



HAL
open science

Couplage de modèles rigides et déformables pour la modélisation d'une interface tribologique

Hong-Phong Cao, Mathieu Renouf, Yves Berthier

► **To cite this version:**

Hong-Phong Cao, Mathieu Renouf, Yves Berthier. Couplage de modèles rigides et déformables pour la modélisation d'une interface tribologique. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592950

HAL Id: hal-00592950

<https://hal.science/hal-00592950v1>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Couplage de modèles rigides et déformables pour la modélisation d'une interface tribologique

H-P. Cao, M. Renouf, Y. Berthier

Université de Lyon, CNRS,
LaMCoS, INSA-Lyon, F69621 Villeurbanne cedex
{Hong-Phong.Cao,Mathieu.Renouf,Yves.Berthier}@insa-lyon.fr

Résumé — Dans le contexte de la modélisation des interfaces tribologiques, ce travail propose un couplage discret/continu pour venir enrichir les modèles utilisés jusqu'alors et prendre en compte la déformation locale des corps en contact et son influence sur la rhéologie du troisième corps. Le modèle est utilisé pour des essais de cisaillement représentant un volume élémentaire d'une interface tribologique. Les résultats obtenus sont comparés avec les approches classiques bi et tridimensionnelles. Une extension au cas de l'usure est présentée en conclusion.

Mots clés — couplage FEM-DEM, troisième corps, usure.

1 Introduction

Sous sollicitations tribologiques (pression et cisaillement), une interface de contact s'avère être une couche discontinue séparant deux corps en contact [6]. Cette interface, baptisée *troisième corps* en référence aux deux *premiers corps* qu'elle sépare, est constituée de particules issues des premiers corps et mélangées avec des particules initialement extérieure au contact. D'un point de vue expérimental, il est très difficile d'observer les différents phénomènes situés au coeur de l'interface et de traiter les informations au cours de son évolution dynamique. C'est pourquoi, il est nécessaire d'utiliser et de développer des outils capables de compléter ce manque d'informations.

Parmi les approches numériques existantes, les modèles par éléments discrets (DEM) s'avèrent les plus appropriés pour modéliser l'évolution dynamique de ce milieu discontinu et hétérogène. Plusieurs auteurs ont utilisé ce type de méthode pour modéliser une interface [10, 5, 8]. Les études proposent des résultats phénoménologiques intéressants mais présentent des limitations si l'on veut prendre en compte la déformation locale des corps en contact, et déterminer son influence sur le comportement de l'interface.

Les présents travaux présentent un couplage discret/continu pour modéliser le comportement d'une interface tribologique et regarder l'influence de la déformation locale des premiers corps sur la rhéologie du troisième corps. Après une présentation du cadre numérique utilisé, une comparaison entre modèle classique (rigide) et hybride (rigide/déformable) est réalisée sur des écoulements confinés puis dans des écoulements autorisant des débits de troisième corps hors du contact.

2 Cadre Numérique

2.1 Formulation globale

Les présents travaux s'appuient sur l'extension de la méthode *Contact Dynamics* [11] proposée par Jean portant le nom de *Non Smooth Contact Dynamics (NSCD)* [9] pour décrire l'évolution dynamique d'un ensemble de particules, s'appuyant sur l'équation de la dynamique :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{F}^{ext}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{R}, \quad (1)$$

où \mathbb{M} est la matrice de masse du système, $\ddot{\mathbf{q}}$ est le vecteur d'accélération, dérivée seconde du vecteur configuration \mathbf{q} , \mathbf{F}^{ext} est les forces extérieures appliquées au corps en contact et \mathbf{R} les forces de contact.

