HAL
open science

Dépouillement d'un essai de flexion dynamique aux barres de Hopkinson sur un matériau quasi-fragile

Jean-Luc Hanus, Benoit Magnain, Bastien Durand, Javier Alanis-Rodriguez, Patrice Bailly

To cite this version:

Jean-Luc Hanus, Benoit Magnain, Bastien Durand, Javier Alanis-Rodriguez, Patrice Bailly. Dépouillement d'un essai de flexion dynamique aux barres de Hopkinson sur un matériau quasi-fragile. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592934

HAL Id: hal-00592934

https://hal.science/hal-00592934v1

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Dépouillement d'un essai de flexion dynamique aux barres de Hopkinson sur un matériau quasi-fragile

J.L. Hanus[1], B. Magnain[1], B. Durand[1,2], J. Alanis-Rodriguez[1,2], P. Bailly[1]

[1] *Prisme, Université Centre Val de Loire, ENSI de Bourges*
[2] *INERIS, Verneuil en Halatte*
{jean-luc.hanus, benoit.magnain, bastien.durand, javier.alanis-rodriguez, patrice.bailly}@ensi-bourges.fr

Résumé — Le dispositif des barres de Hopkinson constitue le *«standard»* pour évaluer les propriétés dynamiques de matériaux aux hautes vitesses de déformation. Son adaptation pour la réalisation d'essais de flexion permet d'étudier l'effet de la vitesse sur la résistance en traction de matériaux quasi-fragiles. Pour ces matériaux, la rupture apparaît pour de faibles déformations et avant atteinte d'un état d'équilibre dans l'échantillon. Une procédure d'analyse hors d'équilibre de l'essai a été développée. Des simulations numériques par éléments finis permettent d'en évaluer la pertinence et les limitations.
Mots clés — flexion dynamique, réponse hors équilibre, modélisation poutre, simulation EF.

Introduction

Les études de dangers et les analyses de risques amènent à envisager des scénarios de type explosion ou projection d'éclats. Les endommagements observés sur des éléments de structure en béton résultent souvent de sollicitations indirectes de traction à des vitesses de déformations de l'ordre de dizaines ou de centaines par seconde. L'identification précise de propriétés matérielles dépendant de la vitesse, utilisées comme paramètres constitutifs de modèles de comportement, est nécessaire pour la réalisation de simulation numériques de la réponse de structures à des sollicitations dynamiques. Pour caractériser l'effet de la vitesse de déformation sur la résistance en traction dynamique de géomatériaux différents types d'essais dynamiques aux barres de Hopkinson peuvent être envisagés [Field et al. (2004)] : traction dynamique directe, écaillage, brésilien ou encore de flexion. Si les essais brésiliens [Tedesco et al. (1993)] et désormais l'essai d'écaillage [Erzar et Forquin (2010)] sont assez répandus et bien maîtrisés, il n'en est pas de même de l'essai de flexion plus souvent utilisé pour des mesures de ténacité [Jiang et Vecchio (2009)].

Une procédure a été spécialement développée pour le dépouillement d'essais de flexion sur matériaux quasi-fragiles. Elle prend en compte le fait que la rupture de l'échantillon se produit pour de faibles déformations et dans les tous premiers instants de l'essai. Elle repose sur la modélisation de l'échantillon par une poutre infinie et a été appliquée à des éprouvettes en terre cuite présentant une faible épaisseur ($e = 1.7\,cm$) et un fort élancement ($\frac{l}{e} = 13$) [Delvare et al. (2010)]. Des essais sont en cours sur des éprouvettes présentant une épaisseur plus importante et un plus faible élancement ($\frac{l}{e} = 4$, normalisation Eurocode 2 [EN 12390]) pour lesquelles il convient de vérifier la légitimité de la démarche proposée.

L'objectif de cet article est de réaliser une analyse comparative d'un dépouillement au moyen de l'approche analytique et de simulations numériques par la méthode des éléments finis.

