



HAL
open science

Dynamique non-linéaire d'un bi-rotor aubagé

Marion Gruin, Fabrice Thouverez, Emmanuelle Sarrouy, Pierrick Jean

► **To cite this version:**

Marion Gruin, Fabrice Thouverez, Emmanuelle Sarrouy, Pierrick Jean. Dynamique non-linéaire d'un bi-rotor aubagé. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592911

HAL Id: hal-00592911

<https://hal.science/hal-00592911>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation et analyse d'un bi-rotor aubagé avec non-linéarité de type jeu en tête d'aube

M. Gruin^{1,2}, F. Thouverez¹, E. Sarrouy¹, P. Jean²

¹ LTDS, École Centrale de Lyon, France, {marion.gruin, fabrice.thouverez, emmanuelle.sarrouy}@ec-lyon.fr

² Snecma - Groupe SAFRAN, France, pierrick.jean@sneema.fr

Résumé — Cette étude porte sur le couplage de la dynamique d'un système bi-rotor avec celle d'un modèle simplifié de roue aubagée. La roue aubagée considérée dans ce modèle a une géométrie spécifique en tête d'aube impliquant des non-linéarités de type contact avec jeu. Afin de prendre en compte ce type de non-linéarité forte et non-régulière, la méthode de balance harmonique couplée à une procédure temps/fréquence a été employée. Le modèle développé permet de simuler le comportement vibratoire du système non-linéaire sous excitation multi-harmonique.

Mots clés — Dynamique non-linéaire, rotor, roue aubagée, contact, balance harmonique.

1 Introduction

L'optimisation des designs moteurs conduit à une augmentation des couplages dynamiques entre les différents organes. En effet, l'amélioration des performances des turboréacteurs passe souvent par l'utilisation d'architectures multi-rotors. Cette architecture conduit à une situation dynamique plus complexe car, les différents balourds présents sur les rotors – n'ayant pas les mêmes vitesses de rotation – génèrent une excitation multi-harmonique sur les différents éléments de la structure.

De plus, dans le contexte des moteurs avec une architecture bi-rotor, des résultats d'essai montrent qu'il est nécessaire de considérer, dès la conception, l'influence de la dynamique de l'arbre Haute Pression (HP) sur les aubages de l'arbre Basse Pression (BP). Ce couplage naturel remet en cause les critères de dimensionnement des roues BP qui, jusqu'ici, n'intégraient pas l'influence du rotor HP. Généralement, les modèles de dynamique d'ensemble reposent sur des modèles simplifiés des différents organes moteurs, le rotor HP et le rotor BP [1]. Les modèles de roues aubagées, eux, sont classiquement des modèles éléments finis, représentatifs de la géométrie réelle, permettant d'assurer un dimensionnement précis de la structure. L'un des enjeux de ces travaux consiste donc en la simulation combinée d'un problème de dynamique d'ensemble avec celui plus spécifique des roues aubagées. D'autre part, la roue aubagée de turbine BP a une géométrie particulière impliquant des non-linéarités de type contact en tête d'aube [3]. La présence de non-linéarités dans le système conduit à mettre en œuvre des algorithmes de résolution non-linéaire adaptés. La méthode de balance harmonique [5] permet de calculer des réponses périodiques stationnaires de systèmes non-linéaires.

Les objectifs de ce travail sont donc premièrement, de mettre en place un modèle couplant deux niveaux de modélisation, simplifié pour les arbres et détaillé pour la roue aubagée, en considérant les non-linéarités, et deuxièmement, de développer un outil numérique capable de simuler le comportement vibratoire du système non-linéaire sous excitation multi-harmonique.

2 Présentation du système bi-rotor aubagé

Le modèle de bi-rotor aubagé qui a été développé est constitué de deux rotors, un arbre haute pression (HP) et un arbre basse pression (BP) sur lequel est fixé une roue aubagée (*cf.* Figure 1). Les deux arbres sont modélisés par des poutres de type Euler-Bernoulli. Des disques, non-aubagés, sont présents sur chacun des arbres et sont modélisés par des masses concentrées et des inerties en rotation. Les rotors sont suspendus par des paliers représentés par des raideurs et des amortissements ponctuels. Ils ont leur propre vitesse de rotation et sont connectés entre eux par un palier inter-arbre.

