HAL
open science

Approche multiéchelle Arlequin pour l'étude des structures composites stratifiées

Josselyn Touzeau, Vincent Chiaruttini, Frédéric Feyel, Hachmi Ben Dhia

To cite this version:

Josselyn Touzeau, Vincent Chiaruttini, Frédéric Feyel, Hachmi Ben Dhia. Approche multiéchelle Arlequin pour l'étude des structures composites stratifiées. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592921

HAL Id: hal-00592921

https://hal.science/hal-00592921v1

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Approche multiéchelle Arlequin pour l'étude des structures composites stratifiées

J.Touzeau[1], V.Chiaruttini[1], F.Feyel[1], H.Ben Dhia[2]

[1] *Onera, DMSM/MNU, Châtillon, France, {josselyn.touzeau,vincent.chiaruttini,frederic.feyel}@onera.fr*
[2] *Ecole Centrale Paris LMSS-MAT, Chatenay-Malabry, France, hachmi.ben-dhia@ecp.fr*

Résumé — Nous appliquons la méthode multiéchelle/multimodèle Arlequin pour étudier des phénomènes se produisant sur des structures composites stratifiées. Le composite stratifié est décrit, dans son ensemble, par des éléments grossiers qui représentent de façon correcte le comportement global de ces structures peu épaisses alors que le patch utilise un nombre suffisant d'éléments volumiques, dans l'épaisseur, pour simuler finement des phénomènes qui se produisent aux niveau des plis à proximités de singularités. Dans les zones de collages, le couplage s'effectue alors entre des cinématiques différentes, avec des opérateurs spécifiques tenant compte, dans l'épaisseur, de l'orientation des plis. Ces travaux sont illustrés par des simulations numériques menées au sein du code Zébulon en faisant intervenir un solveur de type décomposition de domaine.
Mots clés — multimodèle, composite, stratifié, méthode Arlequin.

1 Introduction

Depuis plusieurs années, les objectifs drastiques de réduction de poids conduisent les industriels du secteur aéronautique à une utilisation de plus en plus importante des matériaux composites. En effet, ces matériaux permettent de concevoir des structures optimisées pour répondre à des sollicitations spécifiques en adaptant, par exemple, l'orientation des constituants aux directions de chargement. Cependant, le retour d'expérience dans l'utilisation de ces matériaux est limité et le manque de confiance dans les simulations conduisent les bureaux d'études à mener de coûteuses campagnes d'expériences pour les certifications. C'est pourquoi il est nécessaire, pour les bureaux d'études, d'avoir recours à des modélisations particulièrement fines pour prendre en compte efficacement les phénomènes de dégradations, par nature multiéchelles, qui se produisent dans ces assemblages. En effet, près des zones critiques (perçages, rivetages, géométries complexes ou surfaces fortement courbées, etc.) de nombreux phénomènes apparaissent sur des niveaux d'échelles différents : décohésion fibre/matrice, fissuration transverse, délaminage d'interface, etc. En pratique, pour prédire correctement le processus de rupture de la structure globale, la plupart de ces phénomènes d'endommagement et leurs interactions doivent être pris en compte.

La modélisation de ces problèmes multiéchelles et la discrétisation spatiale des équations constitutives à l'aide d'une méthode aux éléments finis standard, nécessite un maillage particulièrement fin permettant de représenter correctement les phénomènes ayant lieu sur l'échelle microscopique. En conséquence, les simulations de structures industrielles deviennent extrêmement couteuses en terme de temps de calcul et de mémoire. Pour palier à cette difficulté, de nombreuses méthodes numériques ont été développées pour fournir des algorithmes de résolution qui prennent en compte le caractère multiéchelle de ces problèmes. Ces méthodes sont généralement basées sur le mélange de formulations complexes (localisées uniquement dans des zones d'intérêt précédemment identifiées) et de formulations globales plus simples utilisées sur l'ensemble de la structure. Pour les problèmes de mécanique des milieux continus, on peut citer : des méthodes de remaillage [1, 2], des méthodes multiéchelles imbriquées [3, 4], X-FEM [5, 6], des méthodes de superposition de maillages [7, 8] etc. Les travaux que nous présentons reposent sur la méthode Arlequin [9, 10] qui permet de traiter des problèmes avec des échelles différentes, dans des zones d'intérêt, liés sur un domaine global commun en utilisant une répartition des énergies. Sur le domaine des structures minces, on peut citer les travaux de H. Hu [12] qui se rapprochent des méthodes que nous développons.