Dispositif

Le dispositif de flexion dynamique utilisé dans cette étude (figure (1) et table(1)) a été initialement proposé par [Yokoyama et Kishida (1989)]. L'échantillon est en appui sur les barres sortantes et le chargement est appliqué par la barre entrante. Les déformations dans les barres sont mesurées par des jauges de déformation en pont complet. Pour permettre une séparation aisée des ondes incidentes ε_i et réfléchies ε_r, les jauges sont collées au milieu de la barre entrante. La vitesse de l'impacteur est mesurée par des cellules photoélectriques. Les signaux *bruts* issus des jauges sont analysés avec le logiciel DAVID [Gary et al. (1991)] prenant en compte la dispersion des ondes dans les barres.

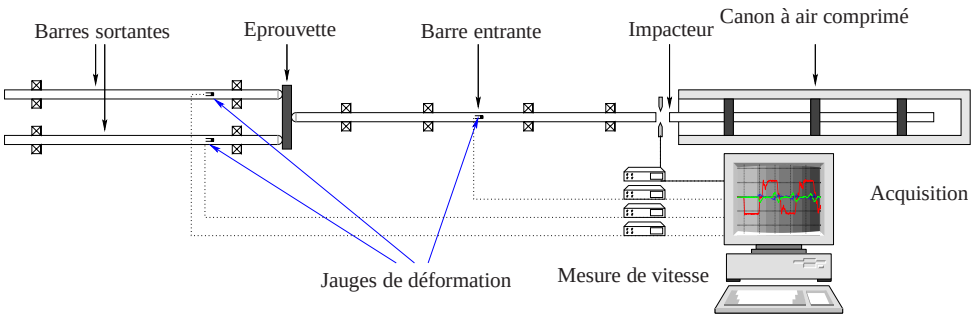

FIGURE 1 – Dispositif de flexion dynamique 3 points

Longueur de l'impacteur	$L_I = 1.25\,m$
Longueur de la barre entrante	$L_B = 3\,m$
Diamètre des barres	$\phi_B = 40 \times 10^{-3} m$
Module d'Young des barres	$E_B = 74\,GPa$
Masse volumique	$\rho_B = 2800\,kg\,m^{-3}$
Section transverse	$A_B = 1.23 \times 10^{-3} m^2$
Célérité des ondes élastiques	$C_B = 5140\,m\,s^{-1}$
Impédance	$Z_B = 18094\,kg\,s^{-1}$

TABLE 1 : Caractéristiques des barres

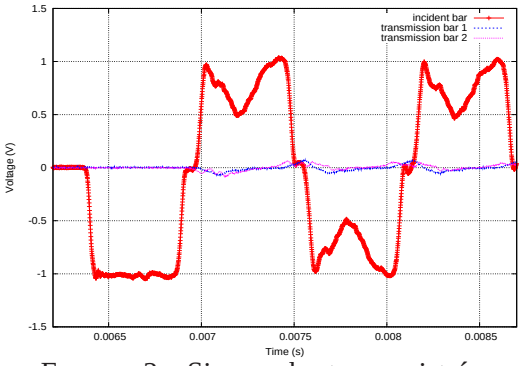

FIGURE 2 – Signaux bruts enregistrés

Dépouillement

La vitesse et la force V_c et F_c à l'interface entre la barre entrante et l'échantillon sont déterminées en utilisant les formules classiques de conservation de la quantité de mouvement et de compatibilité cinématique :

$$V_c(t) = -C_B\,(\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)) \tag{1}$$

$$F_c(t) = -C_B Z_B\,(\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)) \tag{2}$$

où $C_B = \sqrt{E_B/\rho_B}$ est la célérité des ondes 1D et $Z_B = E_B A_B / C_B$ l'impédance de la barre.

Les jauges de déformations collées sur la barre entrante enregistrent successivement les ondes incidente et réfléchie (figure 2). Ces signaux doivent être synchronisés en temps et transportés à l'interface entre la barre entrante et l'échantillon. Ce qui peut être fait par transport 1D ou par simulation élastique de la réponse de la structure [Zhao et Gary (1996)], [Mohr et al. (2010)].

