

Méthode de Relaxation Dynamique incrémentale

J. Rodriguez¹, G. Rio¹, J.M. Cadou¹, J. Troufflard¹

¹ LIMATB, Université de Bretagne-Sud, France

{javier.rodriguez-garcia, gerard.rio, jean-marc.cadou, julien.troufflard}@univ-ubs.fr

Résumé — Dans le contexte de la recherche de forme de structures souples gonflées, on présente une généralisation de la méthode de Barnes-Han-Lee à des éléments quelconques. La méthode est ensuite adaptée aux chargements incrémentaux, permettant également ainsi d'obtenir les pseudo-équilibres des phases intermédiaires.

Mots clés — Relaxation dynamique, Structures gonflables, Recherche de forme

Introduction et objectif : Dans le domaine de la recherche de forme (voir par exemple : de structures architecturales [1], de câbles [2] ou de structures gonflables [4]), l'obtention de la forme finale de la structure calculée est le seul objectif fixé. Ainsi, des méthodes de Relaxation Dynamique (RD) sont classiquement utilisées pour accélérer le calcul vers la solution finale. Notons que la phase transitoire, pendant laquelle la structure n'est pas stable, est dans ce cas non physique.

La forme classique de RD (voir par exemple [5], [6]) repose sur la recherche de l'amortissement critique via une viscosité artificielle. Dans notre cas, on s'intéresse à une méthode différente proposée en particulier par Barnes [3] pour des éléments câble, puis élargie par Han et Lee [7] à des éléments triangulaires. Cette méthode repose sur la combinaison d'une Relaxation Cinétique (remise à zéro de la vitesse à chaque pic d'énergie cinétique), utilisée en particulier en recherche de forme sur des structures tendues, et d'une optimisation de la matrice masse (proposée par Han et Lee).

Dans ce travail, nous proposons de généraliser la méthode de Barnes-Han-Lee à des éléments quelconques : interpolations linéaires et quadratiques, découpages 2D et 3D. Ensuite la méthode est déclinée sous forme incrémentale, permettant alors de suivre un trajet de chargement quasi-statique donné (fixé en étapes intermédiaires, pour lesquelles l'équilibre à la fin de chaque incrément est calculé). Cette méthode se présente alors comme une alternative intéressante aux méthodes itératives classiques (type Newton-Raphson), dans le cas où l'équilibre est instable.

Nouvelle formulation : A partir du modèle de Barnes [3], pour le calcul de la matrice masse Han et Lee [7] ont proposé l'expression d'une masse arbitraire m_i pour le noeud "i", calculée en vue de conserver la stabilité numérique (via la condition CFL) :

$$m_i = \lambda \frac{\Delta t^2}{2} k_{imax} \quad \text{avec} \quad k_{imax} = \sum_e \frac{e_p}{4 S_0^e} \left(\frac{E}{1-\nu^2} + \sigma_x + \sigma_y + \sigma_{xy} \right) \quad (1)$$

établie pour des éléments triangulaires et une loi élastique linéaire de paramètres E et ν avec : Δt l'incrément de temps fixé arbitrairement à 1, e_p et S_0^e l'épaisseur et la surface de l'élément "e", σ_x , σ_y , σ_{xy} les contraintes dans le plan de l'élément selon un repère orthonormé, et la sommation effectuée sur l'ensemble des éléments contenant le noeud "i". λ est un paramètre global ajusté pour optimiser le processus de stabilisation d'un type de structure.

Dans ce travail, nous proposons de généraliser l'expression de k_{imax} : la partie contraintes par une combinaison d'invariants permettant ainsi de prendre en compte des éléments quelconques, la partie comportement par une combinaison linéaire d'un module de compressibilité "K" et de cisaillement " μ ", permettant a priori d'utiliser une loi de comportement plus générale.

$$k_{imax} = \sum_e \frac{e_p}{4} \left(\alpha K + \beta \mu + \gamma \frac{\text{trace}(\sigma)}{3} + \frac{\theta}{2} \sigma_{mises} \right) \quad (2)$$

Exemples d'application : Le tableau 1 présente un exemple de gonflage d'un coussin carré soumis à une pression interne (cf. Figure 1) pour différents maillages. Compte tenu des symétries, seul 1/8 du coussin est étudié. On observe la convergence rapide du calcul quelque soient le type de découpage,

d'interpolation et la densité du maillage. La Figure 1 montre d'une part que la méthode fonctionne également pour des éléments 3D, et montre d'autre part les différentes déformées constituant le résultat des pseudo-équilibres intermédiaires résultant d'un chargement progressif incrémental.

Maillage (degrés de liberté)	temps : 1 CPU, 2.93GHz Apple intel [s]
triangulaire linéaire (2028)	19,74
triangulaire (7803)	177,31
triangulaire quadratique (7803)	182,09
triangulaire quadratique (30603)	1203,07
quadrangulaire linéaire (2028)	35,40
quadrangulaire linéaire (7803)	245,73
quadrangulaire quadratique (7803)	255,74
quadrangulaire quadratique (30603)	2181,26

TAB. 1 – Temps CPU pour le gonflage d'un coussin carré

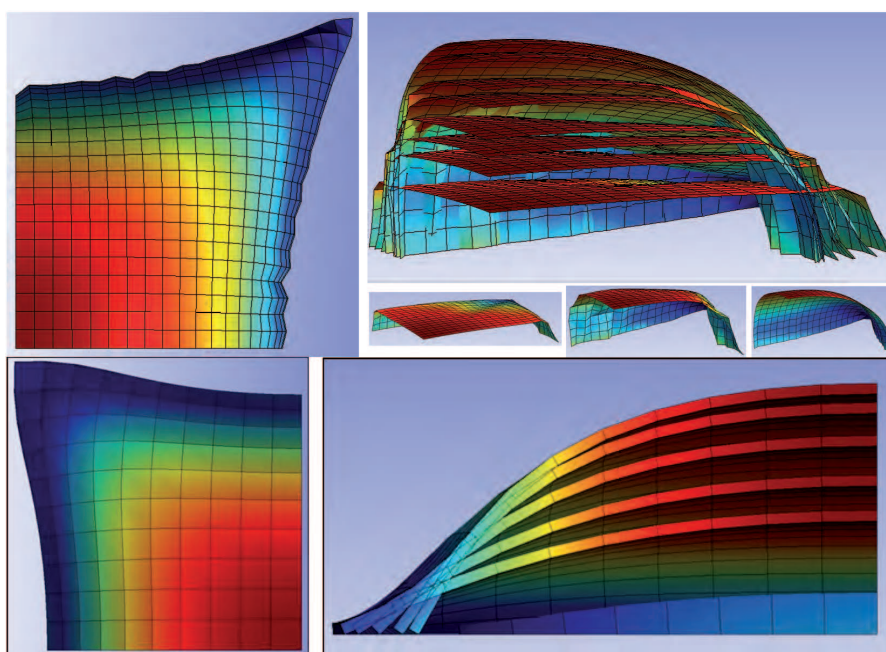


FIG. 1 – Gonflage incrémentale d'un coussin : représentation de 1/8 de la pièce

Références

- [1] W.J. Lewis. *Tension Structures, Form and Behaviour*, T. Telford, 2003.
- [2] M.R. Barnes. *Form-finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation*, Int. J. Space Struct., Multi Science Publishing, (14) 89-104, 1999.
- [3] M. R. Barnes. *Form-finding and analysis of prestressed nets and membranes*. Computers & Structures, 30(3) :685-695, 1998.
- [4] J. Troufflard, J.-M. Cadou, and G. Rio. *Recherche de forme des gilets de sauvetage gonflables*, Mécanique et Industrie, AFM EDP Sciences, (11) 117-122, 2010.
- [5] John O. Hallquist, *LS-DYNA Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, 1998.
- [6] G. R. Joldes, A. Wittek, K. Miller. *An adaptive dynamic relaxation method for solving nonlinear finite element problems. Application to brain shift estimation*, International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, John Wiley & Sons, Ltd., 2010.
- [7] S.-E. Han, K.-S. Lee, *A study of the stabilizing process of unstable structures by dynamic relaxation method*, Computers and structures, (81) 1677-1688, 2003.