} D_x - D_y^T B_y^{(k+1)} D_y,$$

avec  $B_x^{(k+1)} = \text{diag}(b_x^{(k+1)})$  et  $B_y^{(k+1)} = \text{diag}(b_y^{(k+1)})$ . Dans le cas additif (algorithme LEGEND), on résout :

$$(R^T R - \lambda^2 \Delta) \hat{f}_L^{(k+1)} = R^T p + \lambda^2 D_x^T b_x^{(k+1)} + \lambda^2 D_y^T b_y^{(k+1)} \quad (2.32)$$

La première forme converge en général plus rapidement que la seconde, en nombre d'itérations. Par contre, cette dernière est intéressante car le terme de gauche dans (2.32) ne varie pas au cours des itérations  $k$ . On peut, par exemple, le factoriser par l'algorithme de Cholesky pour faciliter ensuite les calculs [55]. Dans le cas de la déconvolution, avec conditions aux bords circu-

lares, la transformée de Fourier permet de diagonaliser ce terme. On peut cependant lui préférer la transformée discrète en cosinus lorsque la PSF est symétrique. Cela sous-entend des conditions aux bords symétriques, correspondant aux conditions de Neumann associées aux équations normales. On obtient ainsi l'algorithme ICM-DCT [173]. Les figures 2.4 et 2.5 présentent les résultats obtenus en déconvolution à l'aide de l'algorithme ICM-DCT, en comparaison d'estimateurs classiques. Le gain en qualité, évident visuellement, est confirmé en termes de rapport signal-sur-bruit (SNR). Celui-ci est mesuré à partir des variances de l'image de référence,  $f$  et de l'image reconstruite  $\hat{f}$  :  $SNR_{VAR} = 10 \log_{10}(\sigma_f^2 / \sigma_{f-\hat{f}}^2)$ . Les filtres utilisés Fig. 2.4 et 2.5 modélisent respectivement une défocalisation et un bougé supposés connus.

### 4.3 Contraintes sur les variables auxiliaires - lien avec la segmentation

L'un des défauts des modèles définis ci-dessus pour la régularisation semi-quadratique est l'aspect local de la variable auxiliaire,  $b$ . L'estimation des contours est effectuée à partir des valeurs du gradient au point considéré et ne tient pas compte de la structure qui existe généralement au niveau des contours dans les images. En présence de bruit, cette estimation peut se trouver faussée, entraînant une perte de qualité de l'image reconstruite.

Une première façon, markovienne, de prendre en compte cette structure est de modifier la fonction de coût d'introduction d'une discontinuité,  $\Psi(b)$  afin de tenir compte d'interactions entre éléments de contours. Cette approche était, d'ailleurs, présente dès les premiers travaux sur les modèles à processus de ligne [147, 206, 144, 27]. Elle permet d'affecter une pénalité, souvent arbitraire, aux différentes configurations que l'on peut rencontrer. Une seconde façon de faire consiste à ajouter, dans la formulation augmentée du critère, un terme de lissage semi-quadratique portant sur la variable auxiliaire [293]. On peut, ainsi, la régulariser sans dégrader l'information de contour qu'elle porte. Quelques modifications de l'énergie ainsi obtenue conduisent au problème de minimisation de :

$$\mathcal{J}^*(f, b) = \|p - f\|^2 + \lambda \left( \int_{\Omega} b^2 |\nabla f|^2 + \frac{1}{\epsilon} \int_{\Omega} (1 - b)^2 + \alpha \epsilon \int_{\Omega} \varphi(|\nabla b|) \right), \quad (2.33)$$

où  $\epsilon$  est un paramètre que l'on fait tendre progressivement vers 0. Cette énergie permet de faire le lien entre restauration (ici, au sens de débruitage, puisque  $R = I_N$ ) et segmentation d'images.

Ce dernier problème été posé dans [222] comme celui de la recherche d'une partition de l'espace image en régions où l'intensité de la solution  $\hat{f}$  varie lentement, tandis qu'elle varie fortement aux frontières. Pour cela, Mumford et Shah proposent de minimiser une fonctionnelle composée de trois termes pondérés par des coefficients (voir équation (4.17), p. 58). Ces termes imposent, respectivement : la fidélité aux données, la régularisation en dehors des contours et la régularisation des contours par minimisation de leur longueur totale. Malheureusement, ce type de fonctionnelles est difficile à manipuler, du fait de sa non-convexité et du mélange d'informations de région et d'informations (inconnues) de contour qu'elle considère. La fonctionnelle de Mumford et Shah, ainsi que les variantes qu'elle a inspirées, ont fait l'objet de nombreux



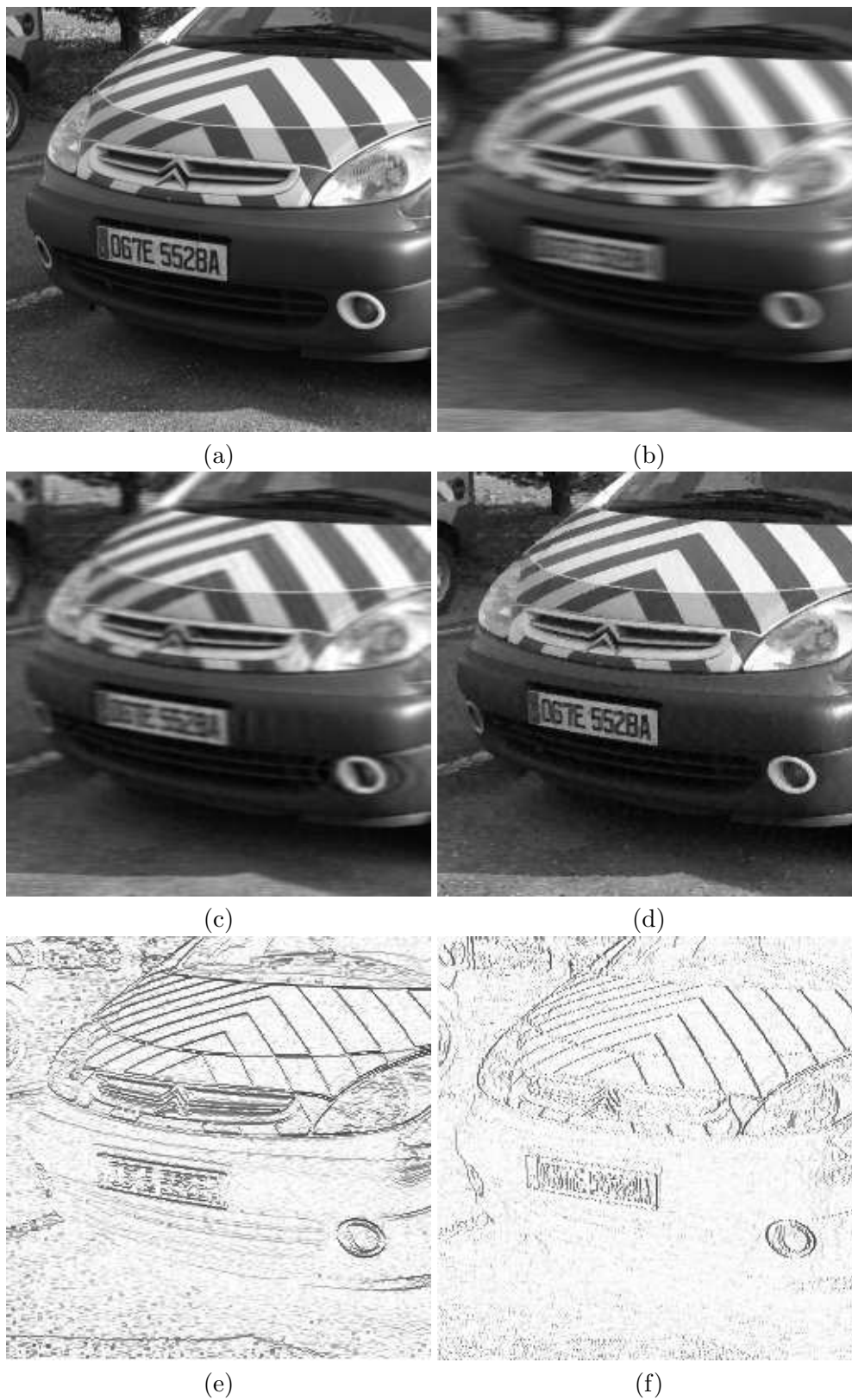


FIGURE 2.5 – (a) Image originale « Ecodyn ». (b) Image floue (bougé horizontal de 12 pixels) et bruitée. (c) Régularisation de Tikhonov,  $\lambda = 1$ ,  $SNR_{var} = 14,5dB$ . (d) Reconstruction régularisée semi-quadratique par ICM-DCT,  $\lambda = 1$ ,  $\delta = 7$ , 100 itérations,  $SNR_{var} = 18,1dB$ , où la plaque minéralogique est de nouveau lisible. (e-f) Discontinuités entre lignes,  $b_x$  et entre colonnes  $b_y$  (visualisation en log). Figure extraite de [63].

travaux [219]. En particulier, certains auteurs ont proposé de l’approcher par une suite de fonctionnelles elliptiques, convergeant (dans un sens particulier) vers la fonctionnelle (4.17) : c’est la théorie de la  $\Gamma$ -convergence. Ainsi, dans [5] et [6], il est montré que la fonctionnelle :

$$\mathcal{J}^*(f, b) = \|p - f\|^2 + \lambda \left( \int_{\Omega} b^2 |\nabla f|^2 + \frac{1}{\epsilon} \int_{\Omega} (1 - b)^2 + \alpha \epsilon \int_{\Omega} |\nabla b|^2 \right), \quad (2.34)$$

$\Gamma$ -converge vers la fonctionnelle de Mumford et Shah lorsque  $\epsilon$  tend vers 0. On retrouve l’expression (2.33) avec une fonction  $\varphi$  quadratique. Il est à noter que la variable  $b$  joue ici le même rôle de marqueur des discontinuités que le processus de ligne des approches semi-quadratiques : une démarche différente aboutit encore au même algorithme. Les résultats théoriques de convergence, initialement limités à la fonctionnelle (2.34), ont récemment été étendus au cas de fonctionnelles  $\varphi$  non quadratiques et même, non convexes, de type (2.33), dans [12].

Dans tout ce qui précède, les discontinuités entre régions homogènes sont modélisées par des variables définies localement, même si des contraintes globales sont introduites à travers la régularisation de la variable auxiliaire. Une approche alternative consiste à modéliser explicitement les discontinuités à l’aide de contours actifs. Ces derniers sont des courbes, que l’on fait évoluer de façon à optimiser une certaine fonctionnelle d’énergie. De nombreuses variantes ont été proposées depuis l’article fondateur de Kass *et al* [178]. Un modèle associant de manière *ad hoc* une équation d’évolution de courbe et une équation de lissage de la solution en dehors des contours a été proposé dans [293]. Plus récemment, c’est la fonctionnelle de Mumford et Shah, ainsi que certaines variantes ou approximations  $\Gamma$ -convergentes, qui ont été utilisées pour piloter l’évolution du contour actif [53, 302]. Nous y reviendrons au Chap. 4, consacré à un état de l’art sur les contours actifs. Nous verrons au Chap. 5, paragraphe 4, comment on peut utiliser des modèles similaires en reconstruction tomographique. Nous y décrirons également la méthode que nous proposons pour inclure dans le processus de reconstruction des contraintes de haut niveau, portant sur la géométrie et la topologie des objets recherchés, en lieu et place de la contrainte de longueur des discontinuités de la fonctionnelle d’origine.

## 5 Conclusion

L’hypothèse classique de distribution gaussienne (correspondant à une énergie quadratique) s’avère inadaptée dans de nombreux problèmes réels où les données se composent en réalité de deux catégories (« inlier »/« outlier »), nécessitant chacune un traitement adapté. Nous avons présenté un cadre général, permettant de sortir du comportement purement quadratique, soit par l’utilisation d’une fonction bien choisie qui atténue l’influence des fortes déviations, soit par l’introduction explicite de variables auxiliaires et d’un terme de pénalité énergétique associé. La théorie semi-quadratique permet d’établir le lien entre ces deux approches et précise les conditions de choix possibles, en termes simples. De plus, ceci conduit le plus souvent à des algorithmes déterministes, rapides et faciles à implanter. Cette théorie se situe à la confluence

des statistiques robustes [164], des champs markoviens [147], des approches variationnelles [13], d'approches statistiques telles que l'EM [51] et de l'analyse convexe [190]. C'est ce qui en fait le succès même si, dans ses multiples résurgences, elle n'est pas toujours identifiée en tant que telle. Elle permet de poser et de résoudre de multiples problèmes pratiques. Dans ce chapitre, nous avons illustré cet apport en reconstruction d'images, mais nous verrons au Chap. 3 qu'il en va de même en estimation robuste, appliquée à l'analyse de scènes routières.





## Chapitre 3

# Contribution à l'introduction de l'estimation robuste dans les modèles de forme et d'apparence

*Ce chapitre est dédié à la description de mes contributions concernant l'introduction des techniques semi-quadratiques pour la détection et la reconnaissance de formes, ces dernières étant formulées comme des problèmes d'estimation des paramètres associés à des modèles de forme et d'apparence.*

### 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'introduction des techniques robustes, décrites au chapitre précédent, dans des problèmes de détection et de reconnaissance de formes liés à nos domaines d'application. Il s'agit, en particulier d'identifier des objets manufacturés et normalisés tels que les signalisations horizontales (marquages routiers) et verticales (panneaux de signalisation) dans des scènes routières.

Le modèle que nous exploitons est le modèle génératif (2.2) décrit au chapitre précédent. Bien que linéaire, celui-ci s'avère suffisant pour représenter les classes d'objets considérées. Ainsi, les marquages peuvent être modélisés en utilisant des fonctions de bases polynomiales adaptées à la configuration de prise de vues considérée. L'apparence globale des panneaux (i.e. leur image en couleurs), plus variable, est décomposée sur des bases vectorielles issues d'une phase d'apprentissage statistique. A ce modèle, on associe une composante probabiliste. Celle-ci peut porter sur les coefficients de la décomposition sur les fonctions de base, ou bien sur la nature du bruit. Le problème de détection est ainsi transformé en un problème de régression robuste au sens du *Maximum A Posteriori*. Nous présentons, dans un premier temps, le cas de la régression robuste pour la détection et le suivi des marquages (§ 2) et abordons ensuite le problème de l'estimation robuste pour les modèles d'apparence appliqués aux panneaux routiers (§3).

## 2 Régression robuste pour l'ajustement de courbes

Ces travaux sont, depuis plusieurs années, au centre d'une collaboration suivie avec Jean-Philippe Tarel, Chargé de Recherche au LCPC (LIVIC, puis DESE et LEP-SIS). En particulier, j'ai participé au suivi des recherches effectuées par Sio-Song Ieng, encadré par Jean-Philippe. Sio-Song a soutenu sa thèse en novembre 2004. Il est actuellement ingénieur des Travaux Publics État au LCPC. Ces recherches ont fait l'objet des publications [291], [168], [288], et des communications internationales [167, 287, 290, 169, 289]. La publication [291] est annexée au présent document (Partie II-1).

### 2.1 Motivations

Nous nous intéressons ici à la détection et au suivi des marquages routiers à partir d'images numériques. Dans des applications telles que l'aide à la conduite, la robustesse des traitements aux perturbations est d'une importance cruciale. Il en va de même dans les applications de relevé patrimonial, où l'analyse semi-automatique des bandes de marquage nécessite une modélisation fiable, y compris dans des environnements peu structurés et pour des marquages usés ou sales. Le principe du système développé [166] (*cf.* Fig. 3.1) consiste à effectuer, dans un premier temps, une détection des centres supposés des marquages par des algorithmes de vision bas-niveau (phase de *pré-détection*), puis à les approcher par ajustement robuste de courbes.

Le fonctionnement de quelques détecteurs est détaillé dans [58, 288] et dans [308], où une évaluation comparée est également proposée. Tous sont fondés sur des techniques simples de filtrage adaptatif. Ils exploitent, à des degrés divers, des informations géométriques *a priori* sur la largeur des marquages, ce qui les rend relativement moins sensible à certaines variations d'intensité que les détecteurs de contours classiques. Cependant, les cartes de pré-détection demeurent relativement bruitées (voir Fig. 3.1(b)) et la régression semi-quadratique trouve ici un champ d'application naturel.

### 2.2 Modélisation des formes et du bruit

Du fait de la nature géométrique des marquages, une modélisation paramétrique par des polynômes s'avère suffisante pour représenter la variabilité d'aspect de ces objets, situés sur la surface de la chaussée, cette dernière étant considérée grossièrement plane. Plus précisément, la relation sous-jacente entre les coordonnées images  $(x, y)$  des points de marquage est écrite comme :

$$y = \sum_{j=0}^D X_j(x) f_j + \eta(x), \quad (3.1)$$

où  $X_j(x)$  représente la valeur en  $x$  d'une fonction de base,  $f$  est le vecteur, inconnu, des  $(D+1)$  coefficients du polynôme et  $\eta(x)$  correspond au bruit. On peut utiliser différentes formes de

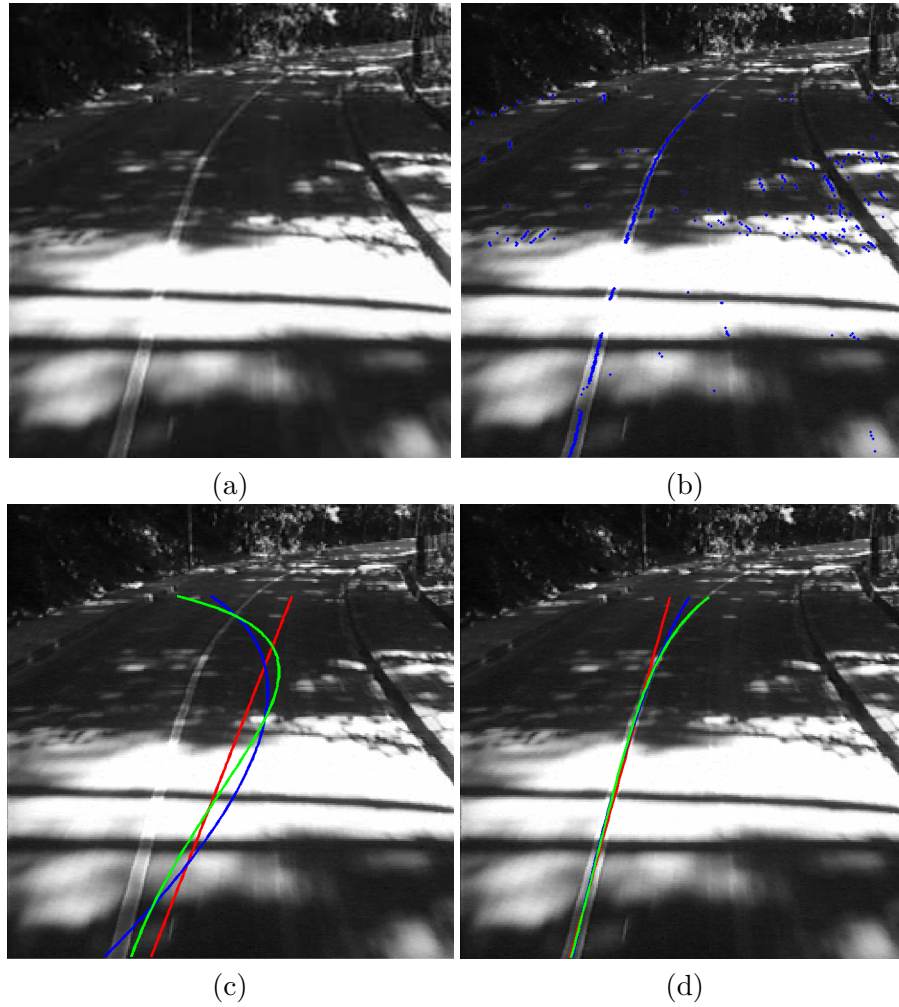


FIGURE 3.1 – (a) Image de route dans des conditions d'éclairage difficiles. (b) Centres de marquages extraits ( $\cdot$ ) : on note la présence de nombreuses fausses alarmes. Ajustement (c) gaussien, (d) robuste : en rouge, degré  $D = 1$  ; en bleu, degré 2 ; en vert, degré 3. Figure extraite de [63].

polynômes, selon l'angle de prise de vues (*cf.* tableau 3.1). Le degré  $D$  du modèle peut également être ajusté en fonction de l'application. En collectant les équations correspondant aux  $N$  points de mesure, on obtient un système de la forme (2.2) :  $p = Rf + \eta$ , où  $p = \{y_i\}_{i=1\dots N}$ ,  $R$  est la matrice  $N \times (D + 1)$  dont les vecteurs colonnes correspondent chacun à l'évaluation d'une fonction de base en chaque point et  $\eta$  est le vecteur de bruit. De cette façon, (3.1) s'écrit aussi  $p_i = (Rf)_i + \eta_i$ .

Afin de gérer la présence de données erronées, un modèle original de bruit, appelé famille exponentielle lissée et fondé sur la fonction de potentiel suivante, répondant aux conditions (2.15)-(2.17) :

$$\varphi_\alpha(u) = \frac{1}{\alpha} \left( (1 + u^2)^\alpha - 1 \right), \quad (3.2)$$

| Polynôme      | Prise de vue | Expression                                                                          |
|---------------|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Usuel         | Verticale    | $y = \sum_{j=0}^D f_j x^j$                                                          |
| Hyperbolique  | Perspective  | $y = f_0 x + f_1 + \sum_{j=2}^D \frac{f_j}{(x-x_h)^j}$<br>( $x_h$ =ligne d'horizon) |
| Fractionnaire | Perspective  | $y = \sum_{j=0}^D f_j x^{(\frac{j}{b})}$                                            |

TABLE 3.1 – Types de polynôme en fonction de l'angle de prise de vue. Tableau extrait de [63].

a été proposé dans [289]. Une étude expérimentale [166] a montré que cette famille paramétrée par  $\alpha$  s'avérait bien adaptée à la modélisation des résidus dans notre application. D'autre part, en faisant varier  $\alpha$ , elle permet une transition continue entre les différents modèles de bruit classiques (de Gauss pour  $\alpha = 1$  à Geman & McClure pour  $\alpha = -1$ , en passant par  $\varphi_{HS}$  pour  $\alpha = 0.5$ ). Nous utilisons assez systématiquement cette propriété pour mettre en place une stratégie de continuation, de type GNC dans nos algorithmes d'estimation. La robustesse de ces estimateurs a été établie mathématiquement et peut atteindre le maximum possible de 50% de données aberrantes, pour  $\alpha \rightarrow 0$  (ce qui correspond à  $\varphi_{HL}$ ) [167, 291].

### 2.3 Algorithme d'ajustement robuste

Le critère à optimiser pour estimer de manière robuste le vecteur de paramètres  $f$  du polynôme s'écrit, sous hypothèse de bruit i.i.d. :

$$\mathcal{J}_R(f) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=N} \varphi_\alpha \left( \frac{(Rf)_i - p_i}{s} \right), \quad (3.3)$$

où  $s$  est le paramètre d'échelle. On peut utiliser, par exemple, l'approche lagrangienne de la théorie semi-quadratique proposée dans [289] pour obtenir un algorithme de moindres carrés re-pondérés itératifs. Dans les notations du chapitre précédent, cet algorithme, dénommé IRLS, s'écrit :

1. Choisir une estimée initiale  $f^0$ , et initialiser l'indice de boucle à  $k = 1$ ,
2. Calculer  $u^k = \frac{1}{s}(Rf^{k-1} - p)$  et  $B^k = \text{diag}\{\varphi'(u_i^k)/(2u_i^k)\}_{i=1\dots N}$ ,
3. Résoudre  $R^T B^k R f^k = R^T B^k p$
4. Si  $\|f^k - f^{k-1}\| > \epsilon$ , incrémenter  $k$ , et aller en 2, sinon  $f_{IRLS} = f^k$ .

La figure 3.1 montre un exemple d'application de cet algorithme pour la détection d'une ligne de marquage. Les conditions d'illumination difficiles entraînent de nombreuses fausses alarmes à l'issues de la phase de pré-détection. Tandis que l'estimation gaussienne est biaisée par ces données erronées, l'estimation robuste fournit un résultat correct.

Il peut être avantageux d'intégrer à la fonctionnelle un terme de régularisation quadratique permettant de contrôler le degré de la courbe obtenue, voire de prendre en compte les corrélations

existant entre les fonctions de base (il serait aussi envisageable d'adapter la méthode à des bases de polynômes orthogonaux). Il est également possible de tenir compte dans l'*a priori* d'un résultat d'ajustement précédent. L'estimateur s'intègre donc naturellement dans un algorithme de suivi par filtrage de Kalman [289]. Cela pose le problème de la définition de la matrice de covariance de l'estimée, laquelle ne peut être qu'approchée dans le cas de l'estimation robuste. Plusieurs formes de matrices ont été comparées dans [288]. L'algorithme de suivi a été testé avec succès à bord de véhicules équipés pour l'aide à la conduite au LIVIC [166].

## 2.4 Extension à l'ajustement simultané de plusieurs courbes

Nous avons proposé récemment une extension de notre formalisme à l'ajustement simultané de plusieurs courbes [287, 291]. Dans ce cas, le modèle de génération des données s'écrit :

$$p = Rf_j + \eta, \quad (3.4)$$

où  $f_j$  représente le vecteur de paramètres associé à l'une des  $M$  courbes considérées. Le problème consistant à estimer simultanément les paramètres des courbes nécessite donc, également, d'associer chaque donnée à une courbe. Le critère à minimiser est le négatif de la log-vraisemblance des données, qui s'écrit dans le cas robuste :

$$\mathcal{J}_{RM}(f) = - \sum_{i=1}^{i=N} \log \left[ \sum_{j=1}^{j=M} e^{-\varphi\left(\frac{(Rf_j)_i - p_i}{s}\right)} \right]. \quad (3.5)$$

L'utilisation d'un développement semi-quadratique [291] conduit à l'algorithme suivant, nommé *Simultaneous Multiple Robust Fitting* (SMRF), où  $f = (f_j)_{j=1\dots M}$  est le vecteur de dimension  $M(D+1)$  obtenu par concaténation des  $f_j$  :

1. Choisir une estimée initiale  $f^0$ , et initialiser l'indice de boucle à  $k = 1$ ,
2. Pour chaque  $1 \leq j \leq M$ , calculer le vecteur  $u_j^k = \frac{1}{s}(Rf_j^{k-1} - p)$   
et la matrice  $B_j^k = \text{diag} \left\{ \frac{\epsilon' + e^{-\varphi(u_{ji}^k)}}{M\epsilon' + \sum_{j=1}^{j=M} e^{-\varphi(u_{ji}^k)}} \frac{\varphi'(u_{ji}^k)}{2u_{ji}^k} \right\}_{i=1\dots N}$
3. Former la matrice  $A = I_M \otimes (R^T B_j^k R)$  et le vecteur  $b = (R^T B_j^k p)_{j=1\dots M}$
4. Résoudre  $Af^k = b$
5. Si  $\|f^k - f^{k-1}\| > \epsilon$ , incrémenter  $k$ , et aller en 2, sinon  $f_{SMRF} = f^k$ ,

où  $I_M$  correspond à la matrice identité de taille  $M \times M$  et  $\otimes$  est le produit de Kronecker.  $A$  est donc une matrice bloc-diagonale, de taille  $M(D+1) \times M(D+1)$ . Cet algorithme possède la même structure que l'algorithme IRLS, auquel il se réduit lorsque  $M = 1$ . Comparativement à l'IRLS, on constate que les pondérations incorporées à travers les matrices  $\Lambda_j$  sont multipliées par un rapport de probabilités, classique dans les algorithmes de classification. En d'autres termes, l'algorithme SMRF effectue à la fois une affectation des données aux courbes et l'estimation

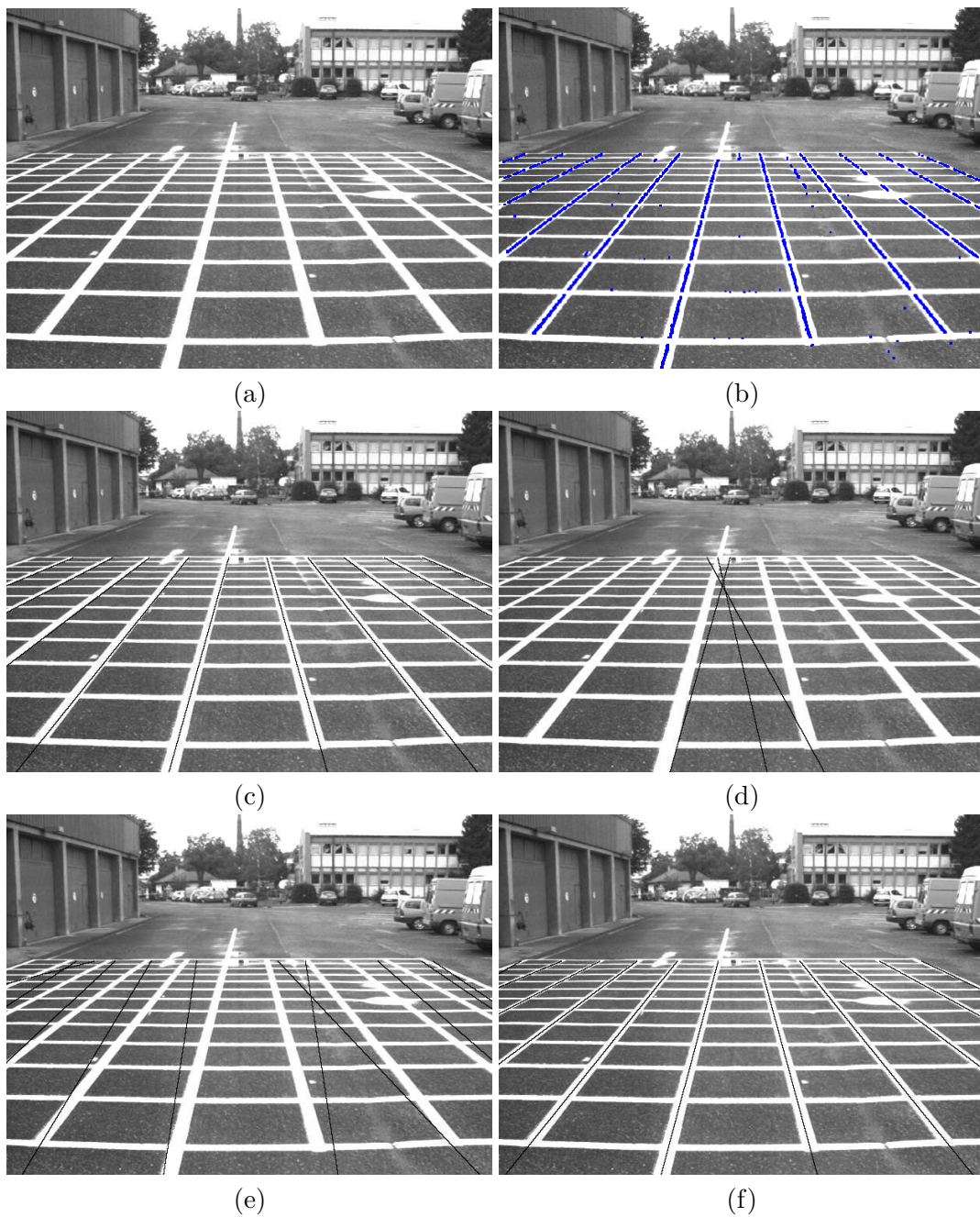


FIGURE 3.2 – (a) Image originale de la grille d'étalonnage. (b) Centres de marquages extraits (points bleus). (c) Initialisation de 10 lignes pour l'ajustement des marquages verticaux. (d) Lignes ajustées dans l'hypothèse de distribution gaussienne pour le bruit. (e) Initialisation de 12 lignes. (f) ajustement robuste simultané des marquages (algorithme SMRF), potentiel  $\varphi_\alpha$ ,  $\alpha = 0.1$ . Figure extraite de [63].



robuste des paramètres de celle-ci. La constante (égale à la précision machine)  $\epsilon'$  intervenant dans l'expression des pondérations permet d'éviter que le dénominateur ne devienne nul quand un point est très éloigné de l'ensemble des courbes. Le facteur de la pondération devient alors égal à  $1/M$ , ce qui correspond au cas équiprobable, où la donnée participe de manière égale à l'estimation de chacune des  $M$  courbes.

La figure 3.2 donne un exemple d'application de l'algorithme SMRF. Il s'agit de détecter simultanément toutes les lignes longitudinales d'une grille de marquage utilisée pour l'étalonnage de caméras. On peut constater qu'en utilisant un modèle gaussien, l'algorithme produit un résultat erroné malgré une initialisation manuelle très proche de la solution. Au contraire, l'algorithme produit de très bon résultats, à partir d'une initialisation pourtant plus éloignée, lorsqu'on utilise un modèle robuste de vraisemblance.

Comme dans le cas mono-courbe, un *a priori* peut être introduit dans le critère. Cela peut permettre de biaiser l'estimation vers les courbes de plus faible degré, ou bien d'imposer des contraintes géométriques comme la contrainte de parallélisme [288].

## 2.5 Bilan

Outre les publications issues de ces travaux, nos recherches ont été valorisées à travers des applications pratiques, telles que la réalisation d'aides à la conduite [166] ou des logiciels d'exploitation de séquences de scènes routières. Ainsi, l'algorithme IRLS est utilisé en routine dans le logiciel LPC IREVE pour le calibrage géométrique des caméras des matériels MLPC® IRCAN (outils opérationnels de prise de vues et d'exploitation, commercialisés par le LCPC). Un logiciel démonstrateur d'analyse des marquages routiers utilisant l'algorithme IRLS dans la phase de détection des lignes de marquage est également en cours de mise au point. Les fonctionnalités développées (analyse de la modulation, largeur des bandes de marquages, largeur des voies, présence de marquages spéciaux) seront intégrées dans IREVE après validation. Notons que les méthodes décrites dans ce paragraphe peuvent facilement s'adapter au cas du suivi de bords de chaussées détectés, par exemple, en utilisant l'information de contraste chromatique selon l'algorithme que j'ai proposé dans [62].

Les algorithmes IRLS et SMRF se dérivent naturellement en utilisant une interprétation lagrangienne de la théorie semi-quadratique [291]. Ce cadre donne accès à des résultats standards d'optimisation sous contrainte démontrant leur convergence globale vers des minima locaux (sous réserve qu'ils ne soient pas initialisés sur un point selle ou un maximum et que les points critiques sont isolés). Enfin, cette approche facilite le développement d'algorithmes dans des domaines variés. Des algorithmes robustes de mise en correspondance de pixels, de points ou de régions ont, par exemple, été proposés dans ce cadre [290, 26].



### 3 Estimation robuste et modèles d'apparence

#### 3.1 Motivations

Les développements méthodologiques que nous allons décrire ont été, dans un premier temps, dédiés à la détection et à la reconnaissance de la signalisation verticale dans les scènes routières [93]. Toutefois, leur champ d'application potentiel est beaucoup plus vaste et ces travaux ont été poursuivis dans le cadre de la détection de pathologies dans des images IRM [310]. La détection d'objets d'intérêt dans des images est un sujet difficile, qui a fait l'objet de nombreux travaux par le passé. Les approches par *modèles d'apparence*, notamment, rencontrent un succès certain depuis leur application, dès le début des années 90, en reconnaissance de visages [273, 304]. Elles permettent la représentation de classes d'objets et l'apprentissage de variations de forme, d'orientation ou d'illumination. Dans cette approche de la reconnaissance de formes, toute image est représentée par un vecteur, dont chaque composante est la valeur de niveau de gris ou de couleur d'un pixel. Une telle représentation, globale, de l'apparence est évidemment peu parcimonieuse. Or, l'ensemble des apparences d'un objet n'occupe en général qu'un petit sous-espace de l'espace des apparences possibles. Il peut donc être décrit par une variable de faible dimensionnalité.

Classiquement, des techniques linéaires telles que l'analyse en composantes principales (ACP) sont utilisées pour « capturer » la relation entre cette variable latente, dite variable dans l'espace propre, et l'apparence visuelle de l'objet [273, 304]. D'autres techniques linéaires, telles que l'analyse discriminante de Fisher [21], l'analyse factorielle ou l'analyse en composantes indépendantes peuvent aussi être utilisées. Afin de capturer plus finement des caractéristiques locales du sous-espace de représentation, des méthodes non linéaires ont été proposées. Dans une représentation par ACP, Murase et Nayar [223] utilisent une modélisation par *spline* de la variété décrite par la variable latente. Dans le même registre d'idées, une extension non linéaire de l'ACP connue sous le nom de courbes et surfaces principales a été proposée dans [156]. Une autre façon, classique en classification et reconnaissance des formes, d'introduire de la non-linéarité est l'utilisation de noyaux, qui conduit ici à la *kernel PCA* [262]. Des approches neuronales sont également envisageables. Enfin, des approches locales de l'ACP, ou plus généralement, l'utilisation de modèles linéaires locaux [254] représentent une alternative intéressante. Pour un état de l'art plus complet sur les méthodes de représentation de l'apparence, le lecteur pourra se référer à [93, 310, 159].

Nous nous en tiendrons ici à l'approche probabiliste de l'ACP [298, 253], qui considère pour la formation des images un modèle linéaire bruité de la variable dans l'espace propre (*cf.* Fig. 3.3). On associe à ce modèle linéaire deux modèles de distributions statistiques : l'un pour la variable dans l'espace propre, l'autre pour le bruit. Ces approches sont, en général, limitées à des hypothèses gaussiennes (ou, au mieux, multi-gaussiennes [217, 299]). De telles hypothèses sont très réductrices : les distributions rencontrées dans des applications réelles sont rarement gaussiennes. Utiliser une représentation non gaussienne de la variable latente peut aussi être une façon avantageuse de contrebalancer le fait que le modèle génératif linéaire est, forcément,

limité lorsqu'il s'agit de représenter certaines variétés non linéaires d'apparence. Par ailleurs, les perturbations importantes parfois rencontrées, telles que les occultations, ne sont pas gérées par les modèles gaussiens. S'affranchir des hypothèses gaussiennes et proposer des techniques efficaces pour la mise en œuvre pratique des modèles proposés a constitué le fil conducteur de nos travaux dans ce domaine.