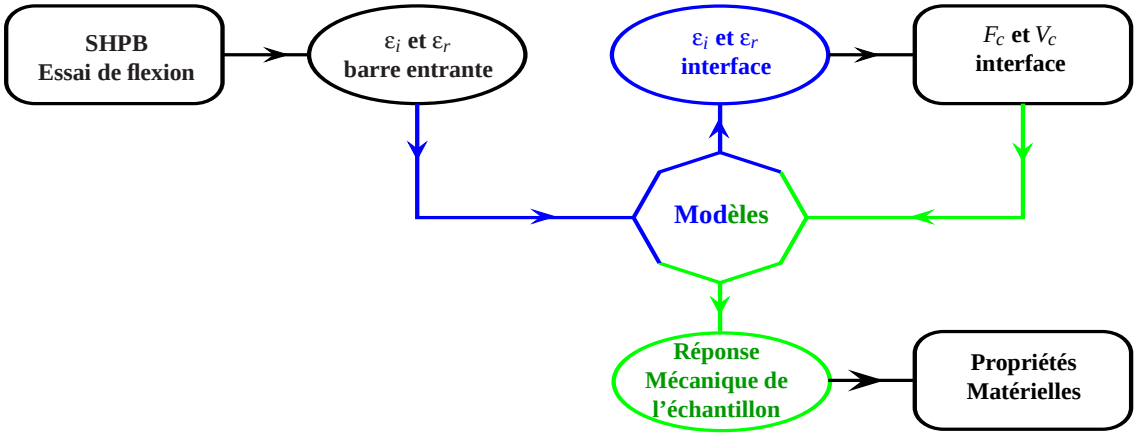

FIGURE 3 – Points clés dans le dépouillement d'un essai

Dans l'essai de flexion dynamique, c'est la réponse de l'échantillon, vu comme une *structure*, qui détermine la relation entre l'onde incidente et l'onde réfléchie. Cette relation de couplage peut s'écrire sous la forme :

$$\mathscr{G}_{\tau\in[0,t]}(F_c(\tau),V_c(\tau)) = 0 \tag{3}$$

La précision des résultats du dépouillement repose ainsi sur deux points clefs (figure 3) :

- le transport des ondes du point de mesure à l'interface barre-échantillon ;
- le modèle de structure permettant de déterminer l'état mécanique dans l'échantillon.

Modèle de poutre semi-infinie

Durant les premiers instants qui suivent l'arrivée de l'onde de déformation à l'interface barre entrante-échantillon, les ondes se propageant dans l'échantillon n'ont pas encore atteint les appuis et l'essai est équivalent à un *essai de flexion un point*. En conséquence, il est proposé d'adopter une poutre semi-infinie comme modèle de structure pour l'échantillon. L'équation de mouvement de la poutre en flexion s'écrit :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4\alpha^4 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \text{où} \quad 4\alpha^4 = \frac{\rho S}{E I} \tag{4}$$

vérifiant à l'interface barre-échantillon :

$$w(0,t) = U_e(t) \quad , \quad \frac{\partial w}{\partial x}(0,t) = \psi(0,t) \quad , \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(0,t) = -\frac{M(0,t)}{E I} \quad , \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(0,t) = \frac{F_c(t)}{2 E I} \tag{5}$$

La réponse de la poutre, obtenue par calcul opérationnel [Ditkine et Proudnikov(1979)], s'écrit :

$$w(x,t) = \int_0^t G_1(t-\tau)\,\Omega_1(x,\tau)\,d\tau - \int_0^t \Big(G_1(t-\tau) + G_2(t-\tau)\Big)\,\Omega_2(x,\tau)\,d\tau \tag{6}$$

$$\text{où} \quad G_1(t) = \int_0^t \frac{V_c(\tau)}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}\,d\tau \quad , \quad G_2(t) = \int_0^t \frac{F_c(\tau)}{4 E I \alpha^3}\,d\tau \quad \text{avec} \quad \alpha^4 = \frac{\rho S}{4 E I} \tag{7}$$

$$\text{et} \quad \Omega_1(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos\left(\frac{\alpha^2 x^2}{2t}\right) \quad , \quad \Omega_2(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \sin\left(\frac{\alpha^2 x^2}{2t}\right) \tag{8}$$

