

## Prise en compte de non linéarités lors d'une simulation dynamique aléatoire – application à l'isolation d'un composant automobile

B. Thomas<sup>1,2</sup>, L. Manin<sup>2</sup>, R. Dufour<sup>2</sup>, P. Goge<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Branch Calculation Department, Valeo Engine Cooling, La Verrière, France, [benjamin.thomas@valeo.com](mailto:benjamin.thomas@valeo.com)

<sup>2</sup> LaMCoS, INSA Lyon, Villeurbanne, France, [lionel.manin@insa-lyon.fr](mailto:lionel.manin@insa-lyon.fr)

**Résumé** — Les non linéarités de comportement induites par les plots de suspension en élastomère peuvent générer des amplifications des sollicitations imposées à une structure dans le cadre de test de certification. Pour prédire numériquement ces effets, les plots sont modélisés par des modèles non linéaires analytiques de type force de restitution, couplés au modèle EF condensé de la structure supportée. Le calcul de la réponse temporel du système couplé permet d'obtenir les accélérations aux bornes des plots qui seront ensuite utilisés comme DSP en entrée aux interfaces de liaison pour le calcul sur le modèle EF complet de la structure.

**Mots clefs** — Dynamique non-linéaire, viscoélasticité, sollicitations aléatoires, modèles couplés.

### 1 Contexte

Les cahiers des charges imposés par les constructeurs automobiles aux équipementiers les forcent à valider les sous composants automobiles avec leurs interfaces avec le véhicule (les plots élastomères, dans le cas des modules de refroidissement). Cette prise en compte de suspensions, qui ne sont pas initialement conçues pour endurer des tests du type densité spectrale de puissance (DSP), conduit à des incohérences entre les essais et les simulations numériques. En effet, la prise en compte des non linéarités de comportement des interfaces est incompatible avec les résolutions spectrales classiques concernant les processus aléatoires dans les logiciels de calcul industriel. Ces non linéarités sont généralement ignorées alors que leurs effets sur les excitations imposées sont non négligeables (figure 1). Les essais représentatifs de la durée de vie sont effectués sous forme de tests en vibration aléatoire de type densité spectrale de puissance ce qui permet de réduire au maximum les durées d'essais tout en restant représentatif des endommagements réels. La sévèrisation des essais nécessaire à assurer cette compatibilité est basée sur une linéarisation du comportement vibratoire des structures étudiées, ce qui est en contradiction avec le comportement réel des structures d'interfaces telles les plots de suspensions ou les durites.

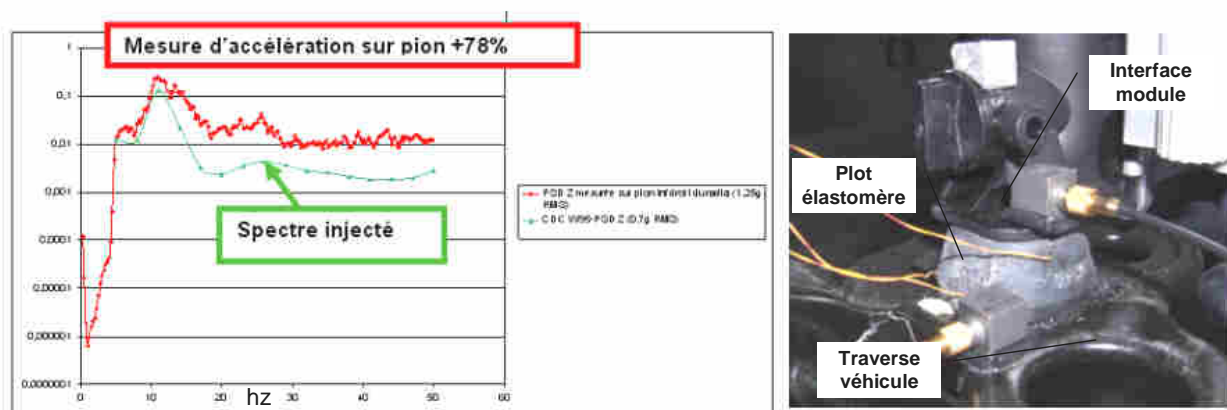


FIG. 1: Exemple d'amplification d'une excitation d'entrée par les non linéarités d'un plot de suspension d'un module de refroidissement

Les plots en élastomère sont les interfaces entre la structure excitatrice et la structure supportée. L'objectif de cette étude est donc de définir un modèle représentatif du comportement de ces éléments de suspensions, ainsi qu'une démarche d'intégration au sein d'un processus de calcul industriel (figure 2).