Le modèle de roue aubagée consiste en un disque rigide représenté par ses caractéristiques inertielles et des aubes flexibles modélisées par des poutres d'Euler-Bernoulli, encastrées sur le disque.

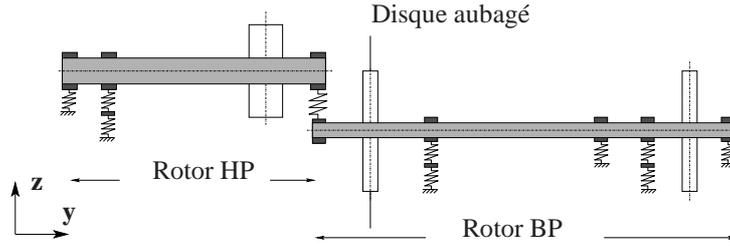


FIGURE 1 – Modèle simplifié du bi-rotor aubagé

2.1 Construction du modèle bi-rotor

Le modèle analytique qui a été développé pour le bi-rotor repose sur une formulation énergétique de Rayleigh-Ritz. Pour cette formulation analytique, des énergies et des potentiels correspondant à chacun des rotors doivent être définis. L'expression générale de l'énergie cinétique, dans le repère global, est la suivante :

$$T_i = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{x}}_i^T \dot{\mathbf{x}}_i d\Omega \quad (1)$$

où i représente soit le rotor HP, soit le rotor BP, et \mathbf{x} représente le vecteur déplacement exprimé dans le repère global.

Dans le modèle complet, une roue aubagée est introduite sur le rotor BP. Par conséquent, on a fait le choix de décrire les déplacements du rotor BP dans son propre repère tournant afin de s'affranchir des termes périodiques liés aux aubes. Le repère tournant BP est représenté par $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ sur la Figure 1. L'énergie cinétique du rotor BP décrite dans son repère tournant est alors la suivante :

$$T_{BP} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}_{bp}^T \dot{\mathbf{u}}_{bp} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}_{bp}^T \boldsymbol{\Omega}_{bp} \mathbf{u}_{bp} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}_{bp}^T \boldsymbol{\Omega}_{bp}^T \boldsymbol{\Omega}_{bp} \mathbf{u}_{bp} d\Omega \quad (2)$$

où \mathbf{u}_{bp} est le vecteur déplacement du rotor BP défini dans son repère tournant et $\boldsymbol{\Omega}_{bp}$ est la matrice de passage du repère global au repère tournant BP. L'hypothèse est faite qu'il n'y a pas de roue aubagée sur le rotor HP afin de simplifier la formulation analytique du modèle. Alors, les équations du rotor HP peuvent être projetées dans le repère tournant lié au rotor BP. L'expression de l'énergie cinétique du rotor HP exprimée dans le repère BP est :

$$\begin{aligned} T_{HP/BP} &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}_{hp}^T \dot{\mathbf{u}}_{hp} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}_{hp}^T \boldsymbol{\Omega}_{hp}^{bp} \mathbf{u}_{hp} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}_{hp}^T \boldsymbol{\Omega}_{hp} \mathbf{u}_{hp} d\Omega \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}_{hp}^T \boldsymbol{\Omega}_{hp}^{bpT} \boldsymbol{\Omega}_{hp} \mathbf{u}_{hp} d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}_{hp}^T \boldsymbol{\Omega}_{hp}^{bpT} \boldsymbol{\Omega}_{hp}^{bp} \mathbf{u}_{hp} d\Omega \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{u}_{hp}^T \boldsymbol{\Omega}_{hp}^T \boldsymbol{\Omega}_{hp} \mathbf{u}_{hp} d\Omega \end{aligned} \quad (3)$$

où \mathbf{u}_{hp} est le vecteur déplacement du rotor HP dans son propre repère tournant, $\boldsymbol{\Omega}_{hp}$ la matrice de passage du repère du repère global au repère tournant HP et $\boldsymbol{\Omega}_{hp}^{bp}$ la matrice de passage du repère tournant HP au repère tournant BP.

