## Modélisation des effets d'échelle en plasticité : comparaison mécanique des milieux continus généralisés/dynamique des dislocations

A. Gaubert<sup>1</sup>, H.J. Chang<sup>2</sup>, S. Forest<sup>2</sup>

## Résumé

La modélisation des effets d'échelle en plasticité est un problème qui intéresse les mécaniciens et les physiciens depuis de nombreuses années. Il s'agit par exemple d'être capable de décrire les effets de tailles de grains par des modèles continus. En effet, la loi de Hall-Petch prévoit que plus les grains d'un polycristal sont petits, plus la limite d'élasticité à 0.2% de déformation plastique est importante. Dans un monocristal durci par des inclusions, ces constatations sont encore valables.

L'idée générale pour reproduire de tels effets est d'ajouter des termes de gradients. Suivants les auteurs, c'est le gradient de la déformation, ou de la déformation plastique ou de toute autre variable qui est ajoutée. Trois types d'aproches sont développées. La première, que l'on pourrait qualifiée de "post-processing" se contente d'ajouter un terme de gradient dans le critère de plasticité du modèle de comportement. Elle a l'inconvénient d'être dépendante du maillage dans le sens où les effets d'échelle dépendent de la finesse du maillage. Dans la seconde [1], une variable interne généralisée, le gradient de la déformation plastique par exemple est ajouté dans la puissances des efforts intérieurs :

$$p^{(i)} = \mathbf{\sigma} : \dot{H} + s : \dot{H}^p + M : \operatorname{curl} \dot{H}^p \tag{1}$$

où  $\mathcal{H}$  est la déformation,  $\mathcal{H}^p$  la déformation plastique.  $\underline{s}$  et  $\mathcal{H}$  sont des contraintes généralisées. Ce type de modèle aboutit donc à des équations d'équilibre et des conditions aux limites généralisées. La troisième est celle que nous avons retenue. Elle est basée sur les travaux d'Eringen [2] et est baptisée approche micromorphe. Elle consiste à ajouter des degré de liberté supplémentaires. Ces degrés de liberté sont en quelque sorte l'équivalent des variables internes choisies dans la seconde approche et un coefficient de pénalisation permet de régler l'écart entre la variable interne et le degré de liberté correspondant. L'avantage de cette méthode est sa simplicité d'implémentation dans un code de calcul éléments finis et une certaine souplesse apportée par ce coefficient de pénalisation.

Le modèle que nous avons développé [3], baptisé microcurl, possède 12 degrés de liberté par noeud : le champs de déplacement classique et un tenseur d'ordre 2 non symétrique, la micro-déformation plastique  $\chi^p$ , équivalent à la variable interne de déformation plastique. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à modéliser les effets d'échelle engendrés par les dislocations d'accomodation géométrique (GND) [4]. Celles-ci peuvent être représentées par le rotationnel de la déformation plastique [5]. Dans notre modèle intervient donc le rotationnel de la micro-déformation plastique  $\chi^p$  dans la puissance des efforts interieurs :

$$p^{(i)} = \underline{\sigma} : \dot{\underline{\mathcal{H}}} + \underline{s} : \dot{\underline{\chi}}^p + \underline{M} : \operatorname{curl} \dot{\underline{\chi}}^p$$
 (2)

Tout comme pour la seconde approche, les équations d'équilibre et les conditions aux limites sont plus générales.

La pertinence et la validité de l'approche mécanique des milieux continus généralisés est testée par comparaison avec des simulations par dynamique des dislocations (DD) qui incluent intrinsèquement l'effet des GND sur le comportement mécanique. La figure 1 est un exemple de telles comparaisons. Elle montre la comparaison de simulations par DD, en plasticité classique et avec le modèle microcurl dans le cas d'une inclusion sphérique élastique entourée d'une matrice élasto-plastique. La plasticité est de type cristalline et un seul système de glissement de type octaédrique est considéré. La simulation par DD montre