La section 2 rappelle les principes de la méthode Arlequin, la section 3 présente ensuite certains aspects liés à la résolution par éléments finis. La section 4 introduit les divers caractéristiques liées aux composites stratifiés et expose comment adapter l'approche Arlequin pour tenir compte du comportement lié à l'orientation des plis. Afin d'illustrer ces travaux, la section 5 présente des applications numériques des méthodes que nous avons développées.

2 La méthode Arlequin

L'approche Arlequin permet de transformer un système en plusieurs sous-systèmes, reliés à l'aide d'un opérateur de couplage. L'intérêt de cette méthode est de répondre au besoin d'analyser un phénomène localisé dans une structure de plus grande dimension, ce phénomène nécessitant, dans le cas le plus courant, une analyse plus fine avec un comportement pouvant être plus complexe. L'avantage repose sur la séparation du problème en sous-problème avec des difficultés plus ciblées : un sous-problème de grande dimension avec un comportement plus simple pour représenter une structure globale et un sous-problème plus petit mais avec une meilleure description afin de simuler des comportements plus complexes. La difficulté de la méthode Arlequin revient donc à réaliser la communication entre ces deux sous-problèmes alors que les discrétisations, les formulations ou les modèles peuvent être différents.

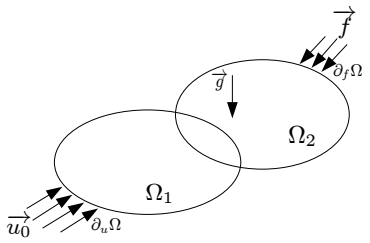

FIG. 1 – Problème multimodèle constitué de deux domaines.

Afin de simplifier, on présente l'approche dans le cadre d'un problème modélisé à l'aide de deux sous-problèmes distincts, chacun ayant son domaine Ω_i ainsi qu'une formulation propre (1). Pour chaque domaine Ω_i de $\mathbb{R}^n$ ($n = 2$ ou 3), on pose un problème classique d'élasticité linéaire caractérisé par : un déplacement imposé $\boldsymbol{u_i^d}$ sur une partie $\partial_u\Omega_i$ de la frontière $\partial\Omega$, un effort $\boldsymbol{F}_i^d$ imposé sur la partie complémentaire $\partial_F\Omega_i$ et un tenseur d'élasticité $\mathbb{A}_i$. Sur chaque domaine Ω_i, la formulation variationnelle du système s'écrit, à l'aide des espaces cinématiquement admissibles usuels $\mathcal{U}_i^{ad}$:

$$\forall \boldsymbol{u}_i \in \mathcal{U}_i^{ad0}, \int_{\Omega_i} \boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{u}_i) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}_i)\, \mathrm{d}\Omega_i = \int_{\partial_F\Omega_i} \boldsymbol{F}_i^d.\boldsymbol{u}_i\, \mathrm{d}S_i \tag{1}$$

où $\boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{u}_i) = \mathbb{A}_i : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}_i)$ représente le tenseur des contraintes sur le domaine Ω_i et $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}_i) = 1/2\left(\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{\nabla}^T\boldsymbol{u}_i\right)$ le tenseur des déformations linéarisé.

Ces deux sous-problèmes ont leurs domaines qui se recouvrent partiellement ($\Omega_1 \cap \Omega_2 \neq \varnothing$), ainsi, afin que l'énergie sur la zone de recouvrement $\mathcal{S} = \Omega_1 \cap \Omega_2$ ne soit pas comptée deux fois, on a recours à des fonctions de pondérations α_i qui répartissent les énergies de même nature pour chaque sous-problème :

$$\begin{cases} \alpha_1 = 1 & \text{sur} \quad \Omega_1 \backslash \Omega_2 \\ \alpha_2 = 1 & \text{sur} \quad \Omega_2 \backslash \Omega_1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1 & \text{sur} \quad \mathcal{S} \end{cases} \tag{2}$$

La liaison entre les deux systèmes est ensuite assurée entre les deux sous-problèmes grâce à un terme de couplage ajouté sur une zone de couplage $\mathcal{S}_c \subset \mathcal{S}$:

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = K \int_{\mathcal{S}_c} \boldsymbol{\lambda}.\boldsymbol{\mu} + l^2\, \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\lambda}) : \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\mu})\, \mathrm{d}\Omega_{\mathcal{S}_c}, (\lambda, \mu) \in \mathcal{M}^2 \tag{3}$$

où $\mathcal{M}$ est un espace admissible régulier défini sur $\mathcal{S}_c$, l une longueur caractéristique et K un coefficient de l'ordre de grandeur de la rigidité des milieux en présence.
À l'aide des équations précédentes, il est possible d'établir l'écriture variationnelle de la formulation