## 2 Processus de calcul incluant les non linéarités

Le processus de simulation doit inclure les effets des non-linéarités tout en permettant d'obtenir le même type de résultats que lors d'un calcul par superposition modale [3]. La démarche proposée sur la figure 2 consiste à définir un premier calcul non linéaire temporel sur un modèle condensé au sens de Craig-Bampton [4]. Cette réduction de modèle permettra d'exciter la structure sur la base d'un accélérogramme d'entrée généré en amont par un tirage aléatoire [5] suffisamment long pour être représentatif de la sollicitation initiale. Le calcul temporel sur le modèle condensé, intégrant les modèles non linéaires de plots, permet d'obtenir les accélérations aux interfaces de la structure supportée. Ces accélérations servent ensuite à générer une nouvelle excitation DSP à injecter à un calcul classique qui permettra d'évaluer les contraintes statistiques et donc de valider ou invalider le composant. Ce processus doit permettre de reproduire les conditions de tests, c-a-d l'amplification de l'excitation par les suspensions en élastomère.

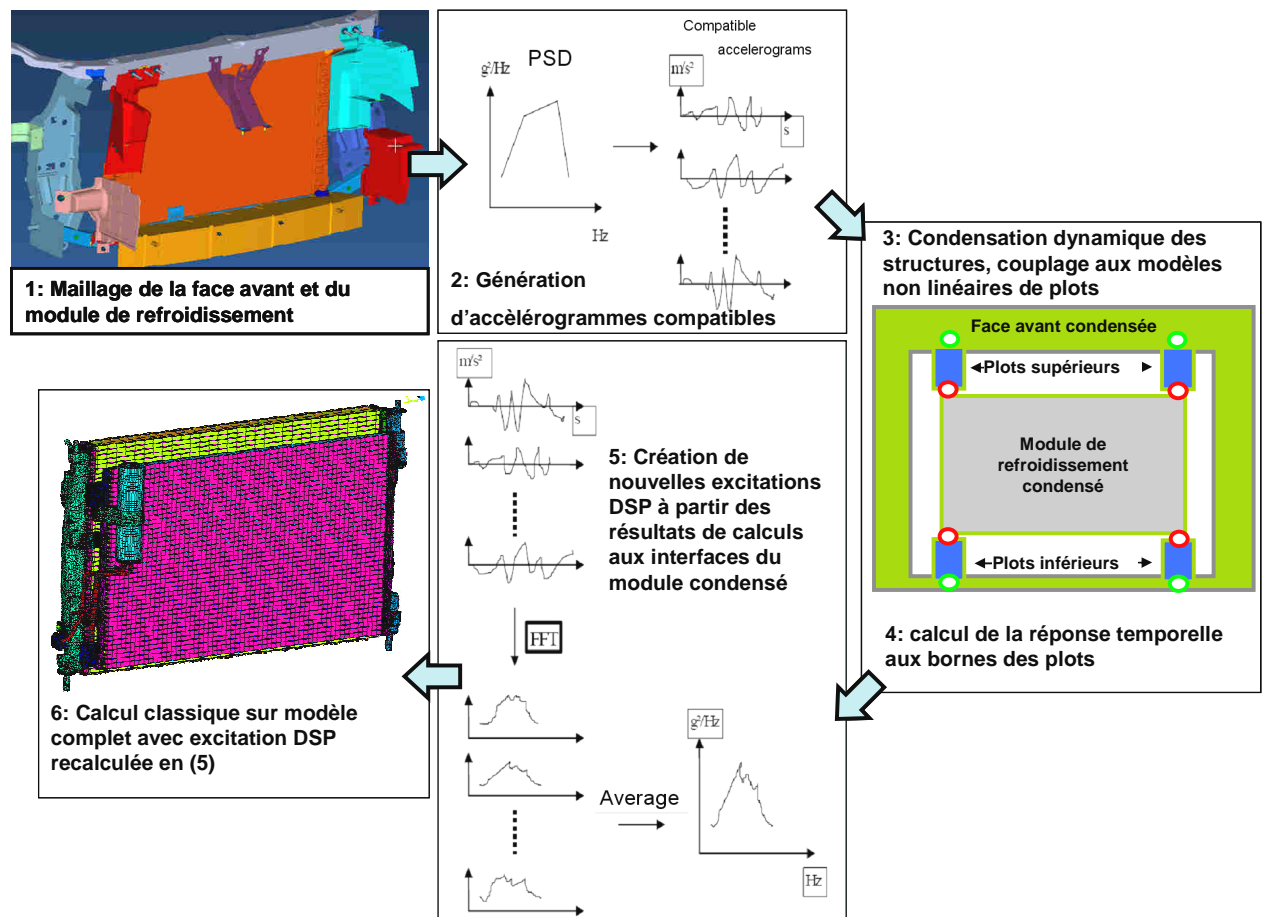


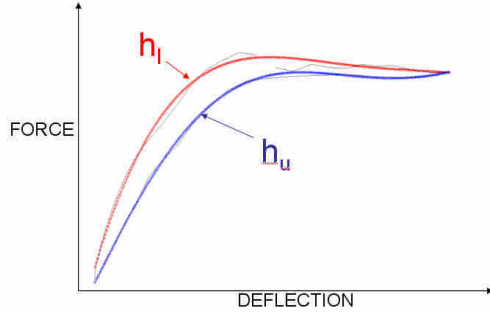
FIG. 2: Schéma du processus de simulation proposé

## 3 Modélisation des plots de suspensions

### 3.1 Modèle de Dahl généralisé

Le comportement hystérétique des plots de suspensions est simulé au moyen d'un modèle force de restitution [1,2]. Le modèle de Dahl généralisé permet d'inclure le comportement viscoélastique ainsi que les phénomènes de frottement et jeux aux interfaces de la suspension dans une nouvelle condition

limite au second membre des équations du mouvement. C'est un modèle de type boîte noire qui simule le comportement du plot à partir des variables  $u$  et  $R$ , respectivement la déflexion du plot et sa force de restitution associée, soit axialement, soit transversalement (cisaillement). La dérivée de la force de restitution  $R$  est exprimée comme proportionnelle à la vitesse de déflexion et une fonction  $h$  correspondant aux courbes enveloppes  $h_u$  et  $h_l$  du cycle d'hystérésis. Le paramètre  $\beta$  a la dimension d'une raideur, le coefficient  $\mu$  est ici égal à 1, les courbes  $h_u$  et  $h_l$  sont approximées par des polynômes dont les coefficients sont dépendants de l'amplitude de déflexion, de la fréquence et éventuellement de la température. Une identification expérimentale de ces paramètres est nécessaire.



$$\frac{dR}{dt} = \beta \frac{du}{dt} * (h \operatorname{sgn}(\frac{du}{dt}) * R)^\mu \quad (1)$$

$$h = 0.5 * ((h_u - h_l) * \operatorname{sgn}(\frac{du}{dt}) + (h_u + h_l)) \quad (2)$$

FIG. 3 : Exemple de courbes enveloppes supérieure ( $h_u$ ) et inférieures ( $h_l$ ).