### 3.2 Analyse d'images séquentielles de scènes routières par modèles d'apparence

Ces recherches correspondent à la thèse de Rozenn Dahyot, que j'ai encadrée à 70% et qui a été soutenue le 14 novembre 2001. Rozenn est *Lecturer* à Trinity College (Dublin, Irlande). Ces travaux ont fait l'objet des publications [96], [95], [94, 93]. L'article [96] est annexé au présent document (Partie II-2).

La contribution principale de cette thèse a été d'associer, dans un cadre bayésien original, des méthodes d'apprentissage statistique et des méthodes d'estimation robuste. On bâtit ainsi une nouvelle famille d'algorithmes de détection et de reconnaissance, capables de gérer des variabilités relativement complexes d'apparence, dans les situations défavorables souvent rencontrées dans les scènes routières : fonds texturés, occultation partielle des objets et bruit.

#### Décomposition sur espace propre

Les approches par décomposition sur espace propre impliquent une phase préliminaire d'apprentissage. On constitue pour cela une base  $\mathcal{B}$  rassemblant  $N_{\mathcal{B}}$  images  $\mathbf{x}_n$ , de taille  $N$  pixels, en niveaux de gris ou en couleurs. La base constitue un échantillon représentatif des objets à modéliser sous leurs différentes apparences. Les échantillons sont centrés, en leur soustrayant la moyenne empirique de la base :  $\mu_{\mathcal{B}} = \frac{1}{N_{\mathcal{B}}} \sum_{n=1}^{N_{\mathcal{B}}} \mathbf{x}_n$ . L'ACP consiste à diagonaliser la matrice de covariance de l'échantillon, définie par :

$$\Sigma_{\mathcal{B}} = \frac{1}{N_{\mathcal{B}}} \sum_{n=1}^{N_{\mathcal{B}}} (\mathbf{x}_n - \mu_{\mathcal{B}}) (\mathbf{x}_n - \mu_{\mathcal{B}})^T, \quad (3.6)$$

ce qui s'écrit :  $\Sigma_{\mathcal{B}} = \mathbf{R}_N \Lambda_N \mathbf{R}_N^T$ . La matrice  $\Lambda_N$  est diagonale et contient les  $N$  valeurs propres de  $\Sigma_{\mathcal{B}}$ , rangées par ordre décroissant, qui s'interprètent comme des variances. Les  $N$  vecteurs propres orthogonaux associés, rangés en colonne dans  $\mathbf{R}_N$ , représentent donc les axes des principales variations observables sur l'échantillon d'apprentissage. En général, les variations sont négligeables à partir d'un certain rang  $D \ll N$ . Une troncature de la représentation, définissant le sous-espace propre de représentation est alors effectuée en ne conservant que les  $D$  premiers vecteurs propres  $\mathbf{R}_j$ , rangés en colonne dans une matrice  $N \times D$ , que nous noterons  $\mathbf{R}$ . Le taux de variance expliquée, défini comme le rapport de la somme des  $D$  premières valeurs propres et

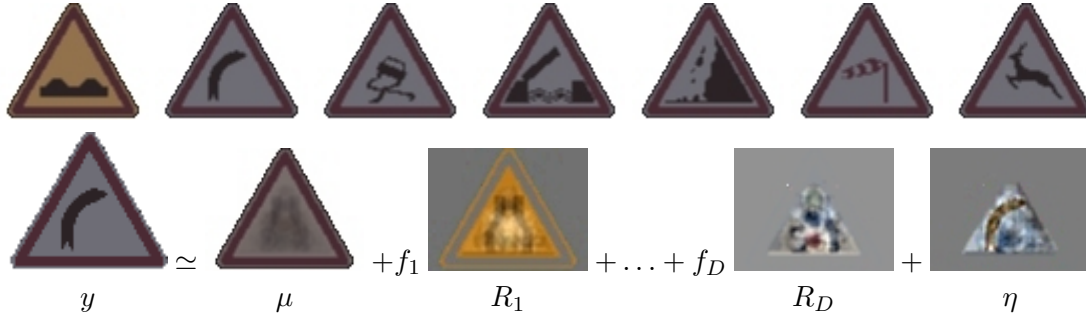


FIGURE 3.3 – Ligne du haut : quelques-unes des  $N_{\mathcal{B}} = 43$  images d'apprentissage en couleurs considérées dans cette expérience. Ligne du bas : décomposition d'une observation selon le modèle (3.7). Les coordonnées sont obtenues par projection orthogonale (hypothèses statistiques : bruit gaussien, *a priori* uniforme) sur les  $D = 10$  premiers vecteurs propres (taux de variance expliquée : environ 75%). Les vecteurs propres et le vecteur d'erreur sont normalisés entre 0 et 255 pour la visualisation. L'erreur quadratique moyenne est de  $1,6 \cdot 10^{-4}$  sur cette expérience.

du total des valeurs propres, fournit un critère objectif de choix du rang de troncature.

### Le modèle d'observation

Notre modèle d'observation suppose, comme dans [298] dont il est inspiré, une relation linéaire entre une image observée  $y$  et la variable latente  $f$  dans l'espace propre  $D$ -dimensionnel :

$$y = \mu + \sum_{j=1}^D f_j R_j + \eta = \mu + Rf + \eta \quad (3.7)$$

où  $\eta$  représente le bruit d'observation (voir Fig. 3.3). En notant  $p = y - \mu$  la variable centrée, on retrouve, ici aussi, le modèle génératif linéaire (2.2). Cette fois-ci, les fonctions de base mises en œuvre sont d'origine statistique, et non analytique comme dans le cas des marquages. L'intérêt de ce type de modèle est que  $D$  est relativement faible (typiquement, quelques dizaines de coefficients, à comparer aux centaines de milliers de pixels des images traitées). Les calculs nécessaires à la détection et à la reconnaissance s'en trouvent donc fortement simplifiés.

### Détection et reconnaissance dans le cadre bayésien

Le principe de l'algorithme de détection d'objets d'intérêt dans une scène est illustré figure 3.4. En chaque position de l'image, on extrait un vecteur d'observation  $y$  dont on évalue la vraisemblance  $\mathcal{P}(y|\mathcal{B})$ , par rapport au modèle appris sur la base  $\mathcal{B}$ . Cette valeur est affectée à la position de l'extrait. Lorsque toute la scène a été parcourue, on dispose d'une carte de vraisemblance. La position des objets d'intérêt éventuellement présents dans la scène est alors obtenue par seuillage.

La vraisemblance de l'observation est, en principe, obtenue par intégration de la loi conjointe

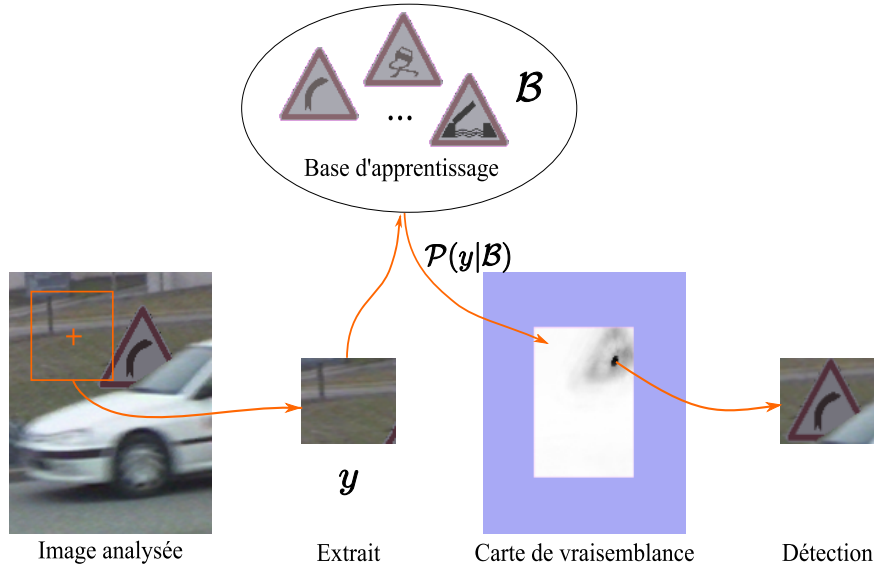


FIGURE 3.4 – Principe de l'algorithme de détection (voir texte). Les fortes valeurs de vraisemblance apparaissent en sombre. D'après [96].

de  $y$  et de  $f$  :

$$\mathcal{P}(y|\mathcal{B}) = \int \mathcal{P}(y, f|\mathcal{B}) df = \int \mathcal{P}(y|f, \mathcal{B}) \mathcal{P}(f|\mathcal{B}) df, \quad (3.8)$$

où l'on reconnaît la densité de probabilité du bruit,  $\mathcal{P}(y|f, \mathcal{B}) = \mathcal{P}(\eta|\mathcal{B})$  et la densité *a priori* de la variable latente,  $\mathcal{P}(f|\mathcal{B})$ . En l'absence d'expression analytique simple (sauf dans certains cas particuliers), et pour éviter les lourdeurs calculatoires liées aux méthodes de simulation numérique, nous avons recours à une approximation de la distribution  $\mathcal{P}(y|\mathcal{B})$ . Celle-ci, classique en inférence bayésienne (*cf.* [112], p. 92), suppose que la vraisemblance est suffisamment « pointue » pour qu'on puisse l'approcher par la valeur de son mode multipliée par la largeur du pic. L'expression que nous utilisons donc en pratique est :

$$\mathcal{P}(y|\mathcal{B}) \propto \mathcal{P}(y|\hat{f}, \mathcal{B}) \mathcal{P}(\hat{f}|\mathcal{B}), \quad (3.9)$$

où  $\hat{f} = \arg \max_f \mathcal{P}(y, f|\mathcal{B})$  est l'estimée au sens du MAP des paramètres du modèle. Cette approximation conduit, en général, à des résultats de détection très satisfaisants, comme l'ont montré nos expériences.

La reconnaissance, quant à elle, est effectuée en comparant les coordonnées dans l'espace propre estimées au sens du MAP ou du MV [94],  $\hat{f}$ , à celles des panneaux d'apprentissage. Le modèle le plus proche est choisi comme modèle reconnu.

### Estimation robuste au sens du MAP

L'estimation de la variable latente  $f$ , au sens du MAP, joue un rôle central pour la détection et la reconnaissance. Le cadre proposé au paragraphe précédent permet, en premier lieu, de décrire de manière unifiée plusieurs détecteurs proposés dans la littérature. Ainsi, en supposant le bruit gaussien et un *a priori* uniforme sur la variable latente, on retrouve l'estimation au sens du Maximum de Vraisemblance (MV), dont la solution est la projection orthogonale de  $p$  sur le sous-espace propre. La mesure de similarité associée est appelée *Distance From Feature Space* (DFFS) dans [217]. Dans le cas *gaussien-gaussien*, l'estimée s'écrit  $\hat{f} = (I_D + \sigma^2 \Lambda^{-1})^{-1} R^T p$  (où  $\sigma$  est la variance du bruit et  $p = y - \mu$ , la variable centrée) et l'on retrouve la distance quadratique proposée indépendamment dans [298] et [217]. D'autre part, nous avons montré [96] que l'association d'un modèle robuste de distribution du bruit et d'un modèle *a priori* bien adapté permet d'améliorer de manière significative les performances des systèmes de détection existants. Nous avons fourni des algorithmes déterministes permettant de réaliser la régression dans la plupart des situations.

Considérons d'abord le cas d'une hypothèse robuste pour le bruit et d'un *a priori* uniforme (MV robuste). La régression robuste des coefficients de  $f$  est effectuée soit par l'algorithme IRLS décrit au paragraphe 2.3, soit à l'aide de son équivalent pour la forme additive (2.21) : l'algorithme des *résidus modifiés* (ou *Residual Steepest Descent*, RSD). Celui-ci s'écrit :

1. Choisir une estimée initiale  $f^0$ , et initialiser l'indice de boucle à  $k = 1$ ,
2.  $u^k = \frac{1}{s}(Rf^{k-1} - p)$  et  $b^k = \{u_i^k(1 - \varphi'(u_i^k)/(2u_i^k))\}_{i=1\dots N}$ ,
3. Calculer  $f^k = R^T(p - sb^k)$
4. Si  $\|f^k - f^{k-1}\| > \epsilon$ , incrémenter  $k$ , et aller en 2, sinon  $f_{RSD} = f^k$ .

Cet algorithme est, à notre connaissance, généralement peu employé. En effet, son taux de convergence est plus faible que celui de l'IRLS et il nécessite donc un plus grand nombre d'itérations pour converger. Par contre, on peut remarquer que chaque itération est beaucoup moins coûteuse, car elle n'implique pas d'inversion de système linéaire. Au total, notre expérience a montré que l'algorithme des résidus modifiés est plus rapide pour ce type de problème de régression [93].

Dans le cas d'une hypothèse robuste pour le bruit et d'un *a priori* gaussien, les algorithmes conservent la même architecture, mais le calcul de la nouvelle estimée  $f_k$  devient, respectivement :  $f_{IRLS}^k = (R^T B^k R + s^2 \Lambda^{-1})^{-1} R^T B^k p$  pour l'IRLS et :  $f_{RSD}^k = (I_D + s^2 \Lambda^{-1})^{-1} R^T(p - sb^k)$  pour l'algorithme des résidus modifiés (le système à résoudre est diagonal).

Nous avons également envisagé le cas d'une hypothèse robuste sur le bruit et d'un modèle statistique non gaussien sur la variable latente. Ce dernier est défini ou estimé à partir des coordonnées des échantillons dans l'espace propre. Par exemple, si l'apprentissage porte sur des rotations de l'objet dans le plan image [96], on dispose d'une expression analytique de  $P(f|\mathcal{B})$  [237]. Dans une approche plus générique, nous avons proposé de considérer une formulation non paramétrique de l'*a priori*, par fenêtres de Parzen. Dans le cadre de la thèse de

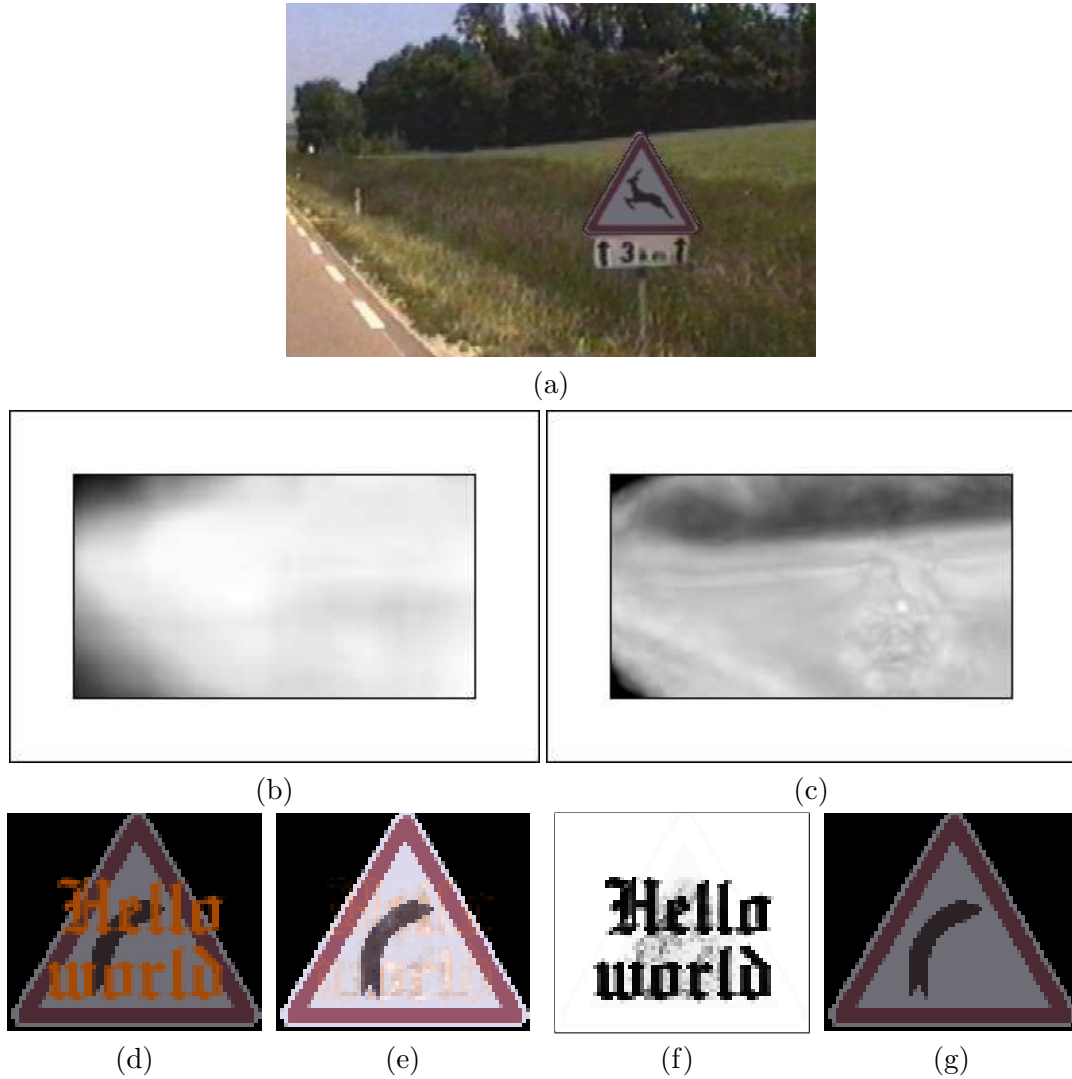


FIGURE 3.5 – Lignes supérieures : expérience de détection. Image synthétique analysée (a). Cartes de vraisemblance pour des hypothèses de bruit et d'*a priori* (respectivement) : (b) gaussien-gaussien et (c) robuste-non gaussien. Les plus fortes vraisemblances apparaissent en clair. Ligne du bas : expérience de reconnaissance. (d) image analysée,  $y$ . (e) images reconstruite  $R\hat{f}$ . (f) carte des données erronées,  $b$ . (g) panneau reconnu. Figure extraite de [63].

R. Dahyot, nous n'avons pas cherché à optimiser le critère incorporant cet *a priori* non paramétrique, mais testé une méthode fondée sur une (seconde) approximation. Celle-ci consiste à effectuer la régression au sens du MV, c'est-à-dire sans *a priori*, puis à injecter l'estimée  $\hat{f}_{MV}$  ainsi obtenue dans l'expression du MAP (3.9) pour le calcul des cartes de vraisemblance. Bien qu'une telle approximation ne soit théoriquement pas justifiée en général, les résultats obtenus ont montré l'intérêt de la modélisation, comme l'illustre la figure 3.5. Dans cet exemple, la base d'images d'apprentissage contient 43 signaux de danger, chacun étant vu sous 36 angles de ro-

tation dans le plan. On ne retient que 30 vecteurs propres. La méthode de référence, fondée sur des hypothèses gaussiennes [217], est mise en défaut, tandis qu’une bonne discrimination est obtenue en associant l’estimation robuste à une modélisation *a priori* adaptée aux données.

En reconnaissance, l’utilisation d’un estimateur robuste améliore également aussi les performances du système [93], comme le montre la figure 3.5. Dans cette expérience, le panneau est en partie occulté par une inscription jaune. Le panneau reconnu à partir de l’estimée au sens du MV gaussien est le panneau temporaire à fond jaune, alors que le panneau reconnu dans le cas du MV robuste est correct. On note que l’estimation fournit, de plus, une carte des données erronées.

### 3.3 Modèles non paramétriques dans l’espace propre

**Les recherches sur les modèles d’apparence ont été poursuivies au LSIIT par Torbjørn Vik dans le cadre de sa thèse (portant sur des applications médicales) sous l’encadrement du Pr F. Heitz et de J.P. Armspach, soutenue en septembre 2004. Torbjørn est actuellement chercheur chez Philips Research Europe à Hambourg (Allemagne). Les travaux décrits ci-dessous, et auxquels j’ai collaboré, ont fait l’objet des publications [312] (annexée à ce document, partie II-3) et [311].**

Dans le cadre de la thèse de T. Vik, nous avons proposé un algorithme permettant de résoudre le problème d’estimation de la variable latente au sens du MAP dans le cas d’un terme d’attache aux données robuste et d’un *a priori* non paramétrique. On s’affranchit ainsi de la seconde approximation proposée dans la thèse de R. Dahyot. L’optimisation est réalisée grâce à une version modifiée de l’algorithme *Mean Shift*, dont nous expliquons d’abord le principe et donnons une interprétation en termes d’algorithme semi-quadratique.

#### Le *Mean Shift* : un algorithme semi-quadratique

L’algorithme *Mean Shift* a été proposé par Fukunaga en 1975 [136], remis au goût du jour vingt ans plus tard par Cheng [67] en classification et enfin, popularisé par Comaniciu et Meer [80] au début des années 2000 pour des applications de segmentation et de suivi. Il s’agit d’un algorithme de montée de gradient à pas adaptatif, dédié à des densités de probabilité décrites de manière non paramétrique. En particulier, on s’intéresse au modèle par fenêtres de Parzen, de noyau  $K$  à symétrie radiale, auquel on associe une fonction appelée profil,  $\kappa$ , telle que  $K(u) = c\kappa(\|u\|^2)$ , de sorte que la densité de probabilité estimée en  $f$  à partir de  $N_{\mathcal{B}}$  échantillons  $f_n$  s’écrit :

$$\hat{p}_K(f) = \frac{c}{N_{\mathcal{B}}h^D} \sum_{n=1}^{N_{\mathcal{B}}} \kappa \left( \left\| \frac{f - f_n}{h} \right\|^2 \right), \quad (3.10)$$

où  $h$  est le paramètre dit de *largeur de bande* qui règle le degré de lissage de l’estimée. Afin de définir un algorithme de montée de gradient, on dérive d’abord  $\hat{p}(f)$ . En divisant et multipliant



l'expression obtenue par  $\sum_{n=1}^{N_B} g\left(\left\|\frac{f-f_n}{h}\right\|^2\right)$ , où  $g(u) = -\kappa'(u)$ , on arrive à :

$$\nabla \hat{p}_K(f) = \underbrace{\frac{2c}{N_B h^{D+2}} \left[ \sum_{n=1}^{N_B} g\left(\left\|\frac{f-f_n}{h}\right\|^2\right) \right]}_{\hat{p}_G(f)} \times \underbrace{\left[ \frac{\sum_{n=1}^{N_B} f_n g\left(\left\|\frac{f-f_n}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{n=1}^{N_B} g\left(\left\|\frac{f-f_n}{h}\right\|^2\right)} - f \right]}_{ms(f)}, \quad (3.11)$$

où  $G$  est le noyau radial de profil  $g$ . Le premier facteur est la densité de probabilité évaluée au point  $f$  à l'aide du modèle non-paramétrique de noyau  $G$ . Le second facteur est appelé *mean shift*. En ré-arrangeant cette expression, on voit qu'il s'agit d'une approximation du gradient normalisé de la densité de probabilité, à une constante multiplicative près :  $ms(f) \propto \frac{\nabla \hat{p}_K(f)}{\hat{p}_G(f)}$ . Il est intéressant d'utiliser ce gradient normalisé dans un algorithme de montée de gradient car le pas de montée s'adapte automatiquement à la valeur locale de densité de probabilité. L'itération de cet algorithme de gradient à pas adaptatif s'écrit naturellement :

$$f^{k+1} = f^k + ms(f^k) = \frac{\sum_{n=1}^{N_B} f_n g\left(\left\|\frac{f^k - f_n}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{n=1}^{N_B} g\left(\left\|\frac{f^k - f_n}{h}\right\|^2\right)}. \quad (3.12)$$

Nous pouvons re-formuler cette itération en deux demi-étapes, pour mieux faire apparaître son caractère d'algorithme semi-quadratique (algorithme IRLS) :

$$b_n^{k+1} = g\left(\left\|\frac{f^k - f_n}{h}\right\|^2\right) \quad \forall n = 1 \dots N_B, \quad (3.13)$$

$$f^{k+1} = \frac{\sum_{n=1}^{N_B} b_n^{k+1} f_n^k}{\sum_{n=1}^{N_B} b_n^{k+1}}. \quad (3.14)$$

De fait, le problème de maximisation de  $\hat{p}_K(f)$  défini dans (3.10) peut s'écrire comme le problème de minimisation de  $\mathcal{J}(f) \propto \sum_{n=1}^{N_B} \varphi\left(\frac{f-f_n}{h}\right)$ , où  $\varphi(u) = -\kappa(\|u\|^2)$ . Le profil  $k$  étant supposé convexe et décroissant,  $\varphi$  satisfait les conditions d'application de la théorie semi-quadratique et le critère augmenté correspondant s'écrit :

$$\mathcal{J}^*(f, b) = \sum_{n=1}^{N_B} \left\{ b_n \left\| \frac{f - f_n}{h} \right\|^2 + \Psi(b_n) \right\}. \quad (3.15)$$

Le minimum en  $b$  à  $x$  fixé est obtenu pour  $b_n = \varphi'(u_n)/2u_n = -\kappa'(\|u_n\|^2) = g(\|u_n\|^2)$ , et l'on retrouve (3.13). D'autre part, la minimisation en  $f$  à  $b$  fixé conduit à (3.14). En procédant par minimisations alternées, on aboutit bien à l'algorithme IRLS (3.13)-(3.14). Comme nous l'avons fait remarquer au Chap. 2, la preuve de convergence proposée dans [80] utilise les mêmes



propriétés que celles des théorèmes semi-quadratiques. Notons que ce parallèle a également été fait, plus récemment et de manière indépendante, dans [118].

### Mean Shift et estimation du MAP gaussien

L'algorithme *Mean Shift* à noyau gaussien peut facilement être modifié pour s'accommoder d'un facteur gaussien de vraisemblance [312]. Le produit de gaussiennes demeure, en effet, gaussien. Si on note  $f_n$  les coordonnées dans l'espace propre de l'échantillon  $\mathbf{x}_n$ ,  $\Sigma_\eta$  la matrice de covariance (diagonale) du bruit et  $\Sigma_f$ , celle associée aux noyaux de Parzen, la densité *a posteriori* s'écrit :

$$\mathcal{P}(f|p) = \frac{c}{N_B} \sum_{n=1}^{N_B} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \|p - Rf\|_{\Sigma_\eta^{-1}}^2 + \|f - f_n\|_{\Sigma_f^{-1}}^2 \right) \right], \quad (3.16)$$

où  $c$  est une constante. Cette expression peut se factoriser [310] sous forme d'une densité à noyau pondérée :

$$\mathcal{P}(f|p) = \frac{c}{N_B} \sum_{n=1}^{N_B} c_n \exp \left[ -\frac{1}{2} \|f - \mu_n\|_{\Sigma^{-1}}^2 \right] \triangleq \frac{c}{N_B} \sum_{n=1}^{N_B} c_n \Gamma_n(f), \quad (3.17)$$

où  $\Sigma = (R^T \Sigma_\eta^{-1} R + \Sigma_f^{-1})^{-1}$  et  $\mu_n = \Sigma(R^T \Sigma_\eta^{-1} p + \Sigma_f^{-1} f_n)$ . L'expression des pondérations  $c_n$  est donnée dans [312]. Évidemment, l'expression du *mean shift* est modifiée en conséquence :

$$ms(f) = \frac{\sum_{n=1}^{N_B} c_n \Gamma(f) \mu_n}{\sum_{n=1}^{N_B} c_n \Gamma(f)} - f. \quad (3.18)$$

Notons qu'une expression simplifiée, n'impliquant pas le calcul de  $\mu_n$  (et donc plus facile à implanter), peut être dérivée de (3.18) [310, p. 177].

### Modélisation non gaussienne dans l'espace propre et estimation robuste de l'apparence

L'algorithme *Mean Shift* étant semi-quadratique, il paraît intéressant de l'utiliser pour optimiser le critère d'estimation combinant vraisemblance robuste et *a priori* non paramétrique, dans un formalisme unifié. Une alternative consiste à passer au log dans l'expression de la loi *a posteriori* et à développer chaque terme séparément en utilisant (2.20), comme cela a été fait, récemment, dans [172, 272].

Nous avons, pour notre part, choisi de conserver le formalisme du *Mean Shift* gaussien. Le principe général est le suivant : l'extension semi-quadratique (2.20) de la vraisemblance robuste  $\mathcal{P}(p|f) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varphi(u_i) \right]$ , où  $u = \frac{1}{s} \Sigma_\eta^{-1/2} (p - Rf)$ , conduit, en prenant son exponentielle négative, à :

$$\mathcal{P}^*(p|f, b) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} \|p - Rf\|_{\frac{1}{s^2} \Sigma_\eta^{-1} B}^2 \right], \quad (3.19)$$

où  $B = \text{diag}\{b_i\}_{i=1 \dots N}$ . Autrement dit, la vraisemblance *augmentée*  $\mathcal{P}^*(p|f, b)$  est gaussienne.

En lui adjoignant un *a priori*  $\mathcal{P}(f)$  non paramétrique à noyau gaussien, on retrouve à  $B$  fixée un problème d'optimisation du MAP gaussien, similaire à (3.16), mais où  $\Sigma_\eta^{-1}$  est remplacé par  $\frac{1}{s^2}\Sigma_\eta^{-1}B$ . Or, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, celui-ci peut être résolu à l'aide d'un *Mean Shift* pondéré. Le principe des maximisations alternées nous conduit [311, 312, 310] à un algorithme de *Mean Shift* re-pondéré itératif, dont la structure globale est formée de deux boucles semi-quadratiques imbriquées :

1. Choisir une estimée initiale  $f^0$ , et poser  $B^0 = I_N$ ,
2. A partir de  $f^{k,0} = f^{k-1}$ , estimer  $f^k$  en itérant  $f^{k,l} = f^{k,l-1} + ms(f^{k,l-1})$  jusqu'à convergence, avec  $ms$  défini comme en (3.18) où  $\Sigma_\eta^{-1}$  est remplacé par  $\frac{1}{s^2}\Sigma_\eta^{-1}B$ .
3. Calculer  $u^k = \frac{1}{s}\Sigma_\eta^{-1/2}(p - Rf^{k-1})$  et  $B^k = \text{diag}\{\varphi'(u_i^k)/(2u_i^k)\}_{i=1\dots N}$ ,
4. Si  $\|f^k - f^{k-1}\| > \epsilon$ , incrémenter  $k$ , et aller en 2, sinon  $f_{RMS} = f^k$ .

Cet algorithme permet de gérer le modèle associant terme d'attache aux données robuste et *a priori* non paramétrique, sans recourir à la seconde approximation utilisée dans la thèse de R. Dahyot. Les résultats expérimentaux obtenus sur la base COIL de l'Université de Colombia, ont permis de confirmer l'intérêt de notre modèle pour une application de reconnaissance. En particulier, l'algorithme s'est montré plus performant que la méthode de Murase et Nayar [223]. Ce travail ouvre donc la voie à l'utilisation de modèles d'apparence arbitrairement complexes.

### 3.4 Bilan

Identifier des formes dans des images réelles à l'aide de modèles d'apparence tels que nous les utilisons est une tâche difficile de détection et de reconnaissance de formes. Cela tient d'abord au fait qu'il s'agit essentiellement d'un problème à une seule classe. La modélisation se concentre sur la représentation de la classe des objets d'intérêt, tandis que la classe « autres » n'est pas prise en compte. Dans ce contexte, utiliser des modèles linéaires pour représenter des variétés arbitrairement complexes peut paraître voué à l'échec. Les méthodes que nous avons proposées mettent à profit un modèle *a priori* non paramétrique de la variable latente pour compenser ce point faible. Comme nous le disions en introduction de [312], il s'agissait en quelque sorte de « probabiliser » l'idée de Murase et Nayar [223] (par rapport à laquelle, d'ailleurs, notre méthode s'avère supérieure) : modéliser de façon précise la variété décrite par la variable latente dans l'espace propre. Une autre difficulté tient à la complexité des scènes observées, entraînant des perturbations importantes des observations. L'utilisation de techniques robustes, semi-quadratiques, permet de s'affranchir de la présence de données erronées. Sur le plan méthodologique, il pourrait être intéressant d'étudier l'application des techniques robustes à l'apprentissage de l'apparence par des méthode linéaires locales ; nous y reviendrons au Chap. 6.

Bien que les algorithmes développés soient de nature déterministe, ces techniques demeurent relativement coûteuses en temps de calcul lorsqu'il s'agit de les appliquer en vraie grandeur, pour de la détection dans des séquences de scènes routières. En particulier, elles nécessitent

une exploration systématique de l'image. Il faut, par ailleurs, considérer plusieurs échelles de représentation des objets. Il est donc souhaitable d'associer à ces méthodes des algorithmes rapides de pré-sélection des images d'intérêt et des zones à explorer. Une seconde contribution de la thèse de R. Dahyot, inspirée des techniques d'indexation d'images par le contenu a été la définition d'un algorithme original de pré-détection, exploitant les histogrammes de caractéristiques locales d'apparence des objets [93]. D'autres informations, comme la couleur, la position, la symétrie ou des descripteurs de forme peuvent également être employés lors de cette étape (*cf.* Chap. 5, §2). Enfin, ces méthodes ont, pour l'instant, été validées sur des images synthétiques [96] ou acquises en conditions contrôlées [312]. Préalable indispensable à toute application pratique, une phase de validation sur images réelles, dans une application de reconnaissance, est prévue à court terme.

## Chapitre 4

# Synthèse : les contours actifs

*Ce chapitre propose une synthèse bibliographique sur les contours actifs et les principales problématiques associées. Celle-ci sera complétée au chapitre suivant par un bref état de l'art concernant deux points sur lesquels se situe plus particulièrement ma contribution. Il s'agit de l'introduction de contraintes de forme de haut niveau dans les contours actifs et de leur mise en œuvre dans des problèmes de reconstruction d'images.*

## 1 Introduction

Les contours actifs, ou *snakes*, sont probablement le modèle déformable le plus populaire, depuis l'article fondateur de Kass, Witkin et Terzopoulos [178]. Destinées, à la base, à la segmentation d'images, ces méthodes ont plus récemment été adaptées à d'autres applications, telles que la reconstruction d'images notamment.

Le modèle mathématique considéré est une variété de 1 dimension inférieure à celle de l'espace image considéré : une courbe en imagerie 2D, une surface en 3D. Cet objet représente les frontières (éventuellement disjointes) des objets recherchés<sup>1</sup> et peut être décrit de manière explicite, sous forme paramétrique, ou bien implicite, sous forme d'ensembles de niveaux. Ce type de modèles déformables est, à la base, relativement peu contraint : on impose simplement à la courbe une certaine régularité. L'idée générale de la méthode consiste alors à faire évoluer la courbe de façon à réaliser la segmentation (ou le partitionnement) de l'image analysée.

Pour cela, on peut associer à la courbe une énergie, d'inspiration mécanique [178] ou dérivant d'un modèle probabiliste [294, 327, 148]. On quantifie ainsi l'adéquation aux données et la régularité associées à une instance du contour actif, ce qui transforme le problème de segmentation en un problème d'optimisation de critère. La mise en œuvre d'une méthode de type descente de gradient fournit une équation aux dérivées partielles régissant l'évolution de la courbe. Notons que, dans les approches dite *géométriques*, l'équation d'évolution peut être spécifiée directement

---

1. Notons qu'il existe également des réseaux ou cubes actifs [40, 41, 295], où des nœuds internes à la courbe (ou à la surface) sont introduits.

et ne se rapporte donc pas forcément à la minimisation d'une fonctionnelle.

L'aspect pléthorique de la littérature concernant les contours actifs tient, en partie, au caractère générique de leur principe, qui les rend adaptables à un grand nombre de situations. Cette simplicité de principe conduit cependant à un certain nombre de difficultés pratiques, qui sont une autre explication au nombre important de variantes proposées. Nous effectuons ici un tour d'horizon des principales méthodes existantes, en nous limitant au cas 2D et en nous efforçant de dégager les principales problématiques abordées au cours des deux dernières décennies.

## 2 Les contours actifs classiques

### 2.1 Le modèle de base

Dans l'article fondateur de Kass *et al.* [178], le contour actif  $\Gamma$  est représenté sous forme de courbe paramétrique  $\Gamma : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  et l'énergie qui lui est associée est formée de 3 termes :

$$E(\Gamma) = E_{INT}(\Gamma) + E_{IMA}(\Gamma, I) + E_{CON}(\Gamma) \quad (4.1)$$

Le terme d'énergie interne,  $E_{INT}$ , somme d'une mesure d'élasticité et d'une mesure de rigidité, quantifie la régularité de la courbe. Le terme  $E_{IMA}$  intègre le long de la courbe un potentiel image  $g(\Gamma)$ . Celui-ci peut être fonction de l'intensité  $I$ , dans le cas du suivi de lignes dans les images. Le plus souvent, cependant, on cherche à capturer le contour d'objets d'intérêt et une fonction décroissante du gradient de l'image (ou d'une version lissée de celle-ci),  $\nabla I$ , est utilisée. Le troisième terme permettait, à l'origine, un contrôle interactif par l'utilisateur *via* le positionnement de points d'attraction ou de répulsion, grâce à une interface dédiée.

Les trois termes incluent des fonctions de pondération,  $\alpha(q), \beta(q), \lambda(q)$ , la plupart du temps choisies constantes le long de la courbe, de sorte que, si l'on néglige le terme  $E_{CON}$  :

$$E(\Gamma) = \alpha \int_a^b |\Gamma'(q)|^2 dq + \beta \int_a^b |\Gamma''(q)|^2 dq + \lambda \int_a^b g(|\nabla I(\Gamma(q))|) dq \quad (4.2)$$

Notons qu'une énergie de forme similaire peut être obtenue dans le cadre probabiliste bayésien, en considérant la courbe comme un champ markovien gaussien [294]. L'énergie (4.2) peut être discrétisée et minimisée directement, par programmation dynamique [7] ou algorithme glouton (*greedy*) [319]. Toutefois, ces algorithmes sont de résolution pixellique et on leur préfère généralement une approche variationnelle, plus précise. La discrétisation aux différences finies des équations normales associées à la minimisation de (4.2) conduit à la résolution d'un système non inversible [24, 74]. C'est pourquoi on utilise plutôt un schéma dynamique, de type descente de gradient, comme préconisé dans [178]. Ceci fournit l'équation d'évolution suivante, dont la

solution à convergence est un minimiseur de (4.2) :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \underbrace{\alpha \Gamma'' - \beta \Gamma^{(4)}}_{F_{INT}(\Gamma)} - \underbrace{\lambda \nabla g(\Gamma)}_{F_{IMA}(\Gamma, I)}, \quad (4.3)$$

où  $t$  est un temps (artificiel). On interprète classiquement [320] les termes de cette équation comme des forces, dont la première s'oppose à l'étirement et à la flexion, tandis que la seconde attire la courbe vers les bords des objets. En définissant la force de frottement  $F_{FROT} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial t}$ , on peut écrire (4.3) comme :

$$0 = F_{FROT}(\Gamma) + F_{INT}(\Gamma) + F_{IMA}(\Gamma, I), \quad (4.4)$$

ce qui permet un parallèle avec les modèles déformables physiques [296, 240, 211, 198], gouvernés par le principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton) :

$$m \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial t^2} = F_{FROT}(\Gamma) + F_{INT}(\Gamma) + F_{IMA}(\Gamma, I). \quad (4.5)$$

Les contours actifs apparaissent donc comme un cas particulier, sans masse donc sans inertie, de modèle physique. La formulation mécanique (4.5) permet par ailleurs l'emploi de forces ne dérivant pas nécessairement d'une énergie.