Arlequin sur chaque domaine avec les champs de déplacements $\boldsymbol{u}_1$ et $\boldsymbol{u}_2$ ainsi que le champ de multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$ appartenant aux espaces admissibles $\mathcal{U}_1^{ad}$, $\mathcal{U}_2^{ad}$ et $\mathcal{M}$:

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_1} \alpha_1 \boldsymbol{\sigma}_1(\boldsymbol{u}_1) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}_1)\, \mathrm{d}\Omega_1 + \mathcal{C}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{u}_1) &= \int_{\partial_F \Omega_1} \alpha_1 \boldsymbol{F}_1^d . \boldsymbol{u}_1 \, \mathrm{d}S_1 \quad , \text{sur} \quad \Omega_1 \\
\int_{\Omega_2} \alpha_2 \boldsymbol{\sigma}_2(\boldsymbol{u}_2) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{v}_2)\, \mathrm{d}\Omega_2 - \mathcal{C}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{v}_2) &= \int_{\partial_F \Omega_2} \alpha_2 \boldsymbol{F}_2^d . \boldsymbol{v}_2 \, \mathrm{d}S_2 \quad , \text{sur} \quad \Omega_2 \\
\mathcal{C}(\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{\lambda}) - \mathcal{C}(\boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{\lambda}) &= 0 \quad , \text{sur} \quad \mathcal{S}_c
\end{aligned} \tag{4}$$

3 Écriture et procédés numériques

Si on désire résoudre numériquement le système variationnel précédent, à partir d'une discrétisation de type éléments finis, on obtient le système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} K_1 & 0 & C_1^T \\ 0 & K_2 & -C_2^T \\ C_1 & -C_2 & 0 \end{bmatrix} . \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \Lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

où K_1, K_2 sont les matrices de rigidité pondérées, C_1, C_2 les matrices de couplage et F_1, F_2 les forces généralisées pondérées.

Les trois champs inconnus : U_1, U_2 et Λ appartiennent à trois domaines séparés, ces trois domaines pouvant faire intervenir des discrétisations différentes. Les opérateurs sont écrits sur chacun des domaines, en utilisant la discrétisation associée. Pour les termes de couplages, il s'avère donc indispensable de transférer des champs interpolés des espaces d'origine vers celui où est écrit l'opérateur de collage. Les maillages pouvant être incompatibles, on se base sur les techniques de type "mortier" [13] afin d'effectuer une projection orthogonale d'un champ appartenant à une discrétisation sur une autre. On peut ainsi réaliser une communication efficace, par projection des champs, entre domaines incompatibles. Afin de simplifier le transfert de champs, on définit la discrétisation de la zone de collage identique à celle du patch, une différence de discrétisation reste néanmoins présente entre la zone de collage et la structure sous-jacente.

La résolution du système linéaire (5) dépend alors de la nature de la matrice, celle ci étant symétrique mais non définie positive, à cause des multiplicateurs de Lagrange intervenants dans les opérateurs de couplage. On utilise, pour la résolution séquentielle, le solveur direct MUMPS avec une stratégie de pivotement partielle permettant le traitement des termes nuls sur la diagonale de la matrice.
La méthode Arlequin, par sa nature multi-échelle, distingue naturellement des sous-problèmes distincts, ainsi l'utilisation d'un solveur parallèle en est facilitée. On peut ainsi diviser le problème en deux sous-parties, pour le cas le plus simple, avec une sous-partie contenant la structure monoéchelle et la seconde sous-partie le patch. La démarche de résolution du problème est alors basée sur une approche de décomposition de domaines, de sorte que le problème soit condensé aux interfaces. Un solveur itératif de Krylov (GMRes ou Gradient Conjugué) est alors employé. L'adaptation à partir de méthodes sans recouvrement au traitement de problèmes Arlequin est réalisé en "dupliquant" la zone de collage sur chacun des domaines, de sorte que l'on se retrouve finalement avec une interface volumique conforme.

En pratique dans le cas d'une formulation Arlequin, on utilise une méthode de résolution "primale" [14] basée sur la condensation du problème sur les inconnus de collage au niveau des interfaces. Néanmoins, la nature des inconnus de collage, qui sont des multiplicateurs de Lagrange, tend à rapprocher cette stratégie de résolution d'une approche "duale" [15], avec la nécessité éventuellement d'assurer la transmission des modes rigides selon le type de formulation utilisée au niveau du collage.