Les disques rigides sont également décrits dans le repère tournant BP et l'énergie cinétique est calculée en l'abscisse y de chacun des disques.

Les énergies de déformation élastique pour chaque rotor i sont définies par des énergies potentielles associées à la flexion des arbres.

$$V_{int_i} = \frac{1}{2} \int_0^{l_i} E_i I_i \mathbf{u}_i''^T \mathbf{u}_i'' dy \quad (4)$$

avec E_i , I_i et l_i le module d'Young, le moment d'inertie diamétral et la longueur de chacun des rotors, respectivement.

La contribution des paliers est introduite par un potentiel associé à leur raideur et par une fonction de dissipation associée à leur amortissement.

La méthode de discrétisation utilisée est l'approximation de Rayleigh-Ritz. Deux directions de déplacement sont considérées pour chaque rotor, à savoir les deux translations orthogonales dans le plan du disque. Les expressions des déplacements transverses u_i et w_i sont les suivantes :

$$u_i(y,t) = \sum_{m=0}^{m_{tot}} U_m^i(t) V_m^i(y) \quad \text{et} \quad w_i(y,t) = \sum_{m=0}^{m_{tot}} W_m^i(t) V_m^i(y) \quad (5)$$

où y est l'abscisse le long de l'arbre et m_{tot} est le nombre de fonctions de Ritz considérées pour décrire la flexion de l'arbre. $V_m^i(y)$ représente les fonctions de forme polynomiales associées aux rotors.

2.2 Introduction d'un modèle simplifié de roue aubagée

Le modèle simplifié défini pour la roue aubagée s'inspire d'un modèle précédemment développé par S. K. SINHA [2]. Les aubes flexibles sont donc modélisées par des poutres de type Euler-Bernoulli et sont encastrées sur un disque rigide du rotor BP (cf. Figure 3).

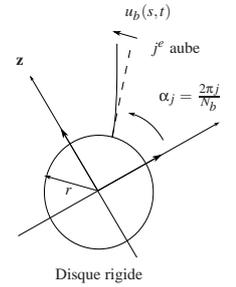
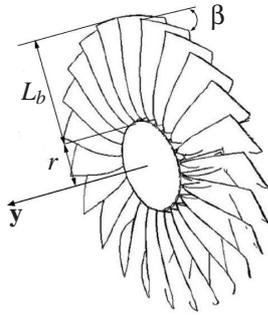


FIGURE 2 – Représentation 3D du disque aubagé FIGURE 3 – Modèle simplifié du disque aubagé

Comme une approche énergétique est utilisée pour décrire le modèle complet dans le repère tournant BP, l'énergie cinétique de la j -ième aube peut être définie ainsi :

$$T_b^j = \int_0^{L_b} \frac{1}{2} \rho_b S_b \mathbf{v}_{S/R_0}^T(G) \mathbf{v}_{S/R_0}(G) ds + \int_0^{L_b} \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{S/R_0}^T \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}_{S/R_0} ds \quad (6)$$

où $\mathbf{v}_{S/R_0}(G)$ et $\boldsymbol{\Omega}_{S/R_0}$ sont le vecteur vitesse et le vecteur rotation du centre de masse d'une section droite d'aube, respectivement. \mathbf{I} est la matrice d'inertie de l'aube définie dans son repère inertiel. R_0 indique le repère global, s l'abscisse le long de l'aube, ρ_b et S_b sont la densité et l'aire d'une section droite d'aube, respectivement.

Une énergie potentielle associée à la déformation élastique des aubes est également définie par :

$$V_{int_b} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b \left(u_b''(s,t) \right)^2 ds \quad (7)$$

où E_b est le module d'Young des aubes, I_b est le moment d'inertie diamétral et u_b est le déplacement d'une aube.

