HAL
open science

POD Morphing: une méthode de reparamétrage a posteriori des formes maillées pour l optimisation de forme des structures

Balaji Raghavan, Piotr Breitkopf, Pierre Villon

To cite this version:

Balaji Raghavan, Piotr Breitkopf, Pierre Villon. POD Morphing: une méthode de reparamétrage a posteriori des formes maillées pour l optimisation de forme des structures. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592955

HAL Id: hal-00592955

https://hal.science/hal-00592955

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

POD-Morphing: une méthode de reparamétrage "a posteriori" pour l'optimisation de forme en mécanique

Balaji Raghavan[1], Piotr Breitkopf[1], Pierre Villon[1]

1 UMR 6253, Laboratoire Roberval, UTC-CNRS, Compiègne Cedex, 60200 France, {balaji.raghavan,piotr.breitkopf,pierre.villon}@utc.fr

Résumé — On propose une approche "a posteriori" de paramétrage de la forme structurale, en utilisant la méthode des clichés, afin de réduire le nombre des variables de conception. Les variables de conception géométriques sont remplacées par les nouvelles variables de conception, moins nombreuses et qui permettent une meilleure compréhension globale du domaine de conception. Ces variables peuvent être utilisées directement dans un algorithme d'optimisation pour obtenir la forme structurale qui minimise un critère choisi. On illustre la méthode sur un cas de conception d'un conduit de climatisation.

Mots clefs — Rasterisation, modèles réduits, optimisation, éléments finis, marching bricks.

1 Introduction

Les techniques habituelle d'optimisation de forme présentent plusieurs inconvénients: la description CAO généralement implique plusieurs paramètres géométriques (rayons, longueurs, angles, …) sans aucune relation explicite entre eux, éventuellement redondants et qui n'ont pas de « compréhension globale » de l'espace de conception. En plus, la CAO est généralement effectuée sur une machine, voire par un service différent, ce qui rend l'accès aux paramètres difficile.

L'approche proposée dans notre article commence avec une génération d'un ensemble de clichés, qui couvrent le domaine de conception, puis le reparamétrage de la forme de la structure et enfin la décomposition du système. Pour le reparamétrage nous avons introduit la méthode de pixellisation, et pour décomposer la système des «pixel maps» nous avons utilisé l'approche de type POD [2]-[9].

Les avantages de notre approche incluent une réduction du nombre de paramètres, une séparation des phases de conception et de calcul, l'élimination de la redondance des paramètres, et une utilisation plus facile des optimiseurs basés sur des gradients.

2 Les étapes de POD-Morphing

Les étapes de notre démarche de réduction dans l'espace des paramètres de conception sont les suivantes:

1. Création des clichés par attribution des valeurs admissibles (plan d'expériences e.g. «Latin Hypercube Sampling») aux variables géométriques ($\bar{X}$) et puis génération de la matrice des clichés.

2. Pixellisation des clichés (Si) sur une grille de référence (figure 1). Cette méthode est basée sur les techniques de traitement d'image, et la résolution est déterminée par la finesse du maillage/grille de référence. On projette les maillages sur une grille de référence en localisant directement des points/noeuds, ou par l'intersection des arêtes du maillage avec les pixels/voxels, en calculant éventuellement les niveaux de gris.

3. La décomposition POD en gardant *m* modes significatifs: Les coefficients α deviennent alors des nouvelles variables de conception et permettent de reconstruire les clichés

$$S_{POD} = \tilde{S} + \sum_{1}^{M} \alpha_i \phi_i^S \qquad (1)$$

L'évaluation de la fonction objectif pour une valeur arbitraire de α nécessite la définition de la frontière, ce qui est fait à l'aide des algorithmes de Canny et de « marching cubes » (Figure 2) issus de la communauté de traitement d'image.