Plusieurs types de discrétisation spatiale ont été employés pour mettre en œuvre le modèle classique sans, par ailleurs, qu'aucune ne se montre supérieure aux autres dans le cas général. Un schéma couramment rencontré est celui des différences finies [178], mais des éléments finis [240, 77], des polygones [135, 68] ou des *splines* [210, 39] ou encore des descripteurs de Fourier [277, 194, 113] sont également employés. En imagerie tridimensionnelle, une décomposition sur des bases de fonctions correspondant aux modes propres de déformation du modèle peut être employée [240] pour découpler les équations d'Euler associées à la minimisation. De plus, et d'une manière générale, la décomposition sur des bases de fonctions offre un moyen de contrôle supplémentaire de la régularité de la solution. Enfin, les coordonnées dans ces bases fournissent des caractéristiques intéressantes pour la reconnaissance des formes [264].

La discrétisation temporelle est effectuée au sens des différences finies, et conduit généralement à des schémas d'Euler semi-implicites, plus robustes numériquement : les termes image sont considérés au temps  $t$ , tandis que les forces internes sont évaluées au temps  $t + 1$ . Des schémas entièrement explicites sont, parfois, employés dans le contexte 3D [77] pour gagner en temps de calcul.

## 2.2 Principales améliorations

La méthode originale, décrite ci-dessus, souffre d'un certain nombre de défauts, tels que la sensibilité au bruit, un sens d'évolution préférentiel en contraction, la sensibilité aux condi-

tions initiales, la sensibilité à la paramétrisation de la courbe ou encore l'impossibilité de gérer les changements de topologie. Aussi, dans les années 1990, le modèle classique a fait l'objet d'améliorations continues, conduisant à un grand nombre de variantes.

Ainsi, au niveau du modèle, des termes image plus « attractifs » ont été définis : approches multi-résolution [194] ou multi-échelle, potentiel  $g$  utilisant une carte de distance aux contours extraits préalablement [75], ou encore force image calculée par diffusion de la force classique (Gradient Vector Flow, ou GVF, [321]). Les GVF permettent la segmentation d'un objet à partir de son intérieur et la gestion des objets concaves. Ils ont également été adaptés au formalisme des contours actifs géométriques et géodésiques (cf. § 3) [322, 235]. Ils sont très populaires : plus de 1400 citations sur Google Scholar à ce jour pour [321]. Par ailleurs, la « force ballon » [296, 75] permet de combattre l'élasticité naturelle de la courbe pour, par exemple, lui permettre d'évoluer en extension. Il s'agit d'une force constante, colinéaire à la normale au contour actif, dont on montre qu'elle découle de la maximisation<sup>2</sup> de l'aire de la région interne à celui-ci. Ces variantes sont illustrées sur la figure 4.1. Notons que ces améliorations ne suffisent pas à gérer toutes les situations. Ainsi, dans le cas du poisson, un contour actif initialisé comme sur la figure 4.1-f et utilisant les GVF ne capture pas la nageoire caudale (exemple non montré ici).

Une autre piste de progrès, vis-à-vis de la sensibilité à l'initialisation, a concerné les stratégies d'optimisation. En conservant l'algorithme classique, on peut chercher à « agrandir » un contour actif ouvert à partir de ses extrémités (contours actifs incrémentiels [24]) ou bien activer progressivement la force image, des extrémités vers le centre (*ziplock snakes* [225]). Pour améliorer la convergence des contours actifs fermés, un schéma de snakes double et capables d'interactions, l'un initialisé à l'intérieur de l'objet et le second à l'extérieur, a été proposé (*dual snakes* [153]).

Le schéma algorithmique de base a également été adapté pour gérer la fusion de courbes entre elles ainsi que leur scission. On peut citer, par exemple, les *Topologically adaptable snakes* ou (T-snakes) de McInerney et Terzopoulos [208], qui utilisent un maillage simplexe de l'espace image ou, à la même période, les travaux de Durikovic *et al.* [114]. En France, Delingette [103], puis Precioso [243] ont également proposé des solutions. Les mécanismes additionnels développés par ces différents auteurs pour gérer les changements de topologie offrent une souplesse accrue par rapport à l'initialisation des courbes. En particulier, la technique des *seed-snakes* [208], consistant à paver l'espace image de contours actifs capables de fusionner entre eux ou de disparaître s'ils ne rencontrent aucun objet d'intérêt, est aujourd'hui une stratégie d'initialisation très répandue.

### 3 Les contours actifs géométriques et géodésiques

#### 3.1 Equations d'évolution

Une approche alternative des contours actifs est née au début des années 1990, de travaux de recherche sur la théorie de l'évolution de courbes. Il s'agit d'étudier l'évolution dans le temps

---

2. Ou de la minimisation dans le cas, moins fréquent, où la force est utilisé en contraction.

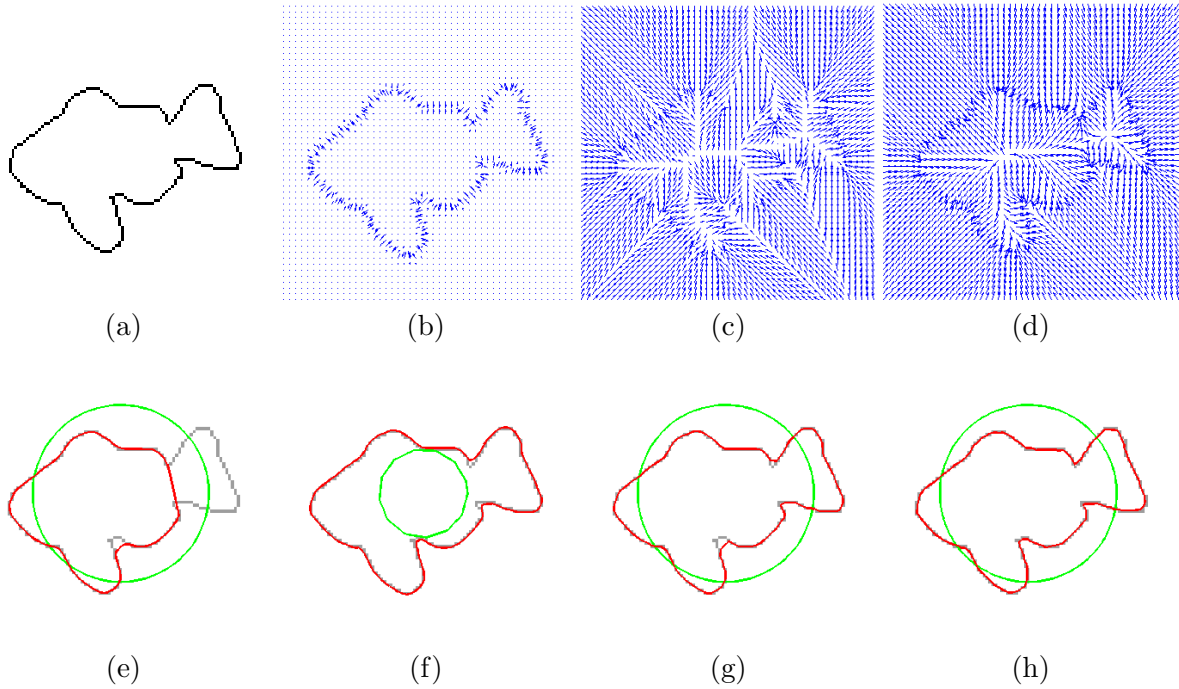


FIGURE 4.1 – Segmentation par contours actifs traditionnels d’une silhouette de poisson, à l’aide des codes disponibles sur [iacl.ece.jhu.edu/projects/gvf](http://iacl.ece.jhu.edu/projects/gvf). Ligne du haut : carte de contours (a), force image classique, peu attractive (b), force basée sur la distance (c), GVF (d). Ligne du bas : initialisation (en vert) et résultat final (en rouge), superposé sur les contours de l’objet (en gris) pour l’algorithme traditionnel sans (e) et avec force ballon (f), force distance (g), GVF (h). Seul, le GVF permet de segmenter correctement les concavités à la base de la nageoire caudale.

d’une courbe fermée  $\Gamma$ , selon une équation aux dérivées partielles du type :

$$\frac{\partial \Gamma(s)}{\partial t} = F(s) \mathcal{N}, \quad (4.6)$$

où  $\mathcal{N}$  représente la normale unitaire (entrante) à la courbe.  $F$  est une vitesse fondée sur des quantités géométriques, indépendantes de la paramétrisation<sup>3</sup>. Deux exemples usuels d’EDP géométriques sont l’évolution selon la force ballon, qui correspond à  $F(s) = \nu$ , où  $\nu$  est une constante, et le flot raccourcissant euclidien (ou équation géométrique de la chaleur)  $F(s) = \kappa(s)$ , où  $\kappa$  représente la courbure. Notons que ces EDP proviennent respectivement de l’optimisation de l’aire de la région intérieure à la courbe et de la minimisation de la longueur de celle-ci [181, 271]. Ainsi, toute courbe simple (sans auto-intersection) évoluant selon sa courbure se comporte comme un élastique : elle converge vers une courbe circulaire infinitésimale. Ces deux EDP fournissent donc naturellement le « moteur » d’un contour actif. Il suffit de stopper l’évolution de la courbe lorsqu’elle atteint les bords des objets, ce qui peut se réaliser en multipliant la

3. Dans ce cas, on montre qu’il est toujours possible de re-paramétriser la courbe pour éliminer toute composante tangentielle [116].



vitesse par une fonction d'arrêt. Nous retrouvons ici  $g$ , fonction décroissante de la norme du gradient le long de la courbe :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = g(|\nabla I|)(\nu + \kappa)\mathcal{N}. \quad (4.7)$$

Cette équation correspond aux contours actifs *géométriques*, proposés indépendamment dans [48] et [203]. La fonction  $g$  ne s'annulant jamais complètement, on peut ajouter à cette équation un terme d'arrêt supplémentaire, attirant le contour vers le minimum du potentiel  $g$  associé aux contours des objets. On obtient ainsi l'EDP des contours actifs *géodésiques* [49, 182] :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = g(|\nabla I|)(\nu + \kappa)\mathcal{N} - \langle \nabla g, \mathcal{N} \rangle \mathcal{N}. \quad (4.8)$$

Leur dénomination provient du fait que (4.8) correspond (pour  $\nu = 0$ ) à la minimisation d'une longueur géodésique de la courbe, la métrique utilisée dépendant de l'image *via* la fonction  $g$  :

$$L_g(\Gamma) = \int_0^1 g(|\nabla I(\Gamma(q))|)|\Gamma'(q)|dq = \int_0^{L(\Gamma)} g(|\nabla I(\Gamma(s))|)ds, \quad (4.9)$$

où  $L(\Gamma)$  est la longueur géométrique de la courbe et  $s$ , l'abscisse curviligne. On montre [49, 11], que ce flot correspond également à la minimisation d'un critère de type contour actif, sans contrainte de rigidité :

$$E_g(\Gamma) = \alpha \int_a^b |\Gamma'(q)|^2 dq + \lambda \int_a^b g(|\nabla I(\Gamma(q))|)^2 dq. \quad (4.10)$$

De fait, une comparaison des équations d'évolution renforce cette impression de proximité entre les deux approches, comme remarqué dans [57] et [320, 322]. En posant  $\beta = 0$  et en se plaçant en paramétrisation intrinsèque (ce qui entraîne  $\Gamma''(s) = \kappa(s)\mathcal{N}$ ) (4.3) s'écrit :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \alpha \kappa \mathcal{N} - \lambda \nabla g(\Gamma). \quad (4.11)$$

On constate, en comparant (4.8) et (4.11), que la différence tient en la multiplication de la force interne par la fonction  $g$ , ce qui tend à la relaxer à proximité des contours des objets, en la projection de la force image sur la normale, ce qui est gage de stabilité dans une implantation paramétrique [57] et en l'introduction de la force ballon, ce qui favorise la convergence.

Les contours actifs géodésiques apparaissent comme une version de contours actifs plus performante, à la fois par rapport au modèle classique et au modèle géométrique. C'est, certainement, l'une des explications du succès de cette approche. Celui-ci doit cependant beaucoup à l'algorithmique associée, la technique des *Level Sets*, qui permet une gestion transparente des changements de topologie et une indépendance vis-à-vis des problèmes de paramétrisation.

### 3.2 Représentation implicite et algorithme des *Level Sets*

L'algorithme d'évolution de courbe par lignes de niveaux est né, à la fin des années 1980, de travaux de recherche portant sur la simulation numérique en mécanique des fluides, et plus particulièrement, sur l'évolution d'interfaces [232].

Le principe se fonde sur une représentation intrinsèque, eulérienne, de la courbe en évolution. Celle-ci est considérée comme la ligne de niveau 0 d'une fonction *hôte*,  $\psi(\mathbf{x})$ , fonction scalaire de la variable d'espace  $\mathbf{x}$  et suffisamment régulière. Classiquement, on choisit pour  $\psi$  la fonction distance signée : la région intérieure à  $\Gamma$ , notée  $\Omega_{int}$  correspond, par exemple, à des niveaux négatifs tandis que la région extérieure,  $\Omega_{ext}$ , reçoit des valeurs positives. On note que les quantités géométriques intervenant dans l'équation d'évolution (4.6) peuvent s'exprimer en fonction de  $\psi$ . Ainsi, on montre en dérivant spatialement la relation  $\psi(\Gamma) = 0$ , que la normale à la courbe s'écrit (dans nos conventions) :  $\mathcal{N} = -\frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|}$  ; en dérivant une seconde fois, on obtient  $\kappa = \operatorname{div}(\frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|})$ . Par ailleurs, en dérivant la même relation par rapport au temps, on montre facilement que si la courbe  $\Gamma$  évolue selon (4.6), alors :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = F|\nabla\psi|. \quad (4.12)$$

L'algorithme d'évolution de courbe consiste à construire la fonction  $\psi(\mathbf{x}, t = 0)$  à partir de la courbe initiale  $\Gamma(s, t = 0)$ , à la faire évoluer selon (4.12) jusqu'à convergence et à en extraire finalement la courbe de niveau 0.

Quelques précautions doivent être prises lors de la mise en œuvre de l'algorithme. Afin d'éviter tout problème numérique, on utilise des schémas de discrétisation adaptés pour le calcul des dérivées, décrits par exemple dans [266, Chap. 6]. Il est également nécessaire de satisfaire aux conditions de stabilité de Courant-Friedrich-Lewy (CFL) [82], ce qui borne le pas de discrétisation temporelle. Par ailleurs, il est fortement souhaitable de conserver la régularité de la fonction  $\psi$ , qui doit vérifier  $|\nabla\psi| = 1$ . L'approche usuelle consiste à la ré-initialiser périodiquement. Pour cela, on peut extraire la courbe et recalculer la fonction distance à l'aide, par exemple, de l'algorithme *Fast Marching* [265] (voir §3.4), ou bien employer l'EDP de Sussman [285] :

$$\psi_t = \operatorname{sign}(\psi)(1 - |\nabla\psi|), \quad (4.13)$$

ou encore celle proposée dans [284]. Enfin, l'équation (4.12) n'étant en principe valable que pour la courbe de niveau 0, des méthodes d'extension la vitesse d'évolution aux autres courbes de niveaux ont été proposées [2, 239, 151].

L'algorithme des *Level Sets* offre plusieurs intérêts, qui expliquent son très fort succès. Tout d'abord, la représentation eulérienne utilisée permet de s'affranchir des questions liées à la paramétrisation de la courbe, inhérentes aux représentations explicites, lagrangiennes. D'autre part, la méthode se généralise facilement au cas 3D. Enfin, et surtout, la topologie de la courbe de niveau 0 évolue librement au cours du temps, sans qu'il soit besoin de gérer directement

les scissions ni les fusions. Pour être complets, notons qu'il existe cependant une variante de l'algorithme dans laquelle les changements de topologie sont interdits [154].

Au-delà de l'algorithmique, les ensembles de niveaux sont très utilisés en tant que représentation de forme. C'est le cas pour les contours actifs région (cf. § 4). En effet, cette représentation est, par nature, orientée région : la fonction caractéristique,  $\mathbb{1}_{int}$ , de la forme définie par  $\Gamma$  se déduit directement de la fonction distance signée. Dans nos notations, on a  $\mathbb{1}_{int} = H(-\psi)$ , où  $H$  est la fonction de Heaviside. De même, la fonction distance se déduit facilement de la fonction caractéristique, par exemple, en appliquant l'équation de Sussman (4.13) avec  $\psi(t=0) = \frac{1}{2} - \mathbb{1}_{int}$ . Notons que la fonction distance signée et la fonction caractéristique offrent toutes deux l'avantage de pouvoir représenter des formes de topologie arbitraire : formes à trous, et/ou formées de plusieurs composantes connexes. Par ailleurs,  $\psi$  permet de connaître la distance au contour en tout point du domaine image, propriété souvent employée pour la définition de contraintes de formes (voir Chap. 5).

### 3.3 Algorithmes rapides

L'algorithme original d'évolution par courbes de niveaux est relativement coûteux, à la fois en mémoire et en temps de calcul. En effet, le passage de l'équation d'évolution sur une courbe ou surface active à une équation d'évolution sur une fonction hôte revient à élever de 1 la dimension du problème. Il en existe cependant une variante plus efficace, qui consiste à limiter les calculs à une bande étroite (*Narrow Band*) autour de l'interface en évolution<sup>4</sup>. Naturellement, il demeure nécessaire de réinitialiser périodiquement la fonction hôte à l'intérieur de la bande. Au final, le gain de temps est substantiel, mais la méthode n'est encore pas applicable en temps réel.

#### Algorithme *Level Sets* rapides

Les recherches portant sur l'amélioration de la vitesse des algorithmes par évolution de courbes de niveaux ont emprunté trois voies relativement disjointes. Il existe d'ailleurs peu de travaux de synthèse [163] et de comparaison expérimentale [207]. La première famille d'approches considère le problème du point de vue des méthodes numériques. Ainsi, l'utilisation des techniques de découpage additif d'opérateurs (*Additive Operator Splitting*, ou AOS) de Weickert [315] pour simplifier l'étape d'évolution d'un contour actif géodésique [149, 180], ou d'un contour actif région [176], permet un gain de temps d'au moins un ordre de grandeur. La seconde famille de méthodes exploite le concept de bande étroite, en le poussant parfois à son extrême. L'algorithme faisant référence est celui du champ épars (*Sparse-Field* [317]). Il limite l'application de (4.12) à une bande de 1 pixel contenant le contour actif et réinitialise la valeur de  $\psi$  aux points voisins, en utilisant des structures de listes chaînées pour gérer efficacement la bande étroite. Rapide et capable d'atteindre une résolution sub-pixellique, il est implanté dans la librairie ITK destinée à l'imagerie médicale [224]. D'autres algorithmes, tels qu'Hermes [233] ou encore la

---

4. L'idée apparaît dans [70] sous la dénomination de *stencils*, mais l'article faisant référence est plutôt [1].

méthode de Deng [105], traitent les points par ordre décroissant de l'intensité de la force  $F$  qui s'y applique. Plus récemment, Nilsson et Heyden [231], puis Shi et Karl [269, 270], ont proposé d'appliquer la technique de bande étroite directement à (4.6), ce qui permet d'atteindre le temps réel sur des images de petite taille [270], mais avec une résolution pixellique. Enfin, la troisième famille de méthodes est apparue dans la communauté du graphisme par ordinateur, où les techniques par courbes de niveaux sont utilisées pour la modélisation de nuages de points [317], ou encore les applications de morphose (ou *morphing* en anglais) [32]. Il s'agit soit d'optimiser la représentation des données [278, 38, 227, 196, 163], soit d'exploiter l'architecture des cartes graphiques (GPU) [193].

### Représentation implicite paramétrique

Une représentation paramétrique des ensembles de niveaux a été proposée, dans le contexte de l'introduction de contraintes de forme (voir Chap. 5) pour les contours actifs région (*cf.* §4) [303, 301]. La fonction  $\psi$  associée au contour actif est décomposée sur des bases de fonctions issues d'un apprentissage par ACP. L'optimisation est alors effectuée sur les paramètres de la combinaison linéaire, ce qui permet un gain substantiel en temps de calcul.

### Représentation explicite et algorithmes rapides

Une approche alternative consiste à mettre en œuvre une représentation explicite, discrète, de la courbe  $\Gamma$  pour implanter l'équation d'évolution d'un contour actif selon sa normale. On peut, par exemple, utiliser une discrétisation ponctuelle [57], ou encore polygonale [148, 68, 306]. La modélisation polygonale est bien adaptée à certaines catégories d'objets d'intérêt (objets manufacturés, notamment) et fournit des algorithmes naturellement très rapides. On doit veiller à éviter la dégénérescence du polygone et les auto-intersections. Les changements de topologie ne sont pas autorisés. Un mécanisme de sélection du nombre de points de discrétisation, alternant ajout et suppression de sommets, est mis en œuvre. Notons que, dans la variante nommée *polygones actifs* [306, 305, 281], l'équation (4.6) est transformée en une équation s'appliquant aux points de la courbe discrétisée, de la forme :

$$\frac{\partial \Gamma_k}{\partial t} = \tilde{F}_{k,k-1} \mathcal{N}_{k,k-1} + \tilde{F}_{k+1,k} \mathcal{N}_{k+1,k}, \quad (4.14)$$

où  $\mathcal{N}_{i,j}$  désigne la normale à l'arête reliant les points  $\Gamma_i$  et  $\Gamma_j$ . La force notée  $\tilde{F}_{i,j}$  représente la moyenne, pondérée par la distance au sommet  $j$ , de  $F$  sur l'arête. Le mouvement des points résulte donc de l'ensemble des forces qui s'appliquent aux côtés du polygone, ce qui améliore la robustesse et la précision du modèle.

Enfin, les approches de type B-snakes ont été étendues aux contours actifs géométriques (région) dans [243]. Bénéficiant des techniques de mise à jour des coefficients de la *spline* par filtrage récursif [307], la méthode atteint le temps réel sur des séquences CIF ( $352 \times 288$  pixels).

Un mécanisme de gestion des transformations de topologie est incorporé dans l'algorithme.

### 3.4 C.A. géodésiques et optimum global - algorithme *Fast Marching*

L'équation d'évolution des contours actifs correspond à un algorithme de descente de gradient et, en ce sens, ne permet qu'une optimisation locale de l'énergie. Il en va de même pour le principe de la programmation dynamique tel qu'il est appliqué dans [7], comme remarqué dans [78]. Il existe cependant deux cas particuliers où il est possible d'atteindre le minimum global d'un contour actif à l'aide de contours actifs géodésiques.

Le premier cas particulier est celui des courbes ouvertes définies entre deux points,  $P_0$  et  $P_1$ , désignés par l'utilisateur. Dans [78], Cohen et Kimmel proposent de minimiser une énergie de type contour actif géodésique, très proche de (4.9-4.10).

$$E'_g(\Gamma) = \alpha \int_0^{L(\Gamma)} |\Gamma'(s)|^2 ds + \int_0^{L(\Gamma)} g(\Gamma(s)) ds = \int_0^{L(\Gamma)} \tilde{g}(\Gamma(s)) ds = L'_g(\Gamma) \quad (4.15)$$

où  $s$  représente l'abscisse curviligne,  $g$  est le potentiel image habituel<sup>5</sup> et  $\tilde{g} = \alpha + g$ . On note que le passage d'énergie à longueur géodésique est, ici, direct puisque  $|\Gamma'(s)| = 1$  en paramétrisation intrinsèque (par l'abscisse curviligne). L'optimisation de (4.15) est réalisée selon la stratégie suivante : dans un premier temps, une *surface d'action minimale*  $U_0(\mathbf{x})$ , fonction scalaire de la variable d'espace, est calculée. Sa valeur au point  $\mathbf{x}$  est l'énergie associée au chemin optimal, au sens de la distance géodésique  $L'_g$ , reliant  $\mathbf{x}$  à  $P_0$ . Dans un second temps, lorsque  $U_0(P_1)$  est déterminée, un simple rétro-parcours par descente de gradient permet d'extraire le chemin optimal recherché, voire des chemins multiples.

Le calcul de  $U_0$  est efficacement effectué à l'aide de l'algorithme *Fast Marching* [265], qui se rapproche de l'algorithme  $A^*$  de Dijkstra [108] utilisé pour le recherche de plus court chemin dans les graphes. Ce dernier utilise un principe d'optimalité que l'on retrouve en programmation dynamique : le chemin le plus court est propagé d'un point à ses voisins, par ajout de la contribution locale  $\tilde{g}$  minimale. Une valeur de  $U_0$  peut donc être affectée à un point dès lors que l'un de ses voisins est atteint. Naturellement, le point doit rester *vivant* (i.e. sa valeur de  $U_0$  doit pouvoir être revue à la baisse) jusqu'à ce qu'il devienne lui-même le minimum des points vivants. L'utilisation d'une structure de tas ordonné pour extraire à chaque instant le point de valeur  $U_0$  minimale parmi les points vivants confère à l'algorithme une complexité en  $\mathcal{O}(N \log N)$ . On peut remarquer que l'ensemble des points vivants se comporte comme un front, de valeur  $U_0$  à peu près constante, et progressant à partir de  $P_0$  à une vitesse spatiale inversement proportionnelle au potentiel local  $\tilde{g}$ . Cette observation est à la base du *Fast Marching*, qui considère le calcul de  $U_0$  comme le problème de propagation d'une ligne de niveau  $\mathcal{L}$  selon l'équation  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{g}} \mathcal{N}$ , à partir d'un cercle infinitésimal centré en  $P_0$ . On montre que cela revient à résoudre en chaque

5. Celui-ci étant, selon l'application considérée, fonction de l'intensité ou de son gradient le long de la courbe, nous le notons  $g(\Gamma)$  pour simplifier.

point l'équation d'Eikonal :

$$\tilde{g}(\mathbf{x}) = |\nabla U_0(\mathbf{x})|. \quad (4.16)$$

avec  $U_0(P_0) = 0$ . Notons que  $U_0$  peut s'interpréter comme le temps d'arrivée  $t$  du front  $\mathcal{L}$  à une distance euclidienne donnée [78], ce qui permet un parallèle avec l'algorithme des *Level Sets*. En effet,  $U_0$  jouant le rôle de fonction hôte, (4.12) s'écrit  $\frac{\partial U_0}{\partial t} = \frac{1}{g}|\nabla U_0| = \frac{\partial t}{\partial t} = 1$  et l'on retrouve l'équation d'Eikonal. Le *Fast Marching* peut donc être vu comme une formulation stationnaire du problème d'évolution de courbe [266], réservé au cas où la vitesse ne change pas de signe au cours du temps. A la différence du  $A^*$ , le *Fast Marching* ne procède pas par incrémentation locale de  $U_0$ , mais par résolution de (4.16). Il est donc un peu plus coûteux, mais, en contrepartie, beaucoup plus précis, puisque la métrique sous-jacente est euclidienne et non de type *city-block*.

Les algorithmes de délinéation d'objets tels que le *Live Wire* [117] ou les *Intelligent Scissors* [220, 221] implantés dans des logiciels de traitement d'image comme Gimp utilisent, de manière interactive, le même genre de méthode que le  $A^*$ . J'ai, pour ma part, réalisé la mise en œuvre dans le logiciel de traitement d'image PICTURE, distribué gratuitement par le LCPC<sup>6</sup>, de la méthode de Cohen et Kimmel [61, 60, 59]. La figure 4.2 montre un exemple d'application de cet algorithme dans le domaine des Ponts et Chaussées (suivi de ligne de fissure dans du béton). Dans ce cas, nous effectuons une propagation simultanée depuis les deux points afin de gagner en temps de calcul, selon une technique proposée dans [106, 107]. Plus récemment, une méthode introduisant la notion de priorité dans l'algorithme de propagation a été proposée pour améliorer encore son efficacité [241].

Le second cas particulier où un minimum global est accessible correspond à celui des courbes fermées. Une extension directe de l'algorithme décrit ci-dessus est proposée dans [78]. Malheureusement, la méthode requiert le choix, parmi un certain nombre de candidats, d'un second point sur la courbe et la question de l'automatisation de ce choix n'est pas vraiment traitée dans [78]. Plus récemment, Appleton *et al.* ont proposé une autre façon d'étendre la méthode au calcul du minimum global de l'énergie géodésique<sup>7</sup> d'une courbe fermée englobant un point prédéfini [9]. Le principe consiste à couper le plan image le long d'une demi-droite issue du point désigné. A partir d'un point  $P_{cut}$  de cette demi-droite, des extrémités  $P_1$  et  $P_2$  sont définies de part et d'autre de la découpe et une recherche de chemin minimal peut alors être effectuée. La méthode peut s'adapter au cas où la courbe, concave, traverserait plusieurs fois le plan de coupe. Tout le problème revient alors à choisir le point  $P_{cut}$  optimal de la manière la plus efficace possible. Des techniques de type *Branch and Bound* [8] ou recherche dichotomique [99] ont été proposées. On notera que la méthode ne gère pas directement les topologies complexes. Ainsi, pour segmenter des objets à plusieurs composantes connexes, il est nécessaire de positionner un point par composante.

6. <http://www.lcpc.fr/fr/produits/picture.php>

7. Notons que la métrique  $g$  est modifiée, de façon à éviter les courbes de longueur nulle.

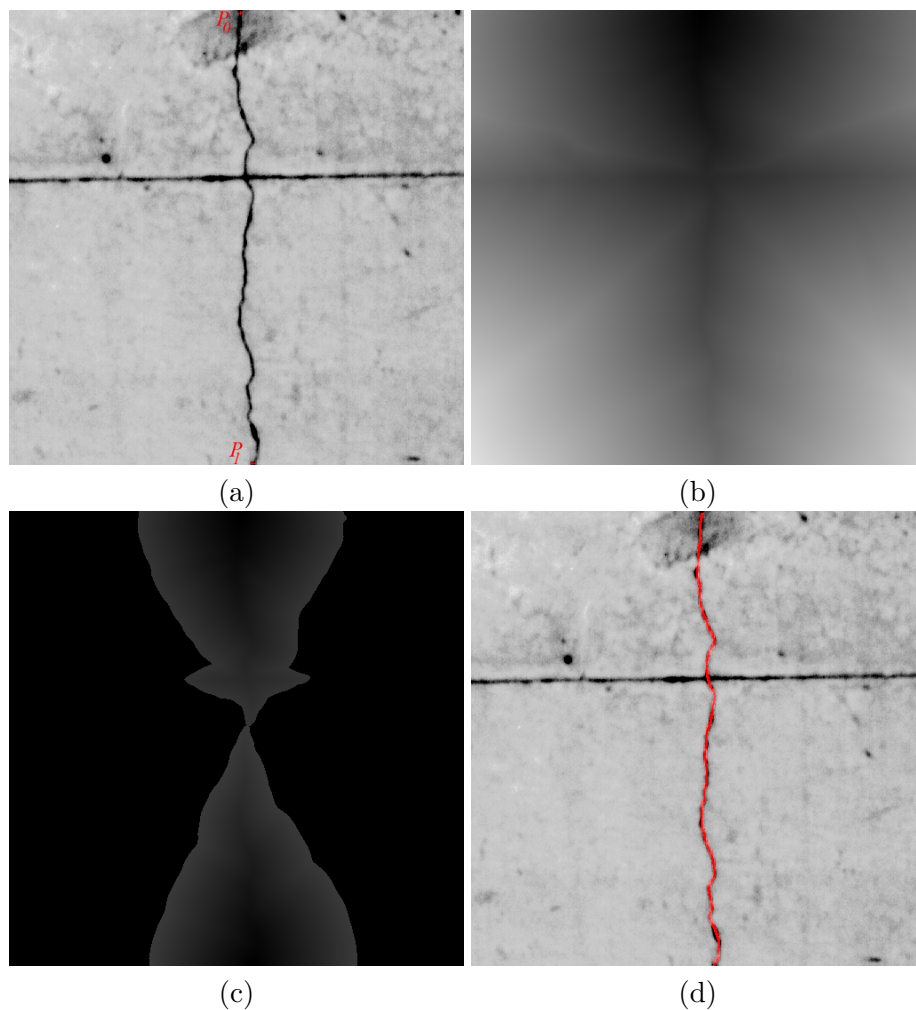


FIGURE 4.2 – Exemple de suivi de ligne de fissure par contour actif géodésique entre deux points. (a) Image originale et points désignés par l'utilisateur ; (b) surface d'action minimale  $U_0$  propagée depuis  $P_0$  ; (c) surfaces  $U_0$  et  $U_1$  obtenues par propagation simultanée depuis  $P_0$  et  $P_1$  (c). La propagation s'arrête lorsque les deux fronts se rencontrent, soit une économie de 74% de calculs ; (d) résultat de l'extraction obtenu par descente de gradient sur l'image (c), à partir du point de rencontre des deux fronts. Le contour est épaissi pour une meilleure visualisation.

## 4 Les contours actifs région

### 4.1 Principe général

Les modèles décrits précédemment ont un point commun. L'information dont dépend leur évolution n'est évaluée que le long de la courbe  $\Gamma$ . On parle d'approche *frontière* ou *contour*. La force image est donc souvent peu attractive. Par ailleurs, cette information dépend habituellement du gradient de l'image, dont le calcul numérique est sensible au bruit. Un concept alternatif, celui des contours actifs orientés région, est apparu vers le milieu des années 1990 [76, 250, 327],



se développant surtout dans les années 2000, à la suite de [53]. L'idée est de formuler le problème de segmentation de l'image comme un problème de partitionnement. Dans le cas à deux régions (ou *phases*), la région intérieure à la courbe fermée  $\Gamma$  correspond à l'objet recherché, tandis que la région extérieure représente le fond, comme l'illustre la figure 4.3. Les régions, poten-

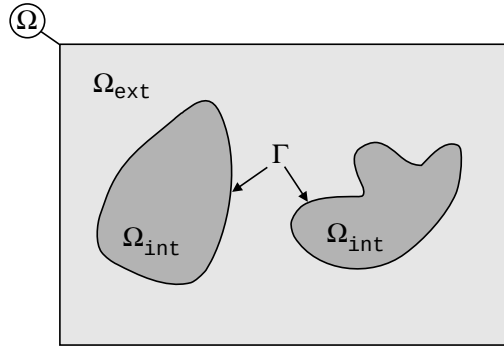


FIGURE 4.3 – Partitionnement du domaine image,  $\Omega$  en une région de fond,  $\Omega_{ext}$ , et une région correspondant à l'objet d'intérêt,  $\Omega_{int}$ . Le contour actif,  $\Gamma$ , marque la frontière entre les deux régions. D'après [126].

tiellement disjointes, sont supposées homogènes et facilement discernables entre elles en termes de statistiques. Elles sont décrites soit par une fonction densité de probabilité, représentée de manière paramétrique ou non, soit par des moments statistiques (moyenne, variance) ou des paramètres déduits comme l'entropie. Ces caractéristiques peuvent être supposées connues, issues d'une phase d'apprentissage, ou bien évaluées au fur et à mesure de l'évolution de la partition. A partir de ces *descripteurs* de régions, on définit une fonctionnelle, dont la minimisation conduit à l'équation d'évolution du contour actif. Notons que la fonctionnelle peut incorporer à la fois des termes *région* et des termes *contour* [234]. Les contours actifs région prennent en compte l'information image d'une manière plus complète que les approches frontière, ce qui les rend moins sensibles à l'initialisation. Ils n'impliquent pas forcément de dérivation de l'image, ce qui est gage de stabilité numérique. Enfin, ils offrent la possibilité de segmenter des régions sans frontière apparente [53] voire, du bruit dans du bruit [185].

## 4.2 Principaux modèles région

La littérature des contours actifs régions est particulièrement florissante depuis quelques années. Nous présentons ici quelques-uns des critères énergétiques les plus connus. On pourra se référer, par exemple, à [86] pour compléter ce rapide tour d'horizon.



### Autour de la fonctionnelle de Mumford et Shah

Le problème de segmentation par recherche d'une partition optimale a été formalisé à l'origine par Mumford et Shah [222], qui proposaient de minimiser la fonctionnelle :

$$E_{MS}(u, \Gamma) = \int_{\Omega} (u - I)^2 d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla u|^2 d\mathbf{x} + \nu \mathcal{H}(\Gamma). \quad (4.17)$$

Cette fonctionnelle présente trois termes dont le poids relatif est réglé à travers les valeurs des coefficients  $\lambda$  et  $\nu$ . Le premier terme mesure l'écart entre la solution et l'observation. Le second pénalise les solutions inhomogènes (en dehors de l'ensemble des discontinuités,  $\Gamma$ ). Enfin, le dernier terme, basé sur une mesure de Hausdorff des contours, mesure la longueur totale des discontinuités. Ce type de fonctionnelle est difficile à optimiser, d'une part car elle est non convexe et, d'autre part, car elle mélange des inconnues de nature différente. La fonctionnelle de Mumford et Shah, ainsi que les variantes qu'elle a inspirées, ont fait l'objet de nombreux travaux dans des approches variationnelles [219].