La méthode NSCD est basée sur une mise en équation de l'équation (1) en présence de collisions éventuelles. Elle est caractérisée par une discrétisation en temps de type "time stepping" en utilisant une θ -méthode. Ce formalisme permet naturellement de coupler modèle rigide et déformable au sein d'une même simulation. Un solveur de type Gauss Seidel Non Linéaire permet de calculer en même temps vitesses relatives au contact \mathbf{u} et forces de contact \mathbf{r} en tenant compte des lois d'interaction entre éléments :

$$\begin{cases} \mathbb{W}\mathbf{r}_{i+1} + \mathbf{u}_i^{free} = \mathbf{u}_{i+1} \\ Interaction[\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{u}_{i+1}] \end{cases} \quad (2)$$

où \mathbb{W} ($= \mathbb{H}^* \tilde{\mathbb{M}}^{-1} \mathbb{H}$) est l'opérateur de Delassus et \mathbf{u}_i^{free} la vitesse libre calculée en l'absence de force de contact. \mathbb{H} et sa transposée \mathbb{H}^* sont les deux applications linéaires permettant de transférer les informations des repères locaux, au niveau des contacts, au repère global, celui des corps en contact. On trouvera dans les travaux initiaux les détails concernant la mise en équation du système [9].

2.2 Lois d'interaction

Dans ces travaux deux lois d'interaction différentes sont utilisées.

La première, baptisée *IQS*, est une loi unilatérale cohésive. Celle-ci peut-être formulé comme un problème de complémentarité entre la vitesse relative au contact et force de contact de la façon suivante :

$$(r_n + \gamma) \geq 0 \quad u_n \geq 0 \quad (r_n + \gamma) \cdot u_n = 0, \quad (3)$$

où γ représente la force nécessaire pour séparer les corps en contact.

La seconde loi, baptisée *ELAS*, est une loi élastique cohésive. Elle peut également s'écrire comme un problème de complémentarité entre la vitesse relative au contact et force de contact de la façon suivante :

$$(r_n + \gamma) - ku_n \geq 0 \quad u_n \geq 0 \quad ((r_n + \gamma) - ku_n) \cdot u_n = 0, \quad (4)$$

où k représente la raideur au contact.

3 Modélisation bi-dimensionnelle d'une interface tribologique

3.1 Description du modèle

Pour étudier le comportement d'une interface tribologique, on utilise classiquement un volume élémentaire constitué d'un premier corps supérieur et inférieur, et d'un troisième corps. Classiquement, le premier corps supérieur est composé d'un ensemble de particules rigides, solidaires les unes des autres, empêchant ainsi toute accommodation locale. Pour palier à cela, une partie du premier corps supérieur est modélisé par élément finis (Fig. 1.b).

Les premiers corps rigides (Fig. 1.a) sont modélisés par une collection de 72 particules rigides ayant le même diamètre moyen que les particules constituant le troisième corps. Le premier corps déformable (Fig. 1.b), de dimension $10^{-4} \times 1.5 \cdot 10^{-4} m$, est constitué de 7704 éléments quadrangles réguliers. Le module d'Young E et le coefficient de poisson ν sont respectivement égaux à 210 GPa et 0.3. Le transfert d'information entre le troisième corps et le premier corps déformable est assuré par des éléments hybrides, demi-disque rigide collés sur les éléments frontières reproduisant ainsi la rugosité des premiers corps rigide.

Le troisième corps, d'épaisseur H égale à $2.5 \cdot 10^{-5} m$, est constitué de particules rigides dont le diamètre moyen est égal à $1.2 \cdot 10^{-6} m$ avec une polydispersité de 40%. La masse volumique ρ égale à $7800 kg.m^{-3}$.

Une pression P de 100 MPa est appliquée sur le premier corps supérieur et une vitesse de cisaillement V , égale à $5 m.s^{-1}$, est appliquée sur le premier corps inférieur. Des conditions périodiques sont appliquées dans le sens de l'écoulement.

Pour caractériser l'écoulement, on utilise le nombre inertiel I [4] et l'intensité de cohésion η [2] définit par :

$$\begin{cases} I = \frac{V}{H} \sqrt{\frac{m}{d^{D-2}P}} \\ \eta = \frac{\gamma}{d^{D-1}P} \end{cases}, \quad (5)$$

