

Dynamique transitoire de treillis de poutres tridimensionnels soumis à des chargements impulsionnels

Y. Le Guennec¹, É. Savin¹

¹ ONERA, Département Aéroélasticité et Dynamique des Structures, France, {yves.le_guennec,eric.savin}@onera.fr

Résumé — Dans ce travail de recherche, la dynamique transitoire de treillis de poutres tridimensionnels soumis à des chargements impulsionnels est étudiée grâce à un modèle de transport de l'énergie vibratoire correspondante. Celui-ci permet d'exhiber le régime transitoire jusqu'à l'établissement d'un état diffusif et de suivre les chemins d'énergie.

Mots clés — dynamique haute fréquence, poutre de Timoshenko, transport d'énergie.

1 Introduction

Les structures mécaniques sont souvent soumises à des chargements impulsionnels qui entraînent la propagation d'ondes haute fréquence. Les exemples dans les domaines aéronautique et spatial sont nombreux, comme lors du choc pyrotechnique permettant l'ouverture des panneaux solaires d'un satellite ou bien lors de l'appontage d'un avion de chasse. Or l'énergie propagée peut nuire aux instruments embarqués sur la structure. Il est donc important de pouvoir simuler le régime transitoire des structures soumises à des chocs aux moyens de méthodes efficaces et précises.

Ce travail de recherche s'intéresse à la modélisation des ondes haute fréquence dans les treillis de poutres tridimensionnels. Pour des chargements haute fréquence, il est impossible d'utiliser les approches éléments finis classiques à cause des longueurs d'ondes très courtes et de la grande densité modale des structures dans ce régime. Deux types de stratégie ont été développés. Le premier regroupe les méthodes globales de type SEA (Statistical Energy Analysis) [3], qui donnent des informations sur les niveaux d'énergie moyens par sous-structures. Leur principal inconvénient est l'estimation des paramètres physiques qui interviennent dans la formulation tels que les facteurs de perte par couplage entre sous-systèmes ou les puissances injectées. Les modèles de diffusion d'énergie vibratoire [4] peuvent être qualifiés de locaux car ils fournissent des estimations des densités d'énergie et d'intensité vibratoire. Néanmoins ils n'ont jusqu'à présent été mis en œuvre que pour des structures simples (poutres, plaques) car ils reposent sur des hypothèses fortes difficilement vérifiables, voire fausses, pour des structures plus complexes. La méthode utilisée ici est une autre approche locale fondée sur l'utilisation d'un estimateur particulier de la densité d'énergie, la mesure de Wigner.

2 Modèle de transport d'énergie

On peut montrer en effet que la densité d'énergie vibratoire $E(\mathbf{x}, t)$ des ondes élastiques haute fréquence s'écrit :

$$E(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} \int_{\mathbb{R}^3} w_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k},$$

où les mesures de Wigner $w_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)$ dans l'espace des phases $T^*D = D \times \mathbb{R}^3$ satisfont les équations de Liouville [5] :

$$\partial_t w_{\alpha} + \{\lambda_{\alpha}, w_{\alpha}\} = 0.$$

Les α correspondent aux différents modes de propagation de l'énergie, $\lambda_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ est la fréquence propre d'un mode, $\{f, g\} = \nabla_{\mathbf{k}} f \cdot \nabla_{\mathbf{x}} g - \nabla_{\mathbf{x}} f \cdot \nabla_{\mathbf{k}} g$ est le crochet de Poisson usuel, $\mathbf{x} \in D$ est la position dans le domaine borné $D \subset \mathbb{R}^3$ occupé par la structure, et $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$ est le vecteur d'onde. Pour pouvoir étudier des

assemblages de plusieurs poutres, il est nécessaire de développer des conditions aux limites compatibles avec cette approche. On utilise pour cela les conditions aux limites en déplacements et en contraintes de l'équation des ondes classique [6], mais adaptées au régime des hautes fréquences. Nous considérons dans notre étude le cas d'assemblages de poutres tridimensionnelles constituées de matériaux élastiques isotropes dont les hétérogénéités varient lentement par rapport aux longueurs d'onde considérées. Le comportement vibratoire est modélisé à l'aide de la cinématique des poutres de Timoshenko, en incluant les effets de courbure. Il est également possible d'introduire une précontrainte dans certains éléments. Les équations de transport obtenues peuvent être résolues numériquement par la méthode des éléments finis discontinus [2]. Celle-ci a pour avantage d'être peu dissipative et peu dispersive ; elle est donc appropriée pour les simulations en temps long permettant d'atteindre la limite diffusive du régime de transport. La résolution temporelle est réalisée par une méthode de Runge-Kutta SSP (Strong Stability Preserving) [1].

3 Principaux résultats

Les poutres de Timoshenko exhibent deux catégories de modes énergétiques : des modes longitudinaux (qui regroupent le mode de compression et ceux de flexion) et des modes transversaux (qui regroupent les modes de cisaillement et celui de torsion). Pour des chargements haute fréquence, ils sont totalement découplés et de plus la courbure n'a pas d'incidence. Les conditions aux limites sont imposées par des coefficients de transmission et de réflexion des flux d'énergie pour un assemblage tridimensionnel. Afin de pouvoir traiter le cas de treillis complexes, ces coefficients sont calculés pour des jonctions quelconques de plusieurs poutres. Ce modèle montre que les coefficients de réflexion/transmission en cisaillement et en flexion sont totalement découplés pour les hautes fréquences, contrairement aux basses fréquences. Pour des temps longs, nous avons constaté que les conversions de mode peuvent générer un état stationnaire dans lequel l'énergie est uniformément répartie dans tout le treillis. De plus le rapport de l'énergie des modes transversaux sur celle des modes longitudinaux tend dans chaque poutre vers une limite compatible avec les hypothèses SEA. L'apport de notre approche est de fournir des informations locales sur le régime transitoire en terme de densité d'énergie vibratoire et de flux.

Références

- [1] S. Gottlieb, C.-W. Shu and E. Tadmor, *Strong stability-preserving high-order time discretization methods*, SIAM Review, **43**, 89-112, 2001.
- [2] J. S. Hesthaven and T. Warburton, *Nodal Discontinuous Galerkin Methods*, Springer, New York, NY, 2008.
- [3] R. H. Lyon and R. G. DeJong, *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*, Butterworth-Heinemann, Boston, MA, 2nd edition, 1995.
- [4] D. J. Nefske and S. H. Sung, *Power flow finite element analysis of dynamic systems : basic theory and application to beams*, ASME J. Vib. Acoust. Stress **111**, 94-100, 1989.
- [5] G. C. Papanicolaou, L. V. Ryzhik and J. B. Keller, *Transport equations for elastic and other waves in random media*, Wave Motion **24**, 327-370, 1996.
- [6] É. Savin, *A transport model for high-frequency vibrational power flows in coupled heterogeneous structures*, Interaction Multiscale Mech. **1**, 53-81, 2007.