Le matériau étant supposé quasi-fragile, jusqu'à apparition de la fissuration, la réponse de l'échantillon demeure élastique et la rotation à l'origine demeure nulle. Nous obtenons la relation de couplage suivante entre la vitesse et la force à l'interface barre-échantillon :

$$V_c(t) = \frac{1}{2\eta} \int_0^t \frac{F_c(\tau)}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}\,d\tau \quad \text{où} \quad \eta = 4 E I \alpha^3 \tag{9}$$

qui devient entre les ondes incidentes et réfléchies :

$$\varepsilon_r(t) = \varepsilon_i(t) - \int_0^t \frac{2\varepsilon_i(\tau)}{\sqrt{\tau_f}} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} - \frac{1}{\sqrt{\tau_f}} e^{\frac{t-\tau}{\tau_f}}\, erfc\left(\sqrt{\frac{t-\tau}{\tau_f}}\right)\right) d\tau \tag{10}$$

où $\tau_f = \left(\frac{2\eta}{Z_B}\right)^2$ et $erfc(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_t^\infty e^{-t^2}\,dt$ représente la fonction erreur complémentaire.

La vitesse de déformation et la contrainte dans la fibre la plus tendue de la poutre s'expriment de la manière suivante :

$$\dot{\varepsilon}(t) = a\alpha^2 \dot{V}_c(t) \tag{11}$$

$$\sigma(t) = a\alpha^2 E V_c(t) \tag{12}$$

On remarquera au passage que contrairement au cas statique, la contrainte maximale est proportionnelle à la vitesse et non au déplacement.

Cas d'étude

L'essai retenu porte sur une brique en terre cuite de dimensions $a = b = 53\,mm$, $l = 220\,mm$, de masse volumique $\rho = 2080\,kg\,m^{-3}$, de module d'Young $E = 23\,Gpa$ et de limite à rupture en flexion $5.5\,MPa$. Nous comparons les réponses du modèle analytique de poutre infinie à ceux de modélisations par éléments finis [1]. Les simulations ont été réalisées en 2D (les résultats obtenus en 3D avec un maillage plus grossier étaient équivalents) sous l'hypothèse des déformations planes. Le maillage de l'échantillon est constitué de quadrilatères à 8 nœuds à interpolation quadratique avec 20 éléments dans l'épaisseur. La résolution temporelle repose sur le schéma implicite de Newmark avec un pas de temps vérifiant la condition deCourant-Friedrichs-Lewy. Des simulations avec des éléments de poutre d'Euler et de Timoshenko avec la même densité de maillage sur la longueur de l'échantillon sont également réalisés.

Les données d'entrée des simulations sont soit le déplacement, soit l'effort à l'interface barre entrante-échantillon, déduits des mesures expérimentales via les équations (1) et (2).

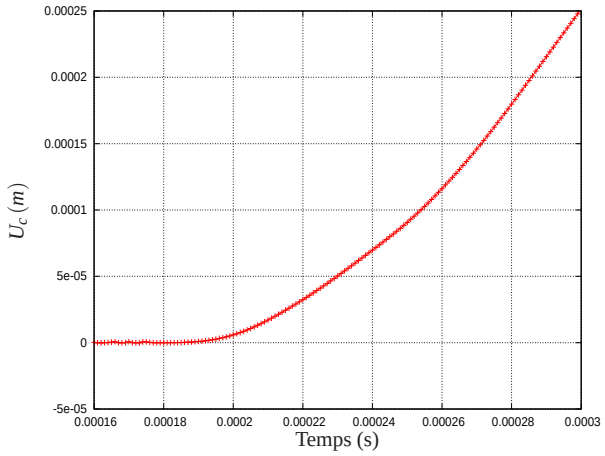

FIGURE 4 – Evolution du déplacement au contact

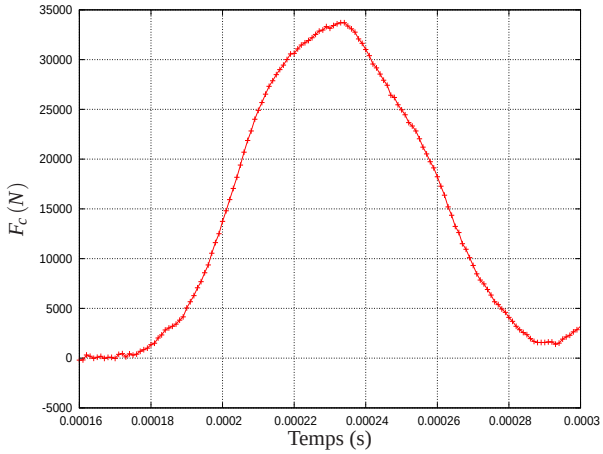

FIGURE 5 – Evolution de l'effort au contact

Dépouillements et discussion

On compare en sortie la contrainte et la vitesse de déformation dans la fibre la plus tendue.