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Onera DMSM-CEMN, Châtillon, France, anais.gaubert@onera.fr

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Centre des Matérieux, Ecole des Mines de Paris, France, {hyung-jun.chang,samuel.forest}@ensmp.fr

l'apparition de bandes de glissement (bandes horizontales sur la figure de gauche) et perpendiculairement la formation de "kink bands". La simulation en platicité classique (figure du milieu) pour laquelle est tracé l'isovaleur du glissement plastique  $\gamma$  ne distingue pas bande de glissement et "kink bands". En revanche, le modèle microcurl (figure de droite) montre les bandes de glissement horizontales (là où le glissement plastique  $\gamma$  est le plus important) et montre que verticalement  $\gamma$  est plus faible et donc montre la formation de "kink bands". Des calculs sur des maillages plus fins sont en cours pour les simulations avec le modèle microcurl notamment.

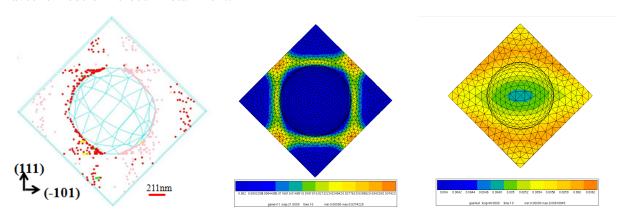


FIG. 1 – Simulation d'une microstructure périodique soumise à du cisaillement composée d'une inclusion sphérique élastique entourée par une matrice élasto-plastique. Les figures représentent des coupes dans le plan de normale  $[\bar{1}2\bar{1}]$  pour lesquelles l'inclusion a été enlevée. La figure de gauche montre la distribution de dislocations simulée par DD. La figure du milieu est une isovaleur du glissement plastique  $\gamma$  dans le cas d'une simulation en plasticité classique. La figure de droite est également une isovaleur de  $\gamma$  dans le cas d'une simulation avec le modèle microcurl.

L'étape suivante consiste à s'intéresser au gradient complet de la micro-déformation plastique  $\chi^p$ . En effet, dans certains cas simples de cisaillement d'un matériau laminé consistué d'une alternance d'une phase dure élastique et d'une phase élasto-plastique plastifiant suivant deux systèmes de glissement sysmétriques, le résultat de la simulation par éléments finis montre une discontinuité de certaines composantes de  $\chi^p$  [3]. Afin de régulariser ces composantes nous avons construit un modèle plus général dans lequel intervient le gradient complet de  $\chi^p$ . Cependant, les termes non-rotationnels du gradient sont pondérés de façon à ne jouer aucun rôle sur la physique que l'on souhaite représenter. Dans ce cas, nous avons toujours 12 degrés de liberté par noeud mais la taille de la matrice gradient des fonctions de forme B devient énorme. Ce modèle ouvre également de nombreuse perspectives en terme de signification des termes non-rotationnels du gradient. Par exemple, peuvent-ils représenter les interactions entre différents systèmes de glissement ?

## Références

- [1] M.E. Gurtin. A gradient theory of single-crystal viscoplasticity that accounts for the geometrically necessary dislocations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50:5–32, 2002.
- [2] A.C. Eringen and W.D. Claus. A micromorphic approach to dislocation theory and its relation to several existing theories. In J.A. Simmons, R. de Wit, and R. Bullough, editors, *Fundamental Aspects of Dislocation Theory*, pages 1023–1062. Nat. Bur. Stand. (US) Spec. Publ. 317, II, 1970.
- [3] N.M. Cordero, A. Gaubert, S. Forest, E.P. Busso, F. Gallerneau, and S. Kruch. Size effects in generalised continuum crystal plasticity for two-phase laminates. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 58(11):1963 1994, 2010.
- [4] M.F. Ashby. Deformation of plastically non-homogeneous materials. *Philosophical Magazine*, 21(170):399–424, 1970.
- [5] J.F. Nye. Some geometrical relations in dislocated crystals. Acta Metall., 1:153–162, 1953.