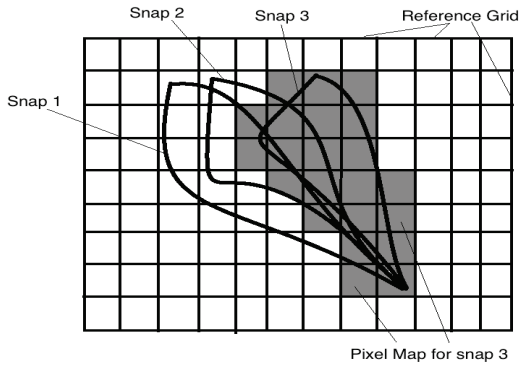

FIG. 1 – LES "pixel maps"

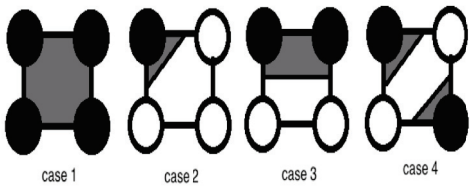

Fig. 2 – Marching Squares

La forme reconstruite $x(t), y(t)$ est lissée par l'Approximation Diffuse, puis remaillée avec des opérateurs habituels.

$$x(t) \approx x_{app}(t) = b^T(t) a_x(t) \quad \text{and} \quad y(t) \approx y_{app}(t) = b^T(t) a_y(t) \qquad (2)$$

où t = paramètre représentant de la courbe lissé.

$$b(t) = \begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 & \ldots \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Les coefficients $a_x(t)$ et $a_y(t)$ dépendent des valeurs des variables de conception, et sont choisis tels que les fonctionnelles $J_x(a)$ et $J_y(a)$ données par (4) et (5) soient minimisées.

$$J_x(a) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_v} w_i(t_i, t)(b^T(t_i) a_x - x(t_i))^2 \qquad (4)$$

et

$$J_y(a) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_v} w_i(t_i, t)(b^T(t_i) a_y - y(t_i))^2 \qquad (5)$$

où N_v = la nombre des arêtes de la «carte de pixels» reconstruite.

Une forme typique RBF de la fonction poids est:

$$w_i(t_i, t) = \exp(-|t_i - t|^2) \qquad (6)$$

On pourrait aussi choisir une polynôme interpolant pour saisir une forme irrégulière où bien capturer des effets locaux.

La problème d'optimisation est transformé de manière suivante: dans l'espace géométrique, où LB et UB sont des bornes (inférieure et supérieure) des paramètres $\bar{X}$:

$$Maximise\ P_{flow}(\bar{X}_1, .., \bar{X}_{13}) \qquad (7)$$

$$tel\ que\ LB \leq \bar{X}_i \leq UB$$

Et dans l'espace POD on pose le même problème transformé:

$$maximize\ P_{flow}(\alpha_1, .., \alpha_5) \qquad (8)$$

$$tel\ que\ Lf \leq f_{nl}(\alpha_1, .., \alpha_5) \leq Uf$$

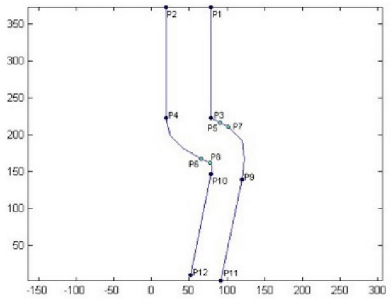

FIG. 3 – CONDUIT DE CLIMATISATION (2D)

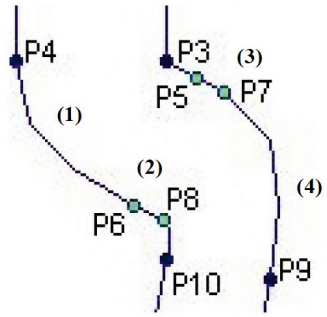

Fig. 4 – La partie courbé

Suite à l'optimisation, une étape supplémentaire permet d'identifier les valeurs des paramètres géométriques $\bar{X}_{opt}$ correspondant aux valeurs optimales des paramètres POD α_{opt}. La figure 5 illustre l'application de la technique sur un cas de conduit de climatisation 2D d'un véhicule, paramétré à l'origine par 13 variables de conception (Figures 3 et 4).

