# Simulation de la rupture ductile par la méthode des éléments de frontière

G. Hello<sup>1</sup>, H. Kebir<sup>1</sup>, A. Rassineux<sup>1</sup>, L. Chambon<sup>2</sup>

Roberval, Université de Technologie de Compiègne, France, gaetanhello@gmail.com, {hocine.kebir,alain.rassineux}@utc.fr
EADS-IW, Centre de Toulouse, France, laurent.chambon@eads.net

**Résumé** — Cette communication présente une procédure numérique de simulation du phénomène de déchirure ductile intervenant dans des panneaux aéronautiques minces en alliages d'aluminium. La méthode des équations intégrales de frontière est ici retenue pour représenter le problème élastoplatique continu. L'évolution du dommage s'appuie sur des modèles découplés et l'extension des fissures s'opère par le relâchement progressif de noeuds du contour. Le recalage de la valeur critique du paramètre de dommage permet une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux.

Mots clés — Dual boundary element method, elastoplasticité, déchirure ductile, Rice&Tracey, CTO(A/D).

# **1** Introduction

Le phénomène de la déchirure ductile est ici modélisé dans le contexte de la mécanique non-linéaire de la rupture. L'influence de l'endommagement s'exerce ainsi au travers d'une modification de la géométrie du système étudié. L'évolution du dommage pilote donc l'extension des fissures. Cette approche exige la maîtrise conjointe des non-linéarités dans le comportement du matériau et des discontinuités associées aux fissures. La méthode des équations intégrales de frontière a prouvé son aptitude à gérer ces deux aspects de manière robuste [1], [2] et [3]. L'endommagement, dont l'évolution se traduit par une actualisation de la géométrie, est représenté de manière découplé. Tant le modèle local de Rice&Tracey [4] que les critères globaux du Crack-Tip Opening Displacement/Angle [5] sont ainsi employés pour simuler des expériences de déchirure ductile.

# 2 Formulation intégrale et discrétisation par éléments de frontière

La formulation intégrale du problème d'équilibre d'un milieu soumis à un champ de déformations initiales (plastiques en l'espèce) est désormais bien décrit dans la littérature. Elle repose sur deux équations intégrales, l'une en déplacements (1), l'autre en contraintes (2) :

$$c_{ij}(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})t_j(\mathbf{y})dS(\mathbf{y}) - \int_{\partial\Omega} T_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})u_j(\mathbf{y})dS(\mathbf{y}) + \int_{\Omega} \sigma_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{y})\varepsilon_{jk}^p(\mathbf{y})d\Omega(\mathbf{y})$$
(1)

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} D_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_k(\mathbf{y}) dS(\mathbf{y}) - \int_{\partial\Omega} S_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_k(\mathbf{y}) dS(\mathbf{y}) + \int_{\Omega} \Sigma_{ijkl}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \varepsilon_{kl}^p(\mathbf{y}) d\Omega(\mathbf{y}) + f_{ij}\left(\varepsilon_{kl}^p(\mathbf{x})\right)$$
(2)

Contrairement à la formulation intégrale pour le problème d'élasticité, les intégrales ne concernent plus seulement le contour  $\partial\Omega$  mais désormais également le domaine  $\Omega$ . Il faut toutefois noter que seules les zones subissant de la plasticité contribuent à ces intégrales de domaine. L'extension de cette formulation aux milieux fissurés s'opère par l'approche duale [6]. Elle consiste à obtenir des nouvelles identités intégrales pour les points situés sur les lèvres de fissure à partir de (1) et (2). Le problème est discrétisé par des segments sur  $\partial\Omega$  et des cellules triangulaires sur  $\Omega$ . Les approximations polynomiales élémentaires non-conformes sont respectivement quadratique pour le 1D et linéaire pour le 2D. Au final, le processus de discrétisation aboutit aux deux systèmes algébriques employés dans la procédure numérique.

#### 3 Modélisations de la plasticité et du dommage

L'intégration locale de la loi de comportement s'appuie sur l'algorithme du retour radial [7]. Le caractère implicite de cette première assure la convergence inconditionnelle de l'actualisation locale. Du point de vue global, l'algorithme élastoplastique s'avère quant à lui de nature explicite et permet de conserver les matrices constantes au cours de l'historique de chargement. En contrepartie, il convient de réaliser plusieurs pas de chargement pour obtenir une réponse stabilisée. La gestion de l'endommagement découplé s'intègre avec aisance dans la procédure de calcul plastique. Pour le modèle de Rice&Tracey [4], un champ scalaire de dommage est actualisé à l'issue de chaque pas de chargement convergé. L'extension de fissure intervient quand une valeur critique du dommage est atteinte en un fond de fissure potentiel. Concernant l'approche par CTO(A/D) [5], la fissure s'étend lorsque son ouverture (angle ou déplacement) dépasse une limite prescrite.

### 4 Résultats de simulation

Une expérience de déchirure sur une éprouvette Center Crack Tension (CCT) permet de valider la procédure numérique proposée. Pour cette application, le chemin de fissuration connu à priori permet de raffiner les mailles de contour et de domaine à proximité des fonds de fissure successifs. Du fait des symétries rencontrées, les approches BEM classique et duale peuvent l'une et l'autre être employées pour résoudre le problème posé. Pour la taille de maille considérée, il est possible de recaler une valeur critique du modèle de rupture pour atteindre une bon niveau de corrélation avec l'expérience Figure 1.



FIGURE 1 – Evolutions des courbes de charge en fonction de la taille de fissure pour différentes valeurs du paramètre critique du modèle de Rice&Tracey

#### Références

- [1] C. Brebbia, L. Wrobel, J. Telles. *Boundary element techniques : theory and applications in engineering*, Springer Verlag, 1984.
- [2] M. Bonnet. Boundary integral equation methods for solids and fluids, Wiley, 1999.
- [3] F. Aliabadi. The boundary element method : applications in solids and structures, Wiley, 2002.
- [4] J.R. Rice, D.M. Tracey. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields, J. Mech. Phys. Solids, Elsevier, 201-217, 1969.
- [5] J.C. Newman, M.A. James, U. Zerbst. A review of the CTOA/CTOD fracture criterion, Eng. Frac. Mech., Elsevier, 371-385, 2003.
- [6] A. Portela, M.H. Aliabadi, D.P. Rooke. *The dual boundary element method Effective implementation for crack problems*, Int. J. Num. Meth. Eng., Wiley, 1269-1287, 1992.
- [7] J.C. Simo, R.L. Taylor. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Elsevier, 101-118, 1985.