



HAL
open science

Modèles et simulations : pluriformaliser, simuler, remathématiser

Franck Varenne

► **To cite this version:**

Franck Varenne. Modèles et simulations : pluriformaliser, simuler, remathématiser. Matière première, 2008, I (3), pp. 153-180. hal-00594771

HAL Id: hal-00594771

<https://hal.science/hal-00594771v1>

Submitted on 20 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modèles et simulations : pluriformaliser, simuler, remathématiser

Franck VARENNE

Dans cet article, nous souhaitons montrer plus particulièrement que l'on peut soutenir les trois thèses suivantes au sujet de certaines tendances récentes des pratiques de modélisation à objets complexes.

1) Ce que nous proposons d'appeler du terme générique de *pluriformalisation* (Varenne 2003a) se substitue souvent à une modélisation monoformalisée (c'est-à-dire élaborée en usant d'un seul langage formel type : géométrie, analyse, topologie, lois de probabilité, etc.) et tend à devenir une phase courante – si ce n'est nécessaire – du processus plus général de modélisation.

2) Cette pratique croissante de la pluriformalisation s'accompagne d'un passage de ce qu'on appelait les « méthodes des modèles » à un ensemble de pratiques de *simulation à tendance intégrative* qui, comme telles, ont notamment pour effet de rectifier en profondeur les épistémologies courantes des modèles (que ces derniers soient à visée phénoménologique, opérationnelle ou théorique). Dans les pratiques, la simulation intégrative remet en cause certaines des épistémologies à perspectives uniques tant théoriques que pragmatistes (modéliser = simplifier et choisir une perspective, un horizon homogène et unique de figuration ou d'idéalisation pour *concevoir* ou *agir*) traditionnellement associées aux modèles.

3) À la différence de la traditionnelle simulation numérique conçue comme calcul de modèle, la *simulation informatique pluriformalisée* inverse les instrumentalisation traditionnelles. Elle donne un rôle d'abord local et ancillaire aux mathématiques et aux divers construits logiques et algorithmiques associés (équations itératives, automates formels, grammaires génératives, etc.) co-implémentables (c'est-à-dire codables et réalisables de manière conjointe dans un programme informatique). C'est seulement par la suite, une fois construite, stabilisée et éventuellement calibrée (cette dernière étape étant encore rarement

accessible), qu'elle peut servir de terrain intégratif d'enquête, cela pour une phase de *remathématisation* où des modèles mathématiques, aux syntaxes renouvelées, peuvent reprendre la main.

1 – Objectif et méthode

Pour montrer cet ensemble de thèses, il est nécessaire de préciser où se situe notre discours et quels sont ses objets. Notre analyse à la fois historique (évolution des types de simulations et de leurs rapports aux modèles), comparativiste et épistémologique situe ses objets ni dans les seuls procédés symboliques et computationnels, ni dans les seuls usages sociaux et rhétoriques de ces procédés. Elle les situe non pas tant dans un intermédiaire mais plus exactement à l'interface entre la forme technique que prend une simulation dans un programme informatique et le modèle ou les modèles (à formes mathématiques ou logiques) qu'elle est censée calculer et/ou simuler. Elle s'installe au lieu où le passage à la simulation fait effet sur la formulation et l'implémentation du modèle. Elle situe également ses objets à l'interface entre les pratiques réelles de simulation et les épistémologies revendiquées par les chercheurs eux-mêmes qui les produisent. Elle tente ainsi de prendre la mesure – sur le terrain – des évolutions des rôles épistémiques majeurs effectivement conférés aux mathématiques et aux systèmes symboliques apparentés, cela dans le cas des sciences non purement formelles, à savoir dans le cas des formalisations (au sens large) propres aux sciences contemporaines, spécifiquement sous l'effet de ce qu'on appelle l'informatisation de la science¹.

2 – Quelques définitions préalables

Les définitions que nous proposons ici ne le sont que pour la commodité de notre exposé. Elles n'ont été introduites par nous qu'à l'issue d'un travail d'histoire épistémologique et comparative mené sur les modèles et les simulations de plantes au 20^e siècle (Varenne 2004, 2007a).

Dans le cadre de notre enquête, un *modèle formel* sera défini comme un type de construit formel possédant unité et homogénéité². Cette unité et cette homogénéité sont choisies de telle manière qu'elles permettent

1. Voir le débat important, mené par des praticiens, autour de la question de savoir ce que modifie l'informatique dans l'activité de modélisation in Treuil *et al.* (2007).
2. Cette définition est conforme à celle du petit Larousse (édition 1991). Le modélisateur et biométricien Alain Pavé (1996) constate qu'il faut attendre cette époque et notamment cette édition du Larousse pour trouver en français une définition adaptée aux usages contemporains. Le modèle y est défini comme « une structure formalisée utilisée pour rendre compte d'un certain nombre de phénomènes qui possèdent entre eux certaines relations. *Modèle mathématique* : représentation mathématique d'un phénomène physique, économique, humain, etc., réalisée afin de pouvoir mieux étudier celui-ci ».

à ce modèle de répondre à certaines questions ou de remplir certaines fonctions précises – de compréhension, d'action, de communication, de gestion ou de décision – en rapport avec un objet, un système, un phénomène ou une situation observable, concevable ou imaginable. Construit autour d'une structuration formelle unitaire, le modèle se distingue de la théorie mathématisée par son caractère de localité, par son adaptation préalable aux questions initialement posées et par son impuissance à mener directement à des théorèmes (énoncés démontrés vrais et valant en toute généralité dans un cadre théorique fixé)³.

À une époque de complexification et de diversification des usages des formalismes et du calcul assisté, l'expression *simulation sur ordinateur*, quant à elle, nous semble nettement devoir être générique ; ce qui nous permettra d'en distinguer ensuite plusieurs types. De manière générale, une *simulation sur ordinateur* se présente comme une stratégie⁴ de formalisation sur ordinateur prenant la forme d'un processus de traitement dynamique, pas à pas, réparti et procédant au moins en deux étapes : (1) une réplification partielle d'éléments, de comportements et/ou de phénomènes globaux ou locaux par une histoire d'états⁵ ; (2) une appréhension

3. Après avoir écrit ces lignes, nous avons trouvé une caractérisation très proche dans Jodelet (1979 : 21) : « [...] Le modèle est censé représenter une partie de la réalité et accède alors à un statut parathéorique. Il continue de se distinguer de la théorie en ce qu'il représente, symbolise, concrétise, au lieu de simplement énoncer, faire comprendre, et en ce qu'il ne s'applique jamais qu'à une partie, une région étroite et sectorialisée du réel, alors qu'une théorie vise à être la plus générale possible. » Néanmoins, la caractérisation de Jodelet a vieilli en ce qu'elle insiste encore trop sur la fonction de représentation que le modèle serait toujours censé avoir. Les épistémologies pragmatistes des modèles ont eu le mérite de discréditer cette approche réductrice de la modélisation.
4. Au sens d'une conduite coordonnée de séries d'actions hétérogènes mais interdépendantes. Ici, c'est une série d'actions de sous-symbolisation, formalisation et/ou réplification, délégation de traitements opératoires et mesure.
5. La notion importante d'« histoire d'états » vient de la caractérisation précise de Evans, Wallace & Sutherland (1967 : 5) : « Une histoire d'états consiste en une succession de descriptions d'états correspondant aux états du système [de simulation] à chaque instant d'une succession chronologique d'instant. » Les auteurs soulignent le fait qu'une description d'état est valable pour un instant et non dans un intervalle de temps. Ils définissent alors la simulation comme « l'utilisation d'un modèle [où « modèle » est défini comme une représentation symbolique partielle du système réel] pour produire chronologiquement une histoire d'états du modèle qui est considérée comme une histoire d'états du système modélisé » (*ibid.* : 6). Cette définition doit aujourd'hui être élargie sur au moins trois points précis, selon nous. Une simulation sur ordinateur n'est plus toujours « l'utilisation d'un modèle... » mais parfois « l'utilisation de modèles... ». En outre, il existe des simulations qui, pas à pas, ne sont pas considérées comme mimétiques, dans leur histoire d'états. La simulation est alors mimétique par trajectoire (c'est toujours une histoire d'états dont le caractère mimétique est évalué au moins à l'issue des calculs) mais n'impose pas toujours une mimétique de trajectoire (chaque état de cette histoire ne prétend pas avoir un corrélat dans le système modélisé, en particulier si la simulation est une astuce de calcul numérique qui peut être totalement dépourvue de réalisme pas à pas) – cf. les exemples de Varenne (2007a). Enfin, l'histoire d'états de la simulation n'est pas toujours considérée comme correspondant plus ou moins directement à une histoire d'états du système réel. On ne simule

via une mesure (comptages, statistiques, etc.) et/ou un rendu sensible (visualisations graphiques, etc.) de cette répllication. La simulation fait ainsi un usage *sous-symbolique* de certains symboles mathématiques ou logiques : ces symboles sont à nouveau réifiés et perdent *en partie* leur caractère conventionnel de symbole pour gagner un caractère iconique (une adresse mémoire de l'ordinateur = un neutron ou une molécule ; une fonction symbolique simulée par une architecture précise de neurones formels ou encore par des algorithmes génétiques, etc.). Si elle n'est pas toujours un *modèle iconique* (Frey 1961), une simulation est, au sens le plus général, une représentation dilatée selon au moins une dimension ou un aspect (pas seulement le temps). Elle va en partie à rebours de la fonction de condensation des instruments formels à supports symboliques traditionnels (logiques, mathématiques)⁶.

