

Simulation numérique des propagations des singularités au travers des arêtes dans les coques minces

Philippe Karamian ¹

¹ LMNO-GM3N, Université Caen Basse-Normandie Bld Maréchal Juin 14032 Caen Cedex, France, Philippe.karamian@unicaen.fr

Résumé — Nous présentons des simulations numériques sur le phénomène de *réfraction* des singularités traversant une arête formée par deux coques adjacentes dont la surface moyenne est de nature parabolique et hyperbolique. À partir d'exemples simples, clairs et précis construits pour effectuer les simulations numériques nous parvenons à illustrer le phénomène de *réfraction* d'un point de vue numérique. Il apparaît alors que lorsqu'une singularité arrive sur l'arête, elle la traverse et se propage sur la ou les caractéristique(s) selon la nature de la coque sans perte de régularité.

Mots clés — Coque, Réfraction, Singularité, Éléments finis.

1 Introduction

On se place dans le cadre de la théorie linéaire des coques minces de Koïter. On considère donc une coque dont l'épaisseur relative ε est très petite. Elle présente un pli le long d'une courbe non caractéristique que l'on qualifie d'arête (cf. figure 1). L'objectif de cette communication est de présenter des simulations numériques concernant des coques paraboliques et hyperboliques pour des singularités se propageant le long des caractéristiques et arrivant sur une arête sur laquelle des conditions de transmission tels que continuité des déplacements et conservation des angles γ sont prescrits. Nous mettons alors en évidence un phénomène que nous qualifions de *phénomène de réfraction numérique* dans les coques minces. par opposition au phénomène de pseudo-réflexion déjà étudié dans [1] [2] [3]. A partir des exemples décrits ci-après, On voit qu'une singularité arrivant sur une arête traverse celle-ci et se propage le long du ou des caractéristiques sur l'autre portion de la coque adjacente, sans chute significative de l'amplitude, ni perte de régularité ni gain de régularité comme c'est le cas pour les pseudo-réflexions. L'expression de la forme bilinéaire d'énergie associé au problème d'élasticité pour le cas d'une coque présentant une arête à angle figé est la somme des formes bilinéaires d'énergie associée à chacune des portions des coques $a[(u^-, u^+); (v^-, v^+)] = a^\varepsilon(u^-, v^-) + a^\varepsilon(u^+, v^+)$ où chaque forme bilinéaire $a^\varepsilon(u^\pm, v^\pm) = a_m(u^\pm, v^\pm) + \varepsilon^2 a_f(u^\pm, v^\pm)$ correspondant à l'énergie de déformation en membrane et en flexion. La forme linéaire $L[(v^-, v^+)] = \int_{\Omega^-} f^- v^- dx + \int_{\Omega^+} f^+ v^+ dx$ représente le travail des forces extérieures.

2 Résultats numériques

Au travers des deux exemples décrits ci-après nous mettons en évidence le comportement des singularités lorsque celles-ci traversent les arêtes formées par les surfaces adjacentes. On voit que le degré de la singularité est conservé après avoir franchi l'arête formée par deux surfaces.

2.1 Cas des surfaces parabolique-parabolique : Exemple de deux cônes

Le matériau est isotrope homogène, avec un module d'Young fixé à 28500 Nm^{-2} et un coefficient de Poisson égale à 0.4. l'épaisseur de la coque ε est fixée à 1×10^{-3} . La coque est totalement encastree. Le chargement est localisé (cf. figure 1 à gauche) . Comme on peut le constater sur les figures 2, la composante normale du déplacement présente une singularité laquelle se propage le long de la caractéristique (cf. [1]) et traverse le pli. Sur les figures 2 sont également représentées du centre vers la droite deux coupes de u_3^h avant (respectivement après) la traversée de l'arête.

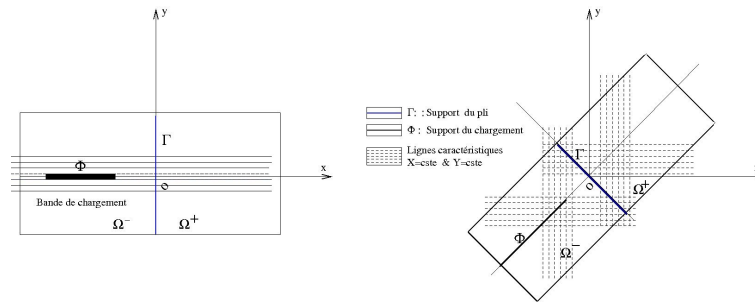


FIG. 1 – De gauche à droite domaine de référence pour le cas parabolique et hyperbolique

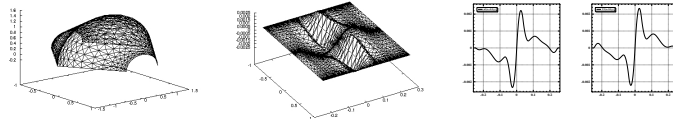


FIG. 2 – De gauche à droite graphe de la coque et de U_3^h correspondant à la composante normale du déplacement, au centre tracé de deux coupes avant et après avoir traversé l'arête.

2.2 Cas des surfaces hyperbolique-hyperbolique

Les caractéristiques du matériau et les conditions aux limites sont les mêmes que précédemment. Le chargement est localisé (cf. figure 1 à droite). Les singularités se propagent le long des caractéristiques (cf. figure 3). Les conditions de transmission sur le pli induisent le phénomène de réfraction. La singularité se propage sur la coque adjacente avec une légère atténuation des amplitudes.

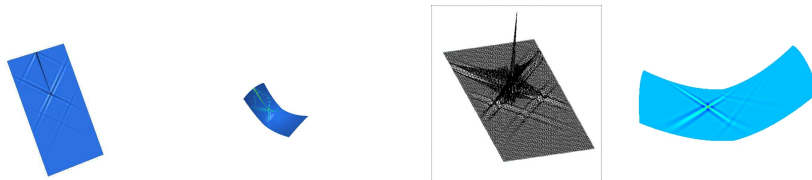


FIG. 3 – Tracé de U_3^h correspondant à la composante normale du déplacement et visualisation de la déformée de la coque pour chacun des types de chargement

2.3 Conclusion

De cette étude il résulte que lors des phénomènes de réfraction, les amplitudes des singularités présentent une variation alors que les degrés de singularités restent inchangés et au niveau de l'arête on observe un phénomène de réflexion des singularités lié aux conditions de transmission.

Références

- [1] KARAMIAN, Ph. Réflexion des singularités dans les coques hyperboliques inhibées. Compt. Rend. Acad. Sci. tome II 326. pp. 609-614
- [2] KARAMIAN, Ph. and SANCHEZ-HUBERT, J. and SANCHEZ-PALENCIA, E. 2002. Non-smoothness in the asymptotics of thin shells and propagation of singularities. Hyperbolic case. Int. J. Appl. Math. Comput. Sci. Vol. 12, N° 1, pp. 81-90
- [3] KARAMIAN, Ph. and SANCHEZ-HUBERT, J. and SANCHEZ-PALENCIA, E. 2002. Pseudo-reflection phenomena for singularities in thin elastic shells. Mathematical Methods in the Applied Sciences