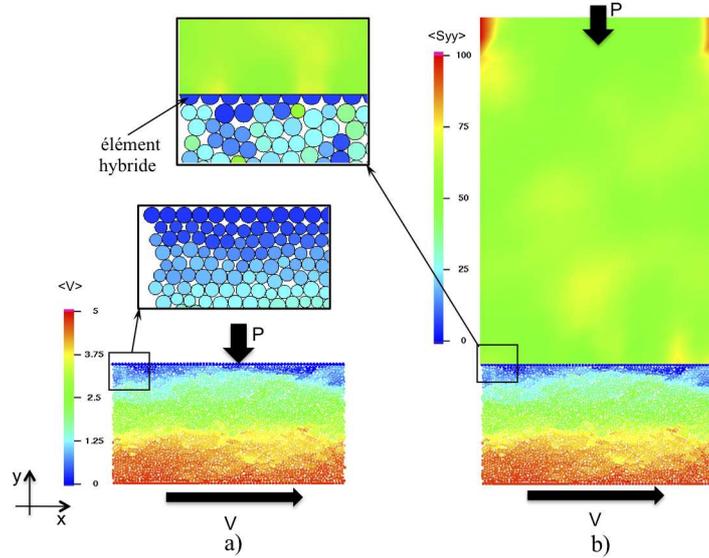


FIGURE 1 – Modèle de premier corps rigide (a) et déformable (b) ; visualisation du champ de vitesse des particules constituant le troisième corps et du champ de contrainte σ_{yy} dans le premier corps supérieur pour une cohésion γ égale à $0.25 N$.

où m désigne la masse moyenne des particules, d leur diamètre moyen. P est la pression appliquée au système et D représente la dimension du modèle de simulation (2 ou 3).

Nos simulations sont effectuées pour des valeurs de η allant de 0 à $1.25 \cdot 10^{-2}$ et pour une valeur du nombre inertiel I égale à $2.11 \cdot 10^{-3}$, ceci correspondre un régime quasi-statique pour le cisaillement et un échantillon dense [4].

3.2 Résultats

On mesure dans nos simulations le frottement macroscopique, comme le rapport de la force tangentielle (dans le sens du cisaillement) exercée sur le premier corps inférieur et de la force normale appliquée sur le premier corps supérieur. Les résultats obtenus avec les deux lois de contact *IQS* et *ELAS* et les différents modèles de premiers corps sont présentés sur la figure 2.

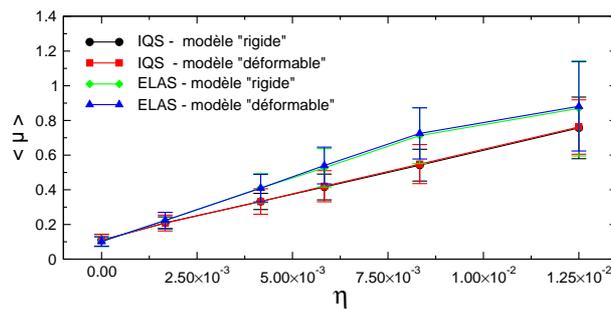


FIGURE 2 – Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour les différents modèles de premiers corps "rigide" et "déformable" selon la loi *IQS* et *ELAS*.

Dans les différents cas, on observe une augmentation quasi linéaire de $\langle \mu \rangle$ en fonction de η . Quelque soit la description du premier corps supérieur (rigide ou déformable), le frottement moyen mesuré est similaire, et ceci quelque soit la valeur de η .

La figure 3 présente l'influence de la description des premiers corps sur les profils de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps pour la loi *IQS*. Si η est nul, les profils de vitesse sont linéaires (type Couette). Lorsque η augmente les profils de vitesse ne restent plus linéaires et présentent des

localisations.

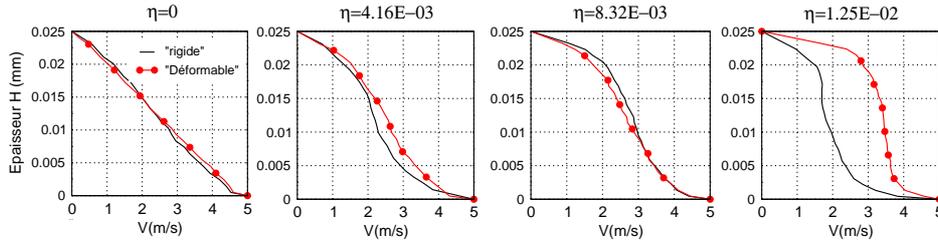


FIGURE 3 – Profil de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour les modèles "rigide" et "déformable".