Expliquons ce que nous entendons par *sous-symbolique*. Cette expression a été utilisée dans le contexte du programme de recherche connexionniste en intelligence artificielle pour désigner une représentation dont les constituants élémentaires ne sont pas de nature symbolique (Smolenski 1988 ; Gärdenfors 2000). Nous ne faisons pas fond sur tout ce contexte problématique de modélisation de l'intelligence humaine. Nous donnons à cette expression une portée plus restrictive : la préposition « sous » caractérisera ici un type de rapport entre types de signes et non un rapport entre l'intelligence et un élément supposé intervenir dans un modèle pour l'intelligence. Nous dirons simplement ici que les simulations sur ordinateur font un usage sous-symbolique des symboles qu'elles font traiter par l'ordinateur, dans la mesure où elles ne reposent pas prioritairement – dans les opérations auxquelles elles prêtent – sur la capacité qu'ont ces symboles formels de donner lieu à des règles conventionnelles de condensation, de combinaison et de transformation. Ces règles peuvent au contraire y être décomposées – « démathématisées » en ce sens – et reposer sur des propriétés très iconiques comme dans la simulation discrétisée neutron par neutron d'une charge nucléaire, par exemple, où l'individu est représenté

pas toujours directement le réel à travers le modèle. Le modèle peut être exploré pour lui-même, sans viser par là le réel. Ainsi, dans une simulation servant à une exploration conceptuelle déléguée (à la machine), une simulation de modèle n'est pas toujours considérée comme une simulation du réel. L'utilisation du sous-symbolique y est précisément interne. Voir les précisions plus bas.

6. Cf. Serfati (2005). Une simulation entendue en ce sens ne nécessite pas *en droit* d'ordinateur (cf. déjà Tocher 1963 : 4). Ainsi, est-ce à bon droit que Dimitri N. Chorafas parlait seulement de « simulation mathématique » en 1966, en entendant par là ce que d'autres appelaient déjà la « simulation numérique » sur ordinateur. On sait d'autre part combien la procédure de Monte-Carlo a été anticipée dans les techniques d'échantillonnages statistiques. Et même encore, autour de 1945, le statisticien P.H. Leslie ne faisait-il pas de la simulation Monte-Carlo à la main ?

par un individu. Cela ne signifie pas pour autant que la simulation remplace le traitement symbolique par tout autre chose, mais que les symboles qui y sont mobilisés ne sont pas totalement (ou pas constamment) traités et utilisés comme tels. Il y a ainsi un changement de type, au sens où Bailly & Longo (2006 : 96)⁷ parlent d'un tel changement lorsque l'on passe d'un infini potentiel à un infini actuel – ou inversement – et que, ce faisant, on change de types de mathématiques. Ainsi, on reste dans le symbolique et c'est souvent un système symbolique qui simule le comportement d'un autre. Dans le cas particulier d'une simulation numérique, ce peut être une axiomatique (discrète) qui en simule une autre (continue), l'une pouvant alors être considérée comme sous-symbolique *par rapport* à l'autre. Aussi, aux dires de John B. Evans (1988), l'article de Sayre & Crosson (1963) rendit compte pour la première fois correctement de l'impact de la simulation par ordinateur sur les méthodes des modèles. Ses auteurs demandaient en effet de considérer que, dans de telles simulations, à la différence des représentations symboliques propres aux modèles mathématiques, « les symboles n'étaient pas entièrement manipulés par une discipline bien constituée ». Après avoir rapporté toute l'histoire des langages de programmation dédiés à la simulation, Evans confirme ce point en ajoutant que les programmes de simulation ont précisément été boudés par ceux qui, dans les années 1970, ne pouvaient concevoir la programmation que comme « l'automatisation de calculs mathématiques » (Evans 1988 : 22) puis par ceux qui ne virent la programmation que conçue à travers le format avantageux mais très rigide de la programmation hiérarchique et structurée.

Nous qualifions d'*algorithmique* une *simulation sur ordinateur*, c'est-à-dire une stratégie de sous-symbolisation, qui relève d'un calcul itératif de modèle logique. Un *modèle logique* est un type de modèle formel fondé sur des règles syntaxiques homogènes, consistantes et itératives, comme, par exemple, les grammaires génératives à réécriture⁸, plus

7. Les auteurs insistent sur le fait que de telles décisions (comme la décision du passage à l'infini actuel et le changement afférent des règles de notations symboliques) sont une source de créativité et d'évolutivité majeures pour les formalisations et modélisations dans les sciences non purement formelles. Nous les suivons tout à fait sur ce point. Mais nous ajouterions que la décision inverse est également source de créativité, bien qu'en un autre sens, il est vrai. L'informatisation des modèles mathématiques permet – entre autres choses – une espèce de démathématisation qui autorise le contournement de certains problèmes de compatibilité entre modèles et apparaissant à un niveau symbolique en les résolvant de manière approchée, finitaire et à un niveau sous-symbolique.
8. Une grammaire générative à réécriture est définie par 1) un alphabet [exemple : (a, b)], 2) des règles de transformations [exemple : $a \rightarrow a$, $b \rightarrow ab$], 3) un état initial. À chaque étape, on applique les règles qu'il est possible d'appliquer et on réécrit les symboles de sortie à la place des symboles d'entrée. Soit, dans notre cas, l'état initial « b », à l'étape suivante, on aura « ab », puis « aab », puis « aaab », etc. Au

généralement les *modèles à base de règles* connus dans la littérature sous la terminologie *rule-based models*.

Pour la distinguer de la simulation algorithmique, nous qualifions d'*informatique* une *simulation sur ordinateur* qui recourt à toutes les ressources de la *programmation informatique* en langage évolué. Si on ne l'assujettit pas à la simple analyse numérique ou aux traitements algorithmiques de calculs approchés partant de formulations mathématiques explicites, une telle programmation autorise en effet le mélange d'opérations hétérogènes : opérations logiques (opérations booléennes : ET, OU logique, ..., décalage de bits, conversion de format, permutation circulaire, échange d'octets, incrémentation, etc.), opérations mathématiques et branchements conditionnels (pointage de cases mémoires, appels de procédure, etc.). C'est déjà le cas dans la programmation procédurale par routines ou sous-programmes⁹. Mais la programmation orientée objets a permis plus récemment une modélisation centrée sur les individus¹⁰. Les objets deviennent même parfois des agents en simulant des capacités individuelles cognitives et d'autonomie. Ce sont les SMA ou systèmes multi-agents. Le fait de donner d'abord la main à la programmation informatique et pas à une formulation mathématique préalable et générale permet en effet de faire pour traiter simultanément à l'ordinateur des *caractéristiques hétérogènes dans le type, dans le temps, et dans l'espace*. La programmation par objets se concentre sur les propriétés plutôt que sur les fonctions et les processus. Les comportements des objets ou des agents (nommés « méthodes ») peuvent certes être conçus comme des processus incorporés dans des spécifications d'objets. Mais ces processus sont hétérogènes, situés, distribués et concurrents. Le moment de leur déclenchement se décide non de manière fonctionnelle, mais pas à pas, en fonction du chemin déjà suivi, et du fait de l'interaction permanente entre les objets et/ou les

moyen de tels modèles du vivant (comme les L-systèmes, ou comme les grammaires génératives de Chomsky), on peut simuler des croissances ou des ramifications de divers types, cela en prenant en compte explicitement et de manière iconique (car un symbole = une cellule) le dédoublement cellulaire ou mitose. On voit par là que les règles sont consistantes et constantes, c'est-à-dire ne changent pas en fonction des résultats de leurs applications antérieures. On a un algorithme au sens strict d'une succession finie d'applications de règles définies et concourantes (même si l'application effective de telle ou telle règle n'est elle-même décidée que par l'état précédent).

9. Le praticien John B. Evans (1988 : 22) explique ainsi que l'intervention de sous-programmes peut déjà « rendre nécessaire que soient invoquées des procédures qui sont définies seulement au temps d'exécution [at run time] ». Elle peut également rendre nécessaire la « simulation de flux d'entités qui s'interrompent les uns les autres ». Enfin, « la simulation peut nécessiter la violation du format strictement hiérarchique d'une programmation structurée » (*ibid.*, notre traduction).

10. Cf. l'article d'Olivier Gandrillon (ce volume), qui utilise ce type de modélisation.

agents. De plus (ce qui est nouveau par rapport aux modèles logiques), la nature de ces processus (et donc la définition des objets) peut même évoluer au cours de la simulation. Et cela pose de difficiles problèmes de spécification pour une structure de règles qui se présente d'emblée comme dynamique. Il s'agit notamment des problèmes de spécification et de traitement conjoints d'objets formellement hétérogènes, problèmes auxquels les formalismes de *multimodélisation* essaient d'apporter des solutions rigoureuses (Zeigler *et al.* 2000 [1976]). Même s'il présente des limitations, ce type de simulation se révèle particulièrement adapté aux objets composites¹¹.

