

Minimisation de la variabilité du comportement statique des treillis

C. Knopf-Lenoir, P. Lardeur, R. Mandeng, J. Wang

Laboratoire Roberval, Université de Technologie de Compiègne, France, {pascal.lardeur,cklv}@utc.fr

Résumé — Une méthodologie pour l'optimisation robuste du comportement statique des treillis est présentée. Le problème d'optimisation est formulé de manière à minimiser une réponse (déplacement) et son coefficient de variation en présence de variabilité à la fois sur les variables de conception et sur d'autres paramètres qui ne sont pas optimisés. Une méthode d'estimation rapide de la variabilité du comportement d'un treillis est développée. Les applications montrent l'intérêt de cette méthodologie qui peut être couplée de manière non intrusive avec un code de calcul (Abaqus) et qui permet d'obtenir des structures optimales conciliant performance et robustesse.

Mots clefs — Optimisation, robustesse, variabilité, méta-modèle.

1 Introduction

L'optimisation avec prise en compte de la variabilité a pour objectif de trouver des solutions à la fois performantes au sens de la minimisation d'une fonction objectif et robustes, c'est-à-dire peu sensibles aux dispersions qui affectent les différents paramètres du modèle. Pour résoudre numériquement ce type de problème, on distingue les approches par intervalles [1], les méthodes basées sur l'approche floue [2] et les méthodes probabilistes [3].

Nous présentons ici une méthode probabiliste, appliquée au cas des treillis dans le domaine statique linéaire. La recherche d'un optimum robuste est formulée comme la minimisation d'un déplacement et de son coefficient de variation. La variabilité est prise en compte par une approche qui permet d'obtenir très rapidement une estimation des moyennes et écart-types (ou des coefficients de variation).

2 Description de la méthodologie

2.1 Cahier des charges

La méthodologie d'optimisation robuste développée doit respecter autant que possible les exigences suivantes :

- elle doit permettre la prise en compte d'un grand nombre de paramètres incertains ;
- elle doit être valide même pour des niveaux d'incertitudes moyens ou élevés ;
- elle doit être compatible avec l'utilisation de logiciels éléments finis standard (Abaqus, MSC.Nastran, Ansys, ...) ;
- la prise en compte de la variabilité ne doit pas être fortement pénalisante en nombre d'analyses éléments finis et donc en temps de calcul ;
- elle doit permettre de rechercher un optimum global, par opposition à des optima locaux.

Dans ce contexte, la méthodologie proposée, pour la résolution du problème d'optimisation multi objectifs, est basée sur l'exploitation d'un algorithme évolutionnaire, associé à la Méthode des Efforts Généralisés Certains (MEGC) pour la prise en compte des incertitudes. L'ensemble de la démarche d'optimisation présentée est non intrusive et peut être utilisée avec un logiciel éléments finis standard. Cette méthodologie permet de traiter un problème d'optimisation non déterministe pour un coût proche de celui d'une optimisation déterministe.

2.2 Méthode des Efforts Généralisés Certains (MEGC)

La MEGC [4,5] repose sur l'hypothèse d'indépendance des efforts généralisés vis-à-vis des variables incertaines. Cette hypothèse est vérifiée exactement pour les structures isostatiques et mène à un calcul exact de la variabilité des déplacements pour ce type d'exemples. Dans le cas général des structures hyperstatiques, elle mène à une approximation des déplacements et de leur variabilité.

L'hypothèse des efforts généralisés certains permet de trouver une forme explicite de l'énergie interne de déformation, quelles que soient les valeurs des variables incertaines. Pendant le processus d'optimisation, deux analyses éléments finis sont nécessaires pour l'évaluation d'un individu (calcul d'un déplacement et de sa variabilité). Le théorème de Castigliano permet d'exprimer le déplacement d'un point sous la forme d'un méta-modèle. La moyenne et l'écart-type de ce déplacement sont ensuite obtenus analytiquement. L'évaluation de ces quantités est très rapide.

3 Exemples

Le premier exemple est un treillis 2D hyperstatique à dix barres, encasté en deux nœuds et soumis à deux efforts concentrés. Les variables d'optimisation sont les sections des barres, soit 10 variables. Dans chaque barre, le module d'élasticité et la section sont considérés incertains et suivent une loi normale. Le problème contient donc 20 variables incertaines. Des niveaux d'incertitude faibles ou élevés des variables d'entrée sont considérés. On s'intéresse au déplacement maximal sur l'ensemble de la structure. Trois cas sont traités. Dans le premier cas, on minimise le déplacement nominal, dans le second cas la variabilité du déplacement. Le troisième cas consiste en une optimisation multi objectifs : on minimise simultanément le déplacement nominal et sa variabilité. On compare alors les configurations optimales obtenues pour ces 3 cas. La précision de la MEGC est également évaluée dans ce contexte d'optimisation robuste, en comparant avec des résultats obtenus par simulation de Monte Carlo, considérée comme méthode de référence.

Le second exemple est un treillis 3D hyperstatique à 120 barres, encasté à sa base. En tenant compte de la symétrie du problème, celui-ci comprend 7 variables d'optimisation. A nouveau, le module d'élasticité et la section sont considérés incertains et suivent une loi normale. Le problème contient donc 240 variables incertaines. Cet exemple montre que la méthodologie présentée est compatible avec la prise en compte d'un grand nombre de variables incertaines.

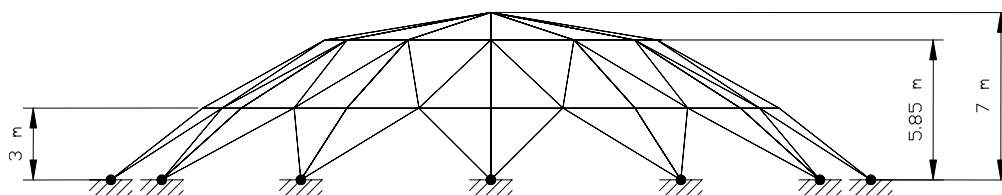


FIG. 1 – Treillis 3D à 120 barres

Références

- [1] L. Majumder, S.S. Rao. *Interval-based optimization of aircraft wings under landing loads*, Computers and Structures 87, 225–235, 2009.
- [2] F. Massa, B. Lallemand, T. Tison. *Fuzzy multiobjective optimization of mechanical structures*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 198, 631–643, 2009.
- [3] G. Kharmanda, A. Mohamed, M. Lemaire. *Efficient reliability based design optimization using a hybrid space with application to finite element analysis*, Struct Multidisc Optim 24, 233–245, 2002.
- [4] P. Lardeur, M. Oudjene, É. Arnoult. *La méthode MEGC pour le calcul de dispersion du comportement statique des treillis*, 16^{ème} congrès français de mécanique, Nice, 2003.
- [5] P. Lardeur, A. Demri, C. Lionnet, É. Arnoult. *Application de la méthode MEGC pour le calcul des incertitudes dans les treillis hyperstatiques*, 7^{ème} colloque national en calcul des structures, Giens, 2005.