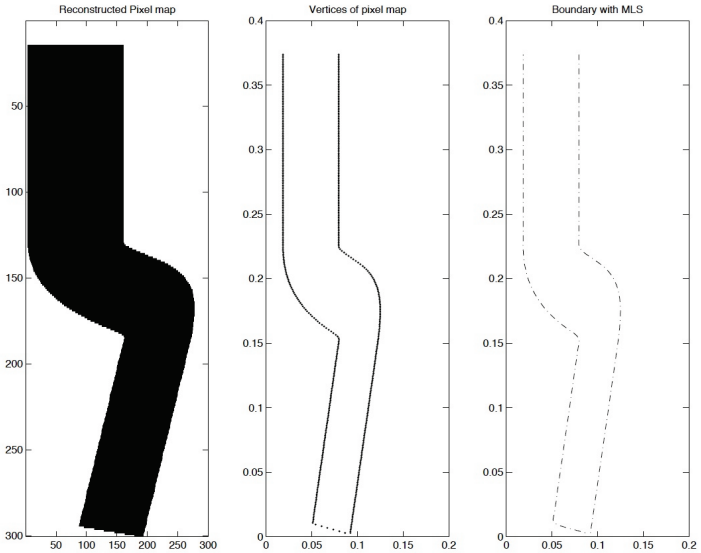

Fig. 5 – Les étapes POD-morphing

3 Résultats

3.1 Pixellisation

Nous avons obtenu les «cartes de pixels» depuis les formes/maillages par la méthode de localisation directe des noeuds du maillage CFD. La partie critique d'un «pixel map» particulier est dessiné en zoom dans la figure 6.

3.2 Reconstruction de la «carte de pixels» à partir des coefficients POD

Cette sous- étape est effectuée par l'équation (1) et la qualité de la reconstruction est évaluée par

l'erreur de troncation dans la figure 6. Le but est de reconstruire les «cartes de pixels» $S(\alpha)$ a partir des α_i .

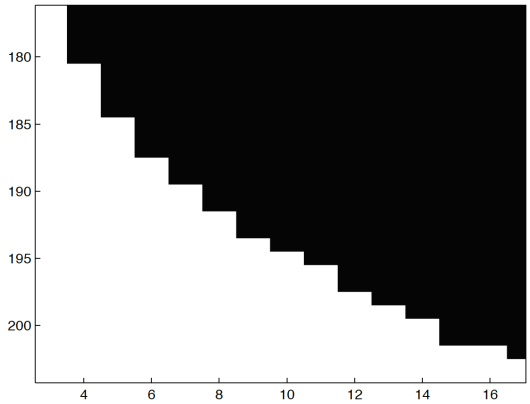

FIG. 6 – «PIXEL MAP» MAGNIFIÉ

Nous avons tracé la surface décrite par les premiers 3 coefficients POD pour tous les clichés considérés α_1 , α_2 et α_3 .

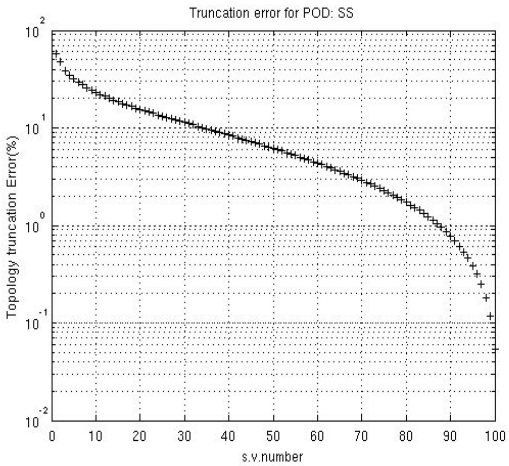

FIG. 7 – L'ERREUR DE TRONCATION

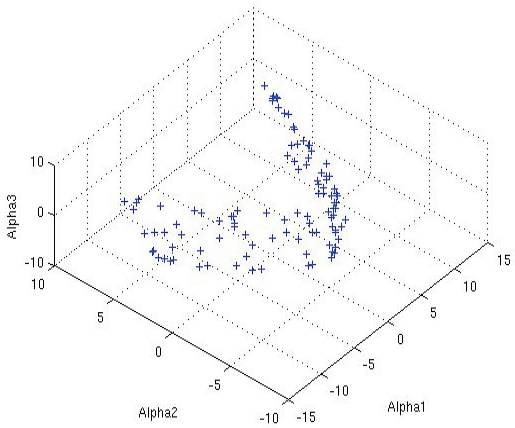

Fig. 8 – Les 1er 3 coefficients POD

3.3 Reconstruction de la forme optimale par lissage

Cette sous-étape est dérivée du travail [2]. Depuis les «cartes de pixels» $S(\alpha)$ obtenus dans la dernière sous-étape, on trouve des arêtes. Ensuite, on reconstruit la forme optimale $x(t), y(t)$ du conduit par l'Approximation Diffuse, équations (2) à (6). La forme reconstruite du conduit est donnée dans les figures 9 et 10.