Au vu de ces premières précisions, l'expression générique « modélisation informatique », aujourd'hui assez répandue, peut donc paraître regrettable. À certains égards, elle est un oxymore ou, au mieux, un nivellement terminologique, avec l'inconvénient d'occulter ce nouvel usage du formel qu'est cette *démathématisation par sous-symbolisation* qu'apporte la simulation sur ordinateur. Il y a à la rigueur *modélisation informatique* quand la *spécification* informatique préalable du modèle est très forte, par exemple lorsque le modélisateur a utilisé un métamodèle comme UML (Unified Modeling Language¹²). Ainsi, autour de Magali Roux-Rouquié (2007), l'équipe de biologie systémique de l'Institut Pasteur développe-t-elle en ce sens des ontologies¹³ informatiques qui tendent à standardiser au niveau d'un métamodèle (ou modèle conceptuel) les objets biologiques de manière à permettre la comodélisation de processus très hétérogènes et valant à des échelles différentes¹⁴. Or

11. Un objet est composite quand la nature de ses parties est variable et quand cette variation fait varier la nature des relations entre les parties et entre les parties et le tout. C'est le cas d'une plante dite supérieure, c'est-à-dire à organes végétatifs (distincte donc des végétaux dits inférieurs comme les algues, par exemple). Au cours de sa croissance, il y apparaît en effet des organes à morphologies et fonctions distinctes. Leurs lois de développement sont distinctes des lois de développement propres aux organes qui sont d'un autre type et qui composent cependant la même plante.
12. Cf. Booch *et al.* (2001). Les auteurs rappellent, dans leur préface, que le but d'UML est de proposer un langage standard permettant : « 1) la modélisation des systèmes au moyen de techniques orientées objets, depuis leur conception jusqu'à leur artefact exécutable, 2) la résolution des problèmes d'échelles inhérents aux systèmes complexes et essentiels, 3) la création d'un langage de modélisation utilisable à la fois par les humains et par les machines » (*ibid.* : xi).
13. D'après une définition reconnue (celle de Thomas Gruber, in *Formal Ontology in Conceptual Analysis and Knowledge Representation*, Kluwer Academic Publishers, 1993, citée notamment par l'article « ontologie (informatique) » de Wikipedia), une ontologie informatique est une « spécification [description formelle] d'une conceptualisation d'un domaine de connaissance ». On peut la voir aussi comme une structuration hiérarchisée d'objets. Les modèles de modèles portés par un langage comme UML permettent de fonder des modèles sur des ontologies bien définies.
14. Ce que nous appelons ici une comodélisation est rendu possible par le fait que modéliser à un haut niveau d'entités (modèle conceptuel) permet de produire un métamodèle rigoureux possédant en

un programme informatique n'est *pas* toujours systématiquement fondé sur une telle spécification. De fait, il ne se présente pas toujours comme un unique algorithme itératif procédant sur un modèle homogène de connaissances, même s'il est fait d'algorithmes. En ce sens, il ne répond pas toujours, loin de là, à la définition que nous avons donnée d'un *modèle formel*. De manière cohérente, même dans le cas d'une forte spécification, beaucoup de praticiens préfèrent donc parler au mieux de *modélisation algorithmique* (Hill 2000) et de *simulation algorithmique*, la spécification étant alors plus correctement apparentée dans ce cas à un *modèle logique itératif*.

Pluriformalisation sera ici un terme générique que nous introduisons pour caractériser l'ensemble des approches de formalisation faisant coexister plusieurs formalismes et qui sont à l'origine de simulations informatiques complexes dont les *multimodélisations* (comme DEVS : formalisme pour la spécification de systèmes par événements discrets en vue de l'intégration continu/discret, cf. Zeigler 2000 [1976]¹⁵) et certaines modélisations à base de systèmes multi-agents (Phan & Amblard 2007).

Dans quelle mesure ces pluriformalisations d'objets complexes sont-elles devenues parfois nécessaires? Quelles en sont les limites? Quand redevient-il possible puis nécessaire de remathématiser de telles simulations? Pour mieux le comprendre, évoquons quelques points d'histoire des modèles et des simulations de plantes.

3 – Modélisation fragmentée et besoin d'une simulation intégrative

Nous ne pouvons ici rendre compte des différents types de modèle mathématique de morphogenèse avant les simulations (cf. Varenne 2004). Retenons qu'on peut en distinguer au moins quatre : théoriques physicalistes-mécanistes (D'Arcy Thompson, le premier Rashevsky), théoriques physicalistes-énergétistes (C.D. Murray, Horton-Strahler), statistiques-descriptifs (Fisher, morphométrie), théorico-mathématiques (le second Rashevsky, Rosen). Pour la croissance proprement dite, on pense aussi au modèle mathématique de l'allométrie (lois de puissance simple reliant

même temps plusieurs aspects et se prêtant à plusieurs interprétations formelles : discret/continu, déterministe/stochastique, etc.

15. DEVS (Discrete Event Specification) a été employé à l'origine pour spécifier ensemble un formalisme continu et un formalisme discret. Ces enchevêtrements sont très fréquents en logistique et, plus largement, en recherche opérationnelle. Le cas d'école que cite souvent Zeigler est celui d'un robinet qui coule (processus continu) et qui remplit des bacs (bac rempli/bac non rempli : processus discret pouvant interrompre le processus continu). L'enjeu est de pouvoir faire tenir ensemble dans une même spécification formelle tous les états et toutes les variables permettant de répliquer le système par simulation.

les dimensions des organes) qui peut être interprété avant-guerre soit comme descriptif (J.S. Huxley), soit comme physiologique-explicatif (G. Teissier). Tous procèdent d'une modélisation fondée sur un choix axiomatique particulier et préalable, cela pour prêter rapidement à des explications, à des théorèmes, à des prédictions et/ou à des calculs simples. Mais du fait de ces choix épistémologiques, aucun de ces types de modèles ne rend compte de l'hétérogénéité des règles de croissance des organes au cours de la croissance.

C'est à partir des années 1950 que la *simulation sur ordinateur* intervient dans les questions de modélisation de la morphogenèse. Son rôle peut alors être de trois types : il s'agit soit de rendre calculable un modèle analytique (Turing 1952), soit de construire une représentation selon des règles itératives mais constantes (Eden 1961), soit de court-circuiter les modes traditionnels (mathématiques) de formalisation et de s'installer d'emblée dans une stratégie de représentation à la fois itérative et spatialisée où l'espace concrètement représenté permet non pas tant une réplique naïvement réaliste qu'une prise en compte de l'hétérogénéité des voisinages¹⁶ (Ulam 1962) en même temps que celle des règles. Comme on le sait, c'est cette dernière stratégie qui donnera naissance par la suite aux approches par automates cellulaires (Burks 1970).

Comme nous l'avons montré (Varenne 2004, 2007b), ces trois types de simulation ne restent en fait que des spéculations servant chaque fois à assouplir seulement une contrainte propre aux formalisations traditionnelles. Cela signifie que chacune ne procède en effet qu'à un ou deux types de *sous-symbolisation*. C'est en ce sens qu'on peut les dire encore *numériques*, bien que déjà, dans le cas d'Ulam, la question de la *pluralité des sous-symbolisations* se pose (Phan *et al.* 2007).

Au regard de toutes ces stratégies de modélisation et de simulation, jusque dans les années 1970, formaliser, y compris à l'aide de l'ordinateur, a donc surtout consisté à *résumer*, à *condenser* (pour décrire, expliquer ou décider), et à rechercher pour cela l'homogénéité, doublée d'une *symbolisation* sélective et précoce, d'où la formulation *mathématique* du modèle.

16. Dans son article de 1962, Ulam procède à la mise en place d'une simulation par automates cellulaires sur un treillis à cellules triangulaires. Les trois cases voisines d'une cellule donnée peuvent être de quatre types distincts (codés par des couleurs). Et la fonction de transition de la cellule dépend de ces voisinages hétérogènes. Avec cela, Ulam peut faire simuler à l'ordinateur des comportements spatiaux non homogènes et produire des ramifications qui rappellent des formes végétales arborescentes. Pour une analyse spécifique de l'apport de Ulam dans la simulation de la morphogenèse, cf. Varenne (2007c).

Or, par la suite, ce souci de la prise en compte de l'hétérogénéité va devenir grandissant notamment en botanique et en agronomie. Contre toute attente, en effet, c'est du cœur de l'agronomie de terrain – pourtant massivement soumise à l'approche statistique – que viendra la nécessité pour les modélisateurs d'abandonner l'approche uniquement analytique et descriptive.

Il y a un événement qui, sans le déterminer complètement, a contribué à rendre possible le passage à la simulation intégrative des plantes en agronomie. Il s'agit de l'élaboration du concept de *modèle architectural* en botanique. En 1967, Hallé et Oldeman introduisent ce concept parce qu'ils ont observé et montré qu'il existait un nombre restreint (24) de variétés d'architectures végétatives. «Modèle» ici s'entend au sens de «patron pour une description», sans qu'il y ait par là de prétention explicative. C'est un modèle nullement formel, mais verbal bien que combinatoire. Il rassemble 4 séries de caractéristiques hétérogènes propres à l'architecture d'un arbre : i) le type de croissance : rythmique ou continue ; ii) la structure de ramification : a/présence ou absence de ramification végétative, b/ramification monopodiale (c'est toujours le bourgeon terminal qui se développe) ou sympodiale (ce n'est pas toujours le bourgeon terminal qui se développe), c/ramification rythmique, continue ou diffuse ; iii) la différenciation morphologique des axes : orthotropie (tendance à se développer à la vertical) ou plagiotropie (tendance à se développer à l'horizontal) ; iv) la position de la sexualité (fleurs) : terminale ou latérale.

En botanique donc, un *modèle architectural* est une combinaison de ces divers types de caractéristiques hétérogènes. Les caractères propres à la définition de «modèle formel» que nous avons proposée plus haut ne peuvent tous s'appliquer à ce type de modèle. Francis Hallé constate lui-même qu'un modèle architectural n'est pas résumable en des termes formellement agencés. René Thom confirmera ce point¹⁷. À côté de leurs caractérisations verbales, les modèles architecturaux seront toujours représentés et communiqués par des combinaisons de représentations graphiques, à savoir par des signes de type partiellement iconique¹⁸.

17. « Chez les végétaux, la situation est tout autre [que chez les animaux] ; on ne peut parler d'homéomorphisme qu'entre organes pris isolément, tels que feuille, tige, racine, etc., mais il n'existe, en principe, aucun isomorphisme global entre deux organismes » (Thom 1977 [1972] : 152). « Comme on l'a dit plus haut, la morphologie globale du végétal n'est pas fixée ; le seul principe d'unité réside dans le jeu régulateur du seuil d'allumage des chréodes. Il en résulte qu'un grand nombre de formes globales sont possibles, le choix entre ces formes étant dû à des facteurs externes ou internes très minimes » (*ibid.* : 248).