Pour $\eta \in (4.16E-03, 8.32E-03)$, les résultats obtenus avec les modèles rigide et déformable sont peu différents. Lorsque η est égal à $1.25E-02$, on observe un comportement très différent pour le modèle rigide et déformable. Ainsi suivant le modèle utilisé (rigide ou déformable), on a une évolution différente du profil de vitesse. Ce qui souligne l'influence de la modélisation des premiers corps sur la rhéologie du troisième corps pour les milieux fortement cohésifs.

Nous nous concentrons maintenant sur le profil de contrainte σ_{xy} en fonction de l'intensité de cohésion η . Les différentes lois de contact donnant des résultats similaires, nous ne présentons donc que ceux obtenues avec la loi de contact *IQS* (cf. Fig. 4).

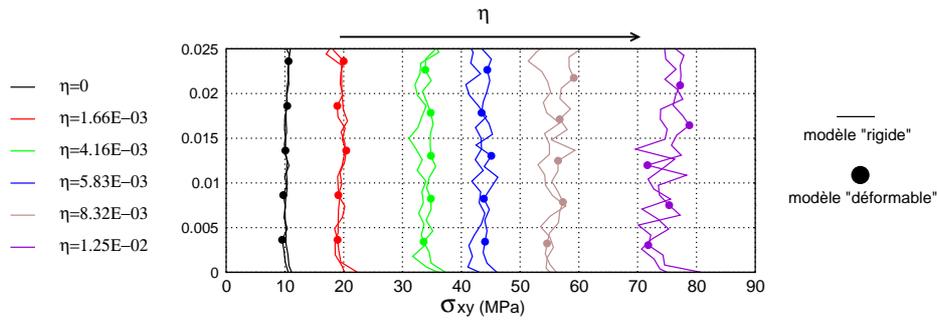


FIGURE 4 – Profil de contrainte σ_{xy} au travers de l'épaisseur du troisième corps en fonction de l'intensité de cohésion η pour les deux modèles de premier corps.

Le profil de contrainte σ_{xy} est similaire pour les deux modèles de premier corps. On remarque que la similarité devient sensible avec l'intensité de cohésion η . La valeur moyenne de σ_{xy} , et les variations autour de cette valeur, augmente avec η . La description rigide/déformable du premier corps perturbe très peu les profils de contraintes.

4 Modélisation tridimensionnelle d'une interface tribologique

4.1 Description du modèle

Comme pour le modèle 2D, le volume élémentaire de notre interface tribologique est constitué de trois parties : un premier corps supérieur, un troisième corps et un premier corps inférieur. Deux modèles de premier corps supérieur sont également utilisés : un modèle rigide (cf. Figure 5a) et un modèle déformable (cf. Figure 5b). Pour le modèle déformable, le premier corps supérieur est décrit par un système des ressorts. Celui-ci permettra notamment de prendre en compte la dynamique et la rigidité du premier corps sur la rhéologie du troisième corps. Cette approche est comparée à l'approche classique utilisant un comportement rigide pour décrire les premiers corps.

Les particules constituant le troisième corps occupent une cellule de dimensions $6 \cdot 10^{-5}m$ de longueur, $2 \cdot 10^{-5}m$ de largeur et $3 \cdot 10^{-5}m$ de hauteur. Le troisième corps est constitué de sphères rigides dont

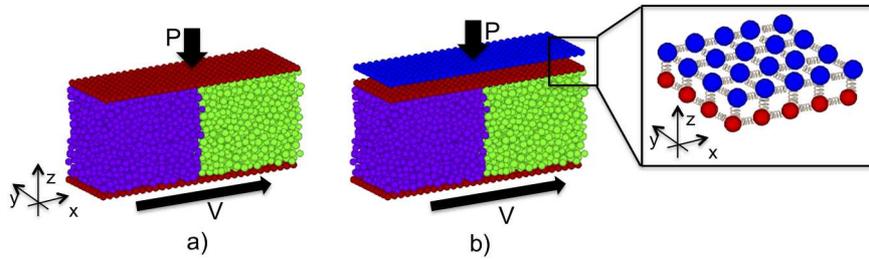


FIGURE 5 – Description des modèles "rigide" avec les deux premiers corps rigide (a) et déformable avec les premiers corps supérieur déformable et inférieur rigide (b).

le diamètre moyen est égal à $1.98 \cdot 10^{-6} m$ avec une dispersion de 40%. La masse volumique ρ est égale à $7800 kg.m^{-3}$.