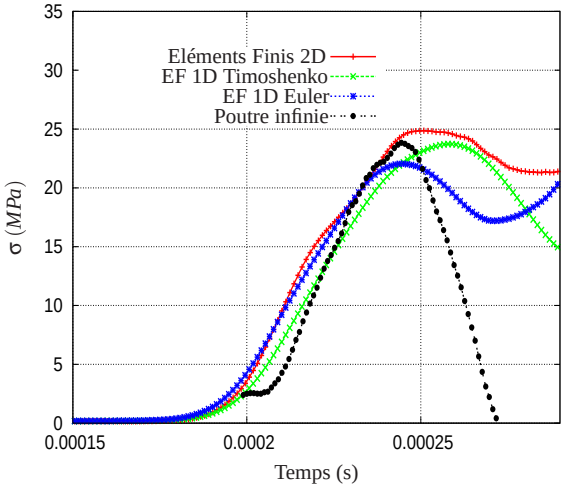

FIGURE 6 – Contrainte de traction maximale dans l'échantillon

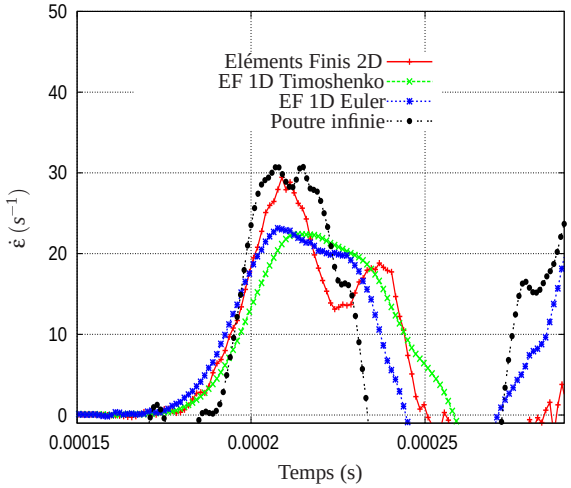

FIGURE 7 – Vitesse de déformation maximale dans l'échantillon

1. Code Cast3M développé par le Commissariat à l'Energie Atomique CEA - DEN/DM2S/SEMT, http ://www.cast3m.cea.fr

Les figures (6) et (7) illustrent la bonne concordance de résultats sur la contrainte maximale et la vitesse de déformation entre les différentes modélisations pour une poutre courte (la portée entre appuis n'est que de quatre fois la longueur de la poutre). L'écart est ainsi de moins de 5% entre les prédictions du calcul éléments finis 2D le plus précis et la solution analytique.

L'instant d'apparition de la fissuration, qui est également celui de validité des simulations élastiques, peut être déterminé en observant à partir de quel instants les données en effort et en déplacement ne sont plus compatibles. En faisant abstraction des décalages temporels, on peut l'estimer à l'instant du maximum de contrainte sur les figures (8) et (9).