18. Voir encore les dessins qui émaillent Hallé (2004).

Au début des années 1970, il se trouve que l'agronomie des cacaoyers et des caféiers a également besoin de prendre en compte l'hétérogénéité de l'architecture des arbres. Si les approches fonctionnelles, allométriques et/ou statistiques se révèlent toujours aussi performantes pour la production des plantes herbacées, la fructification des arbres que sont les caféiers est un phénomène hautement non-linéaire. Il dépend beaucoup moins de la masse de matière créée (dans le tronc, les axes, etc.) que des rythmes variés de ramification, de pause, d'élongation des axes ainsi que de la topologie précise résultante. En 1976, un ingénieur agronome de l'IFCC (futur CIRAD), Philippe de Reffye (cf. de Reffye 1979), montre que, pour trouver un marqueur performant de la productivité d'un type de caféier, il est nécessaire de rendre compte de cette croissance dans son historicité en même temps que dans son caractère fragmentaire. Les méthodes de régression généralisée compriment l'historicité différenciée de la croissance de la plante et de sa fructification. Comme il n'y a pas de rapports métriques constants, il n'y a pas de fonctions puissance simples (allométries) entre la production en grain de cafés et la masse végétale des organes de la plante. Il apparaît clairement que, pour la prédiction de la fructification du caféier, le modèle doit reproduire plus précisément la forme de la plante, dans sa morphogenèse. Il doit être « maximal » (Bouchon 1995 :11) avec toute l'hérésie qu'il y a à réclamer cela d'un modèle formel. En effet, avant l'apparition de telles simulations intégratives, les épistémologies des modèles tant théoriques qu'opérationnels se fondaient sur l'idée que le modèle doit toujours simplifier ce qu'il représente et que, simplifiant toujours la réalité, il doit lui-même être le plus simple possible (ce qui en réalité est une *exigence différente*¹⁹), cela pour permettre sa réappropriation directe dans une conceptualisation ou dans une stratégie d'action. À ce sujet, un cas de controverse entre partisans de modèles simples et partisans de modèles complexes est rapporté en détail dans Varenne (2007a). On peut ajouter que, significativement, le même type de controverse a eu lieu quelques années plus tard – ouvertement au tournant des années 2000 – en modélisation et simulation pour les sciences humaines (cf. Axelrod 1997, Phan & Amblard 2007).

Un modèle architectural botanique n'est pas encore à proprement parler une *pluriformalisation* puisqu'il n'est pas formel, même par morceaux. En revanche, une simulation architecturale de plante (en partant de l'idée qu'un modèle architectural est le résultat du comportement variable des bourgeons au cours du développement) a les moyens de formaliser

19. Comme le montre Varenne (2003b).

un tel objet composite. Au contraire d'un modèle mathématique, elle le fait de manière souple et plurielle : elle supporte plusieurs sous-modèles formels et donc plusieurs axiomatiques. De Reffye montre que, pour formaliser le développement architectural d'un arbre, il faut distinguer au moins quatre types d'événements de natures différentes et aux règles structurellement non homogènes : des événements stochastiques (probabilités de ramification, etc.), topologiques (graphe d'ordonnement des branches pour estimer leurs vigueurs relatives traduites dans les lois de probabilités de pause ou ramification), géométriques (longueurs des axes, distance mutuelle des axes pour la prise en compte de l'auto-ombrage, etc.) et mécaniques (lois physiques des flexions des branches pour la prise en compte du changement de géométrie de l'arbre et pour la prédiction de la verse des rameaux trop lourds). Ces sous-modèles mathématiques se transmettent au mieux des *valeurs de paramètres*. Mais ils ne sont pas mathématiquement imbriqués. Ils ne peuvent pas non plus être écrits, ne serait-ce que simultanément ou côte à côte dans ce qui pourrait être un système à plusieurs équations fonctionnelles couplées. À chaque pas de temps, ou après chaque événement dont le déroulement a été géré par un de ces sous-modèles, il faut en effet interrompre la modélisation. Car il faut procéder à des changements de niveaux, c'est-à-dire à des *simulations d'interventions cognitives humaines* en «méta» (ici simulées grâce au traitement informatique de sous-symbolisation) de manière à combler les discontinuités et les hétérogénéités formelles et/ou dimensionnelles entre ces sous-modèles. La simulation informatique permet que certaines variables soient tantôt *vues comme* iconiques, tantôt *vues comme* symboliques par le programme à des moments différents de la computation, ces moments n'étant pas eux-mêmes déterminables *a priori*.

Dès 1976, de Reffye produit donc un programme informatique (en HPL, proche du Pascal) prenant en compte, dès sa conception, les événements botaniques dans leurs séquences, leurs concurrences et leurs distributions tant spatiales que temporelles. Dans ce type de programmation qui est encore procédural, la fragmentation du temps et de l'espace est prise en charge par des sous-programmes accessibles par des branchements conditionnels pour les bourgeons et à chaque événement. S'il ne s'agit pas d'une modélisation orientée objets avant l'heure, il s'agit bien déjà d'une programmation centrée sur les individus (les bourgeons) et sur les règles variables de leur devenir.

Dans ce type de simulation, les axiomatiques sont rendues informatiquement (et non mathématiquement) compatibles par le traitement pas à pas. Il discrétise opportunément non pas parce que « le monde est dis-

cret» ou parce que «le monde est un ordinateur» mais parce que les discrétisations sont les moteurs même des fragmentations qui permettent en retour la construction de la stratégie de simulation fragmentaire de modèles formels. Du fait des discrétisations, on a parfois affaire à des réifications qui peuvent paraître réalistes (atomisme) mais qui ne le sont en fait pas toujours. La discrétisation peut tantôt avoir une interprétation réaliste tantôt une interprétation fictionnaliste ou calculatoire (Galison 1997). Mais l'essentiel n'est pas encore là. L'important est que de cette sous-symbolisation qu'elle impose résulte une *cocalculabilité* des divers modèles mathématiques. Les arrêts du temps et les morcellements de l'espace que la discrétisation impose autorisent en effet une *gestion fine des changements de règles* au cours même de la simulation. C'est en quoi on ne peut dire que le passage du modèle à la simulation se réduit simplement à un passage des lois aux règles : la simulation informatique n'est précisément pas une simple simulation algorithmique en ce qu'elle est parfois un enchevêtrement de simulations algorithmiques. Les changements de règles ne sont pas unilatéralement ni constamment soumis à des règles uniformément formalisables mais parfois à des événements gérés par d'autres modèles et dont la survenue est donc non anticipable par un unique modèle avant de faire tourner le programme. Du point de vue du modélisateur, une telle simulation n'est donc pas même une stratégie de résolution d'un problème de non-calculabilité d'un modèle formel préalablement défini. Métaphoriquement, ce type de simulation peut plutôt être conçu comme un «écosystème de formalismes objectivés» (Varenne 2003a).

Il est important de noter qu'une fois ses paramètres calibrés sur de très nombreuses mesures de terrain, une telle simulation des plantes retrouve tous les modèles de Hallé. Elle les retrouve par «en dessous», par un mouvement de type *bottom-up*. La démathématisation partielle (fragmentation et sous-symbolisation) sur quoi repose ce type de formalisation assistée par ordinateur permet donc une synthèse computationnelle des modèles architecturaux de la botanique. Davantage, comme pour un modèle mathématique, elle peut les quantifier, les calculer, les prédire. Elle peut donc prédire des formes et des morphogenèses précises. Mais les modélisateurs n'ont pas produit par là un modèle mathématique. Cela reste une simulation informatique pluriformalisée, calibrée pas à pas sur le terrain.

Obtient-on par là une *explication*? La question formulée telle qu'elle, dès lors qu'elle appelle une réponse affirmative ou négative, se révèle mal posée, en l'occurrence. Ce type de simulation intégrative et pluri-échelle montre que la notion d'explication peut être interprétée (entre

autres possibilités) comme qualifiant un type particulier d'opération de passage d'un niveau vers un autre. L'explication en ce sens est relative. Ici, par exemple, on a affaire à un modèle descriptif à un certain niveau, mais explicatif à un autre. Les processus stochastiques gérant les temps de ramification et de pause d'un axe, localement et à leur niveau, sont des modèles phénoménologiques. C'est-à-dire que la probabilité qu'ils introduisent correspond à un phénomène que le modèle considère comme donné en soi sans introduire d'hypothèse mécanique sur sa construction à partir d'un niveau inférieur. Mais du point de vue du houppier final (branchaison et rameaux), ils en constituent une explication dès lors qu'ils peuvent passer pour des éléments *réalistes* appartenant à un niveau inférieur pour lequel on a une théorie biologique de l'*objet* individué bourgeon (le méristème, son développement) entrant dans un scénario dont le mécanisme – capté et restitué de manière sous-symbolique – peut être lui-même conçu comme grossièrement réaliste en ce même sens.

En résumé, l'approche mathématique à la fois globale et directe fonctionne mal pour la morphogenèse d'arbres. Les simulations non uniformément symboliques sont en revanche calibrables, parce qu'elles sont calibrables par morceaux, aux échelles pour lesquels on a des concepts, des bouts de théories biologiques ainsi que des instruments de mesure adaptés. La formalisation rendue plus souple, couplée à des stratégies de mesure adaptées, s'y fait alors en confrontation constante avec le terrain. Mais on y perd en compréhension immédiate : c'est-à-dire qu'on ne peut tout saisir d'un coup sous le même rapport ou avec le même langage. L'informatisation des simulations autorise une démathématisation des modèles. Elle est certes partielle et temporaire. Nous allons revenir sur ce caractère temporaire. On peut déjà dire cependant que la stratégie de simulation par ordinateur ne peut pas toujours se réduire à un processus simplement dialectique de mathématisation (avec son balancement classique : figuration iconique/transfiguration symbolique²⁰) ni non plus à une modélisation computationnelle qui serait soit purement mécaniste et réaliste soit purement fictionnaliste ou positiviste, cela dans la mesure où le statut des sous-modèles intriqués au cours de la simulation (et de leurs stratégies de calcul) varie pour chaque programme et même au cours de la simulation. À la suite de ce que signalait déjà John B. Evans (1988), en effet, ce sont non seulement des sous-programmes qui sont mis en œuvre

20. C'est notamment la thèse de Bachelard (1949) ou Dagognet (1973, 1979), prolongée en un sens par Quéau (1986). Pour l'exposé des limites des lectures dialectiques et « graphiques » (au sens de *graphein*) pour de telles simulations, cf. Varenne (2006a, 2006b).

de manière non prévisible, mais ce sont des objets, des processus et des points de vue liés à des événements qui sont successivement appelés à jouer un rôle sans que cette succession fasse l'objet d'une planification préalable. Certains objets ou formalismes peuvent ainsi changer de statut épistémique si le programme change de niveau d'appréhension d'un phénomène et donc aussi de langage de formalisation de ce phénomène au cours de son exécution. Ainsi Duboz (2004) simule-t-il le comportement alimentaire du zooplancton à la fois à un niveau individuel et à un niveau populationnel. Le programme résultant suit les spécifications DEVS en donnant des rôles épistémiques variables (phénoménologique ou « *top down* », mécanique ou « *bottom-up* », etc.) à certaines variables ou à certains construits formels, cela en fonction du niveau d'appréhension que le programme considère à chaque pas de temps. Comme conséquence de ce type de construction, le statut épistémique des simulations pose de nouveaux problèmes (cf. Müller 2003). Il nous faut les évoquer.

4 – Sur quelques fausses limitations des simulations

Les simulations informatiques ont souvent été critiquées. Avec du recul, il est possible aujourd'hui de distinguer les critiques recevables des autres. Les critiques font souvent fond sur un malentendu au sujet du type d'apport en connaissance (rôle épistémique) d'une simulation. Pensant les simulations en continuité avec les modèles, on persiste à penser que les simulations – comme les modèles – doivent servir directement soit seulement à prédire, soit seulement à comprendre, soit seulement à décider et agir. Dès lors, on ne tarde pas à présenter les simulations comme ne permettant aucune de ces pratiques reconnues.

On les accuse alors : (i) de renoncer au symbolique pour *nous aliéner de nouveau à l'iconique*, de produire de la « fausse science » en ce sens, de belles images uniquement pour impressionner et séduire. La simulation ne serait pas une articulation de concepts symbolisés et délégués à la machine. Elle irait à l'encontre de la thèse de l'extension symbolique selon laquelle la machine ne devrait étendre *que* nos capacités symboliques. Elle manifesterait au contraire une démission en devenant une manipulation d'images et d'icônes ; (ii) de *prétendre faussement tout figurer*. L'effet de réalité que l'image – ou plus largement toute figuration de type réalité virtuelle – est censée apporter donne l'impression qu'on prétend tout figurer. Par là aussi, elle nous trompe. Car tout modèle étant une simplification de la réalité (glissement implicite propre à l'épistémologie des modèles traditionnelle), toute simulation étant par ailleurs supposée dépendre d'un modèle, aucune simulation ne peut prétendre

atteindre à l'exhaustivité ; (iii) de *paralyser la compréhension ou la décision* pour cause de difficulté de réappropriation de la simulation par un esprit humain non aidé. Quand bien même on pourrait concéder que les simulations parviennent parfois à une certaine sorte d'exhaustivité, elles apparaissent de toute façon comme de mauvais modèles qui, parce qu'ils sont « maximaux », ne promeuvent ni la compréhension, ni la décision.

Face à ces critiques, il y a plusieurs parades pour réhabiliter les pratiques de simulation, pratiques qui, dans les faits, ne cessent de se répandre. Chacune nous paraît pertinente, bien que non toujours généralisable.

La première, souvent adoptée par les scientifiques, consiste à maintenir fortement que toute simulation n'est que l'exploration d'un modèle formel préalable. Autrement dit, selon cette perspective, on interprète mal la nature de la proximité – par ailleurs réelle – entre modèle et simulation. Quand on associe modèle et simulation, cela ne signifie pas qu'on fait s'équivaloir directement le « modèle d'un phénomène réel » et la « simulation de ce phénomène réel ». En réalité, simuler n'est pas directement simuler le phénomène réel (ou supposé tel). C'est toujours *à travers un* « modèle de... » qu'on peut en dernière instance obtenir une « simulation de... ». La simulation ne serait donc toujours qu'une stratégie de sous-symbolisation du mathématique. On affirme alors qu'il est trompeur de considérer qu'elle soit en même temps, et sous un autre aspect, une présentation sous-symbolique (iconique) de ce qui ne se donne pas d'abord comme formel ni symbolique, à savoir le perceptif, par exemple. Avant d'être la simulation de quoi que ce soit, la simulation est donc simulation d'un modèle formel. Moyennant ce correctif, on peut considérer que la simulation de modèle devient de nouveau justiciable des critères sus-cités : permet-elle de faire comprendre *le modèle* ? de faire voir comment *le modèle* se comporte ? de prédire le fonctionnement *du modèle* ? de trancher quant à l'utilisabilité *du modèle* ?

La seconde parade consiste à moderniser et à réhabiliter – au besoin en s'appuyant sur les sciences cognitives contemporaines – le rôle de l'image dans les diverses formes de cognition. Il s'agit donc de contester la thèse étroitement normative de l'extensionnisme purement symbolique : l'ordinateur n'étend pas seulement nos facultés symboliques mais il étend aussi nos facultés iconiques. Dans ce contexte, le rôle heuristique de la simulation est alors pertinemment rappelé et précisé.

Une troisième parade – la nôtre – consiste à soutenir qu'il y a plusieurs types de simulation sur ordinateur, la simulation de modèle n'en représentant en réalité qu'un seul. La simulation sur ordinateur n'étant pas même un modèle formel au sens classique, on ne peut s'attendre à

ce que l'épistémologie minimaliste de type KISS (*Keep It Simple and Stupid*) lui soit toujours adaptée. Dans les sciences sociales, par exemple, l'épistémologie KISS est revendiquée à juste titre si l'on considère 1) qu'une simulation est *toujours* le calcul d'un modèle et 2) que simuler consiste essentiellement à tester *l'apport théorique* de ce modèle, c'est-à-dire sa *cohérence* (validation interne) puis son *applicabilité* (validation externe) pour un objectif direct de *compréhension* ou d'*explication* (cf. Axelrod 1997, Amblard, Bommel & Rouchier 2007). Ce genre de simulation peut dès lors légitimement passer pour une *exploration conceptuelle déléguée*. Mais, malgré sa pertinence et sa valeur dans certains domaines, une telle approche épistémologique ne peut pas, en réalité, être généralisée à tout type de simulation.

Dans le cadre d'une utilisation empirique, en effet, une simulation – dès lors quelle est stabilisée et calibrée (ce qui justement est encore rare²¹ en sciences sociales mais pas en modélisation des plantes) – peut ne pas servir directement à une explication (test de mécanisme probable) ni à une compréhension (test de fonction probable) et être ainsi prolongée dans son caractère figural et sous-symbolique. C'est en particulier le cas des *simulations sur simulations* ou *sursimulations* (Varenne 2007a) de l'agronome du CIRAD Jean Dauzat. Dans les années 1990, son travail a consisté à utiliser les maquettes virtuelles de l'Atelier de modélisation de l'architecture des plantes (AMAP) du CIRAD pour simuler des lancers de rayons solaires afin de mesurer la réflectance obtenue sur ces scènes virtuelles, cela dans une problématique de détection et d'identification de données satellitaires (cf. Varenne 2007 : chap. VI). Les simulations d'AMAP calibrées et représentées de manière figurale ne servaient donc pas encore directement pour l'action ni pour la compréhension de l'agronome ou du botaniste. Elles servaient de terrain d'expérimentation pour des phénomènes météorologiques virtuels. Dans ce cadre, le fait que la simulation soit maximale, c'est-à-dire le fait que nombre de détails y soient conservés en vue d'une utilisation empirique est tout à fait compréhensible. Cette utilisation est possible du fait de la calibration de la simulation : en effet, dans ce cas, il y a de nouveau une *homologie* entre les rapports entre les données obtenues par la simulation graphique et un grand nombre de rapports réellement observés entre les données de terrain. Du fait de cette homologie octroyée par la calibration, la première

21. Où l'on voit qu'une épistémologie normative appliquée comme KISS peut être une rationalisation *a posteriori* de ce que d'autres peuvent considérer comme de simples impossibilités techniques du moment.

simulation (ou scène virtuelle) sert de démultiplicateur réglé et de promoteur d'interpolation et d'extrapolation des données réelles et initiales. La seconde se sert alors des « données finales » (ou des « construits ») de la première comme de données de terrain : leur caractère sous-symbolique est précisément conservé à cette fin. Preuve en est : la première simulation de ce processus de *sursimulation* peut être couplée sans rupture d'homogénéité à des données issues de numérisations de scènes. Dans un autre contexte, on peut rappeler que le couplage entre des systèmes d'information géographiques ou SIG (procédant de séries de catalogages, mesures, numérisations et localisations) et de résultats de simulation procédant quant à eux de calculs de modèles intriqués et hétérogènes (mais calibrés) est aujourd'hui courant dans les domaines de l'analyse géographique, forestière et paysagère.

On voit donc qu'on ne peut tout uniment rejeter la recherche du détail ou de la complexité en simulation. Au contraire. Le malentendu réside souvent dans le fait *qu'on veut projeter les usages de la simulation sur les usages épistémiques des modèles* ; ce qui n'est pas pertinent. Les critiques « populaires » de la simulation ne touchant pas réellement leur objet, il demeure indiscutable que chaque type de simulation souffre de véritables limitations que les praticiens s'efforcent de contourner ou minimiser. C'est l'occasion pour nous de revenir encore aux cas des simulations de plantes : depuis 1998, devant un certain nombre de difficultés, une partie de l'équipe initiale du CIRAD-AMAP s'est en effet engagée dans ce que nous avons appelé un *processus de remathématisation des simulations* (Varenne 2004, 2007a). Quelles sont ces difficultés ? En quoi y a-t-il remathématisation ? En quoi la notion de compréhension reprend-elle un sens ?