Une pression P de $20 MPa$ est appliquée sur le premier corps supérieur et une vitesse de cisaillement V , égale à $5 m.s^{-1}$, est appliquée sur le premier corps inférieur. Des conditions périodiques sont appliquées dans le sens de l'écoulement et latéralement. Les simulation sont réalisées pour des valeurs de η allant de 0 à 25 avec un nombre inertiel I égale à $2.38 \cdot 10^{-3}$.

4.2 Résultats

La figure 6 présente l'évolution du coefficient de frottement macroscopique $\langle \mu \rangle$ en fonction de l'intensité de cohésion η pour les deux modèles "rigide" et "déformable" ainsi que pour les deux lois de contact *IQS* et *ELAS*.

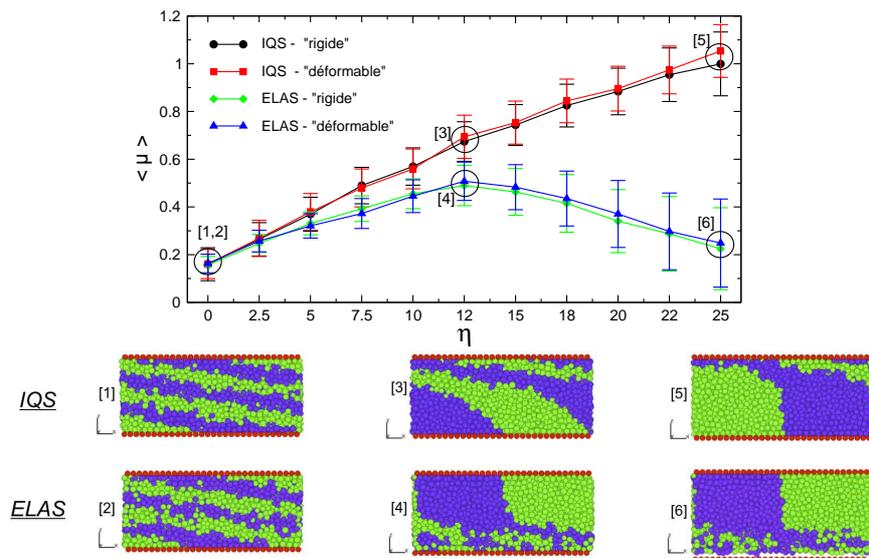


FIGURE 6 – Relation entre le coefficient de frottement macroscopique moyen $\langle \mu \rangle$ et l'intensité de cohésion η pour l'ensemble des modèles "rigide" et "déformable" selon les lois *IQS* et *ELAS* et visualisation de la déformation du troisième corps en fonction de η (point de vue 1 à 6)

Pour une loi de contact donnée, comme en 2D, le modèle de premier corps (rigide ou déformable) ne perturbe pas l'évolution du coefficient de frottement moyen en fonction de η . Au niveau des lois de contact, pour la loi *IQS*, nous obtenons une évolution similaire au modèle bidimensionnel (cf. Fig. 2) : le frottement augmente quasi linéairement avec l'intensité de cohésion η . Pour la loi *ELAS*, on obtient un comportement du coefficient de frottement particulier. Dans une première phase, le frottement augmente quasi linéairement jusqu'à une valeur seuil (ici, η égale à 12.5 pour une valeur de $\langle \mu \rangle$ égale à 0.48), puis il diminue avec η . Ce type de comportement est observé dans d'autres travaux [14]. Pour de forte intensité de cohésion, il semble qu'il y ait une compétition entre la partie "élastique" et la partie "cohésive" qui

entraîne une diminution de force tangentielle moyenne et donc une diminution du frottement.