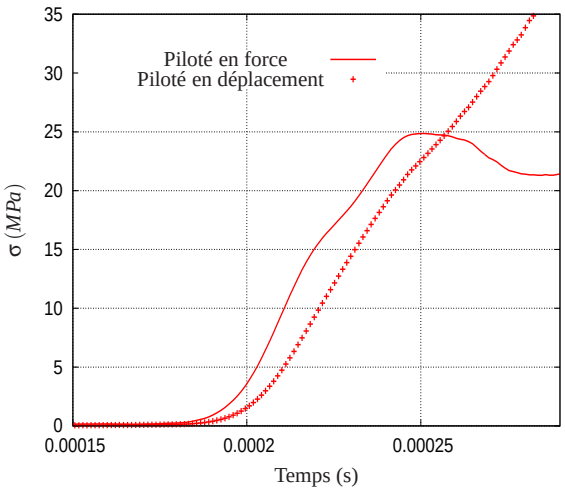

FIGURE 8 – Comparaison des contraintes maximales : modélisation 2D

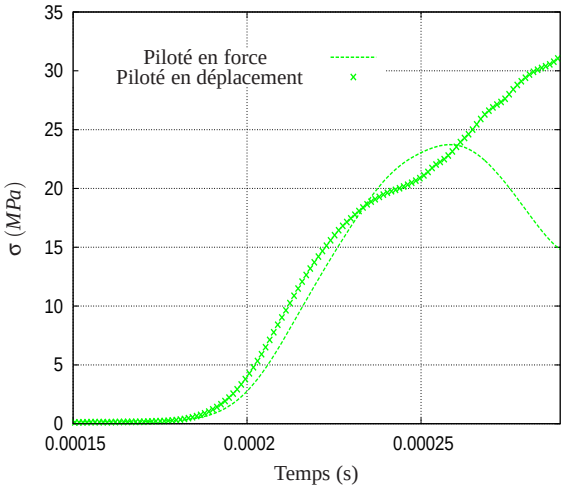

FIGURE 9 – Comparaison des contraintes maximales : modélisation poutre de Timoshenko

Pour le modèle analytique de poutre infinie, une onde réfléchie est simulée à partir de l'onde incidente mesurée au moyen de l'équation (10) :

$$\varepsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{simu}}(t) = \varepsilon_i^{exp}(t) - \int_0^t \frac{2\,\varepsilon_i^{exp}(\tau)}{\sqrt{\tau_f}} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} - \frac{1}{\sqrt{\tau_f}} e^{\frac{t-\tau}{\tau_f}} \, erfc\left(\sqrt{\frac{t-\tau}{\tau_f}}\right) \right) d\tau \tag{13}$$

On détermine la vitesse et la contrainte associées :

$$\dot{\varepsilon}^{\mathbf{simu}}(t) = a\,\alpha^2\, C_B\,(\dot{\varepsilon}_{\mathbf{r}}^{\mathbf{simu}}(t) - \dot{\varepsilon}_i^{exp}(t)) \qquad \text{et} \qquad \sigma^{simu}(t) = a\,\alpha^2\, E\, C_B\,(\varepsilon_{\mathbf{r}}^{\mathbf{simu}}(t) - \varepsilon_i^{exp}(t)) \tag{14}$$

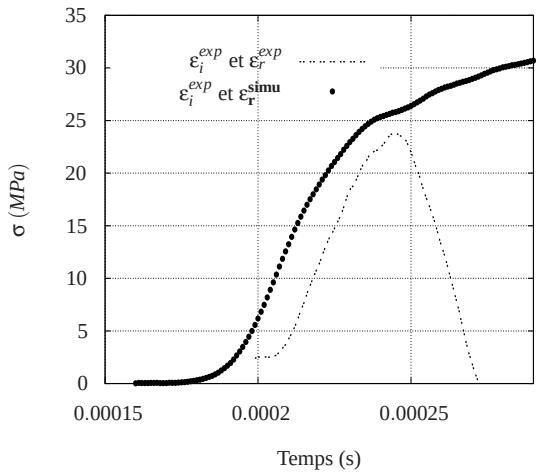

FIGURE 10 – Comparaison des contraintes maximales : modélisation poutre infinie

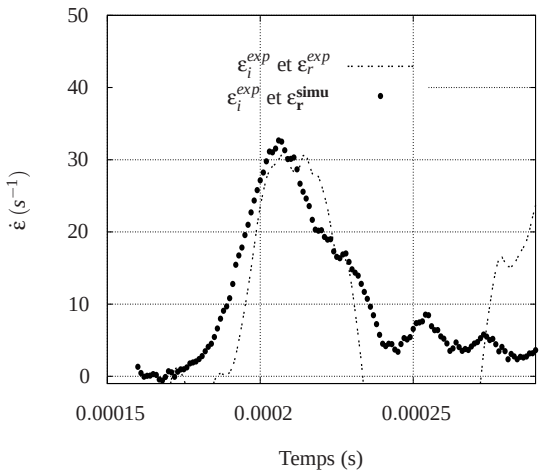

FIGURE 11 – Comparaison des vitesses de déformation : modélisation poutre infinie

En faisant à nouveau abstraction du décalage temporel constant, on peut estimer la fin du comportement élastique comme concomitante avec l'instant du maximum de contrainte.