De plus, un potentiel de précontrainte est introduit dans la formulation afin de modéliser les effets centrifuges s'appliquant sur les aubes :

$$V_{cen_b} = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \rho_b S_b \Omega_{bp}^2 \left(\frac{(r+L_b)^2 - (s+r)^2}{2} \right) u_b'^2(s,t) ds \quad (8)$$

avec Ω_{bp} la vitesse de rotation du rotor BP et r le rayon du disque rigide qui porte les aubes.

En ce qui concerne la discrétisation du déplacement de l'aube, seule une direction de déplacement par

aube est considérée pour représenter leur flexion $u_b(s, t)$. La flexion de chaque aube est définie par l'approximation de Rayleigh-Ritz suivante :

$$u_b^j(s, t) = \sum_{n=1}^{n_{tot}} X_n^j(t) Y_n^j(s) \quad (9)$$

où n_{tot} représente le nombre de fonctions de Ritz considérées pour la flexion de la j -ième aube. $Y_n^j(s)$ sont les fonctions de forme des aubes qui satisfont la condition d'encastrement en pied d'aube, leur expression est la suivante :

$$Y_n(s) = \sin(a_n s) + b_n s + c_n s^2 \quad (10)$$

avec $a_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L_b}$, $b_n = -a_n$, et $c_n = \left(\frac{b_n^2}{2}\right) \sin(b_n L_b)$.

L'application des équations de Lagrange sur la formulation énergétique du système complet de bi-rotor aubagé nous donne la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D} + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N} + \mathbf{P}) \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (11)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{G} , \mathbf{K} , \mathbf{N} et \mathbf{P} sont les matrices de masse, d'amortissement, gyroscopique, de raideur élastique, d'assouplissement centrifuge, et circulatoire, respectivement. Notons $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{D} + \mathbf{G}$ et $\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \mathbf{N} + \mathbf{P}$ les matrices d'amortissement généralisé et de raideur généralisée, respectivement.

Le vecteur des déplacements généralisés $\mathbf{q}(t)$ est une combinaison de tous les degrés de liberté du système couplé et il est organisé de la façon suivante :

$$\mathbf{q}(t) = \left[U_0^{hp}(t) W_0^{hp}(t) \cdots U_{m_{tot}}^{hp}(t) W_{m_{tot}}^{hp}(t) U_0^{lp}(t) W_0^{lp}(t) \cdots \right. \\ \left. U_{m_{tot}}^{lp}(t) W_{m_{tot}}^{lp}(t) X_1^1(t) \cdots X_{n_{tot}}^1(t) \cdots X_1^{N_b}(t) \cdots X_{n_{tot}}^{N_b}(t) \right]^T \quad (12)$$

où N_b représente le nombre total d'aubes considéré.

3 Formulation du système non-linéaire

3.1 Définition des non-linéarités

L'aube mobile de turbine est composée de trois parties principales, à savoir la pale, le pied d'aube et le talon (tête d'aube). Le rôle du talon dans la réponse vibratoire de la roue aubagée est de procurer un amortissement mécanique par contact des talons, ce qui entraîne l'introduction d'une non-linéarité de type contact avec jeu dans le modèle. Le contact est ainsi modélisé par un ressort radial de raideur k_c entre les têtes d'aube dont la raideur est nulle si le déplacement relatif Δu_b entre deux aubes adjacentes est inférieur au jeu radial δ . L'expression de la force non-linéaire exercée par l'aube 1 sur l'aube 2 peut s'écrire :

$$\mathbf{F}_{nl}(\Delta u_b)^{1 \rightarrow 2} = k_c (\Delta u_b^{1 \rightarrow 2} - \delta) \mathcal{H}(\Delta u_b^{1 \rightarrow 2} - \delta) \quad (13)$$

où $\mathcal{H}(\cdot)$ représente la fonction Heaviside. Suivant le principe d'action et de réaction, la force exercée par l'aube 2 sur l'aube 1 sera la même, avec un signe opposé. En appliquant le même raisonnement pour toutes les aubes, on obtient l'expression de l'effort non-linéaire $\mathbf{F}_{nl}(\mathbf{q})$ qui s'exerce sur toute la roue aubagée. Ainsi, l'équation dynamique que l'on cherche à résoudre s'écrit :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{q} + \mathbf{F}_{nl}(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_{balourd} \quad (14)$$