5 – Véritables limitations des simulations et nécessité d'une remathématisation

La *robustesse* des simulations peut d'abord être contestée, c'est-à-dire leur capacité à avoir un comportement à peu près semblable pour un jeu de paramètres voisins. On peut le comprendre : la simulation pouvant le plus souvent être considérée comme l'instanciation d'un modèle (Varenne 2003a), la pertinence du résultat d'une simulation pour une *induction* (si c'est cela qu'on recherche comme première étape d'un scénario explicatif ou d'une compréhension) dépend en effet du caractère représentatif, pour le comportement général du modèle ou de l'enchevêtrement des modèles, du résultat particulier de simulation. Dans quelle mesure peut-on *induire* à partir de l'observation d'un cas particulier de computation ? Pour en savoir davantage, il faut utiliser des bancs d'essais itératifs de simulation

de manière à faire notamment des analyses statistiques de sensibilité²². Des techniques de rééchantillonnage²³ sont également appliquées, malgré la lourdeur de leur mise en place.

Parfois cependant, il est possible de valider partiellement la robustesse des simulations en tâchant de trouver des solutions analytiques pour certaines valeurs limites des paramètres. C'est ce que certains modélisateurs appellent des *arguments théoriques de validation*. Et c'est ce que de Reffye avait réussi à faire en construisant mathématiquement certaines formes d'arbres (irréalistes d'un point de vue botanique) qu'il avait appelées, en 1979, les « arbres calculables ». Mais, notons que, dans le cas favorable des plantes, les interpolations par simulations sont ensuite fiables (donc en dehors des cas où il y a aussi une solution analytique) parce que, par ailleurs, les sous-modèles sont constamment validés à leurs échelles et sur les organes concernés.

À la fin des années 1990, pour satisfaire les agronomes intéressés à la production de matière (croissance secondaire) des plantes cultivées et pas seulement ceux qui s'intéressent à l'architecture et à la production en fruits des arbres (développement), il est nécessaire d'ajouter plusieurs sous-modèles, dont ceux de prise en compte du fonctionnement photosynthétique de la plante. Or, les programmes sont déjà très lourds : il apparaît qu'il faut les simplifier pour pouvoir complexifier l'intégration des modèles. Pour des raisons de nécessaire intégration de sous-modèles nouveaux dans la simulation, les stratégies de simulation doivent être ramassées, simplifiées, condensées. Elles doivent être à fondement davantage symbolique plutôt qu'uniquement sous-symbolique. C'est précisément en ce sens qu'elles doivent être *remathématisées*. L'ordinateur simulera moins et se livrera davantage à des calculs formels beaucoup plus rapides. C'est ce constat qui nous a fait dire – un peu ironiquement – que l'ordinateur a périodiquement besoin de « comprendre » ce qu'il fait (Varenne 2007 : 151). Il a « besoin » de comprendre ses simulations non pas pour les besoins d'une compréhension humaine, d'une théorie, besoin auquel on céderait là encore trop *prématurément*, dans ce contexte. Mais il

22. Une analyse de sensibilité d'un modèle ou d'une simulation consiste en une estimation de l'intensité de la variation de la réponse du modèle ou de la simulation à une variation d'un paramètre entrant dans ce modèle ou cette simulation. Par une méthode de régression linéaire au voisinage d'un point de fonctionnement, on peut même parfois calculer, pour un pas de temps donné, une estimation de la dérivée de la réponse du modèle ou de la simulation par rapport à chaque paramètre. La procédure est expliquée notamment par Ginot (2003).

23. Technique dans laquelle on procède soit à un changement de mailles de discrétisation soit à un échantillonnage partiel et artificiel d'échantillons de données initiales de manière à faire varier légèrement les estimations et à observer les effets de ces variations.

en a « besoin » pour poursuivre la tendance légitime à la complexification des modèles, en particulier là où se produit une intégration des modules de prises en compte de phénomènes de très diverses natures, comme l'allocation de matière, la flexion des branches, l'ensoleillement, l'auto-ombrage, etc. Ainsi les modèles structurels-fonctionnels (Cournède *et al.* 2006) ont-ils récemment rejoint la palette des modèles aux côtés des modèles uniquement fonctionnels (dits à base de processus) et des modèles uniquement géométriques (notamment architecturaux comme ceux d'AMAP). Comment la remathématisation nécessaire à une telle innovation technique et conceptuelle a-t-elle été possible ?

Au début des années 2000, à l'occasion d'une réflexion sur les solutions analytiques partielles des « arbres calculables » mais aussi d'un retour sur les propriétés combinatoires finales des simulations détaillées de plantes, les chercheurs du CIRAD (associés depuis 1998 à une équipe chinoise de l'INRIA ainsi qu'au laboratoire de mathématiques appliquées de l'École centrale de Paris) ont mis en évidence la *juxtaposition de structures similaires* à l'intérieur de la plante, juxtaposition jusque-là peu intuitive. En se concentrant sur ce nouveau niveau « méso » (la sous-structure : partie de plantes créée par plusieurs cycles de vie d'un même bourgeon) suggéré par les simulations et non plus sur le niveau « micro » du bourgeon, en revenant notamment sur les modes d'écriture des stratégies de simulation intervenant dans les programmes informatiques antérieurs et en y repérant de possibles simplifications par mises en facteurs (donc par une stratégie de resymbolisation), il a été possible de *factoriser l'organisation architecturale* de la plante en faisant l'économie partielle de sa mise en place locale et pas à pas.

En quoi consiste une telle « factorisation » ? En fonction de leur ordre dans l'arborescence, toutes les sous-structures de plantes naissent avec un certain *âge physiologique*. Cet âge est crucial car il détermine les paramètres initiaux des lois probabilistes de croissance, de ramification ou de pause d'un bourgeon au sein de cette sous-structure. Ces lois probabilistes avaient été, jusque-là, simulées. Mais dans cette nouvelle approche, on peut considérer que les propriétés topologiques et stochastiques de deux sous-structures dont les bourgeons initiaux sont de même âge physiologique sont interchangeables : elles appartiennent au même type de sous-structure. Les simulations calibrées montrent par ailleurs qu'il y a un nombre particulièrement restreint de ces *types mathématiques* de sous-structures dans un même arbre, même âgé, et porteur de milliers d'entre-nœuds différents. C'est cette redondance découverte *a posteriori* qui permet la mise en facteur ou la

factorisation par-delà la variabilité résultant des tirages stochastiques des comportements des bourgeons internes à la sous-structure. Il suffit en effet de construire une fois pour toutes chaque type de sous-structure et, dès que ce type sera appelé, le programme n'aura qu'à rappeler les paramètres déjà calculés et mis en mémoire. Le temps de calcul qui en résulte est fonction non plus du nombre de bourgeons, mais de l'âge de l'arbre et du nombre de types de sous-structures. Le nouveau programme de 2003 peut ainsi produire un arbre virtuel réaliste, avec pratiquement la même variabilité stochastique que les simulations antérieures, mais en étant plus de 3 000 fois plus rapide. Le cœur du modèle s'exprime en une série de fonctions de récurrence exprimant les nombres d'individus par types de sous-structure à chaque pas de temps.

Il est intéressant de noter que la construction géométrique à chaque pas de temps n'est plus une partie intégrante du calcul puisqu'on travaille sur les effectifs et non sur chaque individu-bourgeon dans la singularité de son histoire. À côté de l'abandon partiel de la sous-symbolisation directe des lois probabilistes telle qu'elle était menée (au moyen de la méthode de Monte-Carlo²⁴) au profit de juxtapositions de sous-structures variables mais relativement stéréotypées, on assiste donc aussi à l'abandon de ces deux autres dimensions d'iconicité que sont la figuration géométrique et la restitution temporellement mimétique des trajectoires des bourgeons. La forme analytique des équations condense dans le symbole mathématique et l'équation ce qui avait d'abord été hétérogénéisé et dispersé pour les besoins du calcul distribué (rendu d'abord nécessaire par la non-linéarité des phénomènes), mais aussi pour les besoins de la calibration de sous-modèles dont la forme devait en retour être adaptée aux formes de mesure et d'instruments alors accessibles.

6 – Conclusion

Ainsi, dans ce contexte, on est passé du modèle à la simulation puis de la simulation au modèle. Mais la forme terminale du modèle n'est pas comparable avec les modèles mathématiques d'après-guerre. Elle n'en dérive d'ailleurs pas. Au contraire des anciens modèles grossièrement monoformalisés et directement inspirés d'un certain état des outils ou

24. Méthode de calcul proposée par Stanislaw Ulam dès 1946 et introduite, en physique nucléaire, par Ulam et Nicholas Metropolis à partir de 1949. Elle consiste à recourir à des tirages de nombres aléatoires (ou pseudo-aléatoires) pour évaluer, par approximation (c'est-à-dire par simulations successives de cas individuels puis mesure globale de ces résultats de simulation), certaines fonctions déterministes ou probabilistes non analytiquement calculables. Elle est comparable à une technique d'échantillonnage statistique; mais elle s'en distingue en ce qu'elle ne peut se développer pratiquement que sur des calculateurs numériques.

construits formels propre à la seule physique ou aux mathématiques, elle n'a pu se construire sans être particulièrement attentive à la concurrence des simulations informatiques pluriformalisées et calibrées. Elle a dû en particulier mettre au cœur de son dispositif une prise en compte détournée et abrégée, algébrique en ce sens, de la manière dont la simulation avait d'abord réglé (sans souci d'économie symbolique et à grands frais de calcul pas à pas) le problème des hétérogénéités temporelles, spatiales et des arborescences associées.