Les profils de vitesse pour les modèles "rigide" et "déformable" en fonction de l'intensité de cohésion sont présentés sur la figure 7.

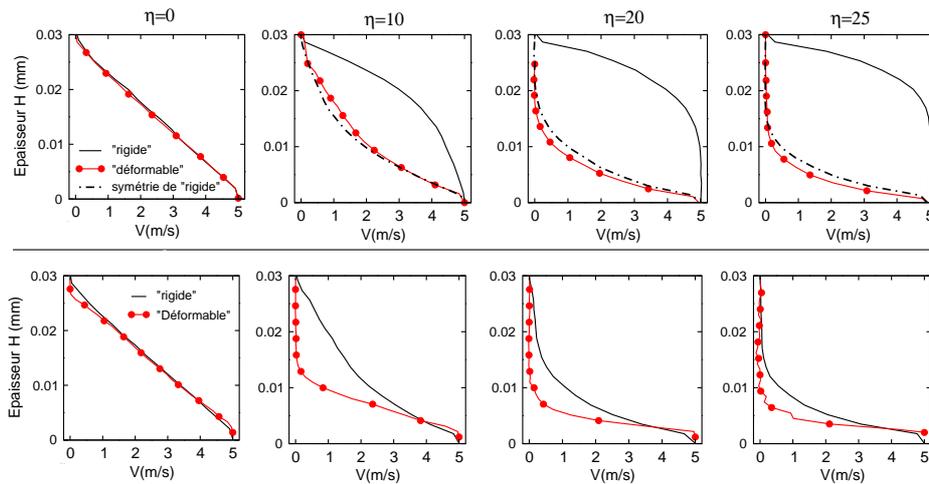


FIGURE 7 – Profil de vitesse au travers de l'épaisseur du troisième corps dans la direction de cisaillement pour les modèles rigide et déformable pour les lois de contact *IQS* (haut) et *ELAS* (bas).

Si η est nulle, les profils de vitesse sont linéaires (type Couette). Lorsque η augmente les profils de vitesse ne restent plus linéaires et présentent des localisations. Pour la loi *IQS*, on observe une localisation du cisaillement au niveau du premier corps supérieur avec le modèle rigide et une localisation au niveau du premier corps inférieur avec le modèle déformable. La déformation locale des ressorts du premier corps supérieur crée une déformation, favorisant une accommodation de vitesse au niveau du premier corps inférieur. Pour la loi *ELAS*, on retrouve une accommodation de vitesse au niveau du premier corps inférieur pour tous les modèles.

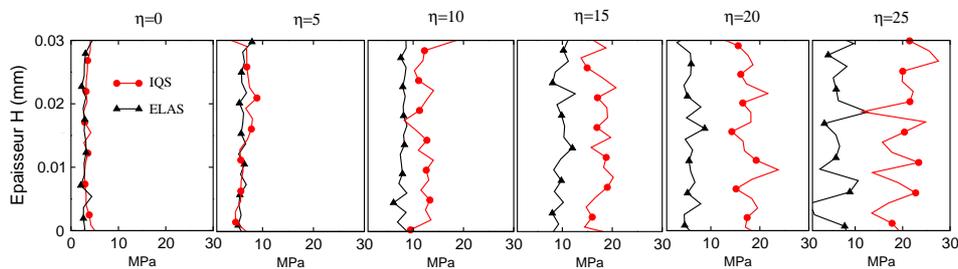


FIGURE 8 – Profil de contrainte σ_{xz} en fonction de l'intensité de cohésion η pour le modèle "déformable" avec les lois de contact *IQS* et *ELAS*.

La figure 8 présente les profils de contrainte σ_{xz} au travers de l'épaisseur de troisième corps en fonction de η pour le modèle "déformable" avec les lois de contact *IQS* et *ELAS* (le modèle rigide fournissant les mêmes résultats, seul le cas déformable est présenté). Comme pour l'évolution du frottement (cf. Fig. 6), pour la loi *IQS*, la valeur moyenne du profil de contrainte augmente avec η , mais pour la loi *ELAS*, celle-ci augmente puis diminue avec η , comme observé avec le coefficient de frottement macroscopique (cf. Fig. 6).