Pour le cas d'un couplage entre un patch et un domaine sous-jacent, avec un opérateur de collage assurant la transmission des modes rigides, le système (5) est alors décomposé en deux sous-systèmes linéaires :

$$\begin{bmatrix} K_1 & \Pi_1^T C^T \\ C\Pi_1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} U_1 \\ \Lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ \Xi_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} K_2 & -\Pi_2^T C^T \\ -C\Pi_2 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} U_2 \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2 \\ -\Xi_2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

avec les inconnus pour chaque interface Λ_i correspondant aux multiplicateurs de Lagrange et Ξ_i les réactions dues aux forces de collage. Les opérateurs de collage C_1 sont ici explicités sous la forme $C\Pi_1$ où Π_i est un opérateur de projection qui assure le passage de champs écrits sur un sous-domaine vers l'interface. L'approche primale consiste alors à condenser le problème en ne faisant intervenir que les inconnues d'interface en assurant la condition $\Lambda_1 = \Lambda_2$. La résolution itérative conduit alors, à assurer uniquement à convergence, l'équilibre des efforts $\Xi_1 + \Xi_2 = 0$.

La convergence des solveurs itératifs dépend très fortement du conditionnement des opérateurs. Ainsi, pour améliorer les performances des solveurs, on utilise des préconditionneurs adaptés. Pour la méthode Arlequin, on évite d'utiliser les préconditionneurs *optimaux* [16] qui conduisent à factoriser les compléments de Schur duaux locaux, qui produit un sous-bloc dense particulièrement coûteux. Dans ces conditions, le préconditionneur *Lumped Arlequin* [17] est à privilégier. Cependant, ce préconditionneur n'est véritablement efficace que s'il est associé à un opérateur de couplage (7) en "rigidité. En effet l'opérateur habituel est constitué de deux parties de nature différente et ne permet de représenter de façon dégradée (mais satisfaisante), la réponse d'un sous-domaine en déplacement face à un sollicitation en effort (comme l'exige un préconditionneur efficace).

On peut ainsi écrire l'opérateur de couplage comme un opérateur énergétique qui utilise la rigidité de la structure reliée à la zone de collage (avec comme avantage de ne plus recourir à des paramètres dont les réglages, effectués par l'utilisateur, ne sont pas évidents alors même qu'ils influents beaucoup sur la qualité de la solution numérique) :

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{\lambda}) = \int_{S_c} \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{\lambda})\, \mathrm{d}\Omega_{S_c}, (\lambda, u) \in \mathcal{M}^2 \tag{7}$$

Ce dernier opérateur de couplage, qui ne fait plus intervenir que des termes en gradient symétrisé, ne transmet pas de mouvement de corps rigide. Ainsi les sous-domaines couplés demeurent flottants par rapport à leur domaine sous-jacent respectif. Cet inconvénient est résolu grâce à l'application d'une relation entre les modes rigides du patch et du sous-domaine, assurée de façon globale comme un préconditionneur grossier lors de la résolution parallèle.

4 Caractéristiques et aspects techniques liés aux stratifiés

Maintenant que la méthode Arlequin a été présentée, on souhaite l'appliquer à la résolution de problèmes de structures composites et plus particulièrement de composites stratifiés. Un composite stratifié est conçu à partir d'un empilement de plis. Chaque pli étant une nappe unidirectionnelle, constituée de fibres orientées dans une même direction et reliées par une matrice, ou un tissu avec ses orientations propres. On peut distinguer trois différentes échelles : l'échelle macro qui correspond à l'échelle du stratifié lui-même ($\approx 3mm$), l'échelle méso ($\approx 100\mu m$) qui est l'échelle du pli et l'échelle micro ($\approx 5-15\mu m$) qui caractérise davantage l'échelle des fibres et de la matrice. Ces structures présentent de nombreux avantages du fait que le comportement peut s'adapter aux diverses sollicitations et contraintes par l'intermédiaire d'une boucle d'optimisation faisant intervenir l'orientation des plis ainsi que la séquence de superposition de ces plis. C'est pourquoi, en plus d'un gain de poids par rapport aux autres matériaux, on retrouve de plus en plus ces matériaux dans la conception aéronautique afin de concevoir des composants répondant au mieux aux diverses sollicitations qu'ils subissent.

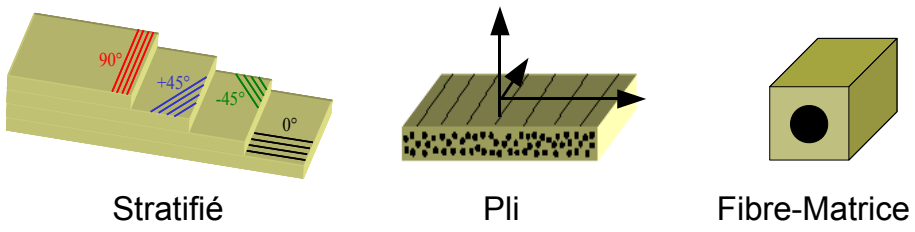

FIG. 2 – Les différentes échelles du stratifié.