Le cas de certains des avatars des modèles de plantes, à l'instar de quelques autres que nous évoquerons plus bas, a donc montré plusieurs faits importants concernant l'apport des modèles et des simulations. Il a d'abord montré l'importance de comprendre la simulation en termes larges de sous-symbolisation. L'avantage de ce terme est qu'il est indirect et engage moins ontologiquement. Il dispense de parler tout uniment, à propos des simulations, d'analogies, d'images ou de substituts, tous termes qui supposent que l'iconicité impliquée n'est pas relative mais absolue dans la mesure où elle est directement pensée par rapport à un corrélat réel et non par rapport à un type de formalisation ou de symbolisation. Or, la diversité des stratégies de simulation montre au contraire que les types d'iconicité à l'œuvre sont divers et engagent rarement à ce que l'on peut appeler un *représentationnisme iconiciste naïf* pour lequel simuler serait toujours le contraire de l'explication puisque conçu comme le fait de figurer les choses ou les processus tels qu'ils apparaissent dans leurs seules performances observables, mesurables ou détectables (comme encore chez Legay 1997, par exemple).

Les simulateurs physiiciens ont certes raison de rappeler que, dans leurs contextes, on ne simule bien souvent qu'un modèle. Mais ce que nous montre la biologie qui simule, c'est que la simulation peut devenir encore autre chose : la stratégie de sous-simulation qui intervient diversément dans ses simulations ne sert pas seulement à rendre des modèles calculables. Elle sert aussi : 1) en interne (rapport du sous-symbolique au symbolique²⁵), à rendre différents sous-modèles cocalculables, par delà l'hétérogénéité de leurs axiomatiques (Varenne 2003a) ; 2) en externe (rapport du sous-symbolique aux observables, mesurables, détectables) elle propose des formulations plus iconiques qui assouplissent de fait les mathématiques (dont on voit, par contraste, qu'elles sont souvent focali-

25. Cette question technique est traitée plus complètement dans Phan, Schmid & Varenne (2007) et Varenne (2007b). En substance, il s'agit de cliver l'interprétation sémanticienne des modèles en la rendant capable de représenter la simulation informatique comme modèle de second ordre.

sés prématurément sur le théorématique²⁶, c'est-à-dire sur la possibilité de condenser rapidement l'itératif en rendant le formel a) d'une part plus *identifiable*²⁷ dans les différentes perspectives, échelles et mesures que l'on peut avoir sur les objets et les processus biologiques et b) d'autre part plus *susceptible de produire des homologies* entre l'iconique et le terrain réel, homologies servant ensuite à élaborer un terrain valant pour une empirie virtuelle (sursimulation).

D'où cette question que nous adresserons pour finir : la biologie ne doit-elle pas faire ce détour des simulations intégratives et calibrées ? Beaucoup de programmes de recherche interdisciplinaires ont déjà compris la leçon, nous semble-t-il. Ils ont pour objectif la constitution préalable de *maquettes virtuelles pluriperspectives*. Nous donnerons ici seulement trois exemples. Depuis 1997, autour du projet baptisé PHYSIOME, une équipe internationale et interdisciplinaire développe une stratégie de modélisation où l'accent est explicitement mis sur la multimodélisation et l'interopérabilité de différents sous-modèles biologiques de parties du corps humain (histologiques, anatomiques, physiologiques, mécaniques, etc.)²⁸. Le maître mot est ici la simulation intégrative du corps humain. Un des buts à terme est de pouvoir procéder à des expérimentations virtuelles, notamment de tester les effets de certains médicaments. La limite actuellement rencontrée est la calibration effective pour certains sous-modèles. De son côté, le projet VIRTUAL CELL (« The Virtual Cell Modeling and Simulation Framework ») du National Resource for Cell Analysis and Modeling (NIRCAM), composante du National Institute of Health (USA), est davantage une infrastructure de modélisation. Mais, comme tel, il propose une aide à la génération semi-automatique de simulations intégratives de cellule à partir du couplage de modèles physiologiques classiques et de représentations géométriques sur ordinateur de cellules en fonctionnement²⁹. Enfin, depuis la fin des années 1990, ATLSS (Across Trophic Level System Simulation³⁰) est

26. Revers de la valorisation d'une pratique de production monodisciplinaire de mathématiques.

27. Au sens technique, un paramètre est identifiable quand il existe des moyens accessibles (au sens large) d'estimer précisément sa valeur à partir des données recueillies sur le terrain. Ces moyens sont de natures diverses : existence ou possession d'instruments adéquats, possibilité de mettre en œuvre des protocoles de mesure, nature formelle plus ou moins favorable de l'expression du paramètre dans le modèle (quantités continues, discrètes, etc.), structures techniques, mise à disposition ou non de personnels qualifiés...

28. Cf. <www.fing.org/jsp/fiche_actualite.jsp?CODE=1175070111769&LANGUE=0>.

29. Cf. <www.vcell.org/index.html>.

30. Cf. <<http://atlss.org/>>.

un projet de simulation pour l'écologie de type multi-agents, intégratif et pluri-échelle. Il est très ambitieux. Les collaborateurs de nombreuses disciplines communiquent sous forme de sous-modèles mathématiques ce qu'ils connaissent de l'écosystème des Everglades : population des panthères, des poissons, des végétaux (modèles de dynamique des populations), mais aussi modèles de variations hydrologiques, numérisations topographiques (couplages avec des systèmes d'informations géographiques à haute résolution spatiale)... On recherche là une forme d'exhaustivité en partant du principe que la complexité de l'écosystème peut être en grande partie prise en charge par la simulation intégrative. Le but de ce projet est d'apprendre comment mieux gérer et préserver – en particulier en termes hydrologiques – ces zones humides uniques au monde. Les résultats restent encore parcellaires. Mais le moyen adopté vise clairement à aller au-delà de la désormais traditionnelle biologie computationnelle à approche trop unilatéralement atomistique et bottom-up (comme en témoigne encore l'actuelle hégémonie de la « bio-informatique moléculaire » héritant de cinquante ans d'hégémonie de la biologie moléculaire³¹) et de se donner des simulations de multimodèles opérant simultanément à différents niveaux biologiques et trophiques.

Tant qu'elles ne disposent pas d'un authentique métamodèle bien défini, c'est-à-dire encore d'une ontologie standardisée, toutes ces maquettes virtuelles ne sont pas à proprement parler des modèles, même complexes. Il y a là une différence de nature, non de degré, dont il faut se rendre compte. Les derniers avatars des simulations intégratives du fonctionnement et de la croissance du cœur de Denis Noble³² et de son équipe (qui collabore d'ailleurs avec PHYSIOME) confirment ce premier mouvement général, non de complexification des modèles à proprement parler, mais d'intégration des modèles dans des stratégies de simulation. On y voit en effet s'interpénétrer des *numérisations de scènes*, des *modèles phénoménologiques* et des *modèles explicatifs locaux*. Mais, dans ce cas, la spécification informatique qui uniformiserait les supports formels de ces simulations (simulations d'ores et déjà disponibles) n'est pas réellement disponible *a priori*. Elle est recherchée *a posteriori*. Cela est très significatif : bien souvent, aujourd'hui, on tâche de modéliser une simulation qui tourne déjà, plus qu'on se limite à simuler un modèle. Le modèle vient après la simulation. C'est là une phase de remathématisation

31. À ce sujet, cf. l'article de Heams (2004) : « Biologie moléculaire : affronter la crise de la cinquantaine ». (NdÉ.)

32. Cf. sa contribution dans ce volume.

du type de celle dont nous parlions précédemment. En revanche, c'est par exemple le projet volontariste de l'équipe dirigée par Magali Roux-Rouquié (2007) de rechercher préalablement des ontologies véritablement pluridisciplinaires en biologie (via UML) avant de s'autoriser à faire tourner les modèles sur l'ordinateur. Mais, de façon générale, prenons garde de ne pas prendre les simulations disponibles pour des modèles.

On l'aura compris : le processus de remathématisation que nous avons évoqué n'est pas une simple formalisation à visée soit directement pragmatique, soit directement explicative. Son statut épistémique n'est pas simple et ne peut être décidé uniquement ni par le choix d'une axiomatique, ni par un seul usage³³. De manière assez cohérente avec leur origine pluriperspective, certaines simulations ont même plusieurs usages simultanés : les simulations de plantes du CIRAD, du fait de leur caractère pluri-échelle et pluriperspectif, ont servi à des écoles d'horticultures, mais aussi à des paysagistes, des aménageurs, des botanistes, des écophysio-logistes, des forestiers, des spécialistes de rhéologie (découpe et traitement du bois), des producteurs de plantes, etc. Ce caractère polyvalent des simulations, qui serait jugé inacceptable à l'aune de l'épistémologie perspectiviste des modèles qui les dits ou descriptifs ou explicatifs ou pédagogiques ou exploratoires, par exemple, mais pas les quatre à la fois. Ce qui complique encore l'attribution d'un rôle épistémique bien défini pour une simulation, c'est que dans une même simulation, certains sous-modèles ont des *paramètres interprétés* alors que d'autres ont des *paramètres ajustés*. Certains paramètres n'ont pas même de signification biologique alors que d'autres sont fondamentalement *explicatifs*, mais à leur échelle et pour l'organe particulier concerné. Ce type de simulation n'est donc pas justiciable d'une épistémologie des modèles classiques, fût-elle ouverte, plurielle ou pragmatiste. Il serait par conséquent étonnant que le modèle issu de la remathématisation d'un tel type de simulation soit qualifié de purement phénoménologique, explicatif ou de décision, etc. En réalité, sa formulation s'appuie sur une somme de connaissances considérables et sur un grand nombre de compétences botaniques, biologiques, agronomiques, informatiques et de mathématiques appliquées. Pour décider du statut épistémique d'une simulation, par exemple, il ne suffit pas de se pencher sur la solution computationnelle choisie ni non plus sur un usage qui se trouve avoir ponctuellement été celui de cette simulation. Il faut au moins aussi connaître 1) la nature des connais-

33. La conclusion de Varenne (2007a) approfondit cette question et indique notamment quatre raisons distinctes pour lesquelles on peut tenir une simulation pour une expérience.

sances des domaines thématiques pris en charge (théorie, description, interpolation, etc.), 2) le statut épistémique des sous-modèles formels par rapport à cette connaissance, 3) les divers types de sous-symbolisation spécifiquement mis en œuvre par rapport à ces formalisations pour calculer et intriquer ces sous-modèles³⁴.