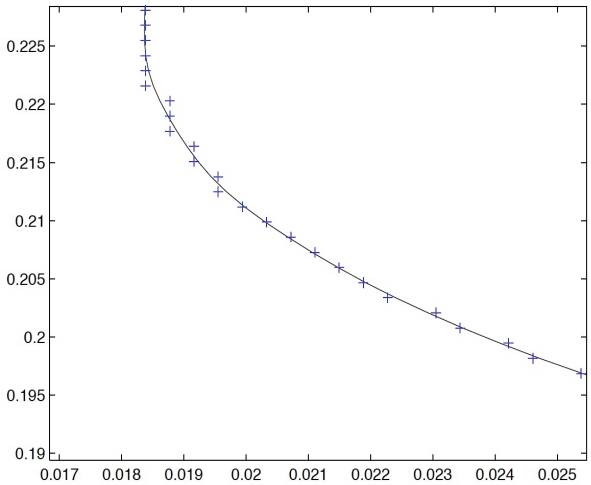

Fig. 9 – L'erreur de troncation

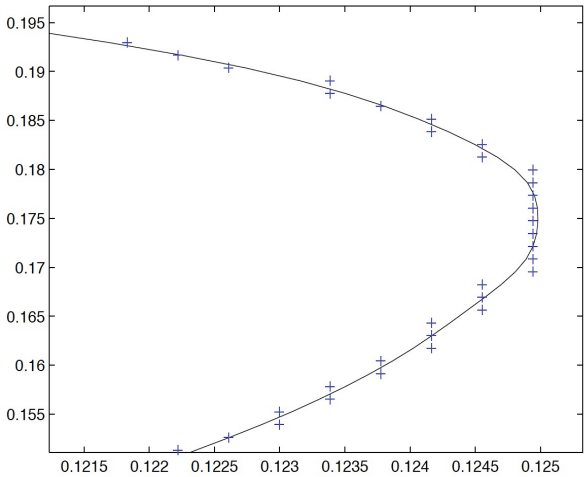

Fig. 10 – Les 1er 3 coefficients POD

Et enfin, la figure 11 montre la reconstruction d'une géométrie/forme pour un nombre de modes variable (5-13). Comme attendu, l'erreur de reconstruction diminue avec le nombre de modes retenus. Avec une perte de précision limitée nous pouvons reconstruire la forme depuis un ensemble de paramètres plus petit que l'ensemble des paramètres géométriques initiaux.

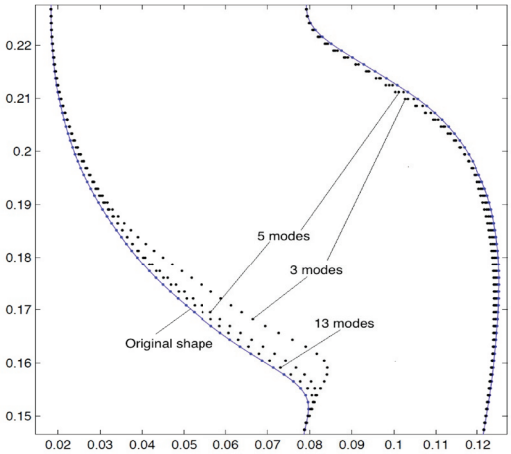

Fig. 11 – Reconstruction

3.4 Optimisation dans l'espace POD

Cette étape est effectuée dans une manière pareille à l'optimisation dans l'espace géométrique, mais l'avantage du paramétrage de l'espace de conception avec un nombre réduit de variables est d'être plus efficace dans l'utilisation des algorithmes basés sur le calcul du gradient. La progression de la valeur du critère est présentée dans la figure 12 pour 5, 6 et 7 modes respectivement.

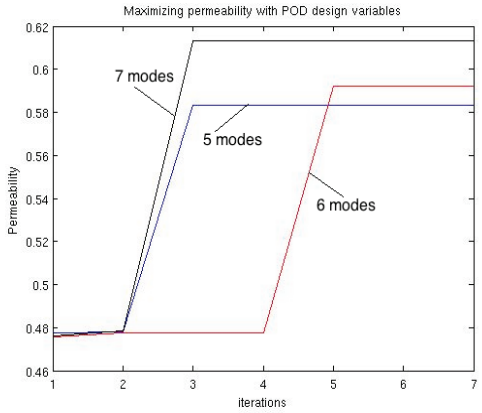

Fig. 12 – Optimisation dans l'espace POD

Les figures 5-8 montrent les champs de vitesse pour les formes optimales obtenues a partir de l'optimisation effectuée dans l'espace POD en gardant 5-8 modes POD respectivement.

Fig. 13 – Vitesse (5 modes)

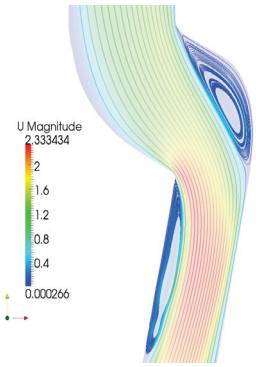

Fig. 14 – Vitesse (6 modes)

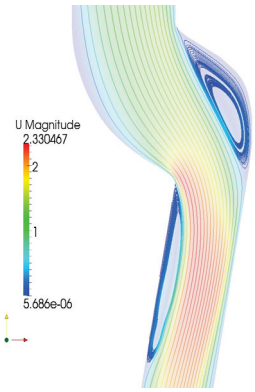

Fig. 15 – Vitesse (7 modes)

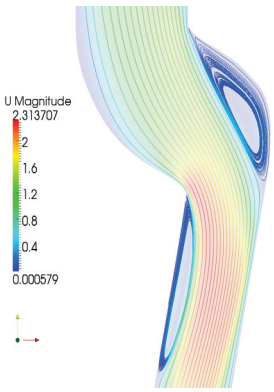

Fig. 16 – Vitesse (8 modes)

3.5 L'étape de «Reverse-checking»

Dans le tableau 1, les résultats correspondent à des différents niveaux de réduction, avec 5, 6, 7 et 8 modes retenus, ainsi que les valeurs des variables originales $\bar{X}(\alpha^{opt})$ (les paramètres géométriques) identifiées à partir du résultat d'optimisation dans l'espace POD par l'équation

$$\alpha_{rev}(S(\alpha^{opt}))=(\tilde{S}+\sum_{1}^{m}\alpha_i^{opt}\phi_i^S-\tilde{S})^T\phi^S=(\sum_{1}^{m}\alpha_i^{opt}\phi_i^S)^T\phi^S \qquad (2)$$

Cette étape est nécessaire pour prendre en compte l'erreur introduite par la surface de réponse construite par des moindres-carrés mobiles entre des paramètres géométriques $\bar{X}$ et des coefficients POD α .

modes	5	6	7	8	LB	UB
α^{opt}	-22.6226 13.4301 5.8149 -9.4755 3.1751	-22.4873 14.2647 6.2187 -9.3431 3.0856 3.7891	-22.7028 14.4708 5.6493 -9.5091 3.1863 3.9603 5.2279	-22.3745 14.7165 5.1094 -9.7710 3.2653 3.9784 5.2527 -4.2108		
$\alpha_{rev}(S(\alpha^{opt}))$	-21.8192 13.7669 6.6731 -8.8569 3.2854	-22.0924 13.9274 5.8194 -9.2671 3.0162 4.2320	-22.1531 13.8087 5.2442 -9.1170 2.8065 4.2241 4.6575	-22.0974 13.8794 5.6017 -9.4991 2.4682 5.2825 4.7886 -2.3602		
X1(α-opt)	7.8528	8.2695	8.4067	8.0782	6.1096	9.1644
X2(α-opt)	25.7555	28.9527	30.1149	28.7854	21.3080	31.9620
X3(α-opt)	13.3979	14.1076	13.8989	13.8898	10.1464	15.2196
X4(α-opt)	7.8255	8.3505	8.4015	8.6217	6.0832	9.1248
X5(α-opt)	64.2028	65.4544	65.4339	64.5703	43.6000	65.4000
X6(α-opt)	1.9279	2.2016	2.2544	2.3511	1.6000	2.4000
X7(α-opt)	2.0009	2.0609	2.0628	1.9503	1.6000	2.4000
X8(α-opt)	35.6519	29.3352	30.7665	33.2524	24.0000	36.0000
X9(α-opt)	35.9963	33.4178	34.0429	35.0498	24.0000	36.0000
X10(α-opt)	37.1714	36.7973	37.8723	36.7600	24.0000	36.0000
X11(α-opt)	26.4866	30.8812	30.5599	33.0657	24.0000	36.0000
X12(α-opt)	4.9232	5.5084	5.4175	5.7500	4.0000	6.0000
X13(α-opt)	5.4837	5.0370	5.3058	5.4318	4.0000	6.0000
J1(α-opt)	1.9684	1.9754	1.9626	1.9580		
J2(X(α-opt))	2.1344	2.1335	2.1389	2.1312		
Shape error (%)	0.847	0.33	0.248	0.563		

Tableau 1 – Identification des paramètres géométriques et "reverse checking"

Conclusions

Afin de résoudre des problèmes souvent rencontrés dans l'optimisation de forme basée sur des paramètres géométriques, les auteurs ont présenté une nouvelle approche inspiré de la communauté du traitement d'image: une approche de reparamétrage *a posteriori* effectuée en 3 sous-étapes: celle de «pixellisation» sur une grille de référence, de décomposition par la méthode POD et enfin de reconstruction par des «cartes de pixels» et lissage par l'Approximation Diffuse pour retrouver la forme structurale. Nous avons aussi présenté l'option de récupérer des paramètres géométriques à partir des paramètres POD par l'identification directe ou par la construction d'une surface de réponse et «reverse checking». La méthode a montré plusieurs avantages: d'être capable de représenter une forme structurale avec un ensemble des paramètres plus petit, d'éliminer la redondance et de séparer les étapes de conception/CAO et d'optimisation. La précision de la méthode dépend du nombre de clichés étudiés et de la résolution de la grille de référence.

Remerciements

Ce travail a été soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du projet OMD2 (ANR-08-COSI-007)

Références

[1] A. Kaufman, D. Cohen, R. Yagel, "Volume Graphics", IEEE Computer, Vol.26, No.7, pp.51-64, 1993.

[2] P. Breitkopf, "An algorithm for construction of iso-valued surfaces for finite elements", *Engineering with Computers*, vol.14, no.2, pp.146-149, 1998.
[3] G. Berkooz, P. Holmes, J. L. Lumley, "The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows", *Annu Rev Fluid Mech*, Vol.25, pp.539-575, 1993.
[4] R. Filomeno Coelho, P. Breitkopf, and C. Knopf-Lenoir., "Model reduction for multidisciplinary optimization – application to a 2d wing", *Int J Struc Multidisc Optim*, vol.37, No.1, pp.29–48, 2008.
[5] R. Filomeno Coelho, P. Breitkopf, and C. Knopf-Lenoir., "Bi-level Model reduction for coupled problems", Int J Struc Multidisc Optim, vol.39, No.4, pp.401–418, 2009.
[6] P. Breitkopf, H. Naceur, A. Rassineux, P. Villon., "Moving Least Squares Response Surface Approximation: Formulation and Metal Forming Applications", *Computers and Structures*, vol.83, No. 17-18, pp.1411-1428, 2005.
[7] A. Chatterjee., "An Introduction to the Proper Orthogonal Decomposition", *Current Science, Special Section: Computational Science*, Vol.78, No.7, pp.808-817, 2000.
[8] K. Willcox, J. Peraire, "Balanced Model Reduction via the Proper Orthogonal Decomposition", *AIAA Journal*, Vol.40, No.11, pp.2323-2330, November 2002.
[9] D. J. J. Toal, N. W. Bressloff, A. J. Keane, C. Holden, "Geometric filtration using POD for aerodynamic design optimization", *AIAA Journal*, Vol.48, No.5, pp.916-928, 2010.
[10] B. H. V. Topping., A. I. Khan., "Parallel Finite Element Computations", Saxe, Coburg, 1996.
[11] C. Chappuis, A. Rassineux, P. Breitkopf, P. Villon, "Improving surface meshing from discrete data by feature recognition", Engineering with Computers, *Proceedings of the 4th Symposium on Trends in Unstructured Mesh Generation*, Jul 27-31, 2003, Albuquerque, NM.
[12] P. Breitkopf, R. Filomeno Coelho, "Multidisciplinary Design Optimization in Computational Mechanics", Wiley Interscience, 2010.
[13] *http://www.openfoam.com* "OpenFoam: the Open-source CFD Toolbox".