L'étude des réactions aux appuis de la simulation EF 2D vient également confirmer la pertinence de l'utilisation de l'hypothèse de poutre infinie. Celles-ci ne commencent à apparaître que pour un temps supérieur à $250\,\mu s$ alors que l'essai est terminé (au sens où la fissuration a débuté).

Pour l'essai considéré, que les grandeurs soient évaluées avec le modèle de poutre infinie ou par simulations éléments finis, on pourra retenir comme contrainte à rupture $\sigma_{dyn} \approx 25MPa$ pour une vitesse de déformation $\dot{\varepsilon} \approx 30\,s^{-1}$ soit un facteur d'amplification dynamique d'environ 4.5.

Conclusion

Le modèle de dépouillement proposé pour des essais de flexion dynamique semble donner de bons résultats y compris pour une poutre présentant un faible élancement. Des études complémentaires sont en cours pour confirmer ce résultat et pour évaluer l'influence de l'embout sur la force et la vitesse à l'interface barre entrante/échantillon.

Remerciements

Les auteurs remercient l'Agence Nationale de la Recherche pour le soutien financier à cette étude dans le cadre du projet VULCAIN ANR-07-PGCU.

Références

[Delvare et al. (2010)] Delvare F., Hanus J.L., Bailly P., *A non-equilibrium approach to processing Hopkinson Bar bending test data : Application to quasi-brittle materials*, International Journal of Impact Engineering, Volume 37, Issue 12, pp. 1170-1179, 2010

[Ditkine et Proudnikov(1979)] Ditkine V., Proudnikov A. *Calcul opérationnel*, Editions MIR : Moscou, 1979.

[Erzar et Forquin (2010)] B. Erzar, P. Forquin, *An experimental method to determine the tensile strength of concrete at high rates of strain*, Experimental Mechanics, vol. 50, n^o, pp. 941-955, 2010

[Field et al. (2004)] Field J. E., Walley S. M., Proud W. G., Goldrein H. T., Siviour C. R. ,*Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies*, International Journal of Impact Engineering, vol. 30, pp. 725–775, 2004.

[Gary et al. (1991)] Gary G., Klepaczko J.R and Zhao H., *Correction de dispersion pour l'analyse des petites déformations aux barres de Hopkinson*, Colloque C3, suppl. au Journal de Physique III, Vol. 1, pp. 403-410, 1991.

[Jiang et Vecchio (2009)] Jiang F., Vecchio K. S., *Hopkinson Bar Loaded Fracture Experimental Technique : A Critical Review of Dynamic Fracture Toughness Tests*, Appl. Mech. Rev., vol. 62, 060802, 2009

[Mohr et al. (2010)] Mohr D., Gary G., Lundberg B., *Evaluation of stress-strain curve estimates in dynamic experiments*, International Journal of Impact Engineering, Vol. 37, 2, pp. 161–169, 2010.

[Tedesco et al. (1993)] Tedesco J.W., Ross C.A., Kuennen S.T., *Experimental and numerical analysis of high strain rate splitting tensile tests*, ACI Mater J., vol. 90, pp. 162-169, 1993.

[Yokoyama et Kishida (1989)] Yokoyama T, Kishida K., *A novel impact three-point bend test method for determining dynamic fracture-initiation toughness*, Experimental Mechanics, vol. 29, *n^o*2,pp. 188-194, 1989.

[Zhao et Gary (1996)] Zhao H., Gary G., *On the use of SHPB techniques to determine the dynamic behavior of materials in the range of small strains*, International Journal of Solids and Structures, Vol. 33 22, pp. 3363–3375, 1996.

[EN 12390] NF EN 12390 , *Essai pour béton durci - Partie 1 : Forme, dimensions et autres exigences relatives aux éprouvettes et aux moules*, 1999, *Partie 5 : Résistance à la flexion sur éprouvettes*, 2001