Références bibliographiques

- AMBLARD Frédéric, BOMMEL Pierre & ROUCHIER Juliette, "Assessment and Validation of Multi-Agent Models", in Phan & Amblard 2007 : 93-114.
- AXELROD Robert (1997), *The Complexity of Cooperation : Agent-Based model of Conflict and Cooperation*, Princeton University Press.
- BACHELARD Gaston (1949), *Le rationalisme appliqué*, Paris, PUF.
- BAILLY Francis & LONGO Giuseppe (2006), *Mathématiques et sciences de la nature*, Paris, Hermann.
- BOOCH Grady, RUMBAUGH James & JACOBSON Ivar (2001 [1998]), *The Unified Modeling Language. User Guide*, The Addison-Wesley Object Technology Series, Addison-Wesley ; trad. : *Le guide de l'utilisateur UML*, Paris, Eyrolles, 2001.
- BOUCHON Jean (dir.) (1995), *Architecture des arbres fruitiers et forestiers*, Paris, INRA éditions.
- BURKS Arthur W. (ed.) (1970), *Essays on Cellular Automata*, Urbana, University of Illinois Press.
- CHORAFAS Dimitri N. (1966), *La simulation mathématique et ses applications*, Paris, Dunod.
- DAGOGNET François (1973), *Écriture et iconographie*, Paris, Vrin.
- DAGOGNET François (1979), *Mémoire pour l'avenir. Vers une méthodologie de l'informatique*, Paris, Vrin.
- DUBOZ Rapahël (2004), *Intégration de modèles hétérogènes pour la modélisation et la simulation de systèmes complexes. Application à la modélisation multi-échelles en écologie marine*, thèse d'informatique, Université du Littoral.
- EDEN Murray (1961), "A two-dimensional growth process", in *Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Berkeley, University of California Press : 223-239.
- EVANS George W., WALLACE Graham H. & SUTHERLAND Georgia L. (1967), *Simulation Using Digital Computers*, Englewood Cliffs (N.J.), Prentice Hall.
- EVANS John B. (1988), *Structures of Discrete Event Simulation*, Chichester, Ellis Horwood Limited.

34. Varenne (2007 : 187) montre ainsi qu'il y a au moins trois origines distinctes pour une sous-symbolisation qu'il ne faut pas perdre de vue pour décider du statut d'une simulation : 1) sous-symbolisation d'une formulation mathématique préalable ; 2) représentation algorithmique directe de règles itératives, 3) représentation iconique par standardisation des objets (recherche d'ontologie d'objets ou d'agents) fondée sur la spécification directe de perceptions ou de représentations collectives, de leurs rapports mutuels, de leurs dynamiques, au besoin en s'appuyant sur des représentations ou des formulations de sens commun, d'opinions, etc. (cas des systèmes multi-agents en sciences humaines ; cf. Amblard & Phan 2007).

- FREY Gerhard (1961) : « Symbolische und Ikonische Modelle », in Hans Freudenthal (ed.), *The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences*, Dordrecht, D. Reidel : 89-97.
- GALISON Peter (1997), *Image and Logic*, Chicago, The University of Chicago Press.
- GÄRDENFORS Peter (2000), *Conceptual Spaces. The Geometry of Thought*, Cambridge, MIT Press.
- GINOT Vincent (2003), « Exploration numérique des propriétés d'un modèle : analyse par simulation de la réponse aux paramètres », in Müller (2003) : 99-112.
- HALLÉ Francis & OLDEMAN ROELOF A.A. (1970), *Essai sur l'architecture et la dynamique de croissance des arbres tropicaux*, Paris, Masson.
- HALLÉ Francis (2004), *Architectures de plantes*, Montpellier, JPC édition.
- HEAMS Thomas (2004), « Biologie moléculaire : affronter la crise de la cinquantaine », in J. Dubessy, G. Lecointre & M. Silberstein (dir.), *Les matérialismes (et leurs détracteurs)*, Paris, Syllepse.
- HILL David R.C. (2000), *Contribution à la modélisation de systèmes complexes. Application à la simulation d'écosystèmes*, mémoire d'HDR de l'université Blaise Pascal, spécialité informatique, Clermont-Ferrand.
- HUMPHREYS Paul (2004), *Extending Ourselves: Computational Science, Empiricism, and Scientific Method*, Oxford University Press.
- JODELET François (1979), *Naître au langage. Genèse du sémiotique et psychologie*, Paris, Klincksieck.
- KELLER Evelyn F. (2002), *Making sense of life*, Harvard University Press, 2002 ; trad. par Stéphane Schmitt : *Expliquer la vie*, Paris, Gallimard, 2005.
- LEGAY Jean-Marie (1997), *L'expérience et le modèle*, Paris, INRA Éditions.
- MORGAN Mary S. & MORRISON Margaret (eds.) (1999), *Models As Mediators*, Cambridge, Cambridge University Press.
- MÜLLER J.P. (dir.) (2003), *Le statut épistémologique de la simulation*, Paris, éditions de l'École nationale supérieure des télécommunications de Paris (ENST).
- PAVÉ Alain (1996), « Introduction », in Blasco François (éd.), *Tendances nouvelles en modélisation pour l'environnement*, Paris, Elsevier : xiv-xvi.
- PHAN Denis & AMBLARD Frédéric (eds.) (2007), *Agent-Based Modelling and Simulation in the Social and Human Sciences*, Oxford, The Bardwell Press.
- PHAN Denis, SCHMID Anne-Françoise & VARENNE Franck (2007), "Epistemology in a nutshell : Theory, Model, Simulation and Experiment", in Phan & Amblard (2007) : 357-391.
- QUÉAU Philippe (1986), *Éloge de la simulation*, Paris, Champ-Vallon.
- REFFYE Philippe de (1979), *Modélisation de l'architecture des arbres par des processus stochastiques. Simulation spatiale des modèles tropicaux sous l'effet de la pesanteur. Application au Coffea robusta*, thèse de doctorat d'État, Université Paris-Sud, Orsay, France.
- ROUX-ROUQUIÉ Magali (dir.) (2007), *Biologie systémique. Standards et modèles*, Paris, Omniscience.
- SAYRE Kenneth M. & CROSSON Frederick J. (1963), "Modeling, Simulation and Replication", in *The Modeling of Mind*, Notre-Dame (In.), University of Notre-Dame Press : 3-24.
- SERFATI Michel (2005), *La révolution symbolique. La constitution de l'écriture symbolique mathématique*, Paris, Pétra.
- SMOLENSKY Paul (1988), "A proper treatment of connectionism", *Behavioural and Brain Sciences*, 11 : 1-74.

- THOM René (1977 [1972]), *Stabilité structurelle et morphogenèse*, W.A. Benjamin Inc., 1972; 2^e éd. revue et augmentée, Paris, InterEditions.
- TOCHER Keith D. (1963), *The Art of Simulation*, London, The English Universities Press.
- TREUIL Jean-Pierre, LOBRY Claude, MILLIER Claude, MÜLLER Jean-Pierre & HERVÉ Dominique (2007), « De l'équation au programme informatique, dialogue entre mathématiciens et informaticiens », *Natures Sciences Sociétés*, 15: 33-43.
- TURING Alan M. (1952), "The chemical basis of morphogenesis", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, B, 237: 37-72.
- ULAM Stanislaw (1962), "On some mathematical problems connected with patterns of growth of figures", *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, American Mathematical Society, 14: 215-224,
- VARENNE Franck (2001), « What does a computer simulation prove? The case of plant modeling at CIRAD (France) », in N. Giambiasi & C. Frydman (eds.), *Simulation in industry*, Proc. of the 13th European Simulation Symposium, Marseille, October 18-20th, 2001, SCS Europe Bvba, Ghent: 549-554. <[http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/02/89/86/PDF/Varenne % 20ESS % 202001 % 20RTF. pdf](http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/02/89/86/PDF/Varenne%20ESS%202001%20RTF.pdf)>.
- VARENNE Franck (2003a), « La simulation conçue comme expérience concrète », in Müller (2003): 299-313. <<http://hal.ccsd.cnrs.fr/ccsd-00004269>>.
- VARENNE Franck (2003b), « La simulation informatique face à la méthode des modèles », *Natures Sciences Sociétés*, vol. 11, 2003, n° 1: 16-28. <<http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsid=14906825>>.
- VARENNE Franck (2004), *Le destin des formalismes: à propos de la forme des plantes. Pratiques et épistémologies des modèles face à l'ordinateur*, thèse d'histoire des sciences de l'université de Lyon 2.
- VARENNE Franck (2006a), *Les notions de métaphore et d'analogie dans les épistémologies des modèles et des simulations*, Paris, Pétra.
- VARENNE Franck (2006b), « Bachelard avec la simulation informatique : nous faut-il reconduire sa critique de l'intuition ? », in R. Damien & B. Huffschmitt (dir.), *Bachelard: confiance raisonnée et défiance rationnelle*, Besançon, PU de Franche-Comté: 111-144.
- VARENNE Franck (2007a), *Du modèle à la simulation informatique*, Paris, Vrin.
- VARENNE Franck (2007b), « Fragmenter les modèles: simulation numérique et simulation informatique », in P.-A. Miquel (dir.), *Évolution des concepts de la biologie du 21^e siècle*, Bruxelles, De Boeck Université, à paraître en novembre 2007.
- VARENNE Franck (2007c), « Computation spatialisée et modèle de morphogenèse végétale », in P.A. Miquel et J. Boniface (éds.), *Problèmes logiques et logiques du vivant*, n° spécial de la revue *Noesis*, vol. 13, à paraître en décembre 2007.
- ZEIGLER Bernard P., PRAEHOFFER Herbert & KIM TAG G. (2000 [1976]), *Theory of Modeling and Simulation. Integrating Discrete Event and Continuous Complex Dynamic Systems*, 2nd ed., New York, Academic Press.