3.2 Technique de résolution

La méthode de balance harmonique (HBM) [5] permet de calculer la réponse périodique dans le domaine fréquentiel du système non-linéaire (14). Le principe de cette méthode est de supposer la réponse périodique et de décomposer la solution $\mathbf{q}(t)$ sous la forme d'une série de Fourier tronquée à l'ordre N_h :

$$\mathbf{q}(t) \approx \mathbf{a}_0 + \sum_{k=1}^{N_h} (\mathbf{a}_k \cos(k\omega t) + \mathbf{b}_k \sin(k\omega t)) \quad (15)$$

En injectant l'équation (15) dans l'équation dynamique (14) et en orthonormalisant le résidu par une procédure de Galerkin, l'équation du mouvement devient le système d'équations algébriques suivant :

$$\mathbf{A}\mathbf{x}_h + \mathbf{F}_{nl_h}(\mathbf{x}_h) - \mathbf{F}_{balourd_h} = 0 \quad (16)$$

où \mathbf{x}_h , \mathbf{F}_{nl_h} et $\mathbf{F}_{balourd_h}$ représentent les vecteurs des coefficients de Fourier des déplacements, des efforts non-linéaires et des forces de balourd, respectivement. \mathbf{A} représente la matrice de raideur dynamique :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}^{N_h} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \mathbf{A}^0 = \tilde{\mathbf{K}}; \\ \mathbf{A}^k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}} - (k\omega)^2\mathbf{M} & (k\omega)\tilde{\mathbf{C}} \\ -(k\omega)\tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{K}} - (k\omega)^2\mathbf{M} \end{bmatrix}, \text{ pour } k = 1, \dots, N_h. \end{cases} \quad (18)$$

Étant donné le caractère non-régulier de la force non-linéaire, le calcul analytique des coefficients de Fourier des effort non-linéaires n'est pas envisageable dans le domaine fréquentiel. La méthode AFT proposée par CAMERON [7] est alors utilisée. Elle consiste à calculer dans le domaine temporel les déplacements approchés $\mathbf{q}(t)$ sur une période puis d'en déduire les efforts non-linéaires. Les coefficients de \mathbf{F}_{nl_h} sont ensuite déterminés par l'usage de transformées de Fourier directes.

La méthode de balance harmonique est couplée à une technique de continuation [6] permettant de suivre l'évolution de la solution en fonction d'un paramètre de contrôle préalablement choisi, qui est dans notre étude, la vitesse de rotation du rotor BP. La procédure utilisée est de type *arc-length* et se base ici sur une prédiction par la tangente. Finalement, un algorithme de correction de type Newton est employé pour résoudre le système augmenté d'équations non-linéaires, ce qui permet d'obtenir, à chaque itération, le couple solution $(\mathbf{x}_h, \Omega_{bp})$.

3.3 Analyse de stabilité

Dans notre étude, pour une vitesse de rotation donnée, plusieurs solutions du système non-linéaire peuvent co-exister. L'analyse de stabilité est réalisée en calculant les coefficients de Floquet. Pour présenter cette méthode, on introduit la notion de matrice fondamentale qui, après intégration temporelle, permet de calculer la matrice de monodromie, dont le spectre, constitué des multiplicateurs de Floquet, indique si la solution est stable ou instable. En effet, notons λ_i les valeurs propres de la matrice de monodromie, la solution est stable si $\max_i |\lambda_i| < 1$.

4 Simulations linéaires et non-linéaires du système couplé

4.1 Étude du système libre

L'analyse linéaire du système passe par le calcul du problème aux valeurs propres de la structure. L'évolution des fréquences propres du bi-rotor aubagé en fonction de la vitesse de rotation permet de comