



**HAL**  
open science

# Approximation diffuse espace-temps pour les mesures de champs : Estimation des déformations et applications à la fatigue

Pierre Feissel, Martin Poncelet, Pierre Villon

## ► To cite this version:

Pierre Feissel, Martin Poncelet, Pierre Villon. Approximation diffuse espace-temps pour les mesures de champs : Estimation des déformations et applications à la fatigue. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592963

**HAL Id: hal-00592963**

**<https://hal.science/hal-00592963>**

Submitted on 3 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Approximation diffuse espace-temps pour les mesures de champs : Estimation des déformations et applications à la fatigue

P. Feissel<sup>1</sup>, M. Poncelet<sup>2</sup>, P. Villon<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Roberval de Mécanique, Université de Technologie de Compiègne, France [pierre.feissel,pierre.villon]@utc.fr

<sup>2</sup> LMT-Cachan, École Normale Supérieure de Cachan, France, poncelet@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — Les mesures de champs cinématiques dans les essais mécaniques permettent d'avoir accès à des informations locales sans contact. Lorsque les mesures sont des déplacements et que l'application visée nécessite le champ de déformation, l'obtention de ce dernier demande de gérer les perturbations de mesure lors de la dérivation. Un outil de reconstruction/filtrage des déformations basé sur l'approximation diffuse a été proposé sur des champs d'espace et d'espace-temps. Nous proposons dans ce travail d'étendre cet outil aux essais de fatigue en enrichissant la base temporelle par des fonctions sinusoïdales.

**Mots clés** — Approximation diffuse, fatigue, mesures de champs.

---

## 1 Introduction

Le développement important des mesures de champs de déplacement ces dernières années, notamment grâce aux techniques s'appuyant sur les images en lumière blanche [1] offre de nombreuses perspectives en terme d'identification. Pour certaines applications qualitatives comme la détection des endommagements locaux ou quantitatives comme la méthode des champs virtuels [2], il est nécessaire d'obtenir ces déformations à partir des mesures. Cela demande d'en estimer numériquement le gradient, ce qui s'avère très sensible aux perturbations sur les mesures, et cette difficulté doit être prise en compte.

Notre choix ici est d'effectuer cette dérivation comme une étape à part entière, pour ne dépendre ni de la technique permettant l'obtention des déplacements expérimentaux, ni de l'application qui pourra aussi bien être qualitative que quantitative. L'enjeu est de contrôler cette étape et ainsi de pouvoir quantifier les erreurs commises.

Dans [3], un outil de reconstruction des déformations basé sur l'approximation diffuse [4] a été proposé pour le filtrage en espace. La méthode, comparée à une approche basée sur des moindres carrés globaux sur base Éléments Finis, s'est avérée pertinente, notamment du fait du caractère local de la reconstruction. Un intérêt de la méthode, non exploité jusqu'à présent dans les applications filtrage, réside dans le fait que la base fonctionnelle utilisée pour l'approximation diffuse peut être enrichie avec n'importe quel type de fonction.

Lors du choix des paramètres de filtrage de la méthode, il faut trouver un compromis entre l'erreur aléatoire due à un filtrage insuffisant et l'erreur d'approximation due à un excès de filtrage. Ainsi, l'efficacité du filtrage dépend en partie du nombre de points contribuant effectivement à la reconstruction en un point, mais l'augmentation du nombre de points en espace dégrade la résolution spatiale. Dans le cas d'essais où l'évolution en temps est suffisamment progressive et le nombre d'images suffisant, il est alors envisageable de tenir compte de la dimension temporelle pour améliorer le filtrage. Ceci peut se faire dès l'étape de mesure des déplacements [5] ou par l'utilisation de noyaux gaussiens [6] ou de moindres carrés locaux [7] tridimensionnels. Nous avons proposé dans [8] d'étendre l'approximation diffuse à une formulation espace temps en conservant une base fonctionnelle polynomiale.

Dans le cas d'essais de fatigue, tel que celui étudié ici [9], où l'on dispose de champs de déplacement permettant de décrire l'évolution au cours d'un cycle, une base polynomiale en temps couplée avec de grands rayons de filtrage risque de mal représenter la réponse périodique principalement sinusoïdale. Nous proposons donc ici de modifier les fonctions temporelles de la base utilisée en les remplaçant par des modes de Fourier dont on pourra choisir le nombre en fonction du contenu fréquentiel.

Dans un premier temps, l'outil de reconstruction des déformations en espace-temps basé sur l'approximation diffuse est présenté, dans le cas d'une base polynomiale et dans le cas d'une base modifiée

en temps. Puis, une étude du comportement théorique des deux approches est proposée afin de guider le choix des paramètres de la méthode. Enfin, nous présentons l'application des méthodes sur un essai de fatigue biaxiale à grand nombre de cycles sur un acier austénitique et les comparons au traitement initialement proposé par les auteurs de l'essai [9].

## 2 Reconstruction des déformations par approximation diffuse espace-temps

### 2.1 Cadre pour les mesures de champs

Lors d'un essai avec suivi par caméra, le traitement des images, par exemple par corrélation d'image [1], permet d'obtenir des mesures du déplacement sur une zone  $S$  de l'éprouvette à  $N_t$  différents instants,  $t_k, k \in \{1, \dots, N_t\}$ . Les données sont donc connues sur une grille régulière de  $N$  points,  $M_i$  de coordonnées  $\underline{x}_i$  et rangées dans deux vecteurs :  $\{\tilde{U}(t_k)\}$  et  $\{\tilde{V}(t_k)\}$ , correspondant respectivement aux composantes longitudinale et transversale du déplacement. Du fait des perturbations de mesure, ces données s'écrivent encore :

$$\begin{cases} \{\tilde{U}(t_k)\} = \{U_{ex}(t_k)\} + \{\delta u(t_k)\} \\ \{\tilde{V}(t_k)\} = \{V_{ex}(t_k)\} + \{\delta v(t_k)\} \end{cases} \quad \text{où } \{U_{ex}\} \text{ et } \{V_{ex}\} \text{ sont les champs mécaniques exacts} \quad (1)$$

$\{\delta u\}$  et  $\{\delta v\}$  représentent les perturbations sur les mesures. On considère que ces dernières proviennent de l'erreur aléatoire du moyen de mesure des déplacements et qu'elles sont caractérisées par une matrice de covariance  $C_b$  que l'on suppose constante dans le temps (et sans corrélation temporelle). Le modèle le plus simple, et toutefois raisonnable, est de considérer un bruit blanc gaussien d'écart-type noté  $\sigma_b$ .

L'objectif de l'approche proposée est de reconstruire les champs de déplacement  $U(x, y, t)$  et  $V(x, y, t)$  et leurs gradients d'espace en tout point de  $S$  et pour tout  $t$ , à partir de  $\{\tilde{U}\}$  et  $\{\tilde{V}\}$ , afin d'exploiter l'essai. Cette exploitation peut se faire au travers d'une approche inverse ou d'une description quantitative ou qualitative des déformations. La méthode sera appliquées à des données issues d'un essai de fatigue [9].

### 2.2 Approximation diffuse espace-temps polynomiale

La méthode proposée s'appuie sur l'utilisation de moindres carrés locaux [10]. Ici, l'outil de régression locale utilisé est l'Approximation Diffuse [4]. Initialement appliqué au filtrage en espace uniquement [3], il est étendu ici à un filtrage simultané en espace et en temps. Les paramètres régularisants sont alors les rayons d'influence de chaque point de mesure en espace,  $R_x$ , et en temps,  $R_t$ . L'intérêt d'une telle approche est de fournir directement un champ de déplacements continu ainsi que ses dérivées au sens diffus.

Le champ approché est cherché comme :

$$u_{ap}(\underline{X}) = p(\underline{X})^T a(\underline{X}) \quad \text{avec, } \underline{X} = (\underline{x}, t) \quad (2)$$

où  $p(\underline{X})$  est le vecteur ligne des monômes d'une base d'approximation polynomiale de la variable d'espace et de temps. Le choix ici est de prendre une base de degré 2 (10 monômes en dimension 3). Ce choix s'est avéré, dans [11], être un bon compromis entre approximation mécanique et filtrage.

Les coefficients devant les monômes de la base sont obtenus en tout  $\underline{X}$  comme solution du problème de minimisation :

$$\min_{a(\underline{X})} \frac{1}{2} \left( P\{a\} - \tilde{U} \right)^T W \left( P\{a\} - \tilde{U} \right) \quad \text{avec, } P = \begin{bmatrix} p(\underline{X}_1 - \underline{X}) \\ \dots \\ p(\underline{X}_N - \underline{X}) \end{bmatrix}_{i \in V(\underline{X})} \quad (3)$$

où  $V(\underline{X})$  représente l'ensemble des points de mesure pris en compte pour la reconstruction en  $\underline{X}$  et sa taille dépend directement de  $(R_x, R_t)$ , au travers du support des fonctions poids introduites ci-après. La matrice  $W$  est formée de la diagonale des fonctions poids  $w(\underline{X}, \underline{X}_i)$  et assure la continuité de la solution :

$$w(\underline{X}, \underline{X}_i) = w_{ref}\left(\frac{x-x_i}{R_x}\right)w_{ref}\left(\frac{y-y_i}{R_y}\right)w_{ref}\left(\frac{t-t_i}{R_t}\right) \quad (4)$$

où  $w_{ref}$  est ici un spline cubique dont le support est  $[-1, 1]$  et qui approche une Gaussienne.

Les termes  $a_2(\underline{X})$  et  $a_3(\underline{X})$ , correspondant aux coefficients de  $\{a\}$  pour les monômes  $x$  et  $y$ , représentent les dérivées premières en espace au point  $\underline{X}$  au sens diffus.

## 2.3 Enrichissement de la base temporelle – base de Fourier

Alternativement au choix d'une base polynomiale du paragraphe précédent, il est possible d'introduire dans la base toute fonction de  $\underline{x}$  et de  $t$  qui sera alors représentée de façon exacte par la reconstruction. L'application visée étant l'étude d'essais de fatigue où l'on dispose de plusieurs images sur un cycle, l'idée est donc d'enrichir la base par des fonctions temporelles qui tirent parti du caractère périodique des mesures. Ainsi, les monômes de la base espace-temps sont obtenus en multipliant chaque monôme polynomial en espace successivement par les fonctions :

$$\cos \frac{2\pi nt}{T} \quad \text{et} \quad \sin \frac{2\pi nt}{T} \quad \text{avec} \quad n \in \{0, \dots, N_m\}$$

où  $T$  est la période du chargement cyclique qui est connue. La suite de la formulation est alors la même et la reconstruction des déformations s'obtient comme somme des termes qui y contribuent aux différentes fréquences.

Le choix du nombre de mode  $N_m$  se fait en fonction du contenu fréquentiel du champ de déplacement et la contribution des différents modes dépend du point de reconstruction. Le rayon de filtrage en temps  $R_t$  est ici choisi de telle sorte que la reconstruction en un point s'appuie sur l'ensemble de la période centrée au point. Ceci n'est pas obligatoire mais est cohérent avec le choix de base qui est fait et permet, dans le cadre d'hypothèse, d'obtenir un meilleur filtrage.

## 3 Comportement théorique du filtrage

### 3.1 Erreurs de reconstruction

La méthode de reconstruction étant un processus linéaire (minimisation d'un critère quadratique menant à un système linéaire), les déformations reconstruites dépendent linéairement des mesures, au travers d'un opérateur noté  $M_\varepsilon$ . Les erreurs sur les champs reconstruits sont la somme de l'erreur d'approximation du champ exact  $\delta\varepsilon_k$  et de l'erreur aléatoire  $\delta\varepsilon_b$  :

$$\delta\varepsilon_k(\underline{x}) = M_\varepsilon(\underline{x})\{U_{ex}\} - \varepsilon_{ex}(\underline{x}) \quad \text{et} \quad \delta\varepsilon_b(\underline{x}) = M_\varepsilon(\underline{x})\{\delta u\} \quad (5)$$

Ceci permet d'étudier séparément les deux types d'erreur. Lorsque les rayons d'influence des mesures,  $(R_x, R_t)$ , augmentent, l'erreur d'approximation augmente tandis que l'erreur aléatoire diminue. Il y a donc un compromis à trouver. L'erreur d'approximation demande le développement d'estimateurs d'erreur non triviaux. En revanche, l'erreur aléatoire peut être caractérisée d'un point de vue statistique si la matrice de covariance  $C_b$  du bruit sur les mesures de déplacement est connue. Ainsi, en faisant propager le bruit au travers de l'opérateur de reconstruction, on obtient :

$$\text{Cov}(\underline{\varepsilon}(\underline{x})) = \langle \underline{\varepsilon}(\underline{x})\underline{\varepsilon}(\underline{x})^T \rangle = \langle M_\varepsilon \delta u_{\underline{x}} \delta u_{\underline{x}}^T M_\varepsilon^T \rangle = M_\varepsilon C_b M_\varepsilon^T \quad (6)$$

Connaissant les caractéristiques du bruit de mesure, on peut donc avoir le niveau de filtrage dû au couple  $(R_x, R_t)$ , ainsi que l'effet du nombre de modes, dans le cas de l'approximation diffuse sur base de Fourier. La Figure 1(a) présente, en échelle logarithmique, la variance relative entre déformation reconstruite et bruit sur les déplacements en fonction de  $R_x$  et  $R_t$ , pour une approximation diffuse polynomiale et un bruit de mesure blanc. Il apparait, ce qui se confirme théoriquement (voir [14] pour le cas  $2D$ ), que le rayon d'espace et le rayon de temps n'ont pas le même effet sur l'erreur aléatoire sur les déformations et que l'on a :

$$\text{Cov}(\varepsilon_{XX}) \simeq \frac{K}{R_x^4 R_t} \quad (7)$$

où  $K$  est une constante qui dépend du cas étudié, notamment du pas d'espace de la grille de mesure.

À partir de cette surface, il est possible de tracer des courbes isofiltrage dans le plan  $(R_x, R_t)$  telles que celles représentées en figure 1(b). Cela permet de choisir des couples de rayons garantissant un niveau de filtrage du bruit donné tout en jouant sur la résolution spatiale. On remarque toutefois que, vu le comportement différent du filtrage vis-à-vis des deux paramètres, un niveau de filtrage choisi ne peut être atteint avec des rayons en temps raisonnables qu'avec un rayon en espace minimal.

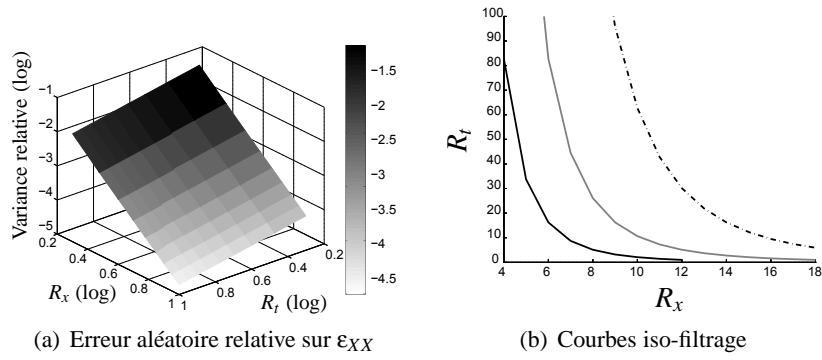


FIGURE 1 – Filtrage du bruit de mesure sur l'approximation diffuse espace-temps

### 3.2 Effet du nombre de modes et choix isofiltrage

Dans le cadre que l'on s'est donné pour la reconstruction s'appuyant sur une base temporelle de Fourier, le rayon d'influence en temps,  $R_t$  a été fixé. Ainsi, les deux paramètres qui ont une influence sur l'erreur aléatoire sont le rayon d'espace  $R_x$  et le nombre de modes de Fourier dans la base,  $N_m$ . L'étude est illustrée sur un cas avec 40 points par période et un rayon  $R_t$  de 20 points.

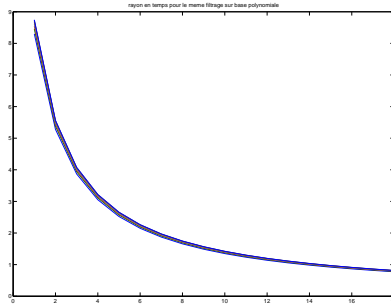
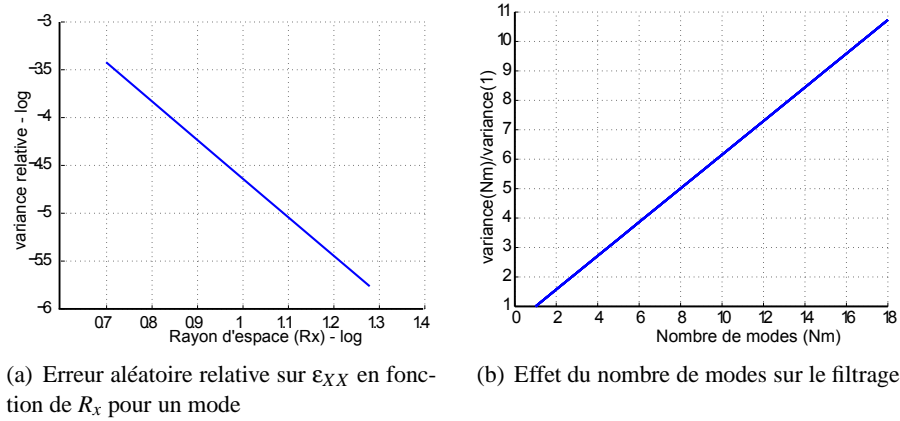


FIGURE 2 – Filtrage du bruit de mesure sur l'approximation diffuse Fourier

La Figure 2(a) représente la variance relative sur les déformations en fonction du rayon d'espace  $R_x$ , en échelle log. On retrouve le même comportement que dans le cas d'une base polynomiale. L'effet du nombre de mode  $N_m$  sur la variance sur les déformations peut être étudié sur la Figure 2(b) où est tracé le rapport entre variance pour  $N_m$  mode et variance pour un seul mode. Cette courbe est indépendante du rayon d'espace. Enfin, la Figure 2(c) donne le rayon en temps pour une base polynomiale en fonction du nombre de modes de Fourier pour avoir le même niveau de filtrage. Cette courbe est assez peu sensible au rayon d'espace et montre que le filtrage sur base de Fourier risque d'être pertinent avec un nombre de modes faible (dans le cas étudié).

## 4 Application

### 4.1 Motivation et présentation de l'essai étudié

Afin de mieux comprendre et modéliser les phénomènes de fatigue thermique présents dans les circuits de refroidissement de centrale nucléaire, des essais de fatigue en bitraction à grand nombre de cycles ( $10^6$  cycles) sont nécessaires. Le matériau constitutif des circuits est un acier inoxydable austénitique 304L dont les caractéristiques sous chargements cycliques sont remarquables en ce que (1) il présente des déformations plastiques importantes même à grand nombre de cycles et (2) son comportement cyclique évolue avec l'accumulation de cycles (durcissement primaire, puis adoucissement et enfin durcissement secondaire) [12]. Contrairement aux essais de fatigue "standards" sur un matériau élastique, il est donc ici impératif de mesurer les déformations en cours d'essai. En outre, ces mesures ne peuvent être réalisées par des jauges du fait des fortes déformations plastiques cycliques. Enfin, les éprouvettes cruciformes utilisées pour des chargements biaxiaux sont intrinsèquement hétérogènes. Le développement d'un protocole d'essai utilisant des mesures de champ cinématiques, et son post-traitement adapté à de tels chargements cycliques, est donc nécessaire.

Les essais de fatigue sont réalisés avec la machine multiaxiale ASTREE du LMT Cachan [13], où 2 paires de vérins viennent solliciter une éprouvette en croix. Chaque paire est pilotée selon une consigne d'effort moyen donnée et une différence d'effort nul, ce qui évite que la paire perpendiculaire reprenne des efforts transversaux. L'éprouvette utilisée présente un ménisque en son centre (épaisseur minimale d'1 mm, rayon de la zone utile de 30 mm, rayon des calottes sphériques du ménisque de 57,25 mm) pour que l'amorçage par fatigue y ait lieu. Sa qualité d'usinage, la conception du montage et l'alignement de la machine ne peuvent supprimer tout effet de flexion. Il est donc nécessaire de mesurer le champ de déformation sur chaque face de l'éprouvette. Enfin, la sollicitation étant à une fréquence de 5 Hz, il est décidé de mettre en place une acquisition d'image stroboscopique, afin de n'utiliser que des caméras numériques standards. L'acquisition stroboscopique est réalisée tous les  $10^4$  cycles afin de caractériser l'évolution du comportement cyclique tout au long de l'essai (pour une description plus complète, se référer à [9]). Bien que donnant potentiellement accès à l'ensemble du champ de déplacement à chaque instant du cycle, la valeur qui nous intéresse en premier lieu n'est "que" l'amplitude de déformation maximale sur chaque face et dans chaque direction. L'évolution de sa position dans la zone utile au cours des cycles est aussi d'intérêt afin de connaître l'histoire des sollicitations mécaniques d'un point donné.

Les résultats présentés par la suite correspondent à une série d'image obtenue avec une caméra Pixel-fly PCO ( $1080 \times 1240$  pix.) lors un essai d'équi-bitraction à rapport de charge  $\frac{F_{min}}{F_{max}} = -1$  et  $\Delta F/2 = 23$  kN. La série de 46 images stroboscopiques "représente" un cycle complet. Le cadrage correspond à une zone de  $\approx 6 \times 8$  mm<sup>2</sup> au centre de la zone utile de la face inférieure de l'éprouvette.

### 4.2 Traitement initialement proposé dans [9]

Un premier post-traitement des mesures en trois étapes a été mis en place lors des essais. Il s'agit :

- D'une première étape de corrélation d'images numériques (CorreliQ4,[1]) sur une série d'images stroboscopiques.
- D'un filtrage (spatial) polynomial de degré 2 sur chaque champ de déformation obtenu (i.e. à chaque image). Le degré très bas du polynôme est justifié par la faible hétérogénéité attendue.
- Enfin d'un filtrage (temporel) du signal périodique en chaque zone d'intérêt. Une décomposition de Fourier est réalisée et le signal est ensuite reconstruit avec un nombre limité d'harmoniques (au maximum 4). La prise en compte de quelques harmoniques en plus du fondamental est justifié par le comportement non-linéaire du matériau au centre de l'éprouvette (déformation plastique).

Cette méthode donne une première approximation du champ d'amplitude de déformation, et donc de son maximum.

### 4.3 Amplitude de déformation au cours du cycle

Dans cette partie, nous présentons la reconstruction du champ d'amplitude de déformation sur un cycle pour  $\epsilon_{XX}$ . Sont comparées la reconstruction proposée dans [9], la reconstruction approximation diffuse avec base temporelle de Fourier et une reconstruction par approximation diffuse polynomiale

pour le même rayon d'espace et un rayon en temps permettant le même niveau de filtrage qu'avec un seul mode de Fourier (en pratique,  $R_t = 9$ ).

La Figure 3 illustre l'effet sur le filtrage du rayon d'espace  $R_x$  sur l'amplitude de déformation et il semble, visuellement, que  $R_x = 10$  soit un bon compromis entre filtrage et erreur d'approximation.

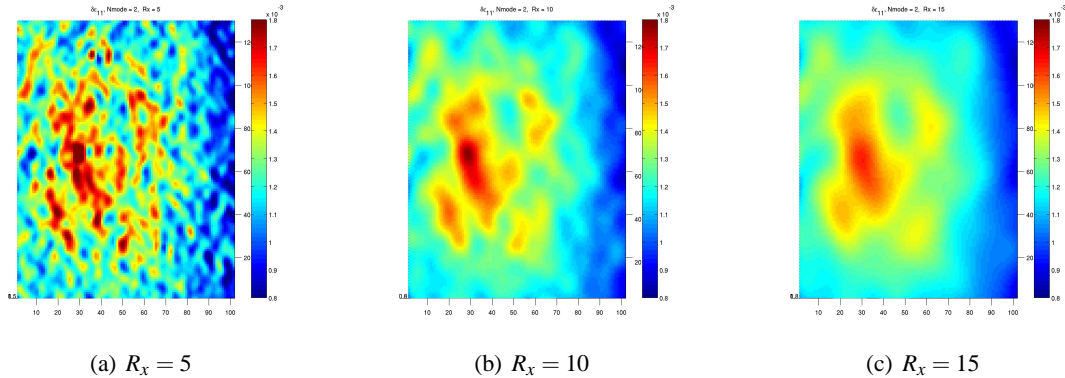


FIGURE 3 – Effet du rayon d'espace sur  $\delta\epsilon_{XX}$ , Nmode=2

La Figure 4(a) présente l'évolution de la déformation au point subissant la plus grande amplitude de déformation. On peut voir que l'approximation diffuse polynomiale isofiltrage sous-estime l'amplitude des cycles du fait d'une plus grande erreur d'approximation. De plus, l'apport des modes de Fourier successifs sur l'estimation des déformations peut être observée. Ces deux points sont confirmés sur les champs d'amplitude de déformation présentés Figure 5.

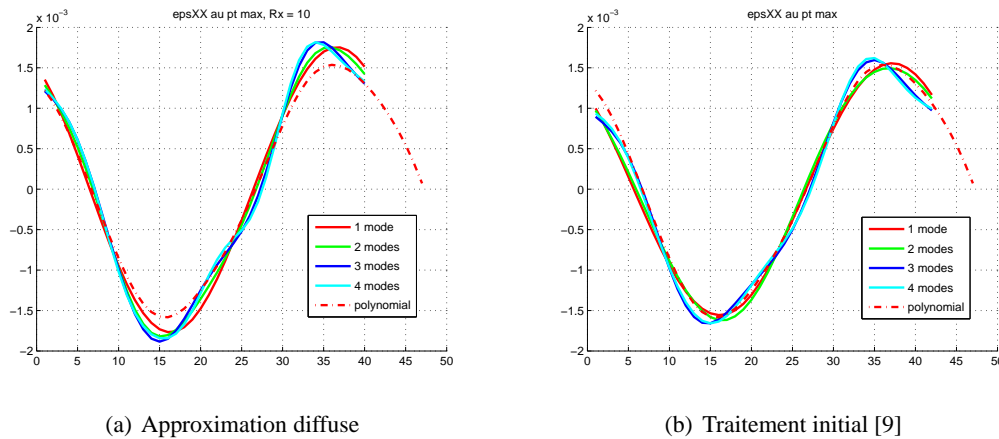


FIGURE 4 – Déformation sur un cycle au point à déformation maximale

Les Figures 4(b) et 5(f) présentent les résultats issus du traitement initial [9]. L'évolution au cours du cycle est similaire à celle obtenue par l'approximation diffuse polynomiale – pour  $(R_x, R_t) = (10, 9)$  – et l'amplitude de cycle est ainsi sensiblement sous-estimée. De plus, l'approximation globale de degré 2 utilisée en espace limite fortement la résolution spatiale (Figure 5(f)).

Enfin, la Figure 6 présente les champs de différence entre les reconstructions avec  $N_m$  modes et  $N_m - 1$  modes. Ainsi, on voit que le contenu fréquentiel n'est pas le même en tout point, du fait du chargement hétérogène et du comportement non-linéaire du matériau. Les modes d'ordre élevé contribuent aux déformations dans les zones de grande plasticité.

## 5 Conclusion

L'étude présentée a proposé un outil de reconstruction des déformations à partir de mesures de champs en s'appuyant sur l'approximation diffuse espace-temps. La base fonctionnelle utilisée dans l'ap-

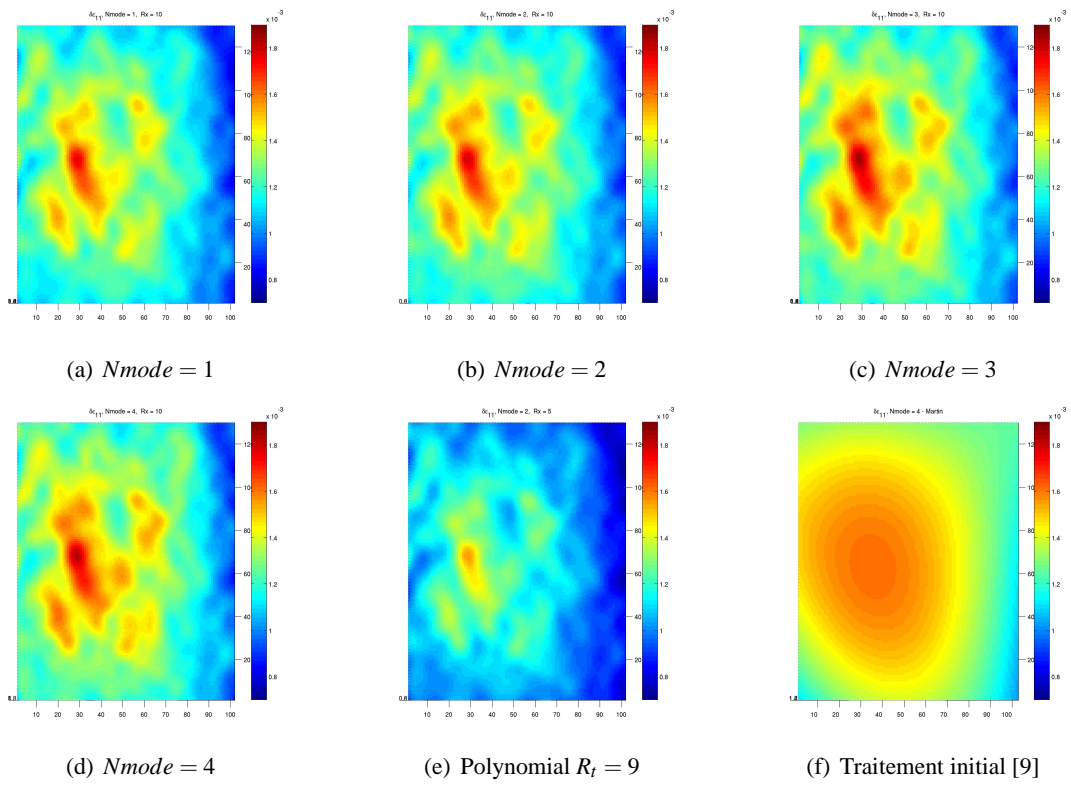


FIGURE 5 – Effet du nombre de modes sur  $\delta\epsilon_{XX}$ ,  $R_x = 10$

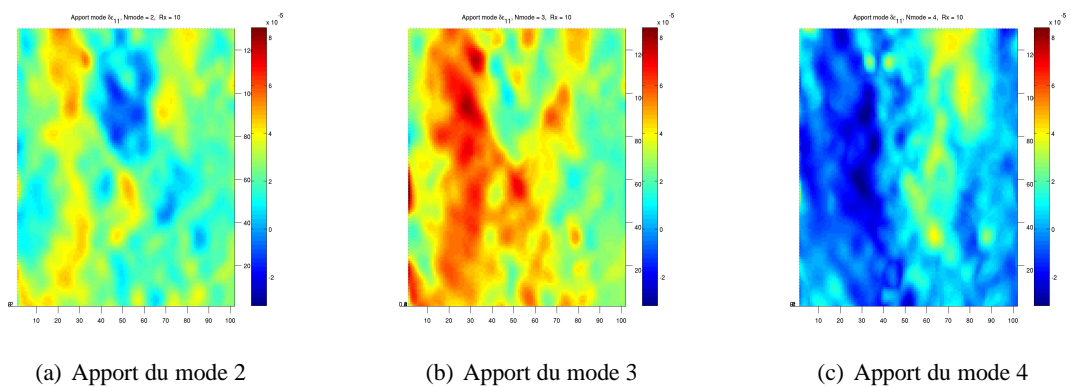


FIGURE 6 – Apport du nombre de mode sur  $\delta\epsilon_{XX}$ ,  $R_x = 10$



proximation diffuse a été enrichie en introduisant une base temporelle de Fourier afin de tenir compte des spécificités de chargements périodiques. Cette formulation est typiquement adaptée à l'étude de l'évolution des déformations au cours des cycles d'un essai de fatigue. Le filtrage du bruit de mesure a été étudié d'un point de vue théorique et des ponts ont été proposés vis-à-vis des méthodes précédentes basées sur une approximation diffuse temporelle polynomial. Ainsi, il est apparu que, sur les exemples considérés, la méthode enrichie par des modes de Fourier est intéressante lorsque le nombre de modes nécessaires pour représenter les champs reste modéré, puisqu'elle présente alors un meilleur comportement en terme de filtrage ; ces résultats pourront toutefois dépendre du nombre d'images prises au cours d'un cycle de chargement. La méthode a enfin été illustrée sur un essai de fatigue biaxiale à grand nombre de cycles sur un acier austénitique et a fourni des résultats concluants : comparée à l'approche habituelle [9] ou à un filtrage approximation diffuse polynomiale en espace-temps, elle permet une meilleure estimation des amplitudes de cycles, avec une résolution spatiale plus fine. De plus, la décomposition sur des modes de Fourier permet d'avoir une localisation spatiale des contributions aux différentes fréquences.

## Références

- [1] G. Besnard, F. Hild, S. Roux. Finite-element displacement fields analysis from digital images : Application to Portevin-Le Châtelier bands. *Experimental Techniques*, 46, 789–803, 2006.
- [2] M. Grédiac, F. Pierron, S. Avril, E. Toussaint. *The virtual fields method for extracting constitutive parameters from full-field measurements : a review*, *Strain*, 42–233-253, 2006.
- [3] S. Avril, P. Feissel, F. Pierron, P. Villon. Comparison of two approaches for differentiating full-field data in solid mechanics. *Measurement Science and Technology*, 21.1, 015703, 2010.
- [4] B. Nayroles, G. Touzot, P. Villon. La méthode des éléments diffus. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences, série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'Univers, Sciences de la Terre*, 313-2, 133–138, 1991.
- [5] G. Besnard. Caractérisation et quantification de surfaces par stéréocorrélation pour des essais mécaniques du quasi statique à la dynamique ultra-rapide, *Thèse de doctorat*, ENS Cachan, 2010
- [6] A. Chrysochoos, H. Louche. An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, *International Journal of Engineering Science*, 38.16, 1759-1788, 2000.
- [7] B. Berthel, B. Wattrisse, A. Chrysochoos, A. Galtier. Thermographic Analysis of Fatigue Dissipation Properties of Steel Sheets, *Strain*, 43.3, 273-279, 2007
- [8] T. Roland, P. Feissel, M. Risbet, D. Brancherie, J. Roelandt. Early fatigue damage detection in stainless steel through digital image correlation studies, *Fatigue Design 2009*, 2009.
- [9] M. Poncelet, G. Barbier, B. Raka, S. Courtin, R. Desmorat, J.C. Le Roux et L. Vincent, *Biaxial High Cycle Fatigue of a type 304L stainless steel : Cyclic strains and crack initiation detection by digital image correlation*, *Eur. J. Mech. - A/Solids*, 29(5), 810-825 (2010).
- [10] W.S. Cleveland, C. Loader *Smoothing by local regression : principles and methods*, Springer, 1995.
- [11] S. Avril, P. Feissel, F. Pierron, P. Villon. Estimation of strain field from full-field displacement noisy data. *European journal on computational mechanics*, 17.5–7, 857, 2008.
- [12] F. Curtit, *Note technique EDF R&D, H-T26-2007-03264-FR*, mise à jour en 2011.
- [13] S. Calloch et D. Marquis, *Triaxial tension-compression tests for multiaxial cyclic plasticity*, *Int. J. of Plast.*, 15(5), 521-549, 1999.
- [14] P. Feissel, *Du déplacement à la déformation*. Mesures de champs et identification en mécanique des solides (sous la direction de M. Grédiac et F. Hild). Hermès édition, 209–241, 2011.