Cependant la simulation de ces structures présente certaines difficultés. La première est liée à la nature du stratifié qui crée un comportement hétérogène selon l'épaisseur en fonction de la séquence d'empilement, l'épaisseur ainsi que la différence d'orientations des plis. La seconde difficulté importante est liée aux différents phénomènes d'endommagements qui peuvent évoluer sur les trois niveaux d'échelles : le délaminage est lié à l'échelle macro-méso, la fissuration transverse à l'échelle méso et la décohésion fibre/matrice au niveau micro. La troisième difficulté, qui est à relier aux deux précédentes, est le coût de calcul qui demeure très important par la nécessité d'être capable de simuler des phénomènes très petits sur des structures de grandes dimensions qui peuvent être complexes géométriquement.

C'est dans ce cadre que l'on propose d'utiliser la méthode Arlequin afin de mener des simulations numériques sur ces structures. On va alors, de façon simultanée, traiter deux problématiques antagonistes. Tout d'abord on souhaite simuler des phénomènes localisés soumis à des conditions de chargements réelles, on a alors besoin d'utiliser des modélisations complexes. Dans le cadre de la méthode Arlequin, le patch est modélisé finement à l'aide d'éléments volumiques et, dans l'épaisseur du stratifié, ceux-ci doivent être de nombre égaux ou supérieurs au nombre de plis qui subissent l'endommagement. Ensuite on désire voir l'influence de l'insertion de ce phénomène localisé sur le comportement de la structure, de taille réelle. On utilise donc une modélisation plus grossière en représentant aussi la structure globale avec des éléments volumiques et/coques avec une discrétisation plus grossière, qui rend compte de manière correcte du comportement de la structure tout en limitant le coût de calcul.

5 Résultats de simulation numérique

Les performances de la méthode Arlequin dans le cadre de la résolution parallèle sont validées sur un problème simple d'une plaque percée, ayant un comportement linéaire élastique, soumise à un chargement de traction constante. La perforation est représentée sur un patch qui est collé, par le biais de l'opérateur de couplage énergétique, sur une plaque saine. Ces essais sont réalisés dans le cas de maillages concordants et dans le cas de maillages incompatibles, entre le patch et la plaque. De plus, on réalise ces deux cas de simulations pour une discrétisation grossière (≈30 000-60 000 ddl) et une discrétisation plus fine dans l'épaisseur (≈270 000-550 000 ddl). Les résultats de ces simulations parallèles, qui utilisent le solveur itératif du gradient conjugué pour l'assemblage du problème et le solveur multifrontal Mumps pour la résolution locale de chaque sous-domaine, sont détaillés avec les courbes de convergences suivantes :