Une variante intéressante de (4.17) est obtenue lorsqu'on fait tendre  $\lambda$  vers l'infini. Dans ce cas,  $u$  devient nécessairement constante par morceau. On parle de la *cartoon limit* de la fonctionnelle de Mumford et Shah. La solution doit satisfaire :

$$E_{CV}(u_i, \Gamma) = \sum_{i=1}^{N_{reg}} \int_{\Omega_i} (u_i - I)^2 d\mathbf{x} + \nu |\Gamma|, \quad (4.18)$$

où  $\Omega_i$  note les  $N_{reg}$  régions délimitées par l'ensemble des courbes,  $\Gamma$ . Cette fonctionnelle correspond aussi au modèle de la membrane faible (*weak membrane*) de Blake et Zisserman [28]. Si l'on fixe  $\Gamma$ , l'optimum est atteint lorsque, pour tout  $i$ ,  $u_i$  correspond à  $\mu_i$ , la moyenne empirique de  $I$  dans la région  $\Omega_i$ . Chan et Vese ont utilisé cette fonctionnelle pour définir le premier modèle de contour actif n'utilisant pas d'information de frontière, d'abord pour  $N_{reg} = 2$  [53]. L'évolution de la courbe permettant de minimiser  $E_{CV}$  suit :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = ((I - \mu_{int})^2 - (I - \mu_{ext})^2) \mathcal{N} + \nu \kappa \mathcal{N}, \quad (4.19)$$

où  $\mu_{int}$  et  $\mu_{ext}$  correspondent à la moyenne de la région intérieure à la courbe et à la moyenne du fond, respectivement. Par la suite, le cas *multi-phases* a été traité dans [309]. Ce modèle est probablement le modèle région le plus connu. La figure 4.4 montre un exemple d'application du modèle de Chan et Vese sur une image en niveaux de gris.

A la même période, une méthode de minimisation de la fonctionnelle de Mumford et Shah (4.17) par évolution de courbes de niveaux a été proposée, de manière indépendante, à la fois dans [300, 302] et dans [309]. L'algorithme obtenu optimise  $E_{MS}$  de façon alternée par rapport à la variable d'intensité  $u$  et par rapport au contour,  $\Gamma$ . Dans le cas à deux phases, en notant  $u_{int}$

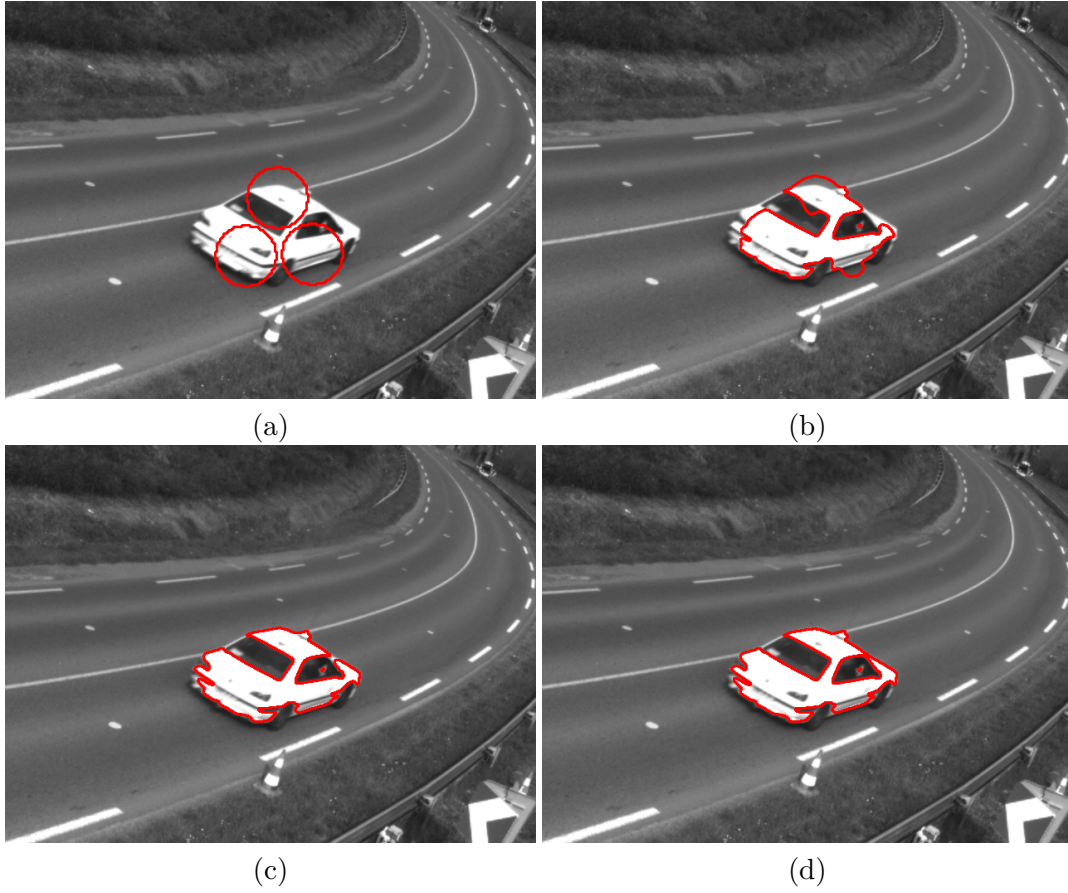


FIGURE 4.4 – Exemple de segmentation par contour actif orienté région. Modèle de Chan et Vese avec contrainte d'élasticité. Image originale et initialisation (a), résultat après 10 (b), 20 (c) et 31 itérations, résultat final (d). Image LCPC Nantes. Le contour est épaissi pour une meilleure visualisation.

la restriction de  $u$  à la région intérieure au contour,  $\Omega_{int}$ , la première étape revient à résoudre :

$$u_{int} - \lambda \Delta u_{int} = I \quad \text{sur} \quad \Omega_{int}, \quad \text{avec} \quad \frac{\partial u_{int}}{\partial \mathcal{N}} = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma, \quad (4.20)$$

et une équation similaire sur la région extérieure à la courbe, pour estimer  $u_{ext}$ . Dans la seconde étape, la courbe évolue selon :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \lambda (|\nabla u_{int}|^2 - |\nabla u_{ext}|^2) \mathcal{N} + ((I - u_{int})^2 - (I - u_{ext})^2) \mathcal{N} + \nu \kappa \mathcal{N}. \quad (4.21)$$

Une adaptation au cas multi-phases a été proposée dans [300, 302, 309]. L'inconvénient de cette approche est que la première étape (4.20) est relativement coûteuse en temps de calcul et que la seconde étape (4.21) nécessite l'extension de  $u_{int}$  et  $u_{ext}$  en dehors de leur région de définition. Comme le résultat est très dépendant de l'initialisation, Tsai *et al.* proposent

d'initialiser l'algorithme par le résultat obtenu à l'aide du modèle *cartoon limit*.

### Fonctionnelles d'homogénéité statistique

La fonctionnelle de Mumford et Shah dans sa *cartoon limit* peut être vue comme un cas particulier, Gaussien, de la fonctionnelle proposée par Zhu et Yuille [327] :

$$E_{ZY}(p_i, \Gamma, N_{reg}) = \sum_{i=1}^{N_{reg}} \left( - \int_{\Omega_i} \log p_i(I(\mathbf{x})) d\mathbf{x} + \nu |\Gamma_i| + \rho \right), \quad (4.22)$$

où  $p_i$  est la densité de probabilité (vraisemblance de classe) caractérisant la région  $\Omega_i$  délimitée par  $\Gamma_i$ , et  $\rho$  est une pénalité constante liée à l'ajout d'une région. Cette fonctionnelle est également reliée au principe de longueur de description minimale (MDL) et à celui du Maximum *A Posteriori* (MAP) [327, 42]. Les densités de probabilités peuvent être approchées par des estimateurs paramétriques [327, 256, 148] ou non paramétriques [185, 85, 226] (par des fenêtres de Parzen [112] ou des histogrammes). Les densités, ou leur paramètres, peuvent être supposées connues [234] ou bien estimées alternativement à l'évolution de la courbe. Dans le cas, à deux classes, où les densités sont supposées appartenir à la famille exponentielle [148, 68], leurs paramètres étant estimés au sens du maximum de vraisemblance, l'équation d'évolution associée s'écrit [192] :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = (\log(p_{ext}(I)) - \log(p_{int}(I))) \mathcal{N} + \nu \kappa \mathcal{N}, \quad (4.23)$$

On retrouve, dans ce cas particulier, la notion de compétition de région proposée par Ronfard [250] et formalisé dans [327] : l'évolution de la courbe tend à englober un point dans la région dont il est statistiquement le plus proche. Dans le cas général, des termes additionnels apparaissent, traduisant la dépendance de l'estimée de la densité de probabilité à l'évolution de la frontière (cf. §4.3). Même si l'importance relative de ces termes est parfois négligeable [158], les omettre peut conduire à des segmentations erronées [174].

D'autres énergies fondées sur l'homogénéité statistique des régions ont été proposées. Jehan-Besson [175], par exemple, considère des fonctionnelles génériques, du type :

$$E(\Omega_i) = \int_{\Omega_i} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x}, \quad (4.24)$$

En prenant  $k(\mathbf{x}) = -\log(p(I(\mathbf{x})))$ , on retrouve la fonctionnelle (4.22). Le descripteur,  $k$ , peut également être fonction de la variance ou du déterminant de la matrice de covariance pour les images couleurs [175] ou bien de l'entropie<sup>8</sup> du signal [160] (les deux notions étant d'ailleurs reliées dans le cas Gaussien [174]). On peut choisir comme descripteur une fonction de la distance entre la densité de probabilité de la région et une densité de probabilité de référence, ce

8. A partir des critères entropiques, on peut bâtir des énergies dont la minimisation s'interprète en termes de maximisation de l'information mutuelle entre la variable image et un champ de labels correspondant à la segmentation [183, 185, 160].

qui fournit un *a priori* statistique intéressant pour des applications de suivi dans des séquences d'images [174, 133]. Diverses mesures, telles, que la norme  $L^2$ , la distance de Hellinger, la divergence de Kullback (ou sa version symétrisée, la J-divergence), la distance du  $\chi^2$  ou encore celle de Bhattacharyya peuvent être employées.

### Critères de dissimilarité

Les approches décrites précédemment recherchent une partition en régions aussi homogènes que possibles. L'autre approche classique en détection et reconnaissance des formes [112] consiste à rechercher, notamment dans le cas à deux classes, des régions aussi *dissemblables* que possible. C'est, par exemple, ce que proposent Yezzi *et al.* dans [323], où la différence quadratique des moyennes (ou des variances) des régions est maximisée. Notons que l'adaptation de ces critères au cas de 3 phases ou plus est fondée sur la maximisation du volume du simplexe défini par les moyennes (ou variances) des régions dans un espace de dimension  $N_{reg} - 1$ . Le critère ne s'adapte donc pas à la segmentation de 3 régions en niveaux de gris, mais cela fonctionne en imagerie couleur. Au-delà des deux premiers moments statistiques, la densité de probabilité des régions peut également être utilisée comme descripteur. Dans ce cas, on cherche à maximiser une distance (au sens large) entre densités de probabilités, telle que la distance de Bhattacharyya [212] ou la J-divergence [162]. Enfin, on peut également maximiser une mesure de dissimilarité entre valeurs de pixels, comme dans [280] pour le cas à 2 classes, une extension au cas multi-phases étant proposée dans [25].

### Approches régions locales

Alors que l'approche initialement proposée par Ronfard était fondée sur l'utilisation de descripteurs locaux [250], les méthodes développées par la suite se sont le plus souvent appuyées sur une hypothèse d'homogénéité statistique globale à l'intérieur des régions. Une tendance actuelle est à la remise en question de cette hypothèse et au retour à des approches plus locales. La motivation peut être liée à la qualité des images, certaines modalités d'imagerie, telles que l'IRM [197] ou l'angiographie [279] produisant parfois des variations spatiales d'intensité. Une autre justification est la prise en compte d'objets eux-mêmes hétérogènes [191]. La gestion des variations spatiales d'intensité peut être envisagée de plusieurs façons. On peut, par exemple, remplacer le modèle d'image constant par morceaux qui sous-tend la fonctionnelle de Chan et Vese, par un modèle polynomial par morceaux. L'intensité du fond et de l'objet sont alors définies comme des combinaisons linéaires de monômes, dont les coefficients sont estimés en alternance avec l'évolution de la courbe [120]. Dans [226], une méthode utilisant comme caractéristique des histogrammes locaux est modifiée par l'ajout d'un paramètre de translation des histogrammes sur l'axe d'intensité. Récemment, des adaptations de la fonctionnelle de Chan et Vese utilisant des statistiques locales, calculées à l'aide de noyaux gaussiens, ont été proposées dans [197] et [42]. En particulier, Brox et Cremers font le lien entre ce type de critère énergétique et la fonctionnelle

lisse par morceaux de Mumford et Shah (4.17) et proposent une énergie incorporant également la variance. Une approche fondée sur une énergie de type (4.24) avec des descripteurs locaux est présentée dans [47]. Enfin, dans [191], l'énergie minimisée est obtenue par intégration le long du contour de termes d'attache aux données régions, restreints à une fenêtre circulaire. Les modèles de Chan et Vese [53], de séparation des moyennes [323] ou de maximisation de la distance de Bhattacharyya sont traduits dans ce formalisme.

Par rapport aux méthodes globales, les méthodes locales requièrent des temps de calcul et des quantités de mémoire plus importants pour évaluer les descripteurs. Par ailleurs, l'optimisation est plus compliquée car les fonctionnelles comportent de plus nombreux minima locaux.

### 4.3 Dérivation de l'équation d'évolution

#### Approches usuelles

La dérivation de l'équation d'évolution du contour, associée à la minimisation des critères d'énergie des contours actifs basés région, n'est pas immédiate. Plus précisément, il n'est pas possible de dériver directement les intégrales région par rapport à la variable de domaine  $\Omega_i$ . En effet, l'ensemble des domaines de  $\mathbb{R}^2$  ne possède pas de structure d'espace vectoriel.

Une première solution consiste à transformer les intégrales régions en intégrales contours, grâce à la formule de Green-Riemann. Dans ce cas, la variable à optimiser est  $\Gamma$ , qui appartient à l'espace des courbes fermées régulières ( $\mathcal{C}^1$ ) du plan qui, lui, possède une structure d'espace vectoriel. On emploie alors les outils classiques de calcul des variations pour dériver le critère. Finalement, un schéma de descente de gradient conduit à l'équation d'évolution. Cette méthode est employée, par exemple, dans [327, 234]. Une telle approche nécessite une certaine rigueur vis-à-vis de la dépendance par rapport au domaine en évolution. En effet, le critère peut dépendre de la variable  $\Omega_i$  de deux façons : à travers les bornes d'intégration et à travers l'intégrande elle-même. C'est, par exemple, le cas d'un descripteur incluant la moyenne de la région : cette dernière varie, évidemment, lorsque la région évolue.

La seconde méthode possible de dérivation consiste à employer la notion de dérivée de domaine ou dérivée eulérienne. Issue des travaux de Zolésio [275, 101] et également employée dans le calcul du flot optique [259], elle est équivalente à la première méthode [10]. Plus directe, elle évite l'étape de transformation des intégrales. De plus, la dépendance du descripteur par rapport à la région y est explicitement prise en compte. Enfin, la variable de temps  $t$  est introduite dès l'origine. En effet, on considère que le domaine, plongé dans un champ vectoriel de vitesse  $\mathbf{V}$ , subit des déformations au cours du temps. Cela définit une suite de fonctionnelles  $J(\Omega_i(t)) = \iint_{\Omega_i(t)} k(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$ , évoluant avec le temps et dont la dérivée eulérienne dans la direction  $\mathbf{V}$  est donnée par :

$$\delta_E(J(\Omega_i(t))) = \iint_{\Omega_i(t)} \frac{\partial k}{\partial t}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} - \int_{\Gamma(t)} k(\mathbf{x}, t) \langle \mathbf{V}, \mathcal{N} \rangle ds, \quad (4.25)$$

où  $\mathbf{x}$  est la position dans le plan. On pourra se référer à [174] pour une présentation plus détaillée de ces notions. Ce résultat, également classique en mécanique des milieux matériels [140], exprime le fait que la variation du critère provient à la fois de la variation de la fonction intégrée (premier terme) et du flux du descripteur à travers la frontière, dû au mouvement du domaine (second terme). Dans le cas particulier où le descripteur ne varie pas lors de l'évolution de la région (par exemple,  $k(\mathbf{x}) = \mathbf{1}$  ou  $k(\mathbf{x}) = \mathbf{I}(\mathbf{x})$ ), le premier terme est nul. Dans le cas général, on alterne l'application des règles classiques de dérivation et de (4.25) jusqu'à faire disparaître toute dépendance région. Dans les deux cas, on obtient finalement une expression du type :

$$\delta_E(J(\Omega_i(t))) = - \int_{\Gamma(t)} F(\mathbf{x}, t) \langle \mathbf{V}, \mathcal{N} \rangle ds. \quad (4.26)$$

On en déduit que le champ vectoriel optimal est de la forme  $\mathbf{V} = \partial\Gamma/\partial t = F\mathcal{N}$ . Ce mécanisme a été proposé, et formalisé pour un nombre de niveaux de dépendance région allant jusqu'à 2, dans [175].

On notera que l'équation d'évolution obtenue est une EDP géométrique, de la forme (4.6). Logiquement, son implantation est donc le plus souvent réalisée par l'algorithme des ensembles de niveaux. A ce propos, comme remarqué au paragraphe 3.2, les ensembles de niveaux fournissent non seulement un outil algorithmique performant mais également un système de représentation des régions relié à la notion de fonction caractéristique. On peut donc facilement transformer une intégrale portant sur un domaine en une intégrale portant sur la totalité du domaine image,  $\Omega$ . De même, la contrainte de longueur sur  $\Gamma$  s'écrit comme l'intégrale sur  $\Omega$  de la dérivée (au sens des distributions) de  $H$ , la fonction Dirac  $\delta$  [326]. Tout critère région peut ainsi être traduit en une fonction de  $\psi$ . Par calcul des variations (équations d'Euler-Lagrange) et mise en place d'un schéma dynamique de type descente de gradient, on obtient alors l'équation d'évolution pour  $\psi$ . Cette troisième façon de procéder a été mise en œuvre dans [326, 256] et s'est popularisée à la suite de [53], où (4.19) est traduite en :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \delta(\psi) \left\{ ((I - \mu_{int})^2 - (I - \mu_{ext})^2) + \nu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|} \right) \right\}. \quad (4.27)$$

Notons qu'en pratique, on utilise des approximations continues des fonctions  $H$  et  $\delta$ , pour éviter les instabilités numériques [326].

### Travaux récents

La vitesse d'évolution des contours actifs n'est définie que sur la courbe en évolution. De plus, suivant son initialisation, le contour actif n'explore qu'une partie du domaine image. Ainsi, une courbe initialisée autour d'un objet comprenant un trou capture les frontières externes de l'objet mais ne peut pas segmenter le trou<sup>9</sup>. Une illustration de ce problème est donnée

9. Une exception intéressante est corollaire à la mise en œuvre de (4.27) sur l'ensemble du domaine image. La fonction  $\delta$  étant approchée par une fonction à support étendu, des changements de signe de  $\psi$  peuvent apparaître

sur la figure 4.5 (b-c), pour des images de cellules. Pour y remédier, on peut considérer la dérivée topologique [101], issue de recherches sur l'optimisation de forme. Définie sur l'ensemble du domaine image, celle-ci mesure la sensibilité de l'énergie à une modification topologique des domaines étudiés (introduction de trous, notamment). Son utilisation dans des modèles de contours actifs a été proposée dans [46, 268] en reconstruction. Elle a récemment été employée par He et Osher pour la segmentation par modèle de Chan et Vese multi-phases [157].

Un second aspect récemment sujet à investigation est celui du lissage des directions de descente. Les dérivations décrites ci-dessus fournissent des EDP locales. En présence de bruit, la courbe perd son caractère lisse, ce qui rend plus imprécis le calcul des normales locales et donc, l'évolution. On peut introduire une contrainte de longueur, mais cela comporte des limites (cf. Chap. 5). Une alternative consiste à se placer dans un espace de Sobolev, tel que  $H^1$ , étendant  $L^2$  aux fonctions à dérivée de carré intégrable, et muni d'un produit scalaire de la forme<sup>10</sup> :  $\langle f, g \rangle_{H^1} = \langle f, g \rangle_{L^2} + \lambda \langle f', g' \rangle_{L^2}$ . On montre que le gradient d'une fonctionnelle  $E$  dans cette espace est relié au gradient usuel, défini en norme  $L^2$ , par :  $\nabla E_{L^2} = \nabla E_{H^1} - \lambda(\nabla E_{H^1})''$ . Dans [282, 283], ce principe est appliqué dans l'espace tangent aux courbes. Le flot résultant implique un lissage du contour, favorisant des évolutions globales, ce qui peut être bénéfique dans des applications de suivi. Par contre, cela nécessite une extraction qui complique l'algorithme des *Level Sets*. Une alternative, plus simple, consiste à utiliser la norme de Sobolev dans le plan image [244, 246], ce qui se revient à lisser le champ de vitesse.

#### 4.4 Approches multi-phases, schémas alternatifs de minimisation

Une des limitations des contours actifs région provient du fait qu'une courbe ne permet de séparer un domaine qu'en deux régions (éventuellement formées de plusieurs composantes non connexes). La généralisation des méthodes par évolution de courbe à la segmentation en  $N_{reg}$  régions distinctes, ou phases, nécessite donc un traitement particulier. Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'adaptation au cas multi-phases des méthodes basées sur des mesures de dissimilarité requiert des aménagements [323, 25] qui entraînent parfois certaines limitations [323]. En ce qui concerne les critères basés sur des mesures d'homogénéité, on recense principalement trois familles de méthodes.

L'une d'elles utilise  $\log_2(N_{reg})$  courbes (ou ensembles de niveaux), les intersections de leurs régions intérieures formant également des régions, et l'union de leurs extérieurs représentant le fond. Cette représentation, proposée dans [309] a été adoptée par de nombreux auteurs. Elle pose cependant un problème dans le cas où  $N_{reg}$  n'est pas une puissance de deux : des régions se trouvent naturellement vides, alors que leurs statistiques sont censées participer à l'évolution des courbes.

C'est pourquoi la seconde approche [326, 256] met en jeu une courbe par région, malgré le

---

loin de la courbe, permettant la capture de trous, cf. [53, Fig. 4].

10. Des définitions un peu plus élaborées, adaptées à l'espace des courbes sont données dans [282].



surcoût que cela représente. Dans ce cas, l'utilisation de fonctionnelles de la forme (4.22) ne garantit pas l'obtention d'une partition correcte de l'image : on peut obtenir des vides ou des superpositions de régions. Il est alors nécessaire d'incorporer dans la fonctionnelle minimisée un terme assurant que tout point soit associé à une et une seule région [326, 256]. Une autre solution [236, 43] consiste à modifier directement l'équation d'évolution pour introduire un terme de couplage. Enfin, Mansouri *et al.* proposent dans [204] une structuration des régions qui aboutit à une série d'EDP implantant des compétitions de région en *un contre tous*. On retrouve dans les approches par contours actifs la question, classique, du choix de la partition initiale et du nombre de régions, à laquelle des techniques de partitionnement hiérarchique [176, 42] ou de fusion de régions [22] sont susceptibles de répondre.

La troisième famille de méthodes, liée à la fonctionnelle de Mumford et Shah dans sa *cartoon limit*, est apparue plus récemment. L'idée directrice consiste à n'employer qu'une fonction hôte,  $\psi$ , pour gérer l'ensemble des régions. Dans [71],  $N_{reg}$  lignes de niveaux de  $\psi$  sont utilisées pour représenter les frontières de régions. Les lignes de niveaux évoluent simultanément, *via* l'équation d'évolution sur  $\psi$ . Plutôt que de représenter les régions par leurs frontières, on peut également s'intéresser à leur fonction caractéristique. Dans ce cas, le problème de segmentation multi-phases se ramène à l'estimation d'une fonction constante par morceaux, dont les niveaux entiers identifient les régions [199]. On pourrait donc voir cela comme un retour en arrière, les fonctionnelles proposées dans des travaux récents [23] étant parfois connues de longue date dans le domaine des champs Markoviens [74]. Cependant, la disponibilité de méthodes d'optimisation telles que les *Graph Cuts* [31] donne un intérêt nouveau à ces méthodes, notamment en termes d'efficacité [15].

Finalement, une autre méthode alternative à l'évolution de courbes consiste à déformer un maillage représentant les frontières des régions, en alternant des opérations de regroupement de régions, de déplacement et de suppression de nœuds [139].

## 5 Optimisation globale rapide pour les contours actifs

Les méthodes de type *Graph Cuts* sont efficaces en temps de calcul mais présentent l'inconvénient d'être de résolution pixellique. Récemment, des techniques variationnelles, issues de recherches sur le débruitage d'images binaires, ont débouché sur des méthodes tout aussi rapides, plus précises et assurant l'optimalité globale pour la segmentation à deux classes.

Plus précisément, Chan *et al* ont proposé dans [229] de considérer la fonctionnelle suivante :

$$E_{CEN}(\mu_{int}, \mu_{ext}, u) = \int_{\Omega} |\nabla u| + \lambda \int_{\Omega} \{(\mu_{int} - I(\mathbf{x}))^2 - (\mu_{ext} - I(\mathbf{x}))^2\} u(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (4.28)$$

dont la minimisation par descente de gradient aboutit au même état stable que celui de l'équation (4.27),  $u$  remplaçant  $\psi$ . Cette énergie a le bon goût d'être convexe, contrairement à celle de Chan et Vese, mais il est nécessaire de contraindre  $u$  à appartenir à l'intervalle  $[0, 1]$  pour que



l'EDP associée ait une solution. On montre alors que si  $(\mu_{int}, \mu_{ext}, u)$  minimise  $E_{CEN}$ , pour  $\mu_{int}, \mu_{ext} \in \mathbb{R}$  et  $u(\mathbf{x}) \in [0, 1]$ , alors le triplet  $(\mu_{int}, \mu_{ext}, \mathbb{1}_{\{\mathbf{x} : u(\mathbf{x}) \geq \mu\}})$  est un minimiseur global de l'énergie (4.18). L'aspect remarquable de ce résultat est qu'il est vrai quelle que soit la valeur du seuil  $\mu$ .

Le point clef de la méthode est la minimisation de (4.28). Une descente de gradient est possible mais le terme  $L^1$  nécessite une régularisation et l'utilisation d'un pas de temps faible. La contrainte  $u(\mathbf{x}) \in [0, 1]$  doit également être respectée. Des méthodes très rapides, fondées sur des formulations duales développées notamment pour les décompositions d'image en structure et texture (voir par exemple [14]), peuvent être appliquées pour accélérer l'optimisation. Tout récemment [150] la méthode dite Split-Bregman a permis d'atteindre des temps de calcul comparables à ceux des *Graph Cuts*. Nous avons, à titre d'exemple, appliqué cette méthode à une image de cellule (figure 4.5). Les temps de calcul sont largement inférieurs à ceux des algorithmes *Level Sets*, même accélérés, que nous utilisons habituellement. Par ailleurs, on constate que les zones blanches à l'intérieur de certaines cellules sont correctement segmentées, alors que les algorithmes *Level Sets* ne les capturent qu'à proximité de la courbe initiale.

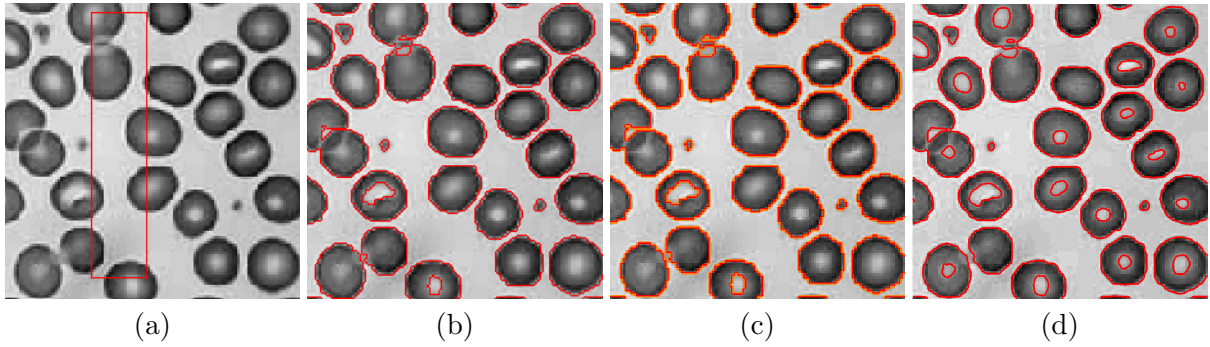


FIGURE 4.5 – Initialisation pour les algorithmes Level Sets (a) et résultats de segmentation par contour actif orienté région (modèle de Chan et Vese) d'une image  $230 \times 230$  tirée de [323] (b,c,d). Algorithme levels sets [232], implantation C+Matlab (A. Foulonneau) : temps de calcul environ 12 secondes (b). Algorithme Level Sets rapides de Shi et Karl [269], implantation Matlab (G. Gaullier) : temps de calcul environ 4s (c). Algorithme de Goldstein *et al* [150], implantation C+Matlab (disponible sur [www.math.ucla.edu/~xbresson/code.html](http://www.math.ucla.edu/~xbresson/code.html)) : temps de calcul environ 0,04s (d). Moyennes des régions :  $\mu_{int} = 202$ ,  $\mu_{ext} = 87$  pour (b,c) et  $\mu_{int} = 205$ ,  $\mu_{ext} = 86$  (d).

La méthode de Chan *et al.* a été adaptée dans [35] en utilisant une norme pondérée de  $\nabla u$  en lieu et place de la norme  $L^1$ , reliant ainsi les approches de Chan et Vese et de Mumford et Shah aux contours actifs géodésiques. Par ailleurs, l'approche est appliquée dans [162] à un critère région de dissimilarité (maximisation de la J-divergence) et dans [226], à un critère région d'homogénéité basé sur des histogrammes locaux.

Ces méthodes cherchent, en fait, à estimer la fonction caractéristique des régions, en calculant une image définie sur  $[0, 1]$ , puis en la seuillant. Dans le même registre d'idées, une fonction non binaire d'appartenance probabiliste à la région est estimée dans [87] à l'aide d'une méthode

originale de minimisation globale.

L'extension de ce type de méthodes au cas multi-phases est un sujet d'actualité. La version proposée récemment dans [242] semble s'approcher de l'optimum global.

## 6 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons proposé un tour d'horizon des principales approches de la segmentation d'image par contours actifs, développées ces deux dernières décennies.

Les recherches portant sur l'amélioration de l'attractivité des potentiels image ont débouché sur une gamme de termes d'attache aux données plus performants, que ce soit dans une approche frontière ou dans une perspective région. Le développement de critères énergétiques adaptés se poursuit avec l'accroissement du nombre d'applications pratiques des contours actifs.

Les outils théoriques permettant la dérivation d'équations d'évolution à partir des critères régions ou frontière sont maintenant bien connus. La dérivée eulérienne, notamment, permet de prendre en compte correctement la dépendance éventuelle des critères région vis-à-vis de la courbe en évolution. L'utilisation de normes non euclidiennes permet d'obtenir des directions de descente plus lisses et la dérivée topologique, d'explorer plus complètement le domaine image.

Enfin, des outils algorithmiques relativement efficaces en termes de temps de calcul sont disponibles. Qu'elles soient basées sur une représentation implicite ou explicite, les techniques actuelles autorisent les changements de topologie en cours d'évolution. Plusieurs solutions permettant d'atteindre rapidement l'optimum global de l'énergie, dans certaines situations, sont récemment apparues. Il est à noter que quelques-unes d'entre elles remettent au goût du jour des techniques de classification ou de restauration d'images déjà connues, mais bénéficiant d'avancées récentes en termes d'algorithmique. En particulier, les approches fondées sur les graphes et les approches d'optimisation duale semblent prometteuses.



## Chapitre 5

# Contribution à l'introduction de contraintes géométriques de formes pour les contours actifs

*Ce chapitre est centré sur mes contributions dans le domaine des modèles déformables, qui concernent principalement l'introduction de contraintes de formes pour les contours actifs. Initialement motivées par des applications d'analyse d'images, telles que la détection de panneaux de signalisation, ces recherches ont abouti à des outils d'intérêt plus général. En particulier, elles m'ont permis de lancer récemment une nouvelle thématique dans l'équipe, portant sur la reconstruction d'images par modèles déformables.*

## 1 Introduction

Dans un certain nombre d'applications, des informations de haut niveau sur la forme des objets recherchés sont disponibles. Le cadre général des modèles déformables permet la prise en compte de ces *a priori*, de deux façons différentes : au niveau du modèle lui-même, ou dans la définition du problème d'optimisation associé. La première alternative met en jeu des modèles très spécifiques, dédiés à une catégorie particulière de formes, pouvant être représentée par un prototype et un modèle probabiliste des déformations admissibles, dans la lignée de [152]. Elle s'adapte naturellement à des objets manufacturés, tels que des véhicules [111] ou des objets militaires [213]. Nous l'avons appliquée à la détection de panneaux de signalisation. La seconde alternative consiste à intégrer des contraintes de forme dans des modèles beaucoup plus généralistes comme les contours actifs [178, 49, 53], ce qui a constitué un domaine de recherche relativement productif au début des années 2000. Dans ce cadre, nous avons développé un système original de représentation des formes permettant la définition de contraintes multi-modèles et invariantes par transformations géométriques affines. Le domaine d'application de ces techniques est principalement l'analyse d'images. Toutefois, nous pensons que l'introduction de contraintes de formes

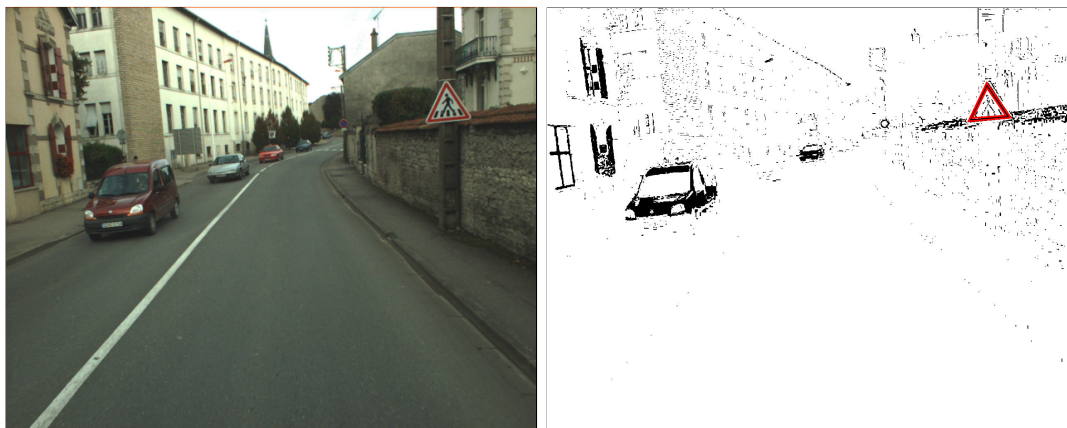


FIGURE 5.1 – Exemples de détection par ajustement de forme prototype. A gauche : image originale. A droite : résultat de détection superposé sur la carte de couleur rouge associée. Les contours sont épaissis pour faciliter la visualisation.

peut également s’avérer très utile dans le domaine de la reconstruction d’images. C’est pourquoi nous explorons cette possibilité, ce qui, à notre connaissance, n’a jamais encore été rapporté dans la littérature.

## 2 Méta-heuristiques biologiques et modèles déformables

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Guillaume Dutilleux, Ingénieur des Travaux Publics de l’Etat (ITPE), chercheur et responsable au LRPC de Strasbourg de l’ERA « Acoustique ». Ils ont donné lieu à un chapitre d’ouvrage [115] et à un logiciel démonstrateur.

Les modèles déformables sont d’usage désormais très courant dans le domaine de la segmentation d’images et peuvent fournir des outils intéressants dans les applications des Ponts et Chaussées, telle que l’analyse de scènes routières. Nous avons étudié l’application de techniques d’ajustement de formes prototypes déformables (*deformable templates*) [111, 213] au problème de la détection de la signalisation verticale de danger dans des images de la route et de son environnement proche. Ces modèles très spécifiques sont bien adaptés à l’application, puisque les panneaux sont de forme géométrique normalisée. Les contraintes sur les déformations s’imposent facilement dans le cadre bayésien traditionnel. La fonctionnelle d’énergie mise au point combine des informations région et contour. Comme elle présente de nombreux minima locaux, une méthode d’optimisation globale est bien indiquée. Nous avons mis en œuvre trois algorithmes inspirés des mécanismes du vivant, ou *méta-heuristiques biologiques* : les stratégies d’évolution (ES) [245], la sélection clonale (CS) [98] et les essaims de particules (PSO) [73]. Nous avons réalisé une évaluation systématique des trois algorithmes sur des séquences d’images, en vraie grandeur.

Les méthodes développées nécessitent des temps de calculs relativement importants et leur application à grande échelle demeure encore sujette à amélioration, de ce point de vue. Au cours de ces travaux, j'ai défini un critère de couleur permettant la sélection rapide des pixels rouges dans une image RGB. Associé à des critères de forme, de position et de symétrie [202, 201, 17], il offre un moyen de sélectionner rapidement les images susceptibles de contenir un panneau de danger ou d'interdiction. L'évaluation de cette méthode a abouti à une communication en conférence internationale [125]. Ces recherches sont désormais poursuivies par P. Foucher, Chargé de Recherche Ponts et Chaussées, dans mon équipe. Elles font l'objet d'une collaboration avec l'équipe du LEPSIS (LCPC Paris) dans le cadre du projet ANR iTOWNS, auquel nous participons.

### 3 Contraintes multi-références et invariance géométrique

Ces recherches ont fait l'objet de la thèse d'Alban Foulonneau, dont j'ai assuré l'encadrement à 70%. La thèse a été soutenue le 15 décembre 2004. Alban est actuellement Maître de Conférences à l'Université de Haute Alsace (UHA) après avoir continué à collaborer à nos travaux pendant ses 2 années d'ATER à l'IUT de Schiltigheim. Ces travaux ont conduit aux publications [132, 129], [126], ainsi qu'aux communications internationales [130, 127]. La publication [132] est annexée au présent document, partie II-4.