### 3.1.1 Identification expérimentale des paramètres du modèle

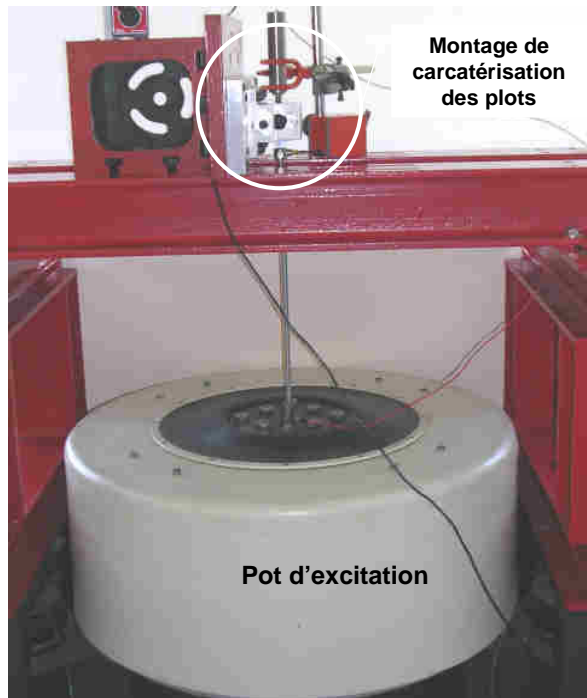
Deux montages de caractérisation des plots ont été réalisés afin d'identifier les comportements sous déflexion imposée axialement (Fig. 4c) et transversalement (Fig. 4b). Les pièces d'interfaces des plots avec la structure réelle ont été réutilisées. Un pot d'excitation électrodynamique impose un déplacement d'amplitude  $u_l$  et de fréquence  $\Omega$  au(x) plot(s). La force de restitution et la déflexion sont mesurées par des capteurs. Les boucles force-déflexion ont été mesurées pour les amplitudes de déflexions imposées  $u_l$  [0.1 , 0.25 , 0.5 , 0.75, 1, 1.2] mm aux fréquences  $\Omega$  [5.6, 10, 18, 32, 56, 75, 100, 130] Hz, c'est ainsi 48 cycles de caractérisations qui sont obtenus.

Les cycles mesurés mettent en évidence un comportement non linéaire du plot de suspension : pendant un laps de temps le plot n'est plus compressé et la force de restitution atteint un seuil correspondant à l'effort de frottement du pion dans le plot (Fig. 5 & Fig. 6.b). Une interpolation par des polynômes de degré 3 donne une approximation satisfaisante des courbes enveloppes (Eqs. 3,4).

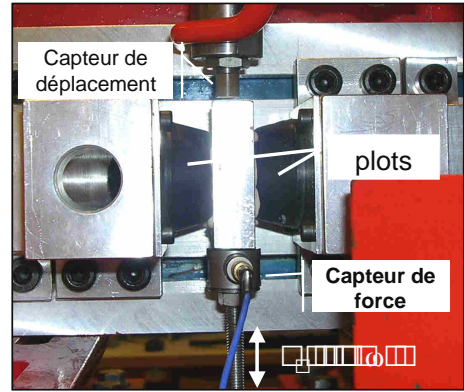
$$R = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 \quad (3)$$

$$R_{t+dt} = R_t + \frac{dR_t}{dt} . dt \quad \text{où } \frac{dR_t}{dt} \text{ est donné par (1),} \quad (4)$$

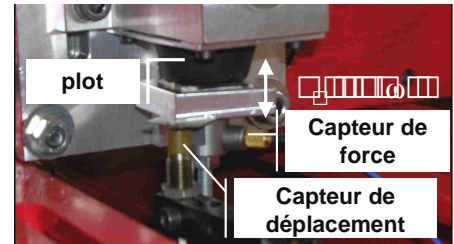
Les résultats de cette campagne de caractérisation sont utilisés de façon automatique pour recalculer le modèle. Ce post-traitement permet de déterminer pour chaque couple ( $u_l$ ,  $\Omega$ ) les valeurs des coefficients  $a_i$  des polynômes approximant les courbes enveloppes, ainsi que de recalculer le paramètre  $\beta$  en minimisant la différence entre les aires des cycles mesurés et calculés. Ces paramètres sont stockés sous forme de matrices et peuvent ensuite être utilisés pour prédire le cycle d'hystérésis associé à une amplitude et une fréquence appartenant à la plage de caractérisations réalisées. Les résultats comparés des essais et des simulations permettent de confirmer la bonne marche du modèle (Fig. 7).