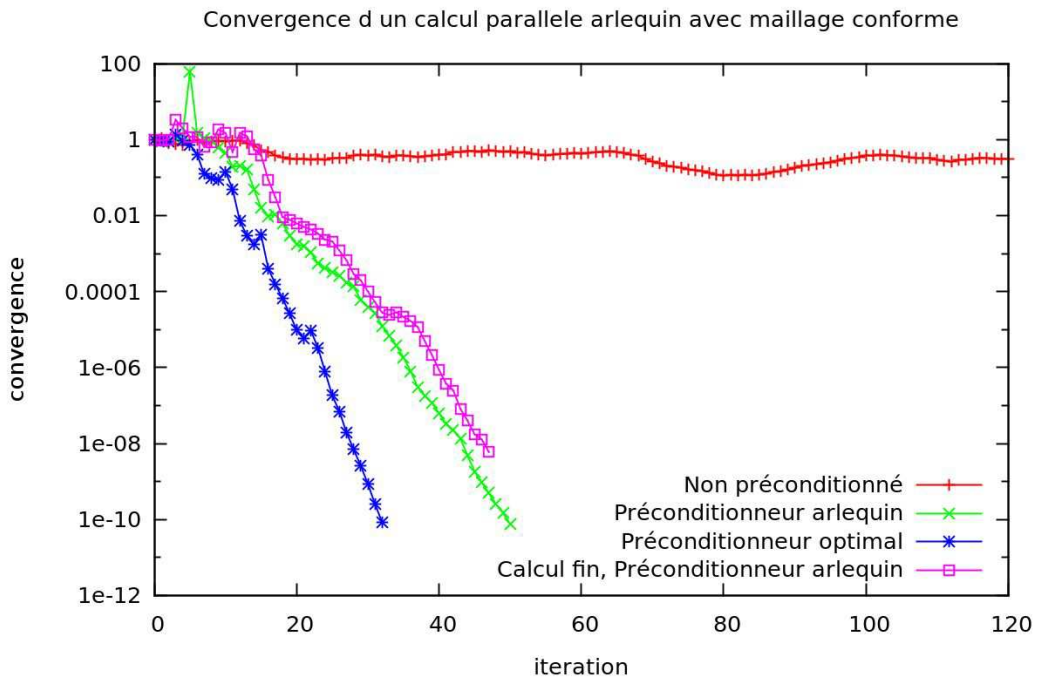

FIG. 3 – Courbes de convergence d'un calcul parallèle de plaque percée pour un cas conforme.

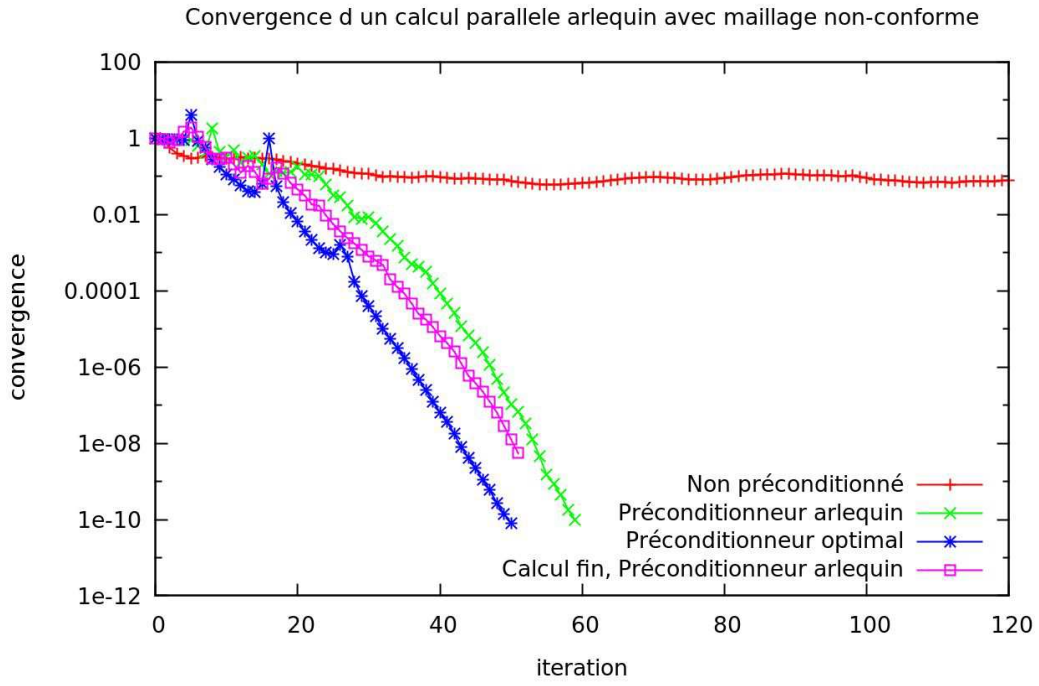

FIG. 4 – Courbes de convergence d'un calcul parallèle de plaque percée pour un cas non conforme.

On constate que l'utilisation de préconditionneurs s'avère efficace, que ce soit dans le cas de maillages conformes ou non afin d'obtenir une convergence plus rapide. De plus le préconditionneur allégé, Arlequin, délivre des performances proches du préconditionneur optimal avec un temps de calcul réduit d'un facteur 5 dans le cas de maillages incompatibles. Lorsque l'on simule des calculs de plus grande taille, l'utilisation du préconditionneur optimal devient impossible car trop couteux à cause de la factorisation (produisant un sous bloc dense), on n'utilise alors que le préconditionneur allégé. Malgré l'augmentation de la taille du problème le nombre d'itération reste pratiquement constant. En outre, on aperçoit une accélération d'environ 1.6 entre une résolution parallèle et une résolution séquentielle multitheardée, avec l'utilisation de quatre processeurs dans les deux cas et un problème à 550 000 ddl.

Pour les applications sur structures composites, on réalise une simulation d'une plaque stratifiée avec un perçage identique au cas précédent. Afin de tester la robustesse de la méthode dans un cas général, les maillages entre la structure et le patch sont incompatibles, reflétant plus le cadre d'utilisation de l'approche Arlequin. On construit différents stratifiés symétriques avec un nombre de 8, 32 ou 64 plis avec des séquences d'empilement quelconques mais des orientations des plis choisies dans la gamme : 0, 45, -45 et 90. Par rapport aux simulations précédentes, on a maintenant une structure avec un comportement hétérogène dans l'épaisseur. Ces calculs ont été réalisés en parallèle sur 2×6 processeurs (avec un solveur local multithreadé) et, un préconditionneur allégé, sur des interfaces incompatibles.