5 Modélisation mécanique de l'usure

L'introduction de la notion de "troisième corps" dans les années 80 a permis d'avoir une meilleure compréhension des phénomènes d'usure [6]. En décrivant l'usure au travers du concept de *circuit tribologique* [1], il est possible de décrire les échanges de matière dans un contact tribologique. Le problème de l'usure est alors défini par la perte définitive de matière dans le contact.

Dans la littérature, différents travaux proposent d'utiliser les approches par éléments discrets pour quantifier les débits d'usure [3]. Mais comme pour la rhéologie du troisième corps, des premiers corps rigides sont utilisés. Nous proposons donc ici de prendre en compte des premiers corps déformables et voir l'incidence sur les débits d'usure.

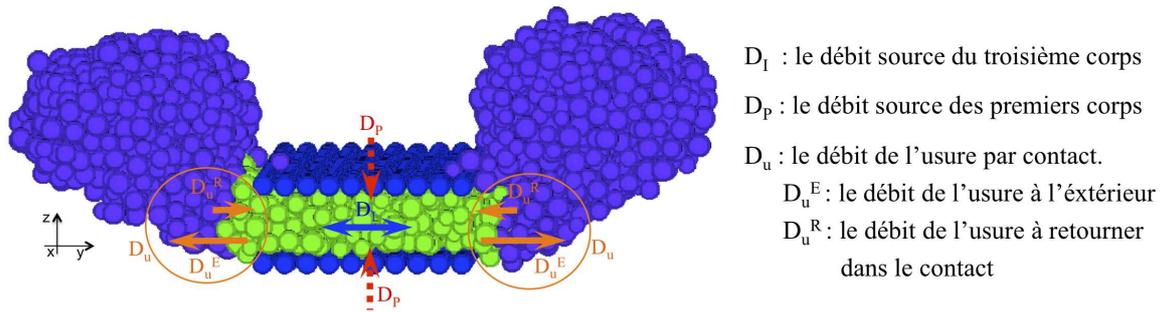


FIGURE 9 – Modèle d'analyse mécanique de l'usure avec les notions des débits.

Pour effectuer ce type de simulation, on utilise les échantillons utilisés précédemment (cf. Fig. 5). Pour autoriser les débits latéraux, la condition périodique en y n'est pas considérée. Ici seule la loi de contact *IQS* est utilisée. Les simulations permettent d'observer l'influence de la cohésion locale du troisième corps et la rigidité des premiers corps sur les débits d'usure.

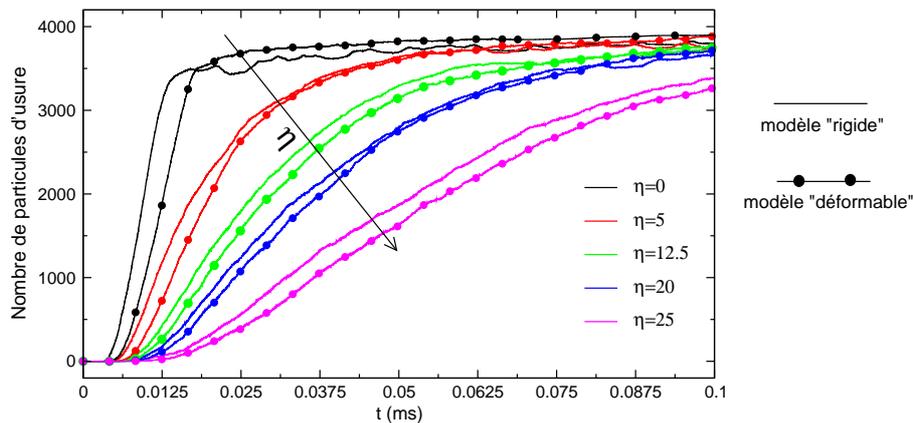


FIGURE 10 – Evolution du nombre de particules éjectées en fonction de l'intensité de cohésion η pour les modèles de premier corps supérieur "rigide" et "déformable".