(a)



(b)



(c)

FIG. 4 : Dispositifs de caractérisation des plots

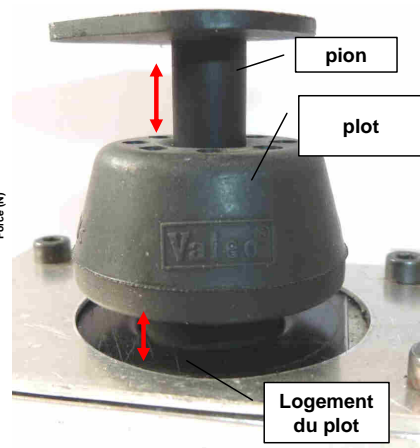
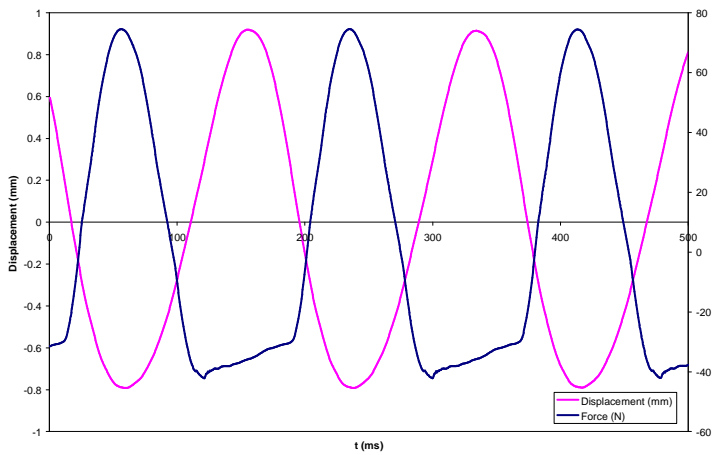
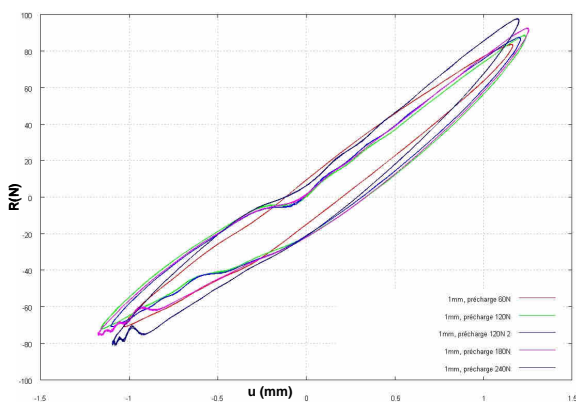
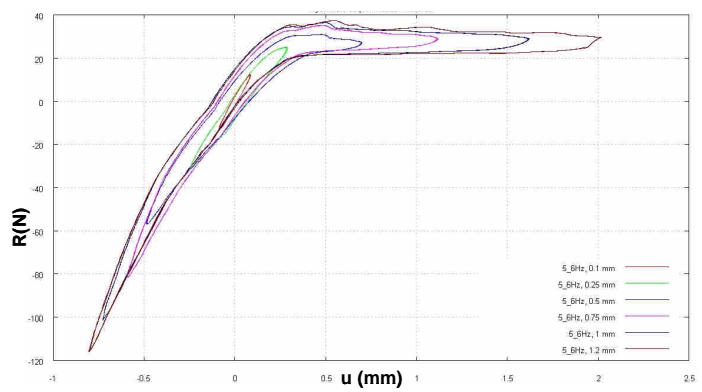


FIG. 5: Non linéarités de l'effort pion-plot et déflexion en fonction du temps



(a)



(b)

FIG. 6: Boucles force-déflexion mesurées : (a) 24Hz, cisaillement, +/- 1mm pour plusieurs pré-charge, (b) 5,6Hz, chargement axial pour plusieurs amplitudes.

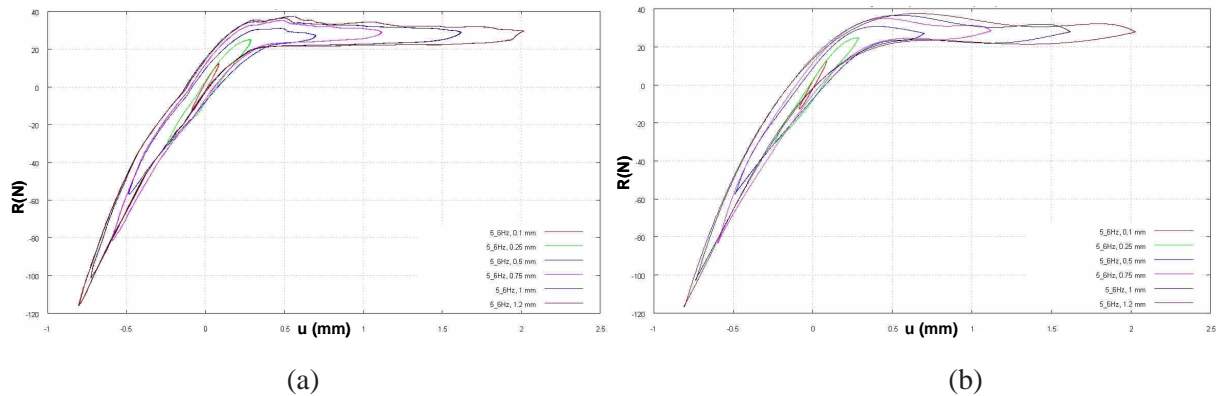


FIG. 7: Comparaison entre cycles force – déflexion  $R(t)$ ,  $u(t)$  mesurés (a) et simulés (b)

### 3.2 Implémentation sous Abaqus

Les calculs par éléments finis sur le module de refroidissement sont réalisés avec le logiciel Abaqus. La prise en compte du comportement des plots implique l'intégration du modèle identifié précédemment. Cette intégration dans la boucle de calcul temporel est mise en œuvre par l'intermédiaire d'une User Subroutine Abaqus programmée en Fortran. La subroutine permet à partir des résultats du calcul du modèle force de restitution identifié précédemment, d'évaluer la force de réponse du plot de suspension lorsqu'il est soumis à une déflexion donnée pour une fréquence donnée.

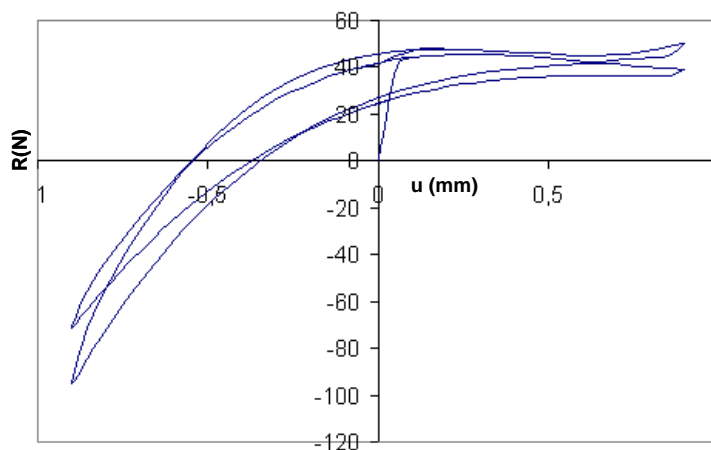


FIG. 8: Simulation de cycles force - déflexion pour une déflexion imposée avec changement de fréquence.

Afin de tester la robustesse du modèle quant à passer d'une fréquence de déflexion imposée à une autre (Fig. 8), la déflexion imposée suivante est appliquée :

$$u = u_r \cdot \sin(2\pi \cdot \Omega \cdot t) \quad \text{où, } \Omega = 10\text{Hz pour } t \in [0, 0.2\text{s}] \text{ et } \Omega = 20\text{Hz pour } t \in ]0.2, 0.6].$$

## 4 Couplage au modèle EF de la structure

L'objectif est ici de connecter le modèle non linéaire du plot de suspension à une structure maillée par éléments finis. Afin de mettre en place cette démarche, une structure simplifiée, mais représentative, est considérée (Fig. 9). Une poutre encastree est appuyée à sa seconde extrémité sur un plot, la liaison poutre – plot est réalisée par un pion (Fig. 5) collé à la poutre. Une masse additionnelle est utilisée pour reproduire les conditions de chargement du plot en utilisation. La poutre est excitée au  $\frac{3}{4}$  de sa longueur par une tige dont le déplacement est contrôlé par un pot électrodynamique. Les déplacements et accélérations de la poutre sont mesurés en plusieurs points ainsi que la force d'excitation. L'excitation peut être de type harmonique ou aléatoire.



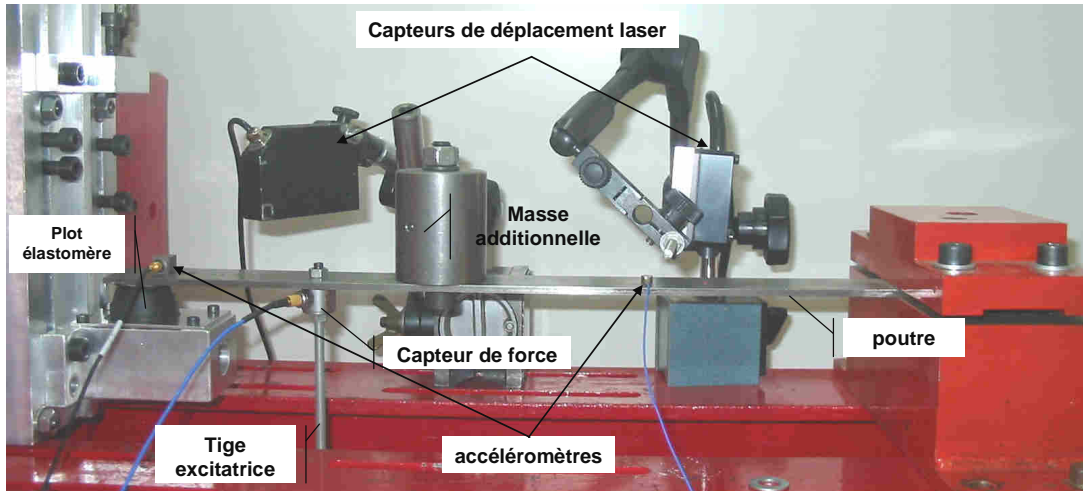


FIG. 9: Structure simplifiée support de la validation.

La structure est modélisée par une cinquantaine des éléments finis de poutre 2D à 3 ddl par nœud. Le plot en élastomère est représenté par une force au nœud 1 (Fig. 10). Cette force de restitution est calculée à partir du déplacement du nœud 1 et de la subroutine (§ 3.2) intégrant le modèle de plot.

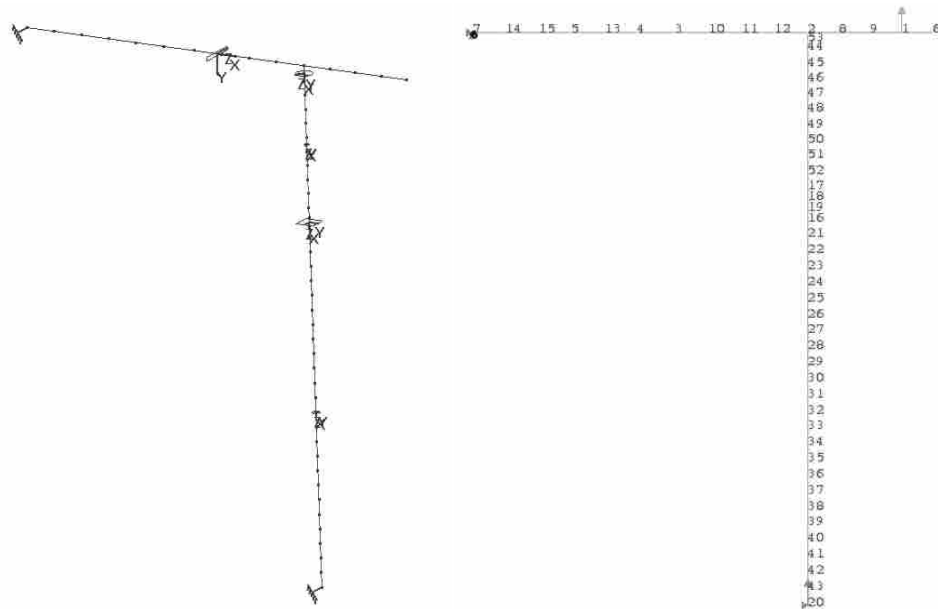


FIG. 10: Modèle E.F de la structure d'application

Dans un premier temps des simulations sont réalisés sur la structure sans le plot de suspension afin de recalibrer les coefficients d'amortissement de Rayleigh  $\alpha$  et  $\beta$  (Eq. 5). Ces coefficients sont déterminés en minimisant l'écart entre les FRF calculée et mesurée pour les deux premiers modes de vibrations de la poutre,  $\alpha = 5.43$  et  $\beta = 2.42e-6$  (Fig. 11a).

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (5)$$

Un exemple des premiers résultats de simulation intégrant le plot de suspension et son modèle sont présentés figure 11b où les déplacements calculés et mesurés du nœud 9 sont comparés pour une excitation monoharmonique. Des ajustements et des développements sont encore en cours quant aux va et vient nécessaires entre le modèle EF de la structure et le modèle force de restitution du plot.

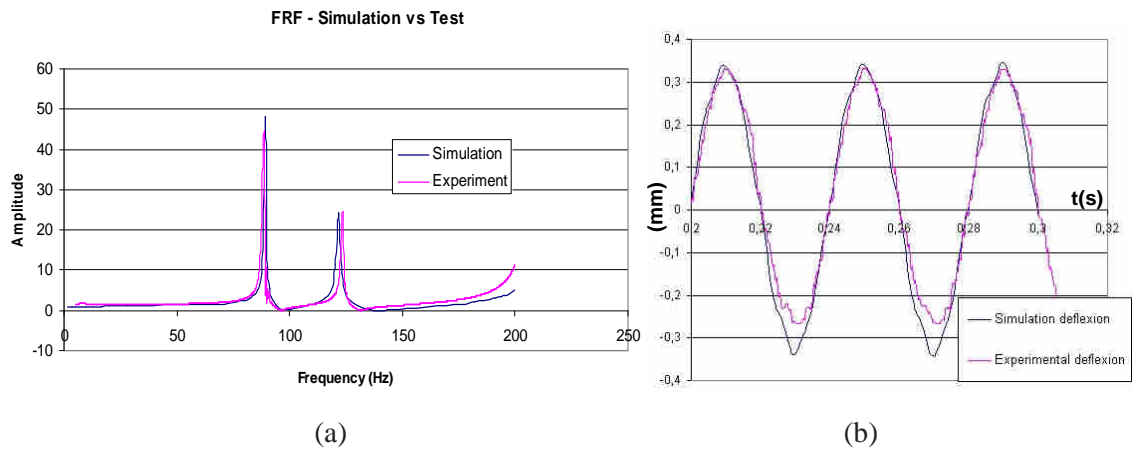


FIG. 11: (a) FRF calculée et mesurée au nœud 8 (accéléromètre), (b) déplacement calculé et mesuré au nœud 9 (laser).

## 5 Conclusion

Le travail présenté fait partie d'un projet global visant à simuler la dynamique d'ensemble de module de refroidissement automobile avec prise en compte des non linéarités de comportement dues aux suspensions en élastomères et leurs interfaces. Cette démarche implique l'identification expérimentale des paramètres des modèles de comportement des plots de suspensions considérés. Un modèle de type force de restitution est retenu, c'est le modèle de Dahl généralisé. Il permet de simuler la force de restitution du plot soumis à une déflexion imposée avec une amplitude et une fréquence variables dans la plage des mesures de caractérisation réalisées. Le modèle a été implémenté dans un code éléments finis industriel (Abaqus) par l'utilisation de sous-routine. Ainsi, une structure modélisée par éléments finis est couplée au modèle non linéaire de plot de suspension et il est possible de calculer la réponse temporelle de l'ensemble.

## Références

- [1] A. Al Majid, R. Dufour. *Formulation of a Hysteretic Restoring Force Model. Application to Vibration Isolation*, Nonlinear Dynamics, Kluwer Academic Publishers, 69-85, 2002.
- [2] A. Al Majid, R. Dufour. *Harmonic response of a structure mounted on an isolator modelled with a hysteretic operator: experiments and prediction*, Jnl of Sound and Vibration Vol.277, Academic Press, 391-403, 2004.
- [3] D. J. Segalman, Clay W.G. Fulcher, Garth M. Reese, Richard V. Field. *An efficient method for calculating RMS Von Mises stress in a random vibration environment*, Sandia Report, Vol. 98-0260, 1998
- [4] R.R. Craig, M.C.C Bampton. *Coupling of substructures for dynamic analysis*, AIAA Journal, Vol. 6(7), 1968.
- [5] B. Puig, *Modélisation et simulation de processus stochastiques non gaussiens*, Ecole Centrale de Paris, 2003.