On constate, dans ces conditions, que la méthode Arlequin fonctionne efficacement malgré la forte anisotropie du matériaux, (cf. iso-contrainte autour du perçage 5) et que quelque soit le nombre de plis, la résolution est menée en un nombre d'itération comparable 6.

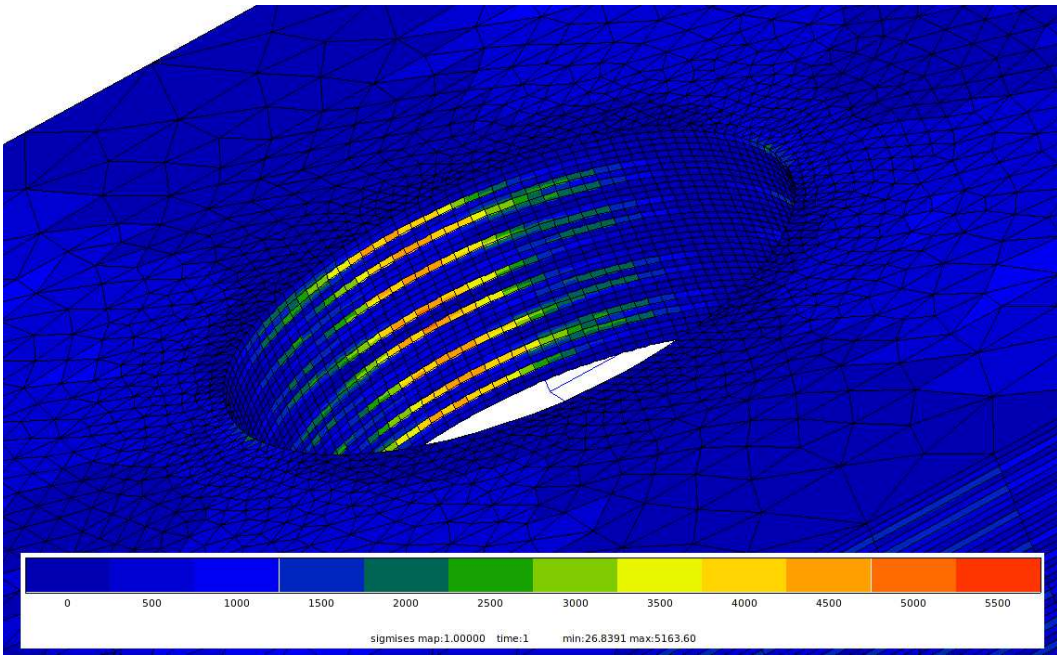

FIG. 5 – Iso contrainte de traction autour du perçage de la plaque stratifié.

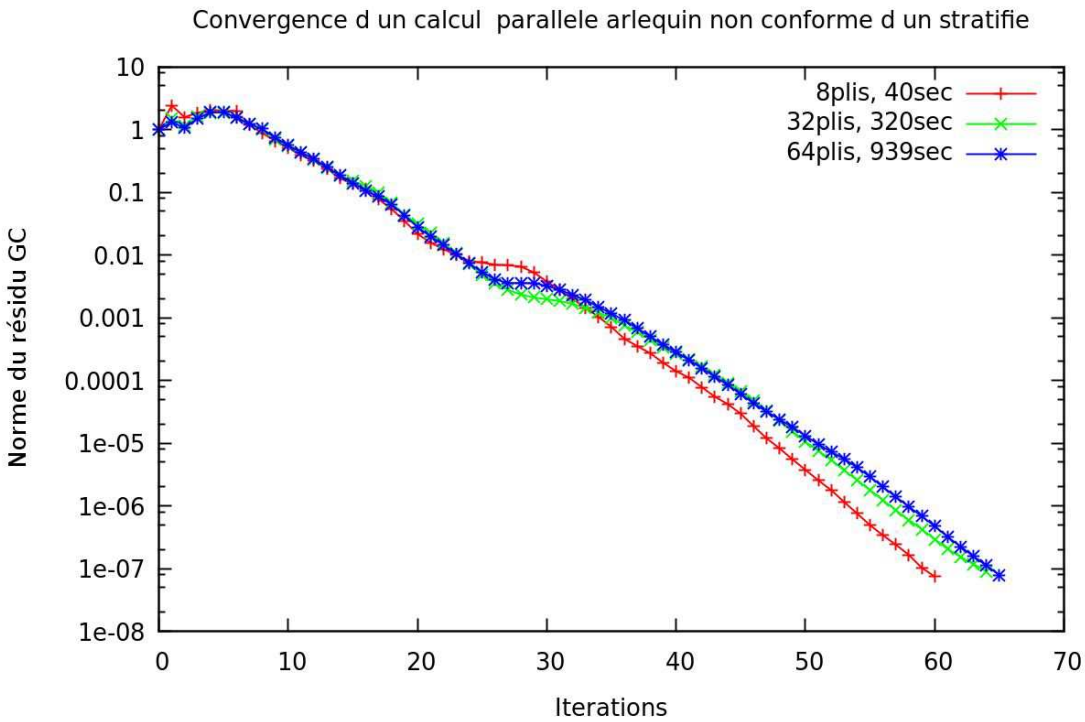

FIG. 6 – Courbes de convergence d'un calcul parallèle pour un stratifié.

6 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté plusieurs aspects concernant la parallélisation de la méthode Arlequin à partir des approches de décomposition de domaines. Afin d'améliorer les performances du calcul itératif, on utilise un opérateur de couplage énergétique tout en préservant la transmission des déplacements de solide rigide par un minimum de relations. Cette démarche généraliste est ensuite adaptée afin de simuler des structures composites stratifiés ayant un comportement anisotrope selon l'épaisseur, dû à l'empilement des plis unidirectionnels.

On obtient des résultats encourageants pour des couplages de maillages quelconques avec une préservation du caractère extensible de la méthode avec la taille des problèmes considérés. On projette maintenant de résoudre des problèmes avec des comportements plus complexes non-linéaires et de poursuivre nos démarches d'optimisation en allant jusqu'à la simulation de fissures ou de délaminages sur le patch.

Références

[1] B. Nayroles, G. Touzot, P. Villon. *Generalizing the finite element method : diffuse approximation and diffuse elements*, Computers and Structures, 10(5) :307-318, 1992.

[2] T. Belytschko, YY, Lu, L, Gu. *Element-free Galerkin methods*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37 :229-256, 1994.

[3] T.J.R Hugues, G.R. Feijóo, L. Mazzei, J.B.Quincy. *The variational multiscale method - a paradigm for computational mechanics*, Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering, 116(1,2) :3-24, 1998.

[4] F. Feyel, J.L. Chaboche. *FE^2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials*, Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering, 183 :309-330, 2000.

[5] T. Belytschko, T. Black. *Elastic crack growth in finite element method for crack growth remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 46 :131-150, 1999.

[6] N, Moës, J. Dolbow, T. Belytschko. *A finite element method for crack growth without remeshing*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 48 :1549-1570, 2000.

[7] J. Fish, S. Markolefas. *The s-version of the finite element method for multilayer laminates*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 33 :1081-1105,1992.

[8] J.N. Reddy, D.H.Jr. Robbins. *Modeling of thick composites using a layerwise laminate theory*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 36 :655-677,1993.

[9] H. BenDhia. *Problèmes mécaniques multi-échelles : la méthode Arlequin*, Comptes Rendu de l'Académie des Sciences, Paris, Série II b(326) :899-904, 1998.

[10] H. BenDhia, G. Rateau. *The Arlequin method as a flexible engineering design tool*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 62(11) :1442-1462, 2005.

[11] G. Rateau. *Méthode Arlequin pour les problèmes mécaniques multi-échelles*, Thèse de l'Ecole Centrale Paris, 2003.

[12] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, A-M, Daya. *Multi-scale modelling of sandwich structures using the Arlequin method. Part I : Linear modelling*, Finite Elements in Analysis and Design, 45 :37-51,2009.

[13] Y. Patera, A. Bernardi, C. Maday, *Nonlinear partial differential equations and their applications, chapter A new non-Conforming approach to domain decomposition : the mortar element method.*, page 13-51, Pitman, Brezis, H., Lions, J.,eds, 1994.

[14] J. Mandel. *Balancing domain decomposition*, Communication Numerical Methods Engineering, 9 :233-241, 1993.

[15] C. Farhat, F.X. Roux. *A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm*, International Journal of Numerical Methods Engineering, 3(26) :1205-1227, 1991.

[16] P. Gosselet, C. Rey. *Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics.*, Archives of Computational Methods in Engineering, Volume 13, Num 4, 515–572, 2006.

[17] H. Ben Dhia, N. Elkhodja, , F.X. Roux. *Multimodeling of multi-alterated structures in the Arlequin framework. Solution with a Domain-Decomposition solver*, European Journal of Computational Mechanics, Volume 11, Num 4, 969–980, 2008.