Dans un premier temps, les particules détachées restent dans la zone de contact. Ensuite, les particules sont éjectées vers l'extérieur du contact. La figure 10 montre l'évolution du nombre de particules éjectées en fonction de l'intensité de cohésion η pour les modèles "rigide" et "déformable". On constate que, pour chaque modèle de simulation, le débit d'éjection augmente en temps, et diminue avec l'augmentation de η [3]. De plus, les modèles "rigide" et "déformable" sont peu influents sur l'évolution de l'usure du troisième corps.

6 Conclusion

Dans ce papier, nous nous sommes intéressés à étudier la rhéologie du troisième corps sous une sollicitation de cisaillement. Concernant le comportement rigide/déformable de premier corps supérieur, il n'y a pas d'influence de cette description en terme de force (frottement, profils de contrainte), mais en terme cinétique (profil de vitesse). Au niveau des modèles bi et tridimensionnel, si il y a très peu de variation pour la loi *IQS*, on obtient des comportements différents au niveau du frottement macroscopique avec une loi *ELAS*. Ceci souligne l'importance du choix de la dimension du modèle pour l'étude de la

rhéologie du troisième corps et montre qu'il est difficile d'obtenir des résultats génériques et ceci aussi bien en modèles bidimensionnel que tridimensionnel.

L'analyse mécanique de l'usure faite sur une cellule élémentaire ne fait ressortir d'influence de la description du premier corps sur les débits d'éjection. On peut se demander si ce résultat persiste pour des contacts plus larges, perspective directe de cette étude.

Références

- [1] Y. Berthier. *Maurice Godet's third body*, Tribology Series 31, 21-30, 1996.
- [2] F. Chevoir, J.N. Roux. *Analyse dimensionnelle et paramètres de contrôle*, dans Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires, F. Radjai et F. Dubois, Hermès, 223-258, 2010.
- [3] N. Fillot, I. Iordanoff, Y. Berthier. *Modelling third body flows with a discrete element method - a tool for understanding wear with adhesive particles*, Tribology International 40, 973-981, 2007.
- [4] G.D.R. Midi. *On Dense Granular Flows*, Eur. Phys. 14, 341-365, 2004.
- [5] A. Ghaoudi, M. Chaze, P. Dubujet, F. Sidiroff. *Particulate and Granular Simulation of Third Body Behavior*, Elsevier Tribology Series 31, 355-365, 1996.
- [6] M. Godet. *The third body approach : a mechanical view of wear*, Wear 100, 437-452, 1984.
- [7] C.F. Higgs, J. Tichy. *Granular Flow Lubrication : Continuum Modeling of Shear Behaviour*, ASME J. Tribol. 126, 499-510, 2004.
- [8] I. Iordanoff, B. Sève, Y. Berthier. *Solid Third Body Analysis Using a Discrete Approach : Influence of Adhesion and Particle Size on the Macroscopic Behaviour of the Contact*, ASME J. Tribol. 124, 530-538, 2002 .
- [9] M. Jean. *The non smooth contact dynamics method*, Compt. Methods Appl. Math. Engrg. 177, 235-257, 1999.
- [10] A. Lubrecht, C.E. Chan-Tien, Y. Berthier. *A Simple Model for Granular Lubrication, Influence of Boundaries*, Elsevier Tribology Series 30, 53-62, 1995.
- [11] J.J. Moreau. *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*, CISM Courses and Lectures 302, 1-82, 1988.
- [12] J. J. Moreau. *Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials*, Eur. J. Mech. A Solids 13, 93-114, 1994.
- [13] M. Renouf, F. Dubois, P. Alart. *Numerical investigations of fault propagation and forced-fold using a non smooth discrete element method*, Rev. Eur. Method. Num. 15, 549-570, 2006.
- [14] D. Richard, I. Iordanoff, Y. Berthier, M. Renouf, N. Fillot. *Friction Coefficient as a Macroscopic View of Local Dissipation*, ASME J. Tribol. 129, 031404, , 2007.
- [15] G.W. Sawyer, J. Tichy. *Lubrication With Granular Flow : Continuum Theory, Particle Simulation, Comparison With Experiment*, ASME J. Tribol. 123(4), 734-745. 2001.