#### 3.1 Motivations

Au contraire d'autres modèles déformables, tels que les *deformable templates*, les contours actifs sont naturellement peu contraints, puisqu'il s'agit de courbes auxquelles on impose un certain degré de régularité. L'utilisation de fonctionnelles orientées région a permis, depuis la fin des années 1990, d'améliorer sensiblement les performances de ces modèles en prenant mieux en compte l'information présente dans les images. Celle-ci n'est cependant pas toujours suffisante en pratique. Parfois, les objets d'intérêt ne sont pas facilement discernables du fond ; ils peuvent également se trouver occultés par d'autres éléments de la scène. Les contraintes classiques de régularité (portant sur la longueur de la courbe, ou l'aire de sa région intérieure), basées sur des informations souvent locales ne sont pas adaptées à certains types de formes, telles que les polygones ou les formes très allongées. Par ailleurs, dans certaines applications, on possède une connaissance, parfois très précise, de la classe d'objet recherché. La prise en compte de ces informations de *haut niveau* dans la définition de contraintes de forme constitue donc, logiquement, un sujet d'intérêt pour de nombreuses équipes depuis le début des années 2000. Nous proposons de passer brièvement en revue les approches les plus connues et les principaux aspects du problème, avant de décrire la méthode que nous avons développée. Plus de détails sur notre méthode peuvent être trouvés dans la publication [132], annexée à ce mémoire et dans la thèse d'Alban Foulonneau [126].

### 3.2 Contraintes de forme : état de l'art

#### Contraintes géométriques génériques

Les contraintes de forme proposées dans la littérature sont souvent fondées sur une connaissance assez spécifique des objets recherchés. Certains objets, présentant des degrés de variabilité très importants ou, au contraire, très simples, peuvent être favorisés par des contraintes géométriques génériques. Par exemple, il est possible d'utiliser la compacité (ou son inverse, le rapport isopérimétrique [102, 283]). Défini comme le rapport entre l'aire et le périmètre de la forme, il est optimal pour le cercle et donc, bien adaptée pour contraindre la courbe à prendre une forme circulaire. Dans le même registre d'idées, les contours actifs d'ordre supérieur se prêtent bien à la modélisation de classes d'objets linéiques [249] ou circulaires [161], selon le choix des valeurs de paramètres dans l'énergie *a priori* définie par :

$$E(\Gamma) = \lambda_L |\Gamma| + \lambda_A |\Omega_{int}| - \lambda_I \iint \mathcal{T}(p) \cdot \Psi(\Gamma(p), \Gamma(p')) \cdot \mathcal{T}(p') dp dp' \quad (5.1)$$

où l'on retrouve la longueur de la courbe, l'aire de sa région intérieure et une énergie tenant compte des interactions entre paires de points, à travers la fonction  $\Psi$ . Celle-ci est définie de façon à favoriser l'alignement des tangentes à la courbe ( $\mathcal{T}$ ) pour des points voisins, et à tenir à distance deux points de tangentes opposées.

#### Contraintes de haut niveau et forme de référence

Il existe plusieurs façons d'implanter une contrainte de forme de haut niveau dans les contours actifs. On peut, par exemple, agir sur l'équation d'évolution en la modifiant pour favoriser l'apparition de certaines catégories de formes [306, 205], ou en y ajoutant une force d'attraction vers une forme cible [195, 79, 72]. Dans l'esprit des travaux de Cootes *et al.* [81], il est possible de limiter l'optimisation d'une énergie image à un sous-espace propre obtenu par Analyse en Composantes Principales (ACP) [303].

La plupart du temps, cependant, un terme supplémentaire, d'*a priori* est incorporé dans la fonctionnelle d'énergie associée au contour actif [277, 252, 90, 66, 37, 325, 84]. Un paramètre de régularisation permet alors de régler le compromis entre fidélité aux données et *a priori* de forme, selon le niveau du bruit d'observation et la confiance que l'on place dans le modèle. C'est l'approche que nous avons adoptée dans nos travaux.

La contrainte de forme est, généralement, fondée sur une mesure de similarité entre la forme en évolution et une *forme de référence*. Celle-ci peut représenter une silhouette prédéfinie, comme dans [247, 127]. Dans des applications de suivi, il peut s'agir du résultat de la segmentation à l'image précédente [325, 141]. Le plus souvent, la forme de référence est issue d'une phase d'apprentissage [277, 83, 252, 303, 66, 37, 97].



FIGURE 5.2 – Exemples de formes de topologies variées. A gauche : forme homéomorphe à un point ; au centre : forme à trous ; à droite : forme à trois composantes.

### Représentation des formes

Si quelques auteurs emploient des représentations paramétriques des courbes (descripteurs de Fourier [277, 286, 64] ou *splines* [83]), ou bien encore des représentations géométriques différentielles (fonction orientation ou fonction courbure) [177], la plupart des travaux récents sur les contraintes de forme sont basés sur des modèles implicites, indépendants du choix de la paramétrisation.

En particulier, les cartes de distance signées (CDS) sont très populaires [195, 252, 303, 66, 37, 84]. Cette représentation est liée à une implantation particulière, à savoir l'algorithme des *Level Sets*. Elle est aussi reliée à la notion de fonction caractéristique, laquelle est utilisée par exemple dans [137]. Récemment, Cremers *et al.* ont introduit [87] une fonction codant la probabilité d'appartenance à la forme, version probabiliste de la fonction caractéristique. L'intérêt est que l'espace de représentation des formes ainsi défini est convexe, ce qui n'est pas le cas avec les CDS ou les fonctions caractéristiques.

Très récemment, Sundaramoorthi *et al.* ont proposé une approche basée sur l'utilisation de moments de contours [283]. Ces derniers sont plus aptes à représenter des détails fins à l'aide de peu de coefficients. Par contre, tout comme les descripteurs de Fourier [277, 286, 64], ces représentations orientées contours ne sont pas adaptées à la modélisation d'objets à topologie complexe (objets à trous ou à plusieurs composantes connexes, par exemple). Au contraire, les représentations orientées région (CDS, fonction caractéristique) sont directement applicables à toutes sortes de formes.

### Prise en compte de la variabilité d'aspect

La question la plus importante quand on utilise une forme de référence est celle de la *variabilité* de forme. Il s'agit de permettre des variations par rapport à la référence, de façon à prendre en compte les différences d'aspect rencontrées en pratique. Dans [247], une approche géométrique est proposée. Dans [325], un ensemble de formes est considéré. A chaque étape, la forme la plus proche de celle définie par le contour en évolution est choisie comme référence. Cependant, dans la grande majorité des travaux existants, cet aspect est abordé selon un point de vue statistique. La plupart des modèles sont fondés sur l'ACP, [81, 286, 195, 303, 37, 87],



sous-tendue par un modèle gaussien. Or, les distributions rencontrées en pratique sont très rarement gaussiennes. C'est pourquoi le « truc du noyau » est utilisé dans [83, 97] pour changer d'espace de représentation. Dans le même registre d'idées, une représentation non paramétrique de la densité de probabilité *a priori* des formes par fenêtres de Parzen est proposée dans [84] et étendue dans [184] à différentes métriques sur les courbes.

### La question de l'alignement

Une seconde question importante lorsqu'on travaille avec une forme de référence est celles de l'alignement de forme. En effet, la forme de référence est généralement définie dans un repère intrinsèque. La forme que l'on souhaite segmenter n'a quasiment aucune chance de se trouver dans la même position, orientation et taille dans l'image étudiée. Ces paramètres, dits *paramètres de pose*, sont en général pris en compte de manière explicite dans la définition de la contrainte de forme [195, 252, 247, 303, 66, 37]. Comme ils sont inconnus, cela augmente d'autant le nombre de degrés de liberté du problème d'optimisation, et conduit généralement à des systèmes d'EDP couplées. Une façon de contourner le problème consiste à définir des descripteurs de forme qui soient intrinsèquement invariants aux translations, mises à l'échelle et rotations. C'est ce qui a été fait dans [286, 90] pour des représentations explicites des courbes et dans [127, 84] pour des représentations implicites. Nous avons ensuite étendu [129] cette idée au cas de l'invariance affine (évoqué, mais non implanté dans [84]) en utilisant le concept de normalisation de forme [238]. Cette idée a, récemment, été reprise dans les travaux de Vu et Manjunath [314, 313].

### Les distances entre formes

La troisième question est celle de la définition d'une mesure de similarité ou de distance entre formes. Plusieurs solutions ont été proposées (*cf.* tableau 2.1 de la thèse d'A. Foulonneau [126]). On trouve principalement des distances quadratiques, entre descripteurs de formes (coefficients de Fourier [277] ou points de contrôles de *splines* [83], par exemple), entre fonctions distances signées [252, 88] ou entre fonctions caractéristiques [65, 247, 54, 84, 314]. Par ailleurs, la carte de distance signée associée à la forme de référence (ou une fonction de celle-ci) peut être intégrée le long du contour [66, 36, 141], l'intégrale s'annulant lorsque celui-ci est parfaitement confondu avec la référence, mais ce terme reste local. Elle peut également être intégrée sur la région intérieure au contour [325, 138], cette intégrale étant aussi négative que possible lorsque forme en évolution et forme de référence sont identiques.

Il peut être intéressant de ne pas appliquer la contrainte de forme sur tout le domaine image,  $\Omega$ , soit pour laisser apparaître des détails fins aux abords de l'objet [16], soit afin d'éviter l'influence d'objets éventuellement présents sur la région de fond. Dans le dernier cas, on introduit une variable binaire  $L(\mathbf{x})$  dans le critère de similarité utilisé (différence quadratique des fonctions distances). Cette variable, dont l'estimation est effectuée en alternance avec l'évolution de la courbe, permet d'annuler la contribution à la contrainte de forme des régions de l'image où

la courbe en évolution ressemble peu à la référence, en termes de fonction distance. C'est la technique de *Dynamic Labeling* [88], également appliquée dans [54].

### Le traitement des occurrences multiples

L'utilisation des contraintes de forme pour la recherche simultanée de plusieurs objets dans une même image est une question difficile, qui n'a suscité que peu de travaux pour l'instant. Dans [89], la technique du *Dynamic Labeling* est étendue au cas de  $N_{obj}$  objets (de caractéristiques photométriques identiques, en combinant  $\log_2(N_{obj})$  fonctions  $L$ ). Une approche voisine est proposée dans [297], où la contrainte de forme multi-modèle n'est imposée que dans les régions d'occultation des objets. Un examen des intensités moyennes dans les régions non masquées et dans les zones d'occultation permet de déterminer les relations de masquage entre objets (résolvant le problème de *désoccultation*). Ce modèle, initialement limité à la gestion de plusieurs occurrences, de photométries différentes, d'un même objet est étendu dans [314] au cas d'objets différents. Cette méthode semble, toutefois, requérir une initialisation particulière (une « graine » par région) et les images analysées, synthétiques, sont relativement simples.

### Contraintes de forme et nouveaux algorithmes d'optimisation

La méthode proposée par Vu [314] est implantée à l'aide d'un algorithme de *Graph Cuts*, ce qui lui assure de bonnes performances en temps de calcul (quelques secondes pour la segmentation d'images de deux cent pixels de côté). D'autres algorithmes de segmentation par *Graph Cuts* introduisent également des contraintes de forme [134, 188, 274].

Dans les approches continues d'optimisation globale rapide, par reconstruction de la fonction caractéristique [229], la contrainte de forme peut, moyennant une gestion explicite des paramètres d'alignement, être définie comme le produit scalaire de la variable optimisée,  $u \in [0, 1]$ , avec une fonction  $s$  de la variable d'espace :  $E = \int_{\Omega} s(\mathbf{x})u(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ . Un raisonnement simple permet de comprendre que la minimisation de cette énergie tendra à rendre  $u$  proche de 0 aux positions où  $s$  est positive et proche de 1 pour  $s(\mathbf{x}) < 0$ . Deux alternatives ont été proposées : utiliser pour  $s$  une fonction caractéristique signée associée à la forme de référence [316], ou bien définir  $s = \hat{u} - \mathbb{1}_{ref}$  [137], où  $\hat{u}$  est une version de  $u$  figée à la fin de l'étape précédente de l'optimisation et  $\mathbb{1}_{ref}$  est la fonction caractéristique de la forme de référence,  $\Omega_{ref}$ .

### 3.3 Contraintes de forme : contributions

La méthode originale que nous avons proposée [127, 129] combine une représentation paramétrique compacte des formes avec la théorie de l'évolution de courbes pour contraindre l'évolution d'un contour actif.

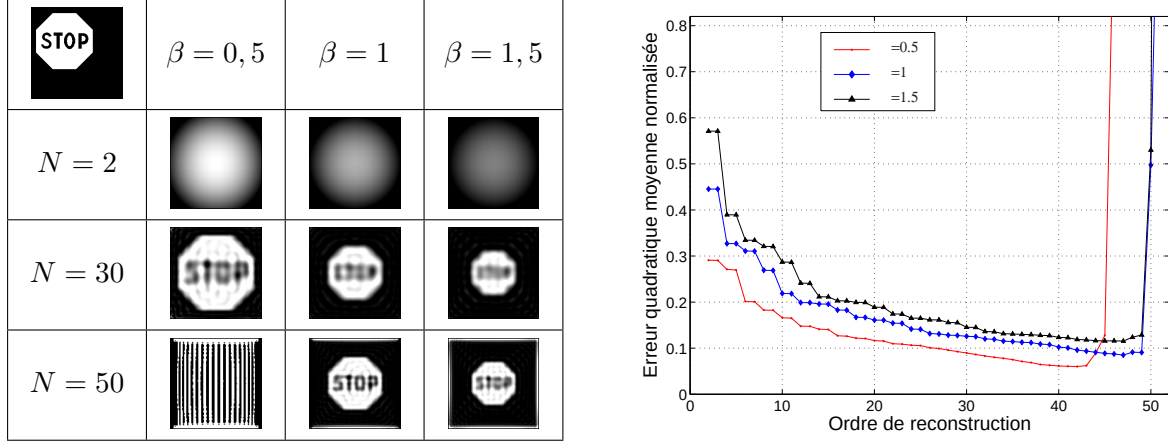


FIGURE 5.3 – Reconstruction d’une forme de « stop » à partir de ses moments de Legendre invariants en échelle et translation (à gauche) et courbes d’erreur de reconstruction correspondantes, pour différentes valeurs de  $\beta$  (à droite). On choisira, ici,  $\beta = 0,5$  et  $N = 42$ . D’après [126].

### Représentation des formes

Notre représentation des formes est fondée sur les moments de Legendre de leur fonction caractéristique, rassemblés dans un vecteur appelé *descripteur* :  $\lambda = \{\lambda_{p,q}, p+q \leq N\}$ , où  $N$  est l’ordre des moments, définis par :

$$\lambda_{p,q} = C_{pq} \iint_{\Omega_{int}} P_p(x) P_q(y) dx dy, \quad (5.2)$$

pour  $(x, y) \in [-1, 1]^2$ .  $C_{pq}$  est une constante de normalisation et  $P_p(x)$  et  $P_q(y)$  sont des polynômes de Legendre. Cette approche, orientée région, partage avec les représentations implicites par ensemble de niveaux [195, 252, 66, 37], la particularité intéressante de permettre la modélisation d’objets à topologie non triviale (voir Fig. 5.2). Les approches fondées sur les moments du contour ne permettent pas directement la prise en compte de topologies arbitraires. De plus, notre modèle n’est lié à aucune implantation particulière, telle que les ensembles de niveaux. Nous avons fait le choix d’une base orthogonale afin d’obtenir une description hiérarchique des formes, dont la précision augmente avec l’ordre  $N$ . Nous avons choisi la base de Legendre pour sa simplicité mais le principe développé est générique et d’autres bases pourraient être considérées. En pratique, pour choisir l’ordre du modèle, on effectue une étude de l’erreur quadratique moyenne entre la fonction caractéristique de la forme de référence et sa reconstruction, donnée par la formule :  $\sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^p \lambda_{p-q,q} P_{p-q}(x) P_q(y)$ .

### Invariance géométrique intrinsèque

Un intérêt important de notre représentation est que l’information géométrique portée par les moments peut être exploitée pour rendre l’*a priori* invariant aux transformations affines,

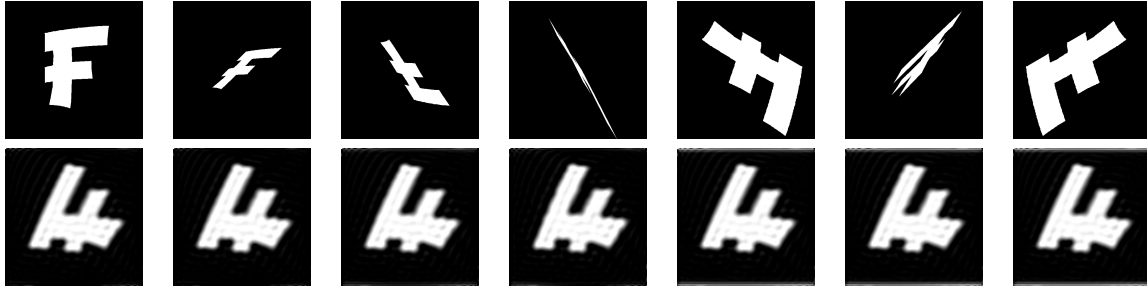


FIGURE 5.4 – Reconstruction de formes à partir de leurs moments de Legendre invariants par transformation affine. Ligne du haut : images de la lettre F après différentes transformations affines. Ligne du bas : reconstructions utilisant les moments *affine-invariants* jusqu'à l'ordre 50 ( $\beta = 1, 2$ ). Ces reconstructions permettent de visualiser la représentation *canonique* de la forme.

de manière *intrinsèque* [129]. Cela évite le problème d'alignement entre forme de référence et contour en évolution, et permet d'introduire dans le modèle une certaine variabilité, de nature géométrique. Contrairement à la plupart des approches, qui traitent de manière explicite l'estimation des paramètres de pose [195, 252, 247, 303, 66, 37], la nôtre n'impose pas cette phase d'estimation supplémentaire. L'utilisation d'une représentation *canonique* fournit une équation d'évolution unique. On ne trouve que très peu de modèles intrinsèquement invariants dans la littérature. Certains sont orientés contours et ne peuvent donc pas gérer des topologies complexes [286, 90, 64]. D'autres le peuvent [84, 127], mais sont limités à l'invariance par translation et mise à l'échelle. Par ailleurs, très peu de modèles sont capables de prendre en compte des transformations allant au-delà de l'anne. La méthode proposée dans [247] gère les transformations projectives, mais dans une formulation explicite des transformations.

D'un point de vue pratique, le mécanisme de définition des moments invariants se fonde sur la relation linéaire qui existe entre moments de Legendre et moments géométriques :

$$\lambda_{p,q} = C_{pq} \sum_{u=0}^p \sum_{v=0}^q a_{pu} a_{qv} M_{u,v}, \quad (5.3)$$

où  $a_{pu}$  et  $a_{qv}$  sont les coefficients de  $x^u$  et  $y^v$  dans le développement en série des polynômes de Legendre. L'invariance par translation et changement d'échelle s'obtient en remplaçant dans (5.3) les moments géométriques (ou réguliers)  $M_{u,v}$  par des moments centrés et normalisés,  $\eta_{u,v}$ , définis par :

$$\eta_{u,v}(\Omega_{int}) = \int_{\Omega_{int}} H_{uv}(x,y) dx dy, \quad \text{avec} \quad H_{uv}(x,y) = \frac{(x - \bar{x})^u (y - \bar{y})^v}{(\beta |\Omega_{int}|)^{\frac{u+v+2}{2}}}, \quad (5.4)$$

où  $(\bar{x}, \bar{y})$  est le centre de gravité de la forme  $\Omega_{int}$ , d'aire  $|\Omega_{int}|$ . Le paramètre  $\beta$  est une constante de normalisation, dont la valeur est déterminée par la même étude expérimentale que pour le choix de  $N$ . De façon analogue, l'invariance aux similarités ou aux transformations affines est obtenue grâce à une définition appropriée de  $\eta_{u,v}$ . En dehors de sa composante en translation, une

transformation affine peut s'écrire comme un produit matriciel de type  $R_\gamma.S.R_\theta$ , où  $R_\gamma$  et  $R_\theta$  sont des matrices de rotation d'angle  $\gamma$  et  $\theta$ , respectivement, et  $S$  est une matrice, diagonale, de mise à l'échelle non isotrope. La normalisation de forme [238] consiste à inverser cette transformation, d'une manière similaire à ce qui est fait dans (5.4) pour la translation et le facteur d'échelle global. Les moments *affine-invariants* sont définis par :

$$\eta_{u,v}^A = (\text{sign}(\hat{\eta}_{3,0}^A))^u \cdot (\text{sign}(\hat{\eta}_{0,3}^A))^v \cdot \hat{\eta}_{u,v}^A, \quad (5.5)$$

(le fait de fixer le signe des moments d'ordre 3 permet de gérer les réflexions [126]), où :

$$\begin{aligned} \hat{\eta}_{u,v}^A &= \frac{(S_{1,1}.S_{2,2})^{\frac{u+v}{4}}}{(\beta|\Omega_{in}|)^{(u+v+2)/2}} \iint_{\Omega_{in}} \left( \frac{((x-\bar{x})\cos\theta + (y-\bar{y})\sin\theta)}{\sqrt{S_{1,1}}} \cos\gamma + \frac{((y-\bar{y})\cos\theta - (x-\bar{x})\sin\theta)}{\sqrt{S_{2,2}}} \sin\gamma \right)^u \\ &\times \left( \frac{((y-\bar{y})\cos\theta - (x-\bar{x})\sin\theta)}{\sqrt{S_{2,2}}} \cos\gamma - \frac{((x-\bar{x})\cos\theta + (y-\bar{y})\sin\theta)}{\sqrt{S_{1,1}}} \sin\gamma \right)^v dx dy. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Ainsi, toutes les versions d'une même forme définies à une transformation affine près seront décrites de manière identique : c'est ce que nous désignons par *représentation canonique* de la forme. L'intérêt est que les paramètres nécessaires ( $\gamma, S_{1,1}, S_{2,2}, \theta, \bar{x}, \bar{y}, |\Omega_{int}|$ ) peuvent être calculés directement à partir des moments géométriques de la forme jusqu'à l'ordre 3 [92, 238]. Un exemple de reconstruction de formes à partir de leurs moments est montré Fig. 5.4.

Notons qu'un modèle simplifié, limité aux similarités, est obtenu en posant  $\gamma = 0$  et  $S_{1,1} = S_{2,2}$  dans (5.6) :

$$\eta_{u,v}^S = (\text{sign}(\hat{\eta}_{3,0}^S))^u \cdot (\text{sign}(\hat{\eta}_{0,3}^S))^v \cdot \hat{\eta}_{u,v}^S, \quad (5.7)$$

où :

$$\hat{\eta}_{u,v}^S = \iint_{\Omega_{in}} \frac{((x-\bar{x})\cos\theta + (y-\bar{y})\sin\theta)^u \cdot ((y-\bar{y})\cos\theta - (x-\bar{x})\sin\theta)^v}{(\beta|\Omega_{in}|)^{(u+v+2)/2}} dx dy. \quad (5.8)$$

La prise en compte de transformations géométriques complique, certes, l'expression des moments  $\eta_{u,v}$ , mais le principe de la méthode demeure identique quel que soit le niveau d'invariance considéré. Enfin, on notera que les paramètres d'alignement constituent une sortie de notre algorithme, ce qui peut être intéressant dans certaines applications.

### A priori multi-référence

La première version de notre modèle affine invariant [129] était limitée à l'utilisation d'une forme unique de référence. Dans le système de représentation par les moments, la contrainte *a priori* était alors définie comme la distance quadratique, en termes de descripteurs, entre la forme en évolution et la forme de référence :

$$E_{prior}(\Omega_{int}) = \|\lambda(\Omega_{int}) - \lambda^{ref}\|^2 = -\log \left[ \exp - \|\lambda(\Omega_{int}) - \lambda^{ref}\|^2 \right]. \quad (5.9)$$

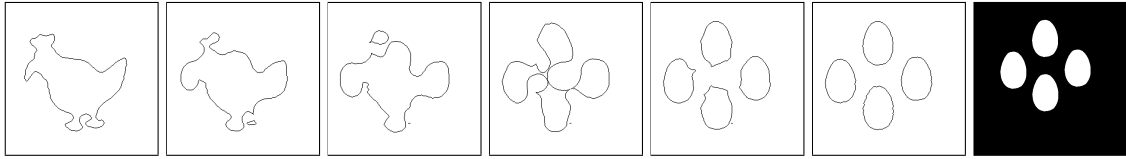


FIGURE 5.5 – Evolution de courbe avec changement de topologie. À gauche : courbe initiale (d’après [258]) ; au centre : évolution de la courbe ; à droite : forme de référence.

Plus récemment, nous avons proposé dans [130, 132] une extension qui prend en compte, simultanément, un ensemble de  $N_{ref}$  formes de référence. Cela revient, d’un point de vue probabiliste, à passer d’un *a priori* gaussien sur le descripteur de la forme en évolution à une loi de mélange de gaussiennes :

$$E_{prior}^{multi}(\Omega_{int}) = -\log \left[ \sum_{k=1}^{N_{ref}} \exp -\frac{\|\lambda(\Omega_{int}) - \lambda_{(k)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2} \right] + cst. \quad (5.10)$$

où  $\lambda_{(k)}^{ref}$  représente le descripteur associé à la  $k$ -ième forme de référence et la variance  $\sigma^2$  est choisie selon un critère d’erreur de classification [132]. Dans cette approche, chacune des gaussiennes est centrée sur le descripteur d’une des formes de référence considérées, dans l’esprit de [84]. Cela constitue évidemment une seconde façon de prendre en compte la variabilité d’aspect des objets d’intérêt. Le modèle multi-gaussien peut, d’ailleurs, se généraliser facilement à une représentation non paramétrique de la loi *a priori* des descripteurs, par noyaux de Parzen, comme dans [84, 184]. Naturellement, d’autres types de lois pourraient également être envisagés.

Nous avons montré [132] qu’il était possible de gérer des variations de forme encore plus importantes, en combinant invariance géométrique et modélisation multi-référence. Cela constituait un résultat nouveau dans le domaine. Toutefois, ce type de combinaison conduit à une forte complication des paysages énergétiques et, notamment, à l’apparition de multiples minima locaux, ce qui complique énormément la tâche d’optimisation. Nous avons proposé une stratégie alternative, applicable dans le cas où l’ensemble des déformations géométriques admissibles est limité et connu à l’avance. Il s’agit simplement de prendre en compte les déformations à travers la définition de l’ensemble des formes de référence. On peut alors se limiter à un niveau d’invariance plus faible, ce qui facilite d’autant l’optimisation. Cette stratégie s’est montrée efficace dans le cas de rotations, par exemple. De plus, cela donne accès à des algorithmes plus rapides de calcul des moments [124].

### Implantation de la contrainte

La dérivation de l’équation d’évolution du modèle est effectuée dans le formalisme de la dérivation de forme [10]. L’EDP résultante est géométrique, de la forme  $\Gamma_t = V_{prior}\mathcal{N}$ . Ainsi, ni le modèle, ni l’équation d’évolution ne sont attachées à un type d’implantation particulier. Par voie

de conséquence, des méthodes de type *spline-snakes* [243] aussi bien que la technique classique par courbes de niveaux [232] peuvent être envisagées. Nous utilisons la seconde méthode. Un exemple d'évolution de courbe par minimisation de  $E_{prior}$ , pour une forme de référence unique, est montré figure 5.5. Notons que la possibilité de changement de topologie de la courbe au cours de la segmentation permet de diminuer la sensibilité de l'algorithme à l'initialisation, voire, d'envisager une initialisation automatique. Dans le cadre multi-référence, la minimisation de  $E_{prior}^{multi}$  conduit, dans le cas de l'invariance par translation et mise à l'échelle, à la vitesse d'évolution suivante :

$$V_{prior}^{multi} = \sum_{0 \leq u+v \leq N} A_{uv}^{multi} (H_{uv} + G_{uv}) \quad (5.11)$$

avec  $H_{uv}$  défini dans (5.4) et :

$$G_{uv} = -\frac{u+v+2}{2|\Omega_{int}|} \eta_{u,v} - \frac{u(x-\bar{x})}{\beta^{\frac{1}{2}} |\Omega_{int}|^{\frac{3}{2}}} \eta_{u-1,v} - \frac{v(y-\bar{y})}{\beta^{\frac{1}{2}} |\Omega_{int}|^{\frac{3}{2}}} \eta_{u,v-1} \quad (5.12)$$

Cette équation est de la même forme dans le cas mono-référence. La seule différence réside dans le facteur  $A_{uv}^{multi}$ , qui s'écrit comme la moyenne pondérée :

$$A_{uv}^{multi} = \left( \sum_{k=1}^{N_{ref}} A_{(k)uv} w_{(k)} \right) / 2\sigma^2 \sum_{k=1}^{N_{ref}} w_{(k)} \quad (5.13)$$

des facteurs individuels,  $A_{(k)uv}$  calculés, pour chaque forme de référence, selon :

$$A_{(k)uv} = 2 \sum_{0 \leq p+q \leq N} (\lambda_{p,q} - \lambda_{(k)p,q}^{ref}) C_{pq} a_{pu} a_{qv}. \quad (5.14)$$

où les pondérations  $w_{(k)}$  sont des fonctions exponentiellement décroissantes de la distance (en termes de descripteurs) entre la forme en évolution et le  $k$ -ième modèle de référence :

$$w_{(k)} = e^{\frac{-||\lambda(\Omega_{int}) - \lambda_{(k)}^{ref}||^2}{2\sigma^2}}. \quad (5.15)$$

Ainsi, la force induite par la minimisation de  $E_{prior}^{multi}$  est une moyenne pondérée des forces qui attireraient la forme en évolution vers chacune des formes de référence, considérée indivi-



FIGURE 5.6 – Formes de référence utilisées avec le modèle mono-référence pour les expériences des figures 5.7 et 5.8.



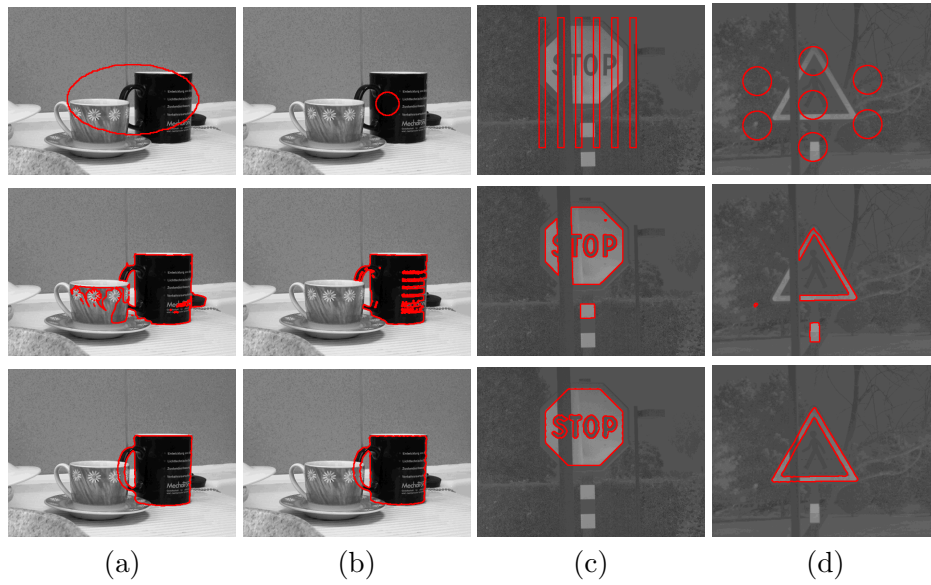


FIGURE 5.7 – Résultats de segmentation sur des données réelles. Première ligne : courbes initiales (de différentes sortes). Seconde ligne : résultats sans contrainte de forme. Troisième ligne : résultats finaux, avec la contrainte de forme mono-référence. Les images (c) et (d) sont des images de coefficient chromatique rouge  $r = \frac{R}{R+G+B}$  issues d'images RGB.

duellement. Comme nous l'avons fait remarquer dans [132], utiliser des formes de références multiples plutôt qu'une référence unique a peu d'impact sur le coût calcul global de la méthode puisque la seule modification notable est l'introduction de (5.13). Les applications envisageables de notre méthode concernent non seulement la détection d'objets dans des scènes complexes mais également leur reconnaissance. En effet, dans le contexte multi-référence, la distance entre la forme segmentée et chaque forme de référence est fournie en sortie de l'algorithme.

Notre contrainte *a priori* peut, en principe, être associée à n'importe quel critère énergétique existant. En segmentation, nous l'avons expérimentée avec la fonctionnelle de Chan et Vese [53]. D'un point de vue pratique, nous utilisons l'aspect hiérarchique de la représentation par moments orthogonaux pour rendre l'optimisation plus efficace. L'optimisation est d'abord réalisée sans contrainte de forme (ou, éventuellement, avec une contrainte de longueur). L'*a priori* de forme est ensuite incorporé en augmentant progressivement l'ordre du modèle utilisé, selon une approche *coarse-to-fine* (du plus grossier au plus fin).

Les figures 5.7 et 5.8 montrent des exemples de segmentation à l'aide du modèle mono-référence, pour différentes initialisations et avec deux niveaux différents d'invariance géométrique : échelle et translation dans le premier cas, similitudes dans le second cas. L'invariance affine est considérée dans l'expérience de la figure 5.9, où le modèle multi-référence est également mis en œuvre, ce qui, à notre connaissance, est nouveau dans le domaine. Dans cette expérience, la première image de référence correspond à l'objet recherché, à une mise à l'échelle anisotrope près, ce dont l'algorithme s'accommode parfaitement. Dans l'expérience de la figure 5.10, le



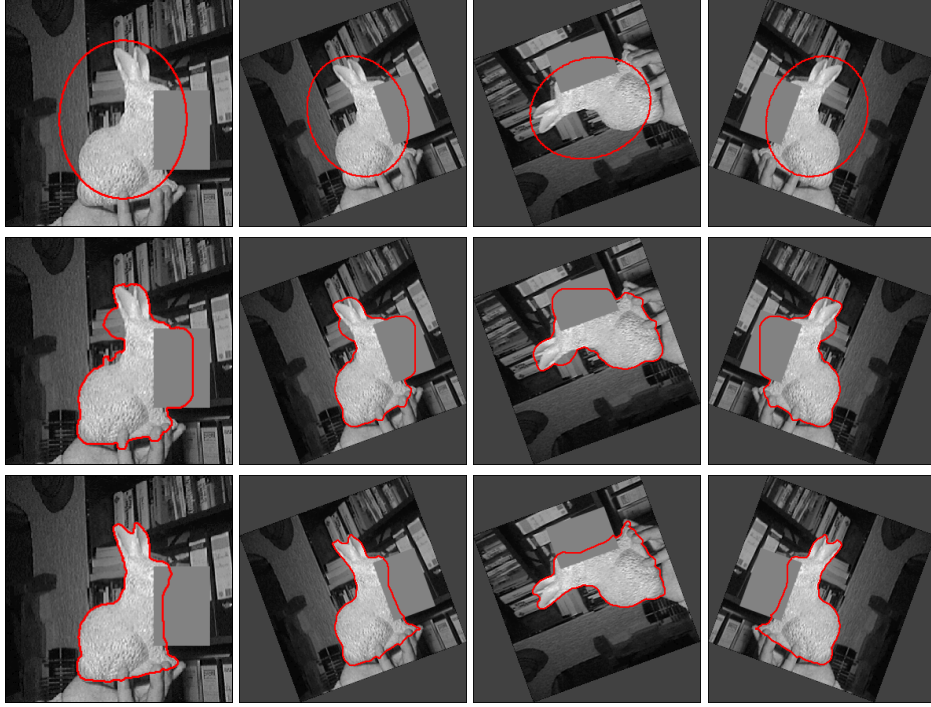


FIGURE 5.8 – Segmentation d’une image réelle ayant subi des rotations et des réflexions (image originale : d’après [83], avec la permission de D. Cremers). Première ligne : courbes initiales, seconde ligne : résultats de segmentation avec une contrainte de longueur, troisième ligne : résultats de segmentation à l’aide de l’*a priori* invariant par rapport aux similarités (moments à l’ordre  $N = 45$ ,  $\beta = 1.5$ ).

modèle multi-référence invariant en échelle et translation est utilisé pour gérer des rotations de l’objet. Notons que le panneau à segmenter est tourné d’environ  $27^\circ$ , alors que le modèle le plus proche dans l’ensemble de référence est à  $30^\circ$  dans cette expérience. Nous invitons le lecteur à consulter l’article [132], cf. partie II-4, ainsi que les rapports techniques [128, 131] pour plus de résultats et de détails sur la méthode.

### 3.4 Bilan

Les résultats expérimentaux ont montré que la méthode proposée permettait d’augmenter de façon significative la robustesse d’une segmentation par contour actif à deux phase dans des scènes complexes et en présence d’occultations.

Elle ne permet cependant pas de régler tous les problèmes liés à ce type d’applications. Par exemple, même si elle s’avère relativement souple en termes d’initialisation, notre méthode ne permet pas de s’affranchir complètement de cette difficulté classique, liée à la nature locale de l’algorithme utilisé. Un autre problème habituel est celui du réglage des paramètres. Ici, deux paramètres sont à ajuster pour chaque type d’image : le poids du terme de régularisation et le

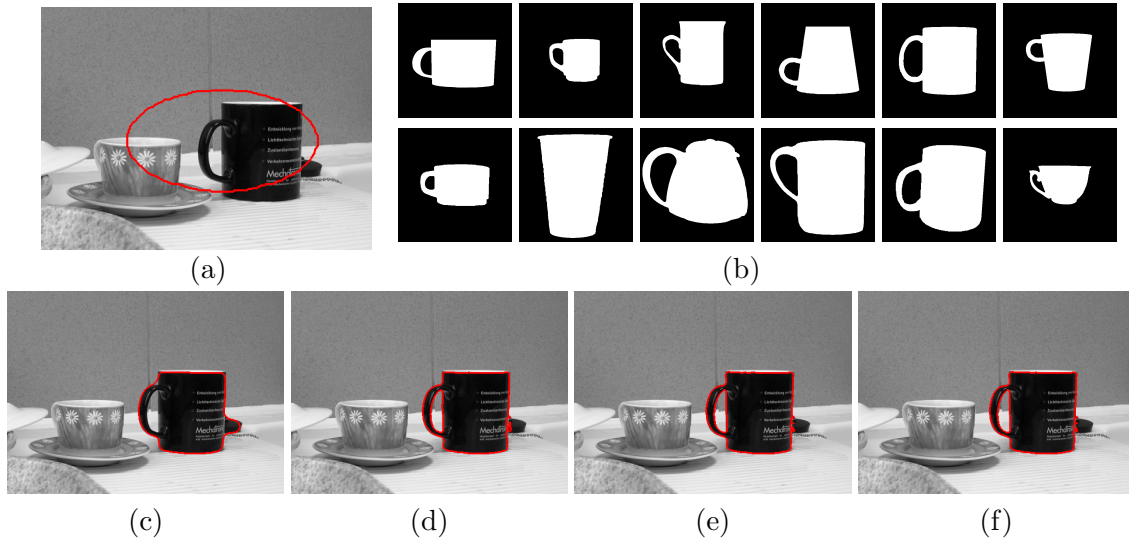


FIGURE 5.9 – Segmentation d’une image réelle. (a) Courbe initiale ; (b) ensemble d’images de référence. L’objet recherché n’appartient pas exactement à l’ensemble des images de référence ; (c) résultat de segmentation avec une simple contrainte de longueur ; résultat de segmentation obtenu à l’aide du modèle multi-référence, invariant par transformation affine : (d) moments jusqu’à l’ordre 18, (e) jusqu’à l’ordre 30 et (f) à l’ordre 40.

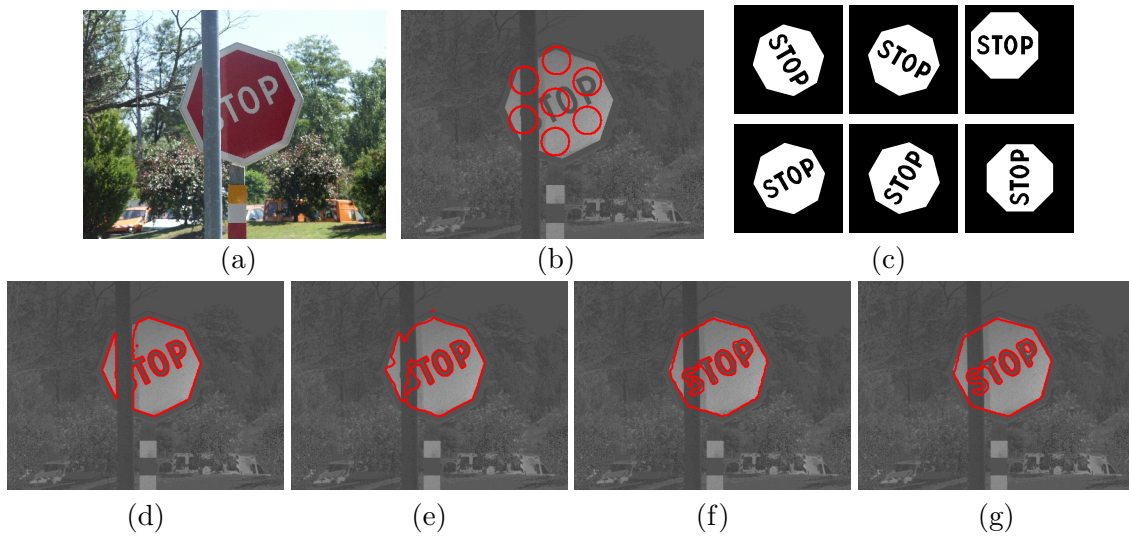


FIGURE 5.10 – Première ligne : (a) image RGB originale ; (b) image de coefficient chromatique rouge associée,  $r = \frac{R}{R+G+B}$ , et courbe initiale ; (c) images de référence. Seconde ligne : (d) résultat de segmentation avec une simple contrainte de longueur ; (e)-(g) raffinement progressif de la segmentation en utilisant l’*a priori* de forme multi-référence, invariant en échelle et translation. Un ordre croissant de représentation est utilisé : (e)  $N = 10$ , (f)  $N = 30$  et (g)  $N = 42$ .

pas temporel de la descente de gradient. Pour le second, on pourrait envisager des techniques de recherche du pas optimal, mais cela n’a pas été mis en œuvre pour l’instant. Par ailleurs, notre système ne permet pas la segmentation simultanée de plusieurs formes différentes dans la même

image. Comme nous l'avons signalé au paragraphe 3.2, il s'agit d'un problème délicat, encore peu exploré. Enfin, l'extension de la méthode au cas 3D ne semble pas poser de difficulté théorique. Par contre, les temps de calculs deviendraient plus importants et on peut s'attendre à des difficultés pratiques liées à la complexification des paysages énergétiques que cela entraînerait.

## 4 Modèles déformables contraints en reconstruction d'images

Ces recherches sont actuellement effectuées dans le cadre de la thèse de Gil Gaulier, que je co-dirige avec F. Heitz (encadrement à 70%). Ces travaux ont, pour l'instant, abouti à deux propositions de communications en congrès, l'une en cours d'expertise pour ICIP [142], l'autre acceptée au GRETSI [143]. Les illustrations de ce paragraphe sont extraites de ces articles.

### 4.1 Motivations

La plupart des problèmes inverses en reconstruction d'images, comme la tomographie, sont mal posés et nécessitent une régularisation. Les techniques de régularisation avec prise en compte des discontinuités (*cf.* Chap. 2) permettent une amélioration substantielle de la qualité des images reconstruites par les méthodes *pixeliques* (FRP, ART, EM [104], moindres carrés), mais peuvent néanmoins être prises en défaut lorsque les données disponibles sont éparées ou très bruitées ou lorsque le nombre de projections est faible, comme l'illustre la figure 5.11. C'est pourquoi depuis quelques années, l'intérêt se porte sur la reconstruction *basée objet*, où les formes sont modélisées en tant que telles et estimées directement à partir des données de projection. Dans les travaux les plus récents, des modèles de type contours actifs sont généralement mis en œuvre.

Les contraintes de formes utilisées jusqu'à présent dans ce type de modèles sont limitées à des informations de longueur de courbe. L'idée est de mettre à profit l'expérience acquise lors de la thèse d'A. Foulonneau pour proposer des contraintes de plus haut niveau et définir des algorithmes encore plus robustes. Les applications visées concernent à la fois l'imagerie médicale et le contrôle non destructif en génie civil.

### 4.2 Modèles déformables en reconstruction d'images : état de l'art

Modéliser explicitement les objets que l'on souhaite reconstruire à partir de projections est une approche relativement ancienne. Les premiers travaux se sont surtout concentrés sur l'utilisation de représentations explicites, par des formes géométriques simples telles que des cercles ou des ellipsoïdes [251, 171]), des polygones [69, 214, 20] ou encore des cylindres [34, 33, 121]. L'essor des modèles déformables paramétriques en segmentation s'est accompagné de leur application en reconstruction tomographique [155, 218, 18, 19, 216, 276]. Avec l'apparition de l'algorithme des *Level Sets*, les approches par évolution de courbes se sont développées [257, 200, 100, 110, 324, 318, 120, 268, 52]. On trouvera dans [109] une synthèse des méthodes par

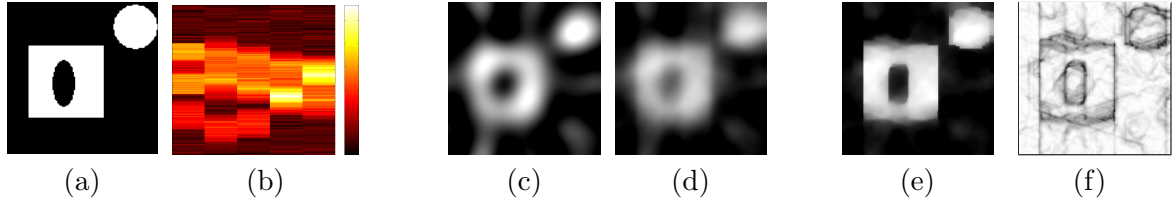


FIGURE 5.11 – À gauche : données tomographiques simulées. Image originale binaire ( $128 \times 128$ ) (a) et projections bruitées associées : 5 angles, bruit gaussien avec  $SNR_{VAR}=15$  dB (b). À droite : résultats de reconstruction *orientée pixel* à partir de ces données. Rétro-projection filtrée (FRP), fréquence de coupure 0,1 (c), régularisation de Tikhonov, coefficient de régularisation 1600 (d) ; régularisation semi-quadratique [56],  $\varphi(u) = 2\sqrt{1+u^2} - 2$ , paramètre d'échelle 5, coefficient de régularisation 1600 (e) et carte de la variable de contours (f).

évolution de courbe employées en tomographie électromagnétique, et dans la thèse de Feng [119] un état de l'art concernant leur application à la tomographie médicale.

Nous nous intéressons plus particulièrement aux modèles région développés dans [119, 120, 268]. Dans cette approche à deux phases, l'image est supposée composée d'une région de fond,  $\Omega_{ext}$  et d'une région d'intérêt, éventuellement formée de composantes disjointes,  $\Omega_{int}$ . On se place dans le cadre de la tomographie classique, où le modèle de projection est obtenu par transformée de Radon de l'image  $I$  :

$$p(\theta, u) = \mathcal{R} I(\theta, u) = \int_{\Omega} I(x, y) \cdot \mathbb{1}_{L_{\theta, u}}(x, y) \, dx \, dy \quad (5.16)$$

où  $\mathbb{1}_{L_{\theta, u}} = \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - u)$  est la fonction caractéristique du *rai* de projection  $L_{\theta, u}$ . Le principe général de la méthode consiste à se donner un modèle d'intensité, aussi bien pour la région intérieure que pour la région extérieure. Le problème de reconstruction est alors traduit en un problème d'optimisation, dont les inconnues sont la localisation des frontières de la région d'intérêt  $\Gamma = \partial\Omega_{int}$  ainsi que les paramètres du modèle d'intensité. Dans sa version la plus simple, le modèle d'intensité est considéré constant dans chaque région :

$$I(\mathbf{x}) = f_{int} \cdot \mathbb{1}_{\Omega_{int}}(\mathbf{x}) + f_{ext} \cdot \mathbb{1}_{\Omega_{ext}}(\mathbf{x}) \quad (5.17)$$

où  $f_{int}$  et  $f_{ext} \in \mathbb{R}$  sont des constantes et  $\mathbb{1}_{\Omega_i}$  est la fonction caractéristique de la région  $\Omega_i$ . La topologie des objets représentés n'est donc pas contrainte.

Sous hypothèse gaussienne pour le bruit, l'énergie d'attache aux données s'écrit :

$$E_d = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{proj}} \left( p_i - f_{int} \cdot F_i - f_{ext} \cdot G_i \right)^2 \quad (5.18)$$

où  $F_i = \int_{\Omega_{int}} \mathbb{1}_{L_i}$  et  $G_i = \int_{\Omega_{ext}} \mathbb{1}_{L_i}$  représentent les projections des fonctions caractéristiques des domaines intérieur (resp. extérieur) à la courbe le long du rai  $i$ . L'équation d'évolution du

contour associée à (5.18) se déduit facilement à l'aide des outils de dérivation de forme [10]. Elle est de la forme habituelle,  $\Gamma_t = V_d \cdot \mathcal{N}$ , le champ de vitesse  $V_d$  étant défini par :

$$V_d = (f_{ext} - f_{int}) \sum_{i=1}^{N_{proj}} (p_i - f_{int} \cdot F_i - f_{ext} \cdot G_i) \mathbf{1}_{L_i}. \quad (5.19)$$

Les paramètres d'intensité du modèle,  $f_{int}$  et  $f_{ext}$ , sont remis à jour périodiquement en cours d'évolution du contour actif, en résolvant un système linéaire (voir [119, p. 65]). Dans cette approche, une contrainte classique de longueur, se traduisant sous forme d'un terme additionnel de courbure dans l'équation d'évolution, est employée pour régulariser le contour.

La méthode de reconstruction que nous venons de présenter est le pendant, pour la reconstruction, du modèle de Chan et Vese, utilisé en segmentation d'image à deux phases. Il est facile de montrer que le critère de Mumford et Shah constant par morceau (i.e. dans sa *cartoon limit*) (4.18) s'écrit également :

$$E_{CV}(\mu_{int}, \mu_{ext}, \Gamma) = \int_{\Omega} (I(\mathbf{x}) - \mu_{int} \cdot \mathbf{1}_{\Omega_{int}}(\mathbf{x}) - \mu_{ext} \cdot \mathbf{1}_{\Omega_{ext}}(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x}. \quad (5.20)$$

En transposant ce critère dans l'espace de Radon, on obtient facilement

$$E_{RCV}(\mu_{int}, \mu_{ext}, \Gamma) = \int_{\mathcal{R}(\Omega)} (\mathcal{R}(I(\mathbf{x})) - \mu_{int} \cdot \mathcal{R}(\mathbf{1}_{\Omega_{int}}(\mathbf{x})) - \mu_{ext} \cdot \mathcal{R}(\mathbf{1}_{\Omega_{ext}}(\mathbf{x})))^2 d\mathbf{x}, \quad (5.21)$$

dont la version discrète n'est autre, au coefficient 1/2 près, que (5.18). De la même façon, il existe une extension à la reconstruction du critère de Mumford et Shah lisse par morceau (appliquée à la déconvolution dans [300, 302]). L'inconvénient est la lourdeur de calcul, puisque l'on doit résoudre un problème de reconstruction pixelique pour mettre à jour l'image reconstruite après chaque évolution de la courbe et que celle-ci nécessite une extension des reconstructions en dehors du domaine considéré, comme dans le cas de la segmentation. Entre ces deux modèles, on retrouve, en reconstruction, deux façons d'étendre (5.17) pour prendre en compte la variabilité de l'intensité image : les régions peuvent être décrites par un modèle polynomial [119] plutôt que constant ; on peut considérer plusieurs phases [119, 268, 52, 244]. Par ailleurs, l'hypothèse de bruit gaussien n'étant pas réaliste dans certaines applications, d'autres modèles de bruit peuvent s'envisager, dans le même formalisme. Ainsi, des méthodes similaires ont été définies dans le cas du bruit de Poisson [268, 52].

### 4.3 Modèles déformables contraints en tomographie : contribution

La première contribution de la thèse consiste à introduire notre contrainte de forme de haut niveau dans la reconstruction tomographique par évolution de courbes. A notre connaissance, il n'existe pas encore de travaux équivalents dans la littérature. Pour cela, nous combinons le

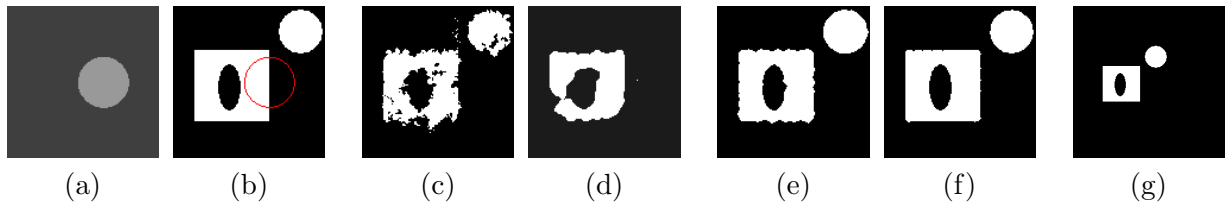


FIGURE 5.12 – Résultats de reconstruction *orientée objet* obtenus à partir des données de la figure 5.11. Image de l'objet initial utilisé pour l'ensemble des expériences présentées (a), frontière de l'objet initial superposée à la solution idéale (b). Au centre : reconstruction orientée objet sans (c) et avec (d) contrainte de longueur. A droite : reconstruction orientée objet avec contrainte de forme, initialisée à partir du résultat sans contrainte (c). Résultats obtenus pour  $\alpha = 0.9$  à l'ordre  $N = 21$  (e), et raffinés à l'ordre  $N = 45$  (f). Forme de référence (g).

terme d'attache aux données (5.18) et le terme d'*a priori* de forme (5.10) :

$$E_\alpha = (1 - \alpha).E_d + \alpha.E_{prior}^{multi}, \quad (5.22)$$

où  $\alpha$  est un paramètre réglant le compromis entre les deux termes. En pratique, l'évolution de courbe minimisant (5.22) est réalisée à l'aide de l'algorithme *Level Sets*. On notera que la contrainte de longueur n'est pas adaptée à ce type de cas difficiles. Une valeur faible de  $\alpha$  offre un résultat proche de celui montré Fig. 5.12 (c) ; une valeur plus forte fournit un résultat plus lisse, cf. Fig. 5.12 (d), mais le disque n'est pas reconstruit. Nous remplaçons alors cette contrainte basique par notre contrainte de forme de haut niveau, ici avec une référence unique. Comme en segmentation, nous mettons à profit le caractère hiérarchique de la représentation par les moments pour faciliter l'optimisation du critère. A partir du résultat obtenu sans contrainte, nous introduisons la contrainte de forme, d'abord à l'ordre 21, puis à l'ordre 45, comme l'illustre la figure 5.12 (partie droite).

Afin de montrer l'intérêt de la contrainte de forme dans des situations difficiles, nous faisons ensuite varier soit le nombre d'angles de projection, soit le niveau de bruit (voir figure 5.13). Dans chaque cas, la qualité de reconstruction non contrainte se dégrade, tandis qu'elle reste à peu près constante lorsqu'on utilise la contrainte de forme, moyennant un réglage de  $\alpha$  adapté à la difficulté du problème.

Dans les expériences précédentes, l'image de référence est similaire à l'objet recherché à un facteur d'échelle et à une translation près. Toutefois, le modèle peut s'accommoder de variations plus importantes par rapport à la solution idéale, en exploitant son aspect multi-référence. Cela permet (figure 5.14, à gauche) de prendre en compte des transformations géométriques plus importantes, telles qu'une rotation 2D. Cela représente aussi une seconde façon d'introduire de la variabilité par rapport à l'objet idéal (figure 5.14, à droite). Ainsi l'*a priori* ne nécessite pas une connaissance parfaitement exacte de l'objet : le terme d'attache aux données prend le relais aux endroits où la contrainte n'est pas suffisante, au prix de quelques imperfections sur les contours.



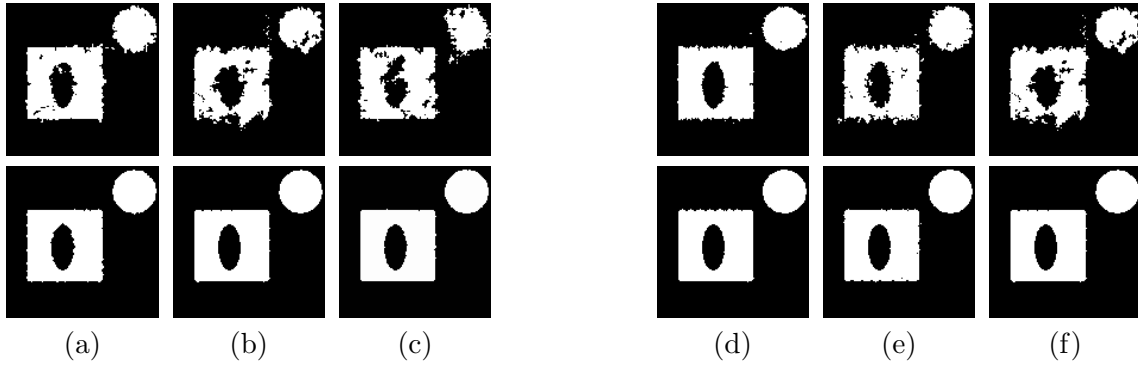


FIGURE 5.13 – A gauche : reconstructions obtenues pour différents nombres d’angles de projection (avec bruit gaussien,  $SNR_{VAR}=15$  dB) ; (a) 6 angles ; (b) 5 angles ; (c) 4 angles. A droite : reconstructions pour différents niveaux de bruit (5 angles de projection) : (d) 25 dB ; (e) 20 dB ; (f) 15 dB. *Ligne du haut* : sans contrainte de forme, *ligne du bas* : avec contrainte de forme, 1 forme de référence,  $N = 45$ .

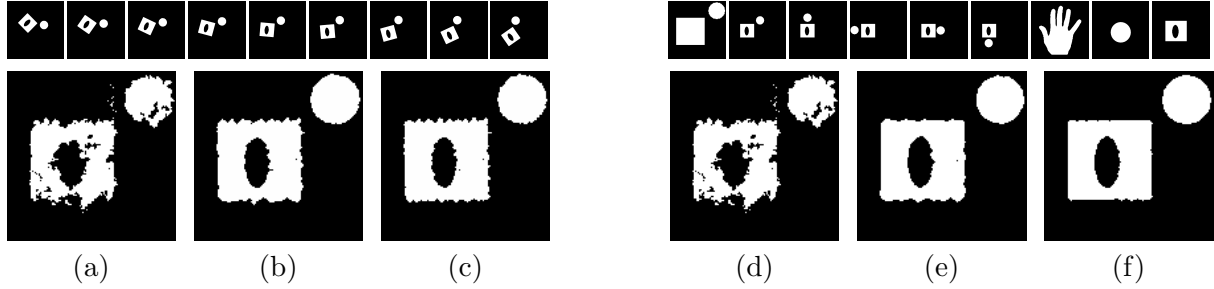


FIGURE 5.14 – A gauche : ligne du haut, 9 des  $N_{Ref} = 46$  images de référence (obtenues par rotation de l’image de la figure 5.12(g) entre  $-45^\circ$  et  $45^\circ$ , tous les  $2^\circ$ ) utilisées pour cette expérience. On note que la solution idéale n’appartient pas à l’ensemble de formes de références. Ligne du bas, reconstruction à partir des projections bruitées montrées Figure 5.11 : (a) sans *a priori* de forme ; (b) en introduisant la contrainte de forme multi-référence à l’ordre  $N = 21$  avec  $\alpha = 0.7$ , et (c) à l’ordre  $N = 45$  avec  $\alpha = 0.5$ . A droite : ligne du haut, 9 des images de référence utilisées. Ligne du bas, reconstructions : (d) sans *a priori* de forme ; (e) avec la contrainte multi-référence à l’ordre  $N = 21$  avec  $\alpha = 0.9$ , et (f) à l’ordre  $N = 45$ , avec  $\alpha = 0.9$ .

#### 4.4 Bilan

Dans la première partie de la thèse de Gil Gaullier, nous avons étudié l’introduction de contraintes de haut niveau, capturant des informations topologiques et géométriques pour la reconstruction tomographique orientée objet, dans le cas binaire. Les premiers résultats semblent prometteurs. L’approche proposée se montre efficace pour réduire les artefacts de reconstruction dans des cas difficiles, par exemple pour un nombre de vues très limité et des données bruitées.

Les perspectives de ce travail incluent son extension au cas d’objets multi-phases, ce qui pose également le problème de l’application simultanée de contraintes multiples. Nous envisageons pour la fin de la thèse une application à des données réelles 3D en tomographie non linéaire (par *temps de vol*) du sous-sol et des structures de génie civil.

## Chapitre 6

# Conclusion et projet de recherche

### 1 Conclusion

Dans ce document, j'ai présenté une synthèse des principales contributions de mes quinze premières années de recherche depuis la thèse. Ces contributions sont liées à l'utilisation de la forme et de l'apparence en analyse d'images, correspondant à des besoins applicatifs propres aux domaines d'activité des LPC, même si leur champ d'application est généralement plus vaste. Par ailleurs, elles s'inscrivent dans la lignée de mes travaux de thèse, portant sur la régularisation semi-quadratique, ce qui correspond à mes orientations méthodologiques, enrichies par l'étude des méthodes statistiques, dans le cadre de mes collaborations avec le LSIIT et le LCPC. Elles ont été développées selon deux axes thématiques.

La première famille de contributions a consisté à appliquer, dans un cadre bayésien, la théorie semi-quadratique à l'estimation robuste, pour l'analyse d'images à l'aide de modèles (analytiques) de forme ou (statistiques) d'apparence. Les principaux apports de ces travaux ont été des algorithmes performants en termes de détection et reconnaissance, et déterministes, donc relativement efficaces en temps de calcul. La seconde famille de contributions est liée à la modélisation explicite, globale, des frontières d'objets à l'aide de contours actifs. On peut les voir comme un prolongement du concept de processus de ligne, de nature locale, utilisé pour le marquage des discontinuités dans la régularisation des problèmes inverses en traitement d'images. Les contours actifs étant, par nature, faiblement contraints sur le plan géométrique, nous avons proposé une approche originale permettant d'introduire des informations de forme, de haut niveau, dans le processus de segmentation d'images. La technique proposée a montré, elle aussi, de très bonnes performances vis-à-vis du bruit, des occultations partielles et de la présence de fouillis dans les images. Dernièrement, nous avons commencé à développer un nouvel axe de recherche, portant sur l'application de ce type de méthodes à la régularisation de problèmes inverses en reconstruction d'images pour l'étude du sous-sol et le génie civil.



Ces travaux, ainsi que les synthèses bibliographiques proposées dans ce document ouvrent la voie à un certain nombre de perspectives, qui seront exposées dans la section 3. Naturellement, mon projet de recherche devra également tenir compte des (ré-)orientations thématiques de mon organisme de tutelle (section 2). Enfin, comme tout projet, il devra s'adapter aux résultats théoriques nouveaux, qui ne manqueront pas d'apparaître dans les prochaines années.

## 2 Projet de recherche : orientations applicatives

En ce qui concerne les applications, mon projet de recherche concerne principalement deux domaines : la connaissance de l'infrastructure et la sécurité routière, ainsi que le contrôle non destructif du sous-sol et des ouvrages.

### 2.1 Connaissance des infrastructures et sécurité routière

Au cours des dernières années, j'ai contribué à développer la thématique de l'analyse de scènes routières au sein du réseau des LPC. Aujourd'hui, une dizaine de chercheurs travaillent dans ce domaine dans cinq unités du LCPC ou équipes associées. Les applications englobent les aides à la conduite, l'amélioration d'images prises dans le brouillard, la recherche de défauts de chaussée, l'analyse de la signalisation ou encore l'estimation de distances de visibilité. Les besoins en termes d'analyse d'images sont de plus en plus variés. Une tendance nouvelle se dégage avec les progrès des techniques de localisation spatiale de véhicules et l'apparition de systèmes télémétriques lasers performants : il s'agit de l'utilisation de modèles tridimensionnels de la route et de son environnement proche, acquis par des véhicules d'inspection.

Avant de revenir sur les aspect prospectifs, dressons un rapide bilan de l'état actuel de nos développements concernant l'analyse de scènes routières. Le problème de la détection de chaussée à partir d'informations de couleur est relativement bien résolu à l'aide de méthodes statistiques et fondées sur l'estimation robuste [26]. Une méthode plus locale de détection des bords de chaussée a été proposée dans [62]. En ce qui concerne la détection et le suivi de la signalisation horizontale, un certain nombre d'algorithmes ont été développés ces dernières années, dont ceux que nous avons présentés au Chap. 3, et testés avec succès dans des applications d'aide à la conduite. Nous avons aussi procédé à des campagnes de tests systématiques et mis à disposition de la communauté scientifique, les bases d'images avec « vérité-terrain » qui nous ont permis d'étudier l'efficacité des algorithmes [308]. L'analyse des lignes de marquage et la détection des marquages spéciaux feront l'objet d'un post-doctorat, que je co-encadrerai dans l'ERA à partir d'octobre 2009, dans le cadre du projet ANR iTOWNS (coordonné par l'IGN), auquel nous contribuons. La détection de la signalisation verticale commence également à être bien maîtrisée, à l'heure où plusieurs constructeurs automobiles annoncent des systèmes embarqués permettant l'identification de certains types de panneaux. Nous collaborons avec l'unité mixte LCPC/INRETS LEPSIS, qui accueille un post-doctorant dans le cadre du projet iTOWNS. Nous

mettons, ici aussi, l'accent sur l'évaluation systématique des algorithmes à partir de banques de données d'images réelles. Les algorithmes de reconnaissance feront très prochainement l'objet de ce type d'évaluation au sein de mon équipe. Ces développements ont vocation à être intégrés à échéance d'un à deux ans, dans le logiciel d'exploitation des images routières IREVE, afin de faciliter le travail fastidieux des opérateurs de saisie.

Cet axe de travail va continuer à se développer dans les prochaines années. Nous souhaitons élargir l'éventail des méthodes disponibles à d'autres éléments normalisés tels que les dispositifs de balisage et de retenue, manufacturés (poteaux, murs, bâti), voire naturels. Cela nécessitera la prise en compte de variabilités de position, forme et apparence toujours plus importantes. Au-delà de l'étude du patrimoine routier, l'enjeu est de pouvoir disposer, à échéance de quelques années, d'outils permettant d'analyser le champ de vision proche et élargi du conducteur et de catégoriser le type de scène routière. Il s'agit d'extraire des informations sur la nature de la scène, la saillance visuelle de la signalisation ou encore, la visibilité disponible. Ces informations sont primordiales dans le cadre d'études de sécurité routière. En particulier, l'OR nouvelle que je co-anime, « Impact des informations visuelles sur le comportement des usagers en situation de conduite, » (I2V) a pour objet d'étudier les relations entre le contexte visuel routier et le comportement qu'il induit chez le conducteur. L'objectif ultime est de rendre la route plus lisible<sup>1</sup>, ce qui représente un enjeu important dans une approche durable de la sécurité routière, complémentaire des contrôles automatisés : l'environnement (aspect, configuration) et l'équipement de la route (signalisation, éclairage) doivent « guider » l'usager, induisant un comportement plus sûr, en limitant la vitesse, et si possible moins consommateur d'énergie, en évitant les accélérations. Pour atteindre cet objectif, il est nécessaire de bien comprendre les mécanismes comportementaux et de mettre au point des méthodologies d'évaluation et de diagnostic. Les sciences pour l'ingénieur (photométrie, vision, traitement d'images) ont une part importante à prendre aux côtés des sciences humaines (perception, psychologie) dans ce type d'études.

L'opération I2V se fonde, en partie, sur les résultats de l'opération de recherche « Visibilité et sécurité routière », dont j'ai assuré la co-animation. Outre le développement des outils d'analyse d'images déjà évoqués, cette OR a contribué à l'amélioration des outils de simulation et mis en avant l'utilité et la faisabilité d'une modélisation tridimensionnelle de la route et de son environnement proche. Les systèmes télémétriques lasers actuels sont en mesure de fournir des nuages de points 3D à des cadences suffisantes pour être embarqués sur des véhicules d'inspection. Nous les avons exploités pour estimer par simulation les distances de visibilité sur des itinéraires existants, à l'aide de techniques classiques en informatique graphique comme le lancer de rayons ou le *z-buffering*. D'une manière plus générale, leur intérêt est évident pour les études en simulateur, que ce soit à des fins d'analyse du comportement ou pour la mise au point et l'évaluation d'aménagements routiers (signalisation, positionnement d'écrans anti-

---

1. L'analyse des accidents montre qu'en France, l'infrastructure se trouve impliquée dans 25% des cas, et qu'environ 40% des accidents sont liés à un problème de perception.

éblouissement, aménagements de tracé). Enfin, leur domaine d'application est plus vaste que l'analyse de scènes routières : leur précision en fait un outil intéressant pour le diagnostic d'ouvrages d'art et de tunnels. L'expérience a, cependant, montré que les nuages de points produits sont souvent bruités et contiennent des artefacts dus au croisement de véhicules, notamment. Leur traitement requiert donc l'usage de méthodes robustes aux données erronées. Par ailleurs, ils sont généralement trop denses par rapport aux besoins de l'application et il est nécessaire de les simplifier de manière adaptée. Dans ce contexte, l'exploitation de données images pourrait s'avérer très précieuse. La construction et l'exploitation de ces volumes de données impliquent de résoudre des problèmes non triviaux de mise en correspondance de points, de recalage entre données image et données 3D et d'estimation de forme lorsqu'il s'agit de modéliser des composantes de la scène (arbres, enrochements, poteaux, bâtiments, etc.). Il s'agit d'un domaine de recherche qui se situe à la frontière entre informatique graphique, vision par ordinateur et analyse d'images. Ces travaux devraient faire l'objet d'un projet ANR, dans le montage et l'animation duquel je souhaite m'investir. Cela nécessitera un approfondissement de l'étude des techniques existantes. Les recherches pourront s'appuyer sur les résultats de projets existants, généralement dédiés au milieu urbain, tels que TerraData.

## 2.2 Diagnostic des ouvrages

En termes de diagnostic des ouvrages, mon équipe contribue au transfert de technologies optiques et de traitement d'images vers les applications de génie civil. Il s'agit, par exemple, de mettre au point des techniques de détection de fissures actives par des techniques d'interférométrie, afin de faciliter l'inspection des ouvrages d'art. Nous proposons aussi des outils de métrologie tridimensionnelle fondés, selon l'échelle des objets mesurés, sur des techniques de télémétrie par rétro-injection laser, de projection de franges, ou encore de stéréovision. Dans ces domaines, outre le traitement des images en lumière structurée, les besoins recensés concernent la mise en correspondance et le calcul efficace et précis de cartes de disparité denses. Initier des travaux dans ce domaine constituerait l'occasion de resserrer encore les liens qui nous rattachent au LSIIT, mais également de développer de nouvelles collaborations, par exemple avec l'équipe de J. Weickert à l'université, voisine, de Sarrebrück.

Un second champ d'application des méthodes d'imagerie au génie civil concerne la reconstruction d'images. Ce travail a débuté dans le cadre de la thèse de Gil Gaullier. Il s'inscrit dans une collaboration, nouvellement initiée, avec la division « Reconnaissance et mécanique des sols » (RMS) du LCPC. Nous y développons des techniques de modèles déformables contraints pour la reconstruction tomographique sismique (non linéaire) en temps de vol (*cf.* Chap. 5). Nous projetons de poursuivre ces investigations dans le cadre d'une Opération de Recherche LCPC en cours de montage. Cette OR intitulée « Systèmes d'Instrumentation pour la Prévention des Risques ENvironnementaux » (SIPRIEN), comprendra un volet dédié à l'auscultation du sous-sol urbain par imagerie sismique ou radar en temps de vol ou en forme d'onde. L'enjeu est la

détection et la reconnaissance d'objets tels que les canalisations, réseaux, cavités, ou fondations de chaussée, dans un environnement complexe.

### 2.3 Nouvelles orientations stratégiques

En juin 2007, le Ministère de l'Équipement est devenu Ministère de l'Écologie, de l'Énergie, du Développement durable et de l'Aménagement du territoire. Depuis cette période, nos organismes centraux connaissent une profonde mutation et les missions qui nous sont attribuées sont en pleine évolution. En particulier, le « Grenelle de l'Environnement » a fait émerger un certain nombre de problématiques nouvelles auxquelles les CETE et le LCPC vont devoir répondre. Cela constitue, certes, un bouleversement, mais il s'agit également d'une opportunité d'aborder de nouveaux domaines d'applications. Par exemple, dans le cadre du développement des modes de transports alternatifs à la route, nous avons établi, avec nos collègues des ouvrages d'art du LRPC, des contacts avec Voies Navigables de France (VNF). Il s'agit de proposer, à terme, des outils de diagnostic des maçonneries de canaux et de tunnels navigables. Outre les méthodes optiques, les techniques de télémétrie laser embarquée et de segmentation d'image pourraient trouver ici un nouveau champ d'utilisation, même si un certain nombre de difficultés sont prévisibles. Dans le domaine de la bio-diversité, l'identification des espèces, que ce soit par analyse temps-fréquence de sonogrammes (en collaboration avec nos collègues de l'ERA Acoustique du LRPC), ou bien par analyse d'images, pourrait fournir des problèmes de détection et de reconnaissance de formes très intéressants. Par ailleurs, une réflexion stratégique à 10 ans est en cours au sein du LCPC, dans le cadre du renouvellement de son programme quadriennal. Les conclusions n'en sont pas encore connues, mais un développement des thématiques liées au milieu urbain, aux infrastructures de transports, et au développement durable est probable. L'un des enjeux de ces prochaines années, pour mon équipe comme pour moi, sera d'intégrer une part croissante de ces nouvelles applications dans nos thématiques de recherche.

## 3 Projet de recherche : perspectives méthodologiques

### 3.1 Algorithmes d'estimation robuste et applications

#### Développement des algorithmes d'estimation

Les travaux menés en collaboration avec Jean-Philippe Tarel (LCPC/LEPSIS) concernant l'ajustement robuste des paramètres de modèles linéaires multiples ouvrent la voie à un certain nombre de perspectives à court et moyen terme.

L'un des points qui restent à améliorer, à court terme, concerne la gestion du nombre de composantes considérées. Pour l'instant, nous utilisons une heuristique consistant à initialiser un nombre volontairement trop important de courbes [288]. Les courbes surnuméraires ont alors tendance à s'ajuster soit sur des petits groupes de données erronées, soit sur d'autres prototypes

correctement ajustés. Les ajustements identiques sont facilement détectés à partir de la distance entre estimées dans l'espace des paramètres. Les courbes ajustées sur un trop faible nombre de points sont caractérisées par une forte incertitude. Un critère sur le déterminant de la matrice de covariance est employé pour les éliminer. Dans un cadre déterministe, un moyen efficace de gérer la complexité d'un modèle multiple consiste à employer des critères issus de la théorie de l'information. Dans le domaine des modèles déformables, on les emploie par exemple pour contraindre le nombre de sommets dans les polygones actifs [123, 255], ou le nombre de composantes dans les approches région [139, 22]. Ces approches sont également très présentes dans la littérature de l'apprentissage statistique, dont l'approfondissement pourrait nous ouvrir de plus amples perspectives. Nous envisageons notamment d'adapter l'algorithme SMRF au critère proposé dans [122]. Celui-ci permet, à partir d'un modèle initial trop peuplé, d'annihiler les composantes dont la probabilité tend vers 0, de façon justifiée et sans introduire de paramètre supplémentaire.

Plus généralement, je souhaite continuer à contribuer au développement d'autres applications de l'estimation robuste, dans les domaines des Ponts et Chaussées, en collaboration avec Jean-Philippe Tarel. Dans nos domaines d'activités, plusieurs pistes sont envisagées, telles que la reconstruction robuste de champs denses de mouvement ou de disparité [44], l'ajustement de formes implicites [292], ou encore le filtrage non local pour la restauration d'images [45], auquel nous avons commencé à réfléchir. Ce type de techniques devrait être bien adapté au cas des images routières, qui contiennent des motifs répétitifs. Cette méthode serait utilisée, par exemple, dans le cas de l'amélioration du contraste d'images prises par temps de brouillard. Le principe consiste à remplacer la valeur d'un pixel par la moyenne de ses voisins, estimée non pas de manière locale, mais sur un groupe d'échantillons similaires, identifiés sur l'ensemble de l'image. Cette méthode recèle donc un problème de coalescence et d'ajustement de la moyenne, pour lequel des algorithmes robustes à nombre variable de modèles, par exemple, pourraient s'avérer bien adaptés.

### Modélisation de l'apparence et apprentissage robuste

A court terme, nous envisageons de reprendre les techniques développées dans la thèse de Rozenn Dahyot pour l'identification de la signalisation verticale. Leur application à la détection semble trop coûteuse en termes de temps de calcul et des alternatives ont été développées depuis lors. Par contre, elles pourraient s'avérer bénéfiques en reconnaissance. Plusieurs points restent à traiter avant d'envisager une mise en œuvre pratique sur images réelles. En particulier, une évaluation systématique sera prochainement effectuée par Philippe Foucher au sein de l'ERA.

Par ailleurs, l'article de Figueiredo et Jain [122], mentionné au §3.1, propose un exemple d'application de l'EM avec contrôle du nombre de composantes qui nous intéresse directement. Il s'agit de l'apprentissage de variétés par des mélanges de modèles d'analyse factorielle, tel que celui proposé dans [299] dans le cas gaussien. Le modèle génératif linéaire (3.7) que nous utilisons

pour la représentation de l'apparence (*cf.* Chap. 3) en représente une restriction au cas à une seule composante. Même si nous avons montré qu'une modélisation statistique adaptée de la variable latente pouvait fournir des algorithmes de détection et de reconnaissance performants, l'utilisation de modèles plus locaux [159] constitue une alternative valable. De plus, alors que la méthode d'estimation de la variable latente mise en œuvre dans les thèses de Rozenn Dahyot et Torbjørn Vik utilise une modélisation robuste du bruit, la détermination des vecteurs propre est réalisée sous hypothèse gaussienne. Une seconde perspective, envisagée avec Christian Heinrich (LSIIT), consisterait donc à étudier l'adaptation de méthodes robustes, telle que le SMRF [291], à la construction de modèles linéaires locaux pour l'apprentissage de l'apparence. Je souhaite également poursuivre l'étude d'autres techniques non linéaires d'apprentissage, comme les méthodes par noyaux [262].

### 3.2 Modèles déformables

#### Modèles déformables paramétriques et moments de Legendre

La contrainte de forme que nous avons proposée pour les modèles déformables repose sur une représentation paramétrique de la fonction caractéristique des objets. Par contre, son optimisation est réalisée à l'aide d'un processus d'évolution de courbe. Il pourrait être pertinent d'étudier les performances de l'approche alternative, consistant à optimiser directement sur les moments de la forme en évolution. Une telle approche paramétrique a été proposée dans [303], pour une représentation par décomposition de la carte de distances signées sur un sous-espace propre obtenu par apprentissage. Cette façon de faire nécessite évidemment de reconstruire la forme et de la placer sur l'image afin d'évaluer le terme d'attache aux données, ce qui peut se réaliser à l'aide de la formule de reconstruction à partir des moments, les paramètres de pose étant directement calculés à partir des moments géométriques jusqu'à l'ordre 3. Moyennant une optimisation de l'algorithme de reconstruction, on pourrait espérer un gain en temps de calcul. D'autre part, la reconstruction fournit une approximation non binaire de la fonction caractéristique. On peut faire un rapprochement avec le modèle proposé dans [87]. En particulier, il serait intéressant d'étudier les implications pratiques du fait que l'on travaille alors dans un espace convexe de représentation.

#### Implantation explicite et contraintes de haut niveau

Dans certaines applications, il peut être profitable d'utiliser une représentation explicite des courbes par *spline* [39, 243] ou en utilisant des polygones [68, 306], quitte à devoir gérer manuellement les problèmes de changements de topologie des courbes (ou à les interdire, parfois). Cela permet, en particulier, d'accélérer les calculs. Nous envisageons, en collaboration avec F. Precioso (Maître de conférences, ENSEA), d'étudier une implantation par *spline-snakes* de notre contrainte de forme basée sur les moments de Legendre. Le théorème de Green serait utilisé

pour accélérer le calcul des moments, comme décrit dans [170, 267], par exemple. Une approche polygonale est également envisageable.

### Contraintes d'apparence pour les modèles déformables

La plupart des contraintes de forme utilisées dans les contours actifs ne représentent que la silhouette des objets. Pour modéliser l'apparence des objets, il est, naturellement, envisageable de combiner dans une même fonctionnelle d'énergie contrainte de forme et contrainte de distance statistique à une distribution de référence [174, 133]. Une autre perspective de notre travail pourrait consister à construire un descripteur unifié associant une représentation de la silhouette et de la fonction d'intensité : des moments de Legendre de la fonction caractéristique et l'histogramme de la région, par exemple. Les moments en niveaux de gris seraient également un candidat possible pour la définition de ce type de descripteur.

### Reconstruction et modèles déformables

Comme nous l'avons écrit dans la section 2, il s'agit d'un axe de recherche nouveau, que nous souhaitons continuer à développer pendant et par-delà la thèse de Gil Gaullier, en collaboration avec le LSIIT et la division RMS du LCPC. Au stade actuel de nos investigations, nous avons montré l'intérêt des contraintes de forme pour la reconstruction tomographique classique d'objets binaires, à partir de données synthétiques bruitées et pour de faibles nombres de projection. Un certain nombre d'idées d'améliorations et perspectives se dégagent d'ores et déjà de ce travail.

A court terme, nous envisageons d'employer des gradients de Sobolev en reconstruction afin d'obtenir une évolution plus lisse des courbes. Ce sera l'occasion d'une étude comparée entre l'approche utilisant ces gradients dans le plan tangent à la courbe [282, 283] et celle travaillant directement dans l'espace image [244, 246]. Nous allons également explorer l'adaptation des méthodes de reconstruction orientées objet à la reconstruction non linéaire. C'est le cas de la tomographie par temps de vol, où les *rais* de projection dépendent du champ reconstruit. Une méthode de linéarisation au premier ordre (de type Gauss-Newton [91]) est envisagée. En ce qui concerne la détermination des rais de projection, nous projetons de mettre en place une technique basée sur la propagation de front, de type *Fast Marching* (cf. § 3.4, Chap. 4) comme alternative à la méthode analytique approchée de [91]. Par ailleurs, tout comme en segmentation, il serait envisageable de considérer une méthode de reconstruction où l'optimisation porterait directement sur les moments. On pourrait, en particulier, exploiter la relation existant entre les moments des projections et les moments de l'objet étudié (le théorème des projections, ou de la coupe centrale, se généralisant, au-delà des bases de Fourier, à toutes les fonctions de base à carré intégrable [215]). Une telle méthode risquerait, certes, d'être limitée par la nécessité de disposer d'un nombre suffisant de projections. Il serait alors intéressant de voir dans quelle mesure la contrainte de forme permettrait d'atténuer cette limitation. Enfin, on peut considérer que le modèle constant par morceau n'est pas forcément bien adapté aux applications



réelles. Il est directement possible d'étendre le cadre que nous utilisons à des fonctions de type polynômial. Une autre façon de faire serait de raffiner le résultat obtenu par le modèle binaire, en utilisant un modèle lisse par morceau. Une fonctionnelle de type Mumford et Shah avec un terme d'attache aux données modifié par la présence d'un opérateur intégral, a été proposée dans [186] en déconvolution. Son adaptation à la tomographie ne devrait pas poser de problème, du point de vue théorique. On doit, par contre s'attendre à des temps de calcul beaucoup plus importants.

A moyen terme, notamment pour appliquer ces méthodes au cas non binaire, par exemple en imagerie médicale, il est nécessaire d'employer des modèles multi-phases. Cela ne pose pas de problème théorique, le modèle de Chan et Vese ayant, par exemple déjà été étendu au cas multi-phases dans [119] pour le bruit gaussien et dans [268, 52] pour le bruit de Poisson. Par contre, la définition de contraintes de forme dans ce contexte est plus problématique. On peut, par exemple, se poser la question du choix de la phase sur laquelle appliquer la contrainte.

### Conclusion, perspectives à plus long terme et problèmes ouverts

Les contours actifs ont connu un fort développement au cours de ces quinze ans et, tout particulièrement, des toutes dernières années. On trouve un grand nombre de méthodes, adaptées à des situations diverses. Certaines se montrent efficaces, jusqu'à atteindre l'optimum global pour des temps de calcul relativement faibles, dans plusieurs cas. C'est pourquoi je souhaite continuer à diffuser les techniques de contours actifs dans nos domaines d'application. Ainsi, des outils récents, tels que les méthodes permettant de calculer une segmentation optimale autour d'un point [9], au sens d'une distance géodésique, pourraient constituer des outils interactifs d'intérêt général (cf. § 3.4, Chap. 4). Les méthodes variationnelles globalement optimales [35] (cf. § 5, Chap. 4), mises en œuvres sur des descripteurs de texture bien choisis, constituent une piste intéressante pour la détection de défauts sur des images de maçonneries, par exemple. Les modèles déformables implantent un double niveau de régularisation, sur les valeurs de l'image reconstruite et sur la forme des objets d'intérêt, ce qui les rend très prometteurs pour la reconstruction d'images. Pour autant, malgré les progrès accomplis récemment, notamment en termes d'efficacité, un certain nombre de problèmes demeurent ouverts et des verrous doivent encore être levés afin de permettre l'usage de ces techniques dans des situations réelles. C'est pourquoi je souhaite également approfondir l'étude de ce type de méthodes.

En matière d'efficacité, les approches fondées sur la recherche de chemins optimaux, ou de coupes optimales, sur des graphes me semblent avoir un potentiel important. C'est le cas des méthodes d'optimisation de distance géodésique déjà évoquées, mais aussi des *Graph Cuts*, très populaires ces dernières années, ou encore des techniques de mise en correspondance de formes proposées tout récemment dans [260, 261]. Les approches variationnelles fournissent une alternative crédible à ces méthodes et certaines annoncent déjà des performances comparables, pour une précision supérieure [150]. Cependant, si les principes semblent déjà relativement bien



établis dans le cas binaire, la segmentation multi-phases n'est pas encore complètement traitée et l'on n'atteint toujours pas l'optimum global, même si certaines méthodes s'en rapprochent [242]. Par ailleurs, les contraintes de formes commencent juste à être introduites dans ces modèles [137, 316] et il reste certainement beaucoup à faire sur le sujet. En particulier, la gestion simultanée d'objets multiples demeure encore peu explorée dans la littérature, seuls quelques exemples simples ayant été traités. Enfin, on peut penser que la prochaine *frontière* concernera la mise au point de méthodes globales pour la reconstruction orientée objet. De même que les méthodes utilisées en segmentation sont apparues suite à des travaux portant sur la restauration d'images binaires, des algorithmes traitant de manière continue des problèmes de reconstruction binaire, tels que celui présenté dans [263], pourraient fournir des pistes intéressantes.

Les modèles déformables et, en particulier, les contours actifs, semblent avoir atteint une maturité suffisante pour permettre la résolution d'un certain nombre de problèmes d'analyse ou de reconstruction d'images, dans des environnements contrôlés ou suffisamment structurés. Les images traitées sont cependant, souvent de nature binaire, et simples à interpréter d'un point de vue sémantique. Comme pour beaucoup d'autres méthodes de détection et de reconnaissance des formes, des difficultés surviennent lorsqu'on souhaite appliquer ces techniques à des images réelles, souvent très complexes. A l'heure actuelle, des questions telles que la détection d'un nombre inconnu d'objets différents, incluant la possibilité qu'aucun ne soit présent aussi bien que le cas multi-phases, n'ont pas encore trouvé de solution satisfaisante. Les contraintes de haut niveau, portant sur la forme des objets, ont permis des avancées, mais des situations difficiles, impliquant des objets multiples, éventuellement imbriqués ou de nature très variable, ne sont pas encore résolues. La définition de descripteurs et de critères exploitant de manière optimale et robuste les informations de forme, d'apparence (couleur, texture, relief ou mouvement apparent), ainsi que des connaissances statistiques sur le bruit et la variabilité des objets recherchés, auxquels on puisse associer des algorithmes d'optimisation efficaces, demeure un vaste champ d'investigation, propice à l'innovation.

# Bibliographie

- [1] D. ADALSTEINSSON et J.A. SETHIAN. A fast level set method for propagating interfaces. *Journal of Computational Physics*, 118 :269–277, 1995.
- [2] D. ADALSTEINSSON et J.A. SETHIAN. The fast construction of extension velocities in level set methods. *Journal of Computational Physics*, 148(1) :2–22, 1999.
- [3] M. ALLAIN. *Approche pénalisée en tomographie hélicoïdale en vue de l'application à la conception d'une prothèse personnalisée du genou*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud - Paris XI, France, 2002.
- [4] M. ALLAIN, J. IDIER, et Y. GOUSSARD. On global and local convergence of half-quadratic algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(5) :1130–1142, mai 2006.
- [5] L. AMBROSIO et V.M. TORTORELLI. Approximation of functionals via  $\gamma$ -convergence. *Commun. Pure & Appl. Math.*, 43 :999–1036, 1990.
- [6] L. AMBROSIO et V.M. TORTORELLI. On the approximation of free discontinuity problems. *Boll. Un. Mat. Ital.*, 6(B) :105–123, 1992.
- [7] A. AMINI, T. WEYMOUTH, et R. JAIN. Using dynamic programming for solving variational problems in vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(9) :855–867, 1990.
- [8] B. APPLETON et C. SUN. Circular shortest paths by Branch and Bound. *Pattern Recognition*, 36(11) :2513 – 2520, 2003.
- [9] B. APPLETON et H. TALBOT. Globally optimal geodesic active contours. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 23(1) :67–86, 2005.
- [10] G. AUBERT, M. BARLAUD, O. FAUGERAS, et S. JEHAN-BESSON. Image segmentation using active contours : calculus of variations or shape gradients? *SIAM, Journal on Applied Mathematics*, 63(6) :2128–2154, septembre 2003. Egalement RR-INRIA 4483, juin 2002.
- [11] G. AUBERT et L. BLANC-FÉRAUD. An elementary proof of the equivalence between 2D and 3D classical snakes and geodesic active contours. Rapport de Recherche RR-3340, INRIA, Sophia Antipolis, janvier 1998.
- [12] G. AUBERT, L. BLANC-FÉRAUD, et R. MARCH. An approximation of the Mumford-Shah energy by a family of discrete edge-preserving functionals. *Nonlinear Analysis*, 64(9) :1908–1930, 2006.

- [13] G. AUBERT et P. KORNPORST. *Mathematical Problems in Image Processing : Partial Differential Equations and the Calculus of Variations*, volume 147 de *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, second édition, 2006.
- [14] J.F. AUJOL et A. CHAMBOLLE. Dual norms and image decomposition models. *International Journal of Computer Vision*, 63(1) :85—104, 2005.
- [15] E. BAE et X.C. TAI. Graph cuts for the multiphase Mumford-Shah model using piecewise constant level set methods. Rapport de recherche cam08-36, UCLA, juin 2008.
- [16] T. BAILLOEUL, V. PRINET, B. SERRA, et P. MARTON. Spatio-temporal prior shape constraint for level set segmentation. Dans *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition (EMMCVPR)*, numéro 3757 dans *Lecture Notes in Computer Science*, pages 503–519. Springer, 2005.
- [17] N. BARNES, A. ZELINSKY, et L.S. FLETCHER. Real-time speed sign detection using the radial symmetry detector. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 9(2) :322–332, juin 2008.
- [18] X. BATTLE, G. CUNNINGHAM, et K. HANSON. Tomographic reconstruction using 3D deformable models. *Physics in Medicine and Biology*, 43 :983–990, 1998.
- [19] X. BATTLE, C. REST, A. TURZO, et Y. BIZAIS. Three-dimensional attenuation map reconstruction using geometrical and free-form deformation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 19(5) :404–411, 2000.
- [20] L. BELCASTRO, W. KARL, et A. WILLSKY. Tomographic reconstruction of polygons from knot location and chord length measurements. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing : Graphical Models and Image Processing*, 58(3) :233–245, 1996.
- [21] P. BELHUMEUR, J. HESPANHA, et D. KRIEGMAN. Eigenfaces vs. Fisherfaces : Recognition using class specific linear projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(7) :711–720, juillet 1997.
- [22] I. BEN AYED et A. MITICHE. A region merging prior for variational level set image segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(12) :2301–2311, décembre 2008.
- [23] M. BEN SALAH, A. MITICHE, et I. BEN AYED. A continuous labeling for multiphase graph cut image partitioning. Dans G. Bebis *et al*, éditeur, *ISVC (I)*, volume 5358 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 268–277. Springer, Berlin / Heidelberg, 2008.
- [24] M.O. BERGER. *Les contours actifs : modélisation, comportement, convergence*. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, 1991.
- [25] L. BERTELLI, B. SUMENGEN, B. MANJUNATH, et F. GIBOU. A variational framework for multiregion pairwise-similarity-based image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(8) :1400–1414, août 2008.

- [26] E. BIGORGNE et J.P. TAREL. Backward segmentation and region fitting for geometrical visibility range estimation. Dans *Proceedings of Asian Conference on Computer Vision (ACCV'07)*, volume II, pages 817–826, Tokyo, Japon, 2007.
- [27] M. J. BLACK et A. RANGARAJAN. On the unification of line processes, outlier rejection, and robust statistics with applications in early vision. *International Journal of Computer Vision*, 19(1) :57–92, juillet 1996.
- [28] A. BLAKE et A. ZISSERMAN. *Visual reconstruction*. MIT Press, Cambridge, USA, 1987.
- [29] L. BLANC-FÉRAUD. *Sur quelques Problèmes Inverses en Traitement d'Image*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université de Nice-Sophia Antipolis, France, juillet 2000.
- [30] L. BLANC-FÉRAUD, P. CHARBONNIER, G. AUBERT, et M. BARLAUD. Nonlinear image processing : Modeling and fast algorithm for regularization with edge detection. Dans *Proc. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, volume I, pages 474–477, Washington D.C., USA, septembre 1995.
- [31] Y. BOYKOV, O. VEKSLER, et R. ZABIH. Fast approximate energy minimization via graph cuts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(11) :1222–1239, novembre 2001.
- [32] D. BREEN et R. WHITAKER. A level-set approach for the metamorphosis of solid models. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 7(2) :173–192, 2001.
- [33] Y. BRESLER, J. FESSLER, et A. MACOVSKI. A Bayesian approach to reconstruction from incomplete projections of a multiple object 3-D domain. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 :840–858, 1989.
- [34] Y. BRESLER et A. MACOVSKI. Three-dimensional reconstruction from projections with incomplete and noisy data by object estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, ASSP-35(8) :1139–1152, 1987.
- [35] X. BRESSON, S. ESEDOĞLU, P. VANDERGHEYNST, J.P. THIRAN, et S. OSHER. Fast global minimization of the active contour/snake model. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 28(2) :151–167, 2007.
- [36] X. BRESSON, P. VANDERGHEYNST, et J.P. THIRAN. A priori information in image segmentation : energy functional based on shape statistical model and image information. Dans *Proc. IEEE Conference on Image Processing*, volume 3, pages 425–428, Barcelone, Espagne, septembre 2003.
- [37] X. BRESSON, P. VANDERGHEYNST, et J.-P. THIRAN. A variational model for object segmentation using boundary information and shape prior driven by the Mumford-Shah functional. *International Journal of Computer Vision*, 68(2) :145–162, juin 2006.
- [38] R. BRIDSON. *Computational aspects of dynamic surfaces*. Thèse de doctorat, Université de Stanford, Californie, USA, juillet 2003.

- [39] P. BRIGGER, J. HOEG, et M. UNSER. B-spline snakes : A flexible tool for parametric contour detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(9) :1484–1496, septembre 2000.
- [40] M. BRO-NIELSEN. Active nets and cubes. IMM Tech. Rep 94-13, Institute of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Bldg. 321 DK-2800, Lyngby, Danemark, novembre 1994.
- [41] M. BRO-NIELSEN. Modelling elasticity in solids using active cubes - application to simulated operations. Dans *Proc. Computer Vision, Virtual Reality, and Robotics in Medicine (CVRMed'95)*, volume 905 de *LNCS*, pages 535–541, Nice, France, avril 1995. Springer.
- [42] T. BROX et D. CREMERS. On local region models and a statistical interpretation of the piecewise smooth Mumford-Shah functional. *International Journal of Computer Vision*, 2008. À paraître. Accessible en ligne : <http://www.springerlink.com>.
- [43] T. BROX et J. WEICKERT. Level set segmentation with multiple regions. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(10) :3213–3218, octobre 2006.
- [44] A. BRUHN, J. WEICKERT, et C. SCHNÖRR. Lucas/Kanade meets Horn/Schunck : Combining local and global optic flow methods. *International Journal of Computer Vision*, 61(3) :211–231, 2005.
- [45] A. BUADES, B. COLL, et J.M. MOREL. Image and movie denoising by nonlocal means. Rapport technique CMLA-25, Centre de Mathématiques et de Leurs Applications, Cachan, 2006.
- [46] M. BURGER, B. HACKL, et W. RING. Incorporating topological derivatives into level set methods. *Journal of Computational Physics*, 194 :344–362, 2004.
- [47] C. CARLOTTI, A. MERTINS, C. BODENSTEINER, et U. HOFMANN. Local region descriptors for active contours evolution. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(12) :2275–2288, décembre 2008.
- [48] V. CASELLES, F. CATTÉ, T. COLL, et F. DIBOS. A geometric model for active contours in image processing. *Numerische Mathematik*, 66 :1–31, octobre 1993.
- [49] V. CASELLES, R. KIMMEL, et G. SAPIRO. Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision*, 22(1) :61–79, février 1997.
- [50] M. ÇETIN et W. KARL. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(4) :623–631, avril 2001.
- [51] F. CHAMPAGNAT et J. IDIER. A connection between half-quadratic criteria and EM algorithms. *IEEE Signal Processing Letters*, 11(9) :709–712, septembre 2004.
- [52] T. CHAN, H. LI, M. LYSAKER, et X. TAI. Level set method for positron emission tomography. *International Journal of Biomedical Imaging*, 2007 :1–15, 2007.

- [53] T. CHAN et L. VESE. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image processing*, 10(2) :266–277, février 2001.
- [54] T. CHAN et W. ZHU. Level set based shape prior segmentation. Dans *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 1164–1170, juin 2005.
- [55] P. CHARBONNIER. *Reconstruction d'image : régularisation avec prise en compte des discontinuités*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, France, septembre 1994.
- [56] P. CHARBONNIER, L. BLANC-FÉRAUD, G. AUBERT, et M. BARLAUD. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(2) :298–311, février 1997.
- [57] P. CHARBONNIER et O. CUISENAIRE. Une étude des contours actifs : modèles classique, géométrique et géodésique. Rapport technique 163, Université Catholique de Louvain, Laboratoire TELE, Place du Levant 2, 1348 LOUVAIN-LA-NEUVE (Belgique), juillet 1996.
- [58] P. CHARBONNIER, F. DIEBOLT, Y. GUILLARD, et F. PEYRET. Road markings recognition using image processing. Dans *Proc. IEEE Intelligence on Transportation Systems Conference*, pages 912–917, Boston, USA, novembre 1997.
- [59] P. CHARBONNIER, Y. GUILLARD, et X. CLADY. Détection automatique de fissures sur ouvrages d'art par analyse d'images. Rapport technique FAER 283138, LCPC, avril 1999.
- [60] P. CHARBONNIER et J.-M. MOLIARD. Implantation dans picture d'un algorithme de segmentation d'images par minimisation de distance géodésique pour le suivi de bords ou de fissures. Rapport technique FAER 282410, OR 11A025, LCPC, février 2002.
- [61] P. CHARBONNIER et J.M. MOLIARD. Calculs de chemins minimaux, suivi de fissures et autres applications. Dans LCPC, éditeur, *Journées des Sciences de l'Ingénieur du réseau des laboratoires des Ponts et Chaussées*, Actes des journées scientifiques du LCPC, pages 201–206, Dourdan, France, décembre 2003.
- [62] P. CHARBONNIER, P. NICOLLE, Y. GUILLARD, et J. CHARRIER. Road boundaries detection using color saturation. Dans *Proc. European Conference (EUSIPCO)*, pages 2553–2556, Ile de Rhodes, Grèce, septembre 1998.
- [63] P. CHARBONNIER, J.P. TAREL, et S.S. IENG. Théorie semi-quadratique, régularisation et estimation robuste. Dans P. ARGOU, N. POINT, et G. DUTILLEUX, éditeurs, *Problèmes inverses en génie civil*, numéro 15 dans Collection Études et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées (ERLPC) - Série sciences pour le génie civil, chapitre 7, pages 143–165. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, janvier 2009.
- [64] M. CHARMY, S. DERRODE, et F. GHORBEL. Fourier-based geometric shape prior for snakes. *Pattern Recognition Letters*, 29(7) :897–904, 2008.

- [65] G. CHARPIAT, O. FAUGERAS, et R. KERIVEN. Approximations of shape metrics and application to shape warping and empirical shape statistics. Rapport technique RR-4820, INRIA, Sophia Antipolis, mai 2003.
- [66] Y. CHEN, H. TAGARE, S. THIRUVENKADAM, F. HUANG, D. WILSON, K.S. GOPINATH, R.W. BRIGGS, et E.A. GEISER. Using prior shapes in geometric active contours in a variational framework. *International Journal of Computer Vision*, 50(3) :315–328, décembre 2002.
- [67] Y. CHENG. Mean shift, mode seeking, and clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(8) :790–799, août 1995.
- [68] C. CHESNAUD, P. RÉFRÉGIER, et V. BOULET. Statistical region snake based segmentation adapted to different physical noise models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(11) :1145–1157, novembre 1999.
- [69] P. CHIAO, W. ROGERS, N. CLINTHORNE, J. FESSLER, et A. HERO. Model-based estimation for dynamic cardiac studies using ECT. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(2) :217–226, 1994.
- [70] D. CHOPP. Computing minimal surfaces via level set curvature flow. *Journal of Computational Physics*, 106(1) :77–91, mai 1993.
- [71] G. CHUNG et L. VESE. Energy minimization based segmentation and denoising using a multilayer level set approach. Dans *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition (EMMCVPR'2005)*, volume 3757 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 439–455, Berlin / Heidelberg, octobre 2005. Springer.
- [72] C. CIOFOLO et C. BARILLOT. Analyse de forme pour la segmentation de structures cérébrales 3D par ensembles de niveau et commande floue. Dans *15ème Congrès Francophone AFRIF/AFIA de Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle, RFIA'2006*, Tours, France, janvier 2006.
- [73] M. CLERC et J. KENNEDY. The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(1) :386–396, 2002.
- [74] J.P. COCQUEREZ, S. PHILIPP, J.M. CHASSERY, D. DEMIGNY, C. GRAFFIGNE, A. MONTANVERT, R. ZÉBOUDJ, et J. ZÉRUBIA. *Analyse d'images : filtrage et segmentation*. Enseignement de la physique. Masson, Paris, 1995.
- [75] L. COHEN. On active contour models and balloons. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Image Understanding*, 53(2) :211–218, 1991.
- [76] L. COHEN, E. BARDINET, et N. AYACHE. Surface reconstruction using active contour models. Rapport de Recherche RR-1824, INRIA, Sophia Antipolis, février 1993.

- [77] L. COHEN et I. COHEN. Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-D and 3-D images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11) :1131–1147, novembre 1993.
- [78] L. COHEN et R. KIMMEL. Global minimum for active contour models : A minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, 24(1) :57–78, 1997.
- [79] O. COLLIOT, O. CAMARA, et I. BLOCH. Un modèle déformable intégrant des relations spatiales pour la segmentation de structures cérébrales. *Revue I3 - Information, Interaction, Intelligence*, 5(1) :29–58, 2005.
- [80] D. COMANICIU et P. MEER. Mean shift : A robust approach toward feature space analysis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(5) :603—619, mai 2002.
- [81] T. COOTES, D. COOPER, C. TAYLOR, et J. GRAHAM. Active shape models - their training and application. *Computer Vision and Image Understanding*, 61(1) :38–59, janvier 1995.
- [82] R. COURANT, K. FRIEDRICHS, et H. LEWY. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal of Research and Developement*, 11 :215–234, 1967.
- [83] D. CREMERS, T. KOHLBERGER, et C. SCHNÖRR. Shape statistics in kernel space for variational image segmentation. *Pattern Recognition : Special Issue on Kernel and Subspace Methods in Computer Vision*, 36(9) :1929–1943, septembre 2003.
- [84] D. CREMERS, S. OSHER, et S. SOATTO. Kernel density estimation and intrinsic alignment for shape priors in level set segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 69(3) :335–351, 2006.
- [85] D. CREMERS et M. ROUSSON. Efficient kernel density estimation of shape and intensity priors for level set segmentation. Dans J. SURI et A. FARAG, éditeurs, *Parametric and Geometric Deformable Models : An application in Biomaterials and Medical Imagery*, chapitre 13, pages 447–460. Springer, Berlin / Heidelberg, mai 2007.
- [86] D. CREMERS, M. ROUSSON, et R. DERICHE. A review of statistical approaches to level set segmentation : Integrating color, texture, motion and shape. *International Journal of Computer Vision*, 72(2) :195–215, 2007.
- [87] D. CREMERS, F. SCHMIDT, et F. BARTHEL. Shape priors in variational image segmentation : Convexity, Lipschitz continuity and globally optimal solutions. Dans *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Anchorage, Alaska, juin 2008.
- [88] D. CREMERS, N. SOCHEN, et C. SCHNÖRR. Towards recognition-based variational segmentation using shape priors and dynamic labeling. Dans L. GRIFFIN, éditeur, *International Conference on Scale-Space Theories in Computer Vision*, volume 2695, pages 388–400, Ile de Skye, Ecosse, juin 2003. Lecture Notes in Computer Science.



- [89] D. CREMERS, N. SOCHEN, et C. SCHNÖRR. A multiphase dynamic labeling model for variational recognition-driven image segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 66(1) :67–81, janvier 2006.
- [90] D. CREMERS, F. TISCHHÄUSER, J. WEICKERT, et C. SCHNÖRR. Diffusion snakes : Introducing statistical shape knowledge into the Mumford-Shah functional. *International Journal of Computer Vision*, 50(3) :295–313, décembre 2002.
- [91] P. CÔTE. *Tomographies sismiques en génie civil*. Thèse de doctorat d'état, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, 1988.
- [92] D. CYGANSKI et J. ORR. Applications of tensor theory to object recognition and orientation determination. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 7(6) :662–673, novembre 1985.
- [93] R. DAHYOT. *Analyse d'images séquentielles de scènes routières par modèles d'apparence pour la gestion du réseau routier*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 2001.
- [94] R. DAHYOT, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Robust visual recognition of colour images. Dans *IEEE Int. Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 685–690, juin 2000. CVPR 2000, Hilton Head Island, USA.
- [95] R. DAHYOT, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Détection robuste par modèle probabiliste d'apparence : une approche bayésienne. *Traitement du Signal*, 20(2) :101–117, septembre 2003.
- [96] R. DAHYOT, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Robust Bayesian detection using appearance-based models. *Pattern Analysis and Applications*, 7 :317–332, 2004.
- [97] S. DAMBREVILLE, Y. RATHI, et A. TANNENBAUM. A framework for image segmentation using shape models and kernel space shape priors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(8) :1385–1399, août 2008.
- [98] L. de CASTRO et F. von ZUBEN. Learning and optimization using the clonal selection principle. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(3) :239–251, 2002.
- [99] M. DE LA GORCE et N. PARAGIOS. Fast dichotomic multiple search algorithm for shortest circular path. Dans *Proc. 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'06)*, volume 2, pages 403–406, 2006.
- [100] E. DEBREUVE, M. BARLAUD, G. AUBERT, et J. DARCOURT. Attenuation map segmentation without reconstruction using a level set method in nuclear medicine imaging. Dans *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, volume 1, pages 34–38, 1998.
- [101] M.C. DELFOUR et J.P. ZOLÉSIO. *Shape and geometries : analysis, differential calculus and optimization*. Advances in design and control. SIAM, 2001.

- [102] H. DELINGETTE. On smoothness measures of active contours and surfaces. Dans *IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision (VLSM'2001)*, pages 43–50, Vancouver, Canada, juillet 2001.
- [103] H. DELINGETTE et J. MONTAGNAT. Topology and shape constraints on parametric active contours. Rapport de Recherche RR-3880, INRIA, Sophia Antipolis, 2000.
- [104] A. DEMPSTER, N. LAIRD, et D. RUBIN. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 39(1) :1–38, 1977.
- [105] J. DENG et H. TSUI. A fast level set method for segmentation of low contrast noisy biomedical images. *Pattern Recognition Letters*, 23(1-3) :161–169, 2002.
- [106] T. DESCHAMPS. *Extraction de courbes et surfaces par méthodes de chemins minimaux et ensembles de niveaux. Applications en imagerie médicale 3D*. Thèse de doctorat, Université Paris-IX Dauphine, 2001.
- [107] T. DESCHAMPS et L. COHEN. Fast extraction of minimal paths in 3D images and applications to virtual endoscopy. *Medical Image Analysis*, 5(4) :281–299, décembre 2001.
- [108] E. DIJKSTRA. A note on two problems in connection with graphs. *Numerische Mathematic*, 1 :269–271, 1959.
- [109] O. DORN et D. LESSELIER. Level set methods for inverse scattering. *Inverse Problems*, 22(4) :R67–R131, 2006.
- [110] O. DORN, E. MILLER, et C. RAPPAPORT. A shape reconstruction method for electromagnetic tomography using adjoint fields and level sets. *Inverse Problems*, 16(5) :1119–1156, 2000.
- [111] M.P. DUBUISSON JOLLY, S. LAKSHMANAN, et A. JAIN. Vehicle segmentation and classification using deformable templates. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(3) :293–308, mars 1996.
- [112] R. DUDA, P. HART, et D. STORK. *Pattern classification*. Wiley-Intervience, seconde édition, 2001.
- [113] F. DUFRESNOIS. Étude d’un modèle déformable de Fourier pour la segmentation et le suivi d’objets 2D et 3D. *Traitement du Signal*, 17(2) :153–178, 2000.
- [114] R. DURIKOVIC, K. KANEDA, et H. YAMASHITA. Dynamic contour : a texture approach and contour operations. *The Visual Computer*, 11(6) :277–289, 1995.
- [115] G. DUTILLEUX et P. CHARBONNIER. Métaheuristiques biologiques pour la détection de la signalisation routière. Dans P. SIARRY, éditeur, *Optimisation en traitement du signal et de l’image*, Traité IC2, série traitement du signal et de l’image, chapitre 10, pages 271–294. Hermes, avril 2007. ISBN 978-2-7462-1463-7.

- [116] C. EPSTEIN et M. GAGE. The curve shortening flow. Dans A. CHORIN et A. MAJDA, éditeurs, *Wave Motion : Theory, Modeling, and Computation*, Mathematical Sciences Research Institute publications 7, pages 15–59, New York, 1987. Springer-Verlag.
- [117] A. FALCÃO, J. UDUPA, S. SAMARASEKERA, S. SHARMA, B. HIRSCH, et R. LOTUFO. User-steered image segmentation paradigms : Live-wire and live-lane. *Graphical Models and Image Processing*, 60(4) :233–260, juillet 1998.
- [118] M. FASHING et C. TOMASI. Mean shift is a bound optimization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(3) :471–474, mars 2005.
- [119] H. FENG. *Curve evolution object-based techniques for image reconstruction and segmentation*. Thèse de doctorat, Université de Boston, 2002.
- [120] H. FENG, W. KARL, et D. CASTAÑÓN. A curve evolution approach to object-based tomographic reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(1) :44–57, janvier 2003.
- [121] J. FESSLER et A. MACOVSKI. Object-based 3-D reconstruction of arterial trees from magnetic resonance angiograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 10 :25–39, 1991.
- [122] M. FIGUEIREDO et A. JAIN. Unsupervised learning of finite mixture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(3) :381–396, mars 2002.
- [123] M. FIGUEIREDO, J. LEITÃO, et A. JAIN. Unsupervised contour representation and estimation using B-splines and a minimum description length criterion. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(6) :1075–1087, juin 2000.
- [124] J. FLUSSER et T. SUK. On the calculation of image moments. Rapport de Recherche 1946, Institute of Information Theory and Automation, Académie des Sciences de la République Tchèque, janvier 1999.
- [125] P. FOUCHER, P. CHARBONNIER, et H. KEBBOUS. Evaluation of a road sign pre-detection system by image analysis. Dans *International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP)*, volume 2, pages 362–367, Lisbonne, Portugal, février 2009.
- [126] A. FOULONNEAU. *Une contribution à l'introduction de contraintes géométriques dans les contours actifs orientés région*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur - Strasbourg I, Strasbourg, décembre 2004.
- [127] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Geometric shape priors for region-based active contours. Dans *Proc. IEEE Conference on Image Processing*, volume 3, pages 413–416, Barcelone, Espagne, septembre 2003.
- [128] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Affine-invariant geometric shape priors for region-based active contours. Rapport technique RR-AF01-2005, LRPC ERA 27 LCPC/LSIIT UMR 7005 CNRS, janvier 2005.

- [129] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Affine-invariant geometric shape priors for region-based active contours. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(8) :1352–1357, août 2006.
- [130] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Affine-invariant multi-reference shape priors for active contours. Dans *9th European Conference on Computer Vision*, volume 3952 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 601–613, mai 2006.
- [131] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Multi-reference affine-invariant geometric shape priors for region-based active contours. Rapport technique RR-AF01-08, LRPC ERA 27 LCPC / LSIIT UMR 7005 CNRS, mai 2008.
- [132] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Multi-reference shape priors for active contours. *International Journal on Computer Vision*, 81(1) :68–81, janvier 2009.
- [133] D. FREEDMAN et T. ZHANG. Active contours for tracking distributions. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4) :518–526, avril 2004.
- [134] D. FREEDMAN et T. ZHANG. Interactive graph cut based segmentation with shape priors. Dans *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 755–762, 2005.
- [135] P. FUA et Y. LECLERC. Model driven edge detection. *Machine Vision and Applications*, 3 :45–56, 1990.
- [136] K. FUKUNAGA et L. HOSTETLER. The estimation of the gradient of a density function, with applications in pattern recognition. *IEEE Transactions on Information Theory*, 21 :32–40, janvier 1975.
- [137] K. FUNDANA, A. HEYDEN, C. GOSCH, et C. SCHNÖRR. Continuous graph cuts for prior-based object segmentation. Dans *International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, pages 1–4, décembre 2008.
- [138] K. FUNDANA, N. OVERGAARD, et A. HEYDEN. Variational segmentation of image sequences using region-based active contours and deformable shape priors. *International Journal on Computer Vision*, 80 :289–299, 2008.
- [139] F. GALLAND, N. BERTAUX, et P. RÉFRÉGIER. Minimum Description Length synthetic aperture radar image segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(9) :995–1006, septembre 2003.
- [140] J. GARRIGUES. *Fondements de la mécanique des milieux continus*. Méthodes numériques. Hermès-Lavoisier, 2007.
- [141] M. GASTAUD, M. BARLAUD, et G. AUBERT. Combining shape prior and statistical features for active contour segmentation. *IEEE Transactions on Circuits Systems and Video Technologies*, 14 :726–734, 2004.

- [142] G. GAULLIER, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Introducing shape priors in object-based tomographic reconstruction. Dans *International Conference on Image Processing (ICIP'2009)*, pages 1077–1080, Le Caire, Egypte, novembre 2009.
- [143] G. GAULLIER, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ. Introduction d'a priori de forme en reconstruction tomographique orientée objet. Dans *22ème colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images*, Dijon, France, 2009.
- [144] D. GEIGER et F. GIROSI. Parallel and deterministic algorithms from MRF's : surface reconstruction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(5) :401–412, mai 1991.
- [145] D. GEMAN et G. REYNOLDS. Constrained restoration and the recovery of discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(3) :367–383, mars 1992.
- [146] D. GEMAN et C. YANG. Nonlinear image recovery with half-quadratic regularization and FFT's. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(7) :932–946, juillet 1995.
- [147] S. GEMAN et D. GEMAN. Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6) :721–741, novembre 1984.
- [148] O. GERMAIN et P. RÉFRÉGIER. Optimal snake-based segmentation of a random luminance target on a spatially disjoint background. *Optics Letters*, 21(22) :1845–1848, 1996.
- [149] R. GOLDENBERG, R. KIMMEL, E. RIVLIN, et M. RUDZSKY. Fast geodesic active contours. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(10) :1467–1475, octobre 2001.
- [150] T. GOLDSTEIN, X. BRESSON, et S. OSHER. Geometric applications of the split Bregman method : Segmentation and surface reconstruction. Rapport de Recherche CAM09-06, UCLA, février 2009.
- [151] J. GOMES et O. FAUGERAS. Reconciling distance functions and level sets. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 11(2) :209–223, juin 2000.
- [152] U. GRENANDER. *Pattern Synthesis : Lectures in Pattern Theory*, volume 18 de *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, 1976.
- [153] S. GUNN et M. NIXON. A robust snake implementation : A dual active contour. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(1) :63–68, 1997.
- [154] X. HAN, C. XU, et J. PRINCE. A topology preserving level set method for geometric deformable models. *IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence*, 25(6) :755–768, juin 2003.
- [155] K. HANSON, G. CUNNINGHAM, G. JENNINGS, et D. WOLF. Tomographic reconstruction based on flexible geometric models. Dans *IEEE International Conference on Image Processing*, volume 2, pages 145–147, 1994.

- [156] T. HASTIE et W. STUETZLE. Principal curves. *Journal of the American Statistical Association*, 84 :502–516, 1989.
- [157] L. HE et S. OSHER. Solving the Chan-Vese model by a multiphase level set algorithm based on the topological derivative. Dans F. SGALLARI, A. MURLI, et N. PARAGIOS, éditeurs, *Scale Space and Variational Methods in Computer Vision*, volume 4485 de *Lecture Notes in Computer Science*, page 777–788. Springer Berlin / Heidelberg, 2007.
- [158] M. HEILER et C. SCHNÖRR. Natural image statistics for natural image segmentation. Dans *IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'2003)*, volume 2, pages 1259–1266, octobre 2003.
- [159] C. HEINRICH. *Problèmes inverses, analyse statistique de formes et problèmes connexes*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université Louis Pasteur de Strasbourg - Strasbourg I, octobre 2008.
- [160] A. HERBULOT, S. JEHAN-BESSON, S. DUFFNER, M. BARLAUD, et G. AUBERT. Segmentation of vectorial image features using shape gradients and information measures. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 25(3) :365–386, octobre 2006.
- [161] P. HORVÁTH, I. JERMYN, Z. KATO, et J. ZERUBIA. A higher-order active contour model of a ‘gas of circles’ and its application to tree crown extraction. *Pattern Recognition*, 42(5) :699–709, 2009.
- [162] N. HOUHO, J.P. THIRAN, et X. BRESSON. Fast texture segmentation model based on the shape operator and active contour. Dans *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'2008)*, pages 1–8, 2008.
- [163] B. HOUSTON, M. NIELSEN, C. BATTY, O. NILSSON, et K. MUSETH. Hierarchical RLE level set : A compact and versatile deformable surface representation. *ACM Transactions on Graphics*, 25(1) :151–175, 2006.
- [164] P.J. HUBER. *Robust statistics*. John Wiley and Sons, New York, 1981.
- [165] J. IDIER. Convex half-quadratic criteria and interacting auxiliary variables for image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(7) :1001–1009, juillet 2001.
- [166] S. S. IENG. *Méthodes robustes pour la détection et le suivi des marquages*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, France, décembre 2004.
- [167] S.-S. IENG, J.-P. TAREL, et P. CHARBONNIER. Modeling non-Gaussian noise for robust image analysis. Dans *Proceedings of International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP'07)*, pages 175–182, Barcelone, Espagne, 2007.
- [168] S.S. IENG, J.P. TAREL, et P. CHARBONNIER. Estimation robuste pour la détection et le suivi par caméra. *Traitement du Signal*, 21(3) :205–226, novembre 2004.
- [169] S.S. IENG, J.P. TAREL, et P. CHARBONNIER. Evaluation of robust fitting based detection. Dans T. PAJDLA et J. MATAS, éditeurs, *8th European Conference on Computer Vision*

- (*ECCV*), volume 3022 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 341–352, Prague, République tchèque, mai 2004. Springer.
- [170] M. JACOB, T. BLU, et M. UNSER. An exact method for computing the area moments of wavelet and spline curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(6) :633–642, 2001.
  - [171] S. JAGGI, W. KARL, et A. WILLSKY. Estimation of dynamically evolving ellipsoids with applications to medical imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 43(2) :432–443, 1995.
  - [172] A. JAGMOHAN, M. SINGH, et N. AHUJA. Dense stereo matching using kernel maximum likelihood estimation. Dans *17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04)*, volume 3, pages 28–31, août 2004.
  - [173] A. JALOBÉANU. *Modèles, estimation bayésienne et algorithmes pour la déconvolution d'images aériennes et satellitaires*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, France, 2001.
  - [174] S. JEHAN-BESSON. *Modèles de contours actifs basés région pour la segmentation d'images et de vidéos*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, France, janvier 2003.
  - [175] S. JEHAN-BESSON, M. BARLAUD, et G. AUBERT. DREAM2S : Deformable Regions driven by an Eulerian Accurate Minimization Method for image and video Segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 53(1) :45–70, juin 2003.
  - [176] M. JEON, M. ALEXANDER, W. PEDRYCZ, et N. PIZZI. Unsupervised hierarchical image segmentation with level set and additive operator splitting. *Pattern Recognition Letters*, 26(10) :1461–1469, juillet 2005.
  - [177] S. JOSHI, W. MIO, A. SRIVASTAVA, et X. LIU. Statistical shape analysis : Clustering, learning, and testing. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(4) :590–602, 2005.
  - [178] M. KASS, A. WITKIN, et D. TERZOPOULOS. Snakes : active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4) :321–331, janvier 1988.
  - [179] S. M. KAY. *Fundamentals of Statistical signal processing - Estimation Theory*. Prentice Hall International Editions, 1993.
  - [180] G. KÜHNE, J. WEICKERT, M. BEIER, et W. EFFELSBERG. Fast implicit active contour models. Dans Luc Van GOOL, éditeur, *Pattern Recognition*, numéro 2449 dans *Lecture Notes in Computer Science*, pages 133–140, Berlin Heidelberg, 2002. Springer.
  - [181] S. KICHENASSAMY, A. KUMAR, P. OLVER, A. TANNENBAUM, et A. YEZZI. Gradient flows and geometric active contour models. Dans *Proc. 5th International Conference on Computer Vision (ICCV'95)*, pages 810–815, juin 1995.

- [182] S. KICHENASSAMY, A. KUMAR, P. OLVER, A. TANNENBAUM, et A. YEZZI. Conformal curvature flows : From phase transitions to active vision. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 134 :275–301, septembre 1996.
- [183] J. KIM. *Nonparametric Statistical Methods for Image Segmentation and Shape Analysis*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology (MIT), USA, février 2005.
- [184] J. KIM, M. ÇETIN, et A. WILLSKY. Nonparametric shape priors for active contour-based image segmentation. *Signal Processing*, 87(12) :3021–3044, 2007.
- [185] J. KIM, J. FISHER, A. YEZZI, M. ÇETIN, et A. WILLSKY. A nonparametric statistical method for image segmentation using information theory and curve evolution. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(10) :1486–1502, octobre 2005.
- [186] J. KIM, A. TSAI, M. ÇETIN, et A. WILLSKY. A curve evolution-based variational approach to simultaneous image restoration and segmentation. Dans *International Conference on Image Processing (ICIP'2002)*, pages 109–112, septembre 2002.
- [187] P. M. KOULIBALY, P. CHARBONNIER, L. BLANC-FÉRAUD, I. LAURETTE, J. DAR COURT, et M. BARLAUD. Poisson statistic and half-quadratic regularization for emission tomography reconstruction algorithm. Dans *Proc. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, volume II, pages 729–732, Lausanne, Suisse, septembre 1996.
- [188] M. KUMAR, P. TORR, et A. ZISSERMAN. Obj cut. Dans *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 18–25, juin 2005.
- [189] C. LABAT. *Algorithmes d'optimisation de critères pénalisés pour la restauration d'images. Application à la déconvolution de trains d'impulsions en imagerie ultrasonore*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, décembre 2006.
- [190] K. LANGE, D. R. HUNTER, et I. YANG. Optimization transfer using surrogate objective functions. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 9(1) :1–20, mars 2000.
- [191] S. LANKTON et A. TANNENBAUM. Localizing region-based active contours. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(11) :1–11, novembre 2008.
- [192] F. LECELLIER, S. JEHAN-BESSON, J. FADILI, G. AUBERT, et M. REVENU. Statistical region-based active contours with exponential family observations. Dans *Proc. International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP'2006)*, volume 2, pages 113–116, Toulouse, France, 2006.
- [193] A. LEFOHN, J. KNISS, C. HANSEN, et R. WHITAKER. A streaming narrow-band algorithm : Interactive computation and visualization of level sets. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 10(4) :422–433, 2004.
- [194] B. LEROY, I. HERLIN, et L. COHEN. Multi-resolution algorithms for active contour models. Dans *Proc. 12th International Conference on Analysis and Optimization of Systems : Images, Wavelets and PDE's (ICAOS'96)*, volume 219/1996 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 58–65, Paris, juin 1996. Springer.



- [195] M. LEVENTON, W. GRIMSON, et O. FAUGERAS. Statistical shape influence in geodesic active contours. Dans *Proc. of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 1316–1323, Hilton Head Island, USA, juin 2000.
- [196] D. LEVIN. Mesh-independent surface interpolation. Dans G. BRUNETT, B. HAMANN, H. MÜLLER, et L. LINSEN, éditeurs, *Geometric Modeling for Scientific Visualization*, Mathematics and Visualization, pages 37–49. Springer Verlag, Berlin, 2004.
- [197] C. LI, C.Y. KAO, J. GORE, et Z. DING. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(10) :1940–1949, octobre 2008.
- [198] J. LIANG, T. MCINERNEY, et D. TERZOPOULOS. United snakes. *Medical Image Analysis*, 10(2) :215–233, avril 2006.
- [199] J. LIE, M. LYSAKER, et X.C. TAI. A variant of the level set method and applications to image segmentation. *Mathematics of Computation*, 75(255) :1155–1174, juillet 2006.
- [200] A. LITMAN, D. LESSELIER, et F. SANTOSA. Reconstruction of a two-dimensional binary obstacle by controlled evolution of a level-set. *Inverse Problems*, 14(3) :685–706, 1998.
- [201] G. LOY et N. BARNES. Fast shape-based road sign detection for a driver assistance system. Dans *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'04)*, volume 1, pages 70–75, Sendai, Japan, octobre 2004.
- [202] G. LOY et A. ZELINSKY. Fast radial symmetry for detecting points of interest. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(8) :959–973, août 2003.
- [203] R. MALLADI, J. SETHIAN, et B. VEMURI. Shape modeling with front propagation : a level set approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(2) :158–175, février 1995.
- [204] A. MANSOURI, A. MITICHE, et C. VÁZQUEZ. Multiregion competition : A level set extension of region competition to multiple region image partitioning. *Computer Vision and Image Understanding*, 101(3) :137–150, 2006.
- [205] A. MANSOURI, D. MUKHERJEE, et S. ACTON. Constraining active contour evolution via Lie groups of transformation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(6) :853–863, juin 2004.
- [206] J. MARROQUIN. Surface reconstruction preserving discontinuities. Memo 792, Massachusetts Institute of Technology, Artificial Intell. Lab., août 1984.
- [207] M. MAŠKA, J. HUBENÝ, D. SVOBODA, et M. KOZUBEK. A comparison of fast level set-like algorithms for image segmentation in fluorescence microscopy. Dans G. Bebis *et al*, éditeur, *ISVC (II)*, volume 4842 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 571–581. Springer, Berlin / Heidelberg, 2007.

- [208] T. MCINERNEY et D. TERZOPOULOS. Topologically adaptable snakes. Dans *Proc. 5th International Conference on Computer Vision (ICCV'95)*, pages 840–845, Cambridge, USA, juin 1995.
- [209] E. MÉMIN et P. PÉREZ. Dense estimation and object-based segmentation of the optical flow with robust techniques. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(5) :703–719, mai 1998.
- [210] S. MENET, P. SAINT-MARC, et G. MEDIONI. B-snakes : Implementation and application to stereo. Dans *Proc. 3rd International Conference on Computer Vision (ICCV'90)*, pages 720–726, 1990.
- [211] D. METAXAS et D. TERZOPOULOS. Shape and nonrigid motion estimation through physics-based synthesis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(6) :580–591, juin 1993.
- [212] O. MICHAILOVICH, Y. RATHI, et A. TANNENBAUM. Image segmentation using active contours driven by the bhattacharyya gradient flow. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(11) :2787–2801, novembre 2007.
- [213] M. MIGNOTTE, C. COLLET, P. PEREZ, et P. BOUTHEMY. Hybrid genetic optimization and statistical model-based approach for the classification of shadow shapes in sonar imagery. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(2) :129–141, février 2000.
- [214] P. MILANFAR, W. KARL, et A. WILLSKY. Reconstructing binary polygonal objects from projections : a statistical view. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing : Graphical Models and Image Processing*, 56(5) :371–391, 1994.
- [215] P. MILANFAR, W. KARL, et A. WILLSKY. A moment-based variational approach to tomographic reconstruction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(3) :459–470, mars 1996.
- [216] E. MILLER, M. KILMER, et C. RAPPAPORT. A new shape-based method for object localization and characterization from scattered field data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(4) :1682–1696, 2000.
- [217] B. MOGHADDAM et A. PENTLAND. Probabilistic visual learning for object representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(7) :696–710, juillet 1997.
- [218] A. MOHAMMAD-DJAFARI. Image reconstruction of a compact object from a few number of projections. Dans *IASTED, International Conference on Signal and Image Processing (SIP'96)*, pages 325–329, 1996.
- [219] J.M. MOREL et S. SOLIMINI. *Variational Methods in Image Segmentation*, volume 14 de *Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications*. Birkhäuser, Boston, 1995.

- [220] E. MORTENSEN et W. BARRETT. Intelligent scissors for image composition. Dans *Proc. 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH '95)*, pages 191–198, Los Angeles, USA, août 1995.
- [221] E. MORTENSEN et W. BARRETT. Toboggan-based intelligent scissors with a four-parameter edge model. Dans *Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, volume 2, pages 2452–2458, Ft. Collins, USA, juin 1999.
- [222] D. MUMFORD et J. SHAH. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Com. pure & Appl. Math.*, 42(5) :577–685, 1989.
- [223] H. MURASE et S. K. NAYAR. Visual learning and recognition of 3-D objects from appearance. *International Journal of Computer Vision*, 14(1) :5–24, janvier 1995.
- [224] NLM NATIONAL LIBRARY OF MEDICINE. The insight toolkit. Disponible en ligne sur : <http://www.itk.org>.
- [225] W. NEUENSCHWANDER, P. FUA, L. IVERSON, G. SZÉKELY, et O. KÜBLER. Ziplock snakes. *International Journal of Computer Vision*, 25(3) :191–201, 1997.
- [226] K. NI, X. BRESSON, T. CHAN, et S. ESEDOĞLU. Local histogram based segmentation using the wasserstein distance. *International Journal of Computer Vision*, 2009. À paraître. Accessible en ligne : <http://www.springerlink.com>.
- [227] M. B. NIELSEN et K. MÜSETH. Dynamic tubular grid : An efficient data structure and algorithms for high resolution level sets. *Journal of Scientific Computing*, 26(3) :261–299, 2006.
- [228] M. NIKOLOVA et R. CHAN. The equivalence of half-quadratic minimization and the gradient linearization iteration. *IEEE Transactions on image Processing*, 16(6) :1623–1627, juin 2007.
- [229] M. NIKOLOVA, S. ESEDOĞLU, et T. CHAN. Algorithms for finding global minimizers of image segmentation and denoising models. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 66(5) :1632–1648, 2006. (UCLA CAM Report 04-54, 2004).
- [230] M. NIKOLOVA et M. NG. Analysis of half-quadratic minimization methods for signal and image recovery. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 27(3) :937–966, 2005.
- [231] B. NILSSON et A. HEYDEN. A fast algorithm for level set-like active contours. *Pattern Recognition Letters*, 24(9-10) :1331–1337, juin 2003.
- [232] S. OSHER et J.A. SETHIAN. Fronts propagating with curvature-dependant speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79(1) :12–49, novembre 1988.
- [233] N. PARAGIOS et R. DERICHE. Geodesic active contours and level sets for the detection and tracking of moving objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(3) :266–280, mars 2000.

- [234] N. PARAGIOS et R. DERICHE. Geodesic active regions and level set methods for supervised texture segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 46(3) :223–247, 2002.
- [235] N. PARAGIOS, O. MELLINA-GOTTARDO, et V. RAMESH. Gradient vector flow fast geometric active contours. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(3) :402–407, 2004.
- [236] N. PARAGIOS et M. ROUSSON. Coupled geodesic active regions for image segmentation : a level set approach. Dans *6th European Conference on Computer Vision (ECCV'2000)*, volume 2, pages 224–240, Dublin, Irlande, 2000.
- [237] R. PARK. Comments on optimal approximation of uniformly rotated images : Relationship between Karhunen-Loeve expansion and discrete cosine transform”. *IEEE Transactions on Image Processing*, 11(3) :332–334, mars 2002.
- [238] S. PEI et C. LIN. Image normalization for pattern recognition. *Image and Vision Computing*, 13(10) :711–723, décembre 1995.
- [239] D. PENG, B. MERRIMAN, S.J. OSHER, H.K. ZHAO, et M. KANG. A PDE-based fast local level set method. *Journal of Computational Physics*, 155(2) :410–438, 1999.
- [240] A. PENTLAND et B. HOROWITZ. Recovery of nonrigid motion and structure. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7) :730–742, 1991.
- [241] G. PEYRÉ et L. COHEN. Heuristically driven front propagation for fast geodesic extraction. *International Journal for Computational Vision and Biomechanics*, 1(1) :55–67, janvier 2008.
- [242] T. POCK, A. CHAMBOLLE, D. CREMERS, et H. BISCHOF. A convex relaxation approach for computing minimal partitions. Dans *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2009. A paraître.
- [243] F. PRECIOSO et M. BARLAUD. B-spline active contour with handling of topology changes for fast video segmentation. *Eurasip Journal on Applied Signal Processing, special issue : image analysis for multimedia interactive services - PART II*, 2002(6) :555–560, June 2002.
- [244] R. RAMLAU et W. RING. A Mumford–Shah level-set approach for the inversion and segmentation of X-ray tomography data. *Journal of Computational Physics*, 221(2) :539–557, 2007.
- [245] I. RECHENBERG. *Evolutionstrategie'94*. Frommann-Holzboog, 1994.
- [246] R. RENKA. Image segmentation with a Sobolev gradient method. *Nonlinear Analysis*, 2009. Sous Presse. Disponible en ligne, doi :10.1016/j.na.2008.11.070.
- [247] T. RIKLIN-RAVIV, N. KIRYATI, et N. SOCHEN. Unlevel-sets : geometry and prior-based segmentation. Dans *8th European Conference on Computer Vision*, volume 3024 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 50–61, Prague, République Tchèque, mai 2004.

- [248] L. ROBERT et R. DERICHE. Dense depth map reconstruction : A minimization and regularization approach which preserves discontinuities. Dans B. BUXTON et R. CIPOLLA, éditeurs, *4th European Conference on Computer Vision (ECCV'1996)*, volume 1064 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 439–451. Springer, avril 1996.
- [249] M. ROCHERY, I. JERMYN, et J. ZERUBIA. Higher order active contours. *International Journal of Computer Vision*, 69(1) :27–42, 2006.
- [250] R. RONFARD. Region based strategies for active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 13(2) :229–251, octobre 1994.
- [251] D. ROSSI et A. WILLSKY. Reconstruction from projections based on detection and estimation of objects-parts I and II : Performance analysis and robustness analysis. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, ASSP-32(4) :886–906, 1984.
- [252] M. ROUSSON et N. PARAGIOS. Shape priors for level set representations. Dans *7th European Conference on Computer Vision (ECCV)*, volume 2351 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 78–93, Copenhagen, Danemark, mai 2002.
- [253] S. ROWEIS et Z. GHAHRAMANI. A unifying review of linear Gaussian models. *Neural Computation*, 11(2) :305–345, 1999.
- [254] S. ROWEIS et L. SAUL. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. *Science*, 290(5500) :2323–2326, 2000.
- [255] O. RUCH et P. RÉFRÉGIER. Minimal-complexity segmentation with a polygonal snake adapted to different optical noise models. *Optical letters*, 26(13) :977–979, 2001.
- [256] C. SAMSON, L. BLANC-FÉRAUD, G. AUBERT, et J. ZERUBIA. A level set model for image classification. *International Journal of Computer Vision*, 40(3) :187–197, décembre 2000.
- [257] F. SANTOSA. A level-set approach for inverse problems involving obstacles. *The European Series in Applied and Industrial Mathematics : Control, Optimization and Calculus of Variations*, 1 :17–33, 1996.
- [258] G. SAPIRO et A. TANNENBAUM. Area and length preserving geometric invariant scale-spaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(1) :67–72, janvier 1995.
- [259] C. SCHNÖRR. Computation of discontinuous optical flow by domain decomposition and shape optimization. *International Journal of Computer Vision*, 8(2) :153–165, août 1992.
- [260] T. SCHOENEMANN et D. CREMERS. Globally optimal image segmentation with an elastic shape prior. Dans *IEEE 11th International Conference on Computer Vision, 2007 (ICCV'2007)*, pages 1–6, Rio de Janeiro, Brésil, octobre 2008.
- [261] T. SCHOENEMANN, F. R. SCHMIDT, et D. CREMERS. Image segmentation with elastic shape priors via global geodesics in product spaces. Dans *British Machine Vision Conference (BMVC)*, Leeds, Royaume-Uni, septembre 2008.

- [262] B. SCHÖLKOPF, A. SMOLA, et K.-R. MÜLLER. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. *Neural Computation*, 10(5) :1299–1319, juillet 1998.
- [263] T. SCHÜLE, C. SCHNÖRR, S. WEBER, et J. HORNEGGER. Discrete tomography by convex-concave regularization and D.C. programming. *Discrete Applied Mathematics*, 151(1-3) :229–243, octobre 2005.
- [264] S. SCLAROFF et A. PENTLAND. Modal matching for correspondence and recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(6) :545–561, juin 1995.
- [265] J.A. SETHIAN. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 93(4) :1591–1595, 1996.
- [266] J.A. SETHIAN. *Level set methods and fast marching methods : evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision and material sciences*. Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics. Cambridge University Press, 1999.
- [267] S. SHEYNIN et A. TUZIKOV. Moment computation for objects with spline curve boundary. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(10) :1317–1322, 2003.
- [268] Y. SHI. *Object-Based Dynamic Imaging With Level Set Methods*. Thèse de doctorat, Université de Boston, USA, 2005.
- [269] Y. SHI et W. C. KARL. A fast level set method without solving pdes. Dans *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, volume 2, pages 97–100, mars 2005.
- [270] Y. SHI et W. C. KARL. A real-time algorithm for the approximation of level-set-based curve evolution. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(5) :645–657, mai 2008.
- [271] K. SIDDIQI, Y.B. LAUZIÈRE, A. TANNENBAUM, et S.W. ZUCKER. Area and length minimizing flows for shape segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :433–443, mars 1998.
- [272] M. SINGH, H. ARORA, et N. AHUJA. A robust probabilistic estimation framework for parametric image models. Dans T. PAJDLA et J. MATAS, éditeurs, *European Conference on Computer Vision, Lecture Notes in Computer Science*, volume 3021, pages 508–522. Springer, 2004.
- [273] L. SIROVICH et M. KIRBY. Low-dimensional procedure for the characterization of human faces. *Journal of the Optical Society of America A*, 4(3) :519–524, 1987.
- [274] G. SLABAUG et G. UNAL. Graph cuts segmentation using an elliptical shape prior. Dans *IEEE International Conference on Image Processing*, volume 2, pages 1222–1225, 2005.
- [275] J. SOKOŁOWSKI et J.P. ZOLESIO. *Introduction to shape optimization : shape sensitivity analysis*, volume 16 de *Springer Series in Computational Mathematics*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, juillet 1992.

- [276] C. SOUSSEN et A. MOHAMMAD-DJAFARI. Polygonal and polyhedral contour reconstruction in computed tomography. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(11) :1507–1523, novembre 2004.
- [277] L. STAIB et J. DUNCAN. Boundary finding with parametrically deformable models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(11) :1061–1075, novembre 1992.
- [278] J. STRAIN. Tree methods for moving interfaces. *J. Comput. Phys.*, 151(2) :616–648, 1999.
- [279] K. SUM et P. CHEUNG. Vessel extraction under non-uniform illumination : a level-set approach. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 55(1) :358–360, janvier 2008.
- [280] B. SUMENGEN et B. S. MANJUNATH. Graph partitioning active contours (GPAC) for image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(4) :509–521, 2006.
- [281] G. SUNDARAMOORTHY et A. YEZZI. Global regularizing flows with topology preservation for active contours and polygons. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(3) :803–812, mars 2007.
- [282] G. SUNDARAMOORTHY, A. YEZZI, et A. MENNUCCI. Sobolev active contours. *International Journal of Computer Vision*, 73(3) :345–366, 2007.
- [283] G. SUNDARAMOORTHY, A. YEZZI, A. MENNUCCI, et G. SAPIRO. New possibilities with Sobolev active contours. *International Journal of Computer Vision*, 2009. À paraître.
- [284] M. SUSSMAN et E. FATEMI. An efficient, interface-preserving level set redistancing algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow. *SIAM J. Sci. Comput.*, 20(4) :1165–1191, 1999.
- [285] M. SUSSMAN, P. SMEREKA, et S. OSHER. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 114 :146–159, 1994.
- [286] G. SZÉKELY, A. KELEMEN, C. BRECHBÜLER, et G. GERIG. Segmentation of 2D and 3D objects from MRI volume data using constrained elastic deformations of flexible Fourier surface models. *Medical Image Analysis*, 1(1) :19–34, mars 1996.
- [287] J.-P. TAREL, P. CHARBONNIER, et S.-S. IENG. Simultaneous robust fitting of multiple curves. Dans *Proceedings of International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP'07)*, pages 175–182, Barcelone, Espagne, 2007.
- [288] J.-P. TAREL, S.-S. IENG, et P. CHARBONNIER. *Robust Lane Marking Detection by the Half Quadratic Approach*. Collections Etudes et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, CR 49, LCPC, novembre 2007.
- [289] J.P. TAREL, S.S. IENG, et P. CHARBONNIER. Using robust estimation algorithms for tracking explicit curves. Dans SPRINGER, éditeur, *6th European Conference on Computer Vision (ECCV)*, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 2350, pages 492–407, Copenhagen, Danemark, mai 2002.

- [290] J.P. TAREL, S.S. IENG, et P. CHARBONNIER. Accurate and robust image alignment for road profile reconstruction. Dans *Proc. IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 365–368, San Antonio, USA, septembre 2007.
- [291] J.P. TAREL, S.S. IENG, et P. CHARBONNIER. A constrained-optimization based half-quadratic algorithm for robustly fitting sets of linearly parametrized curves. *Advances in Data Analysis and Classification*, 2(3) :227–239, décembre 2008.
- [292] T. TASDIZEN, J.-P. TAREL, et D.B. COOPER. Improving the stability of algebraic curves for applications. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(3) :405–416, mars 2000.
- [293] S. TEBOUL, L. BLANC-FÉRAUD, G. AUBERT, et M. BARLAUD. Variational approach for edge-preserving regularization using coupled PDE's. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :387–397, mars 1998.
- [294] M. TELES DE FIGUEIREDO et J. LEITÃO. Bayesian estimation of ventricular contours in angiographic images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 11(3) :416–429, septembre 1992.
- [295] D. TERZOPOULOS, X. TU, et R. GRZESZCZUK. Artificial fishes : Autonomous locomotion, perception, behavior, and learning in a simulated physical world. *Artificial Life*, (MIT Press), 1(4) :327–351, décembre 1994.
- [296] D. TERZOPOULOS, A. WITKIN, et M. KASS. Constraints on deformable models : recovering 3D shape and nongrid motion. *Artificial Intelligence*, 36(1) :91–123, 1988.
- [297] S. THIRUVENKADAM, T. CHAN, et B. HONG. Segmentation under occlusions using selective shape priors. Dans F. SGALLARI, A. MURLI, et N. PARAGIOS, éditeurs, *Scale Space and Variational Methods in Computer Vision*, volume 4485 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 191–202. Springer Berlin / Heidelberg, 2007.
- [298] M. TIPPING et C. BISHOP. Probabilistic principal component analysis. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 61(3) :611–622, 1999.
- [299] M. E. TIPPING et C. M. BISHOP. Mixtures of probabilistic principal component analysers. *Neural Computation*, 11(2) :443–482, 1999.
- [300] A. TSAI. *Curve Evolution and Estimation-Theoretic Techniques for Image Processing*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology (MIT), USA, août 2000.
- [301] A. TSAI, W. WELLS, C. TEMPANY, W. GRIMSON, et A. WILLSKY. Coupled multi-shape model and mutual information for medical image segmentation. *Lecture Notes in Computer Science*, 2732 :185–197, août 2003.
- [302] A. TSAI et A. WILLSKY. Curve evolution of the Mumford-Shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(8) :1169–1186, août 2001.



- [303] A. TSAI, A. YEZZI, W. WELLS, C. TEMPANY, D. TUCKER, A. FAN, W. GRIMSON, et A. WILLSKY. A shape-based approach to the segmentation of medical imagery using level sets. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(2) :137–154, février 2003.
- [304] M. TURK et A. PENTLAND. Eigenfaces for recognition. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 3(1) :71–86, 1991.
- [305] G. ÜNAL, A. YEZZI, et H. KRIM. Information-theoretic active polygons for unsupervised texture segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 62(3) :199–220, 2005.
- [306] G. (Boskürt) ÜNAL. *Curve and Polygon Evolution Techniques for Image Processing*. Thèse de doctorat, Université d'État de Caroline du Nord, Raleigh, USA, 2002.
- [307] M. UNSER, A. ALDROUBI, et M. EDEN. B-spline signal processing. Part II : Efficient design and applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(2) :834–848, février 1993.
- [308] T. VEIT, J.P. TAREL, P. NICOLLE, et P. CHARBONNIER. Evaluation of road marking feature extraction. Dans *11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation System (ITSC)*, pages 174–181, Pékin, Chine, octobre 2008.
- [309] L. VESE et T. CHAN. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model. *International Journal of Computer Vision*, 50(3) :271–293, 2002.
- [310] T. VIK. *Non-Gaussian Statistical Appearance Models. Application to the Creation of a Probabilistic Atlas of Brain Perfusion in Medical Imaging*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2004. En Anglais.
- [311] T. VIK, F. HEITZ, et P. CHARBONNIER. Mean shift-based Bayesian image reconstruction into visual subspace. Dans *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP 2003)*, volume 1, pages 697–700, Barcelone, Espagne, septembre 2003.
- [312] T. VIK, F. HEITZ, et P. CHARBONNIER. Robust pose estimation and recognition using non-Gaussian modeling of appearance subspaces. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(5) :901–905, mai 2007.
- [313] N. VU. *Image Segmentation with Semantic Priors : A Graph Cut Approach*. Thèse de doctorat, Université de Californie, Santa Barbara, USA, septembre 2008.
- [314] N. VU et B.S. MANJUNATH. Shape prior segmentation of multiple objects with graph cuts. Dans *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 1–8, juin 2008.
- [315] J. WEICKERT, B.M. ter HAAR ROMENY, et M. VIERGEVER. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :398–410, mars 1998.

- [316] M. WERLBERGER, T. POCK, M. UNGER, et H. BISCHOF. A variational model for interactive shape prior segmentation and real-time tracking. Dans *International Conference on Scale Space and Variational Methods in Computer Vision (SSVM)*, juin 2009. à paraître.
- [317] R. WHITAKER. A level-set approach to 3D reconstruction from range data. *International Journal of Computer Vision*, 29(3) :203–231, 1998.
- [318] R. WHITAKER et V. ELANGOVA. A direct approach to estimating surfaces in tomographic data. *Medical Image Analysis*, 6(3) :235–249, 2002.
- [319] D. WILLIAMS et J. SHAH. A fast algorithm for active contours and curvature estimation. *CVGIP : Image Understanding*, 55(1) :14–26, janvier 1992.
- [320] C. XU, D. PHAM, et J. PRINCE. *Medical Image Segmentation Using Deformable Models*, volume PM80, chapitre 3, pages 129–174. SPIE Press, juin 2000.
- [321] C. XU et J. PRINCE. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :359–369, mars 1998.
- [322] C. XU, A. YEZZI, et J. PRINCE. On the relationship between parametric and geometric active contours. Dans *Proc. 34th Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers*, pages 483–489, octobre 2000.
- [323] A. YEZZI, A. TSAI, et A. WILLSKY. A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery. Dans *Proc. of 7th IEEE International Conference on Computer Vision*, volume 2, pages 898–903, Kerkyra, Grèce, septembre 1999.
- [324] D. YU et A. FESSLER. Edge-preserving tomographic reconstruction with nonlocal regularization. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(2) :159–173, 2002.
- [325] T. ZHANG et D. FREEDMAN. Tracking objects using density matching and shape priors. Dans *Proc. 9th IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 1056–1062, Nice, France, octobre 2003.
- [326] H. ZHAO, T. CHAN, B. MERRIMAN, et S. OSHER. A variational level set approach to multiphase motion. *Journal of Computational Physics*, 127(1) :179–195, 1996.
- [327] S. ZHU et A. YUILLE. Region competition : unifying snakes, region growing, and Bayes/MDL for multiband image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(9) :884–900, septembre 1996.



Deuxième partie

Sélection de publications



## 1 Ajustement robuste et simultané d'un ensemble de courbes

Avec l'aimable permission de Springer Science+Business Media :

J.P. TAREL, S.S. IENG, et P. CHARBONNIER, A Constrained-Optimization based Half-Quadratic Algorithm for Robustly Fitting Sets of Linearly Parametrized Curves, *Advances in Data Analysis and Classification*, 2(3) :227-239, décembre 2008.

DOI [10.1007/s11634-008-0031-6](https://doi.org/10.1007/s11634-008-0031-6)



## 2 Détection d'objets par modèles d'apparence

Avec l'aimable permission de Springer Science+Business Media :

R. DAHYOT, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ, A Bayesian approach to object detection using probabilistic appearance-based models, *Pattern Analysis and Applications*, 7(3) :317-332, décembre 2004.

DOI [10.1007/BF02683997](https://doi.org/10.1007/BF02683997)

Erratum : l'équation (11) page 322 devrait s'écrire

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{c}} &= \arg \max_{\mathbf{c}} \mathcal{P}(\mathbf{y}, \mathbf{c} | \mathcal{B}) \\ &= \arg \max_{\mathbf{c}} \{ \mathcal{P}(\mathbf{y} | \mathbf{c}, \mathcal{B}) \cdot \mathcal{P}(\mathbf{c} | \mathcal{B}) \} .\end{aligned}$$





### 3 Reconnaissance robuste

T. VIK, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ, Robust Pose Estimation and Recognition Using Non-Gaussian Modeling of Appearance Subspaces, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(5) :901-905, mai 2007.

DOI [10.1109/TPAMI.2007.1028](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2007.1028)



## 4 Modèles déformables contraints

Avec l'aimable permission de Springer Science+Business Media :

A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER, et F. HEITZ, Multi-Reference Shape Priors for Active Contours, *International Journal of Computer Vision*, 81(1) :68-81, janvier 2009.

DOI [10.1007/s11263-008-0163-3](https://doi.org/10.1007/s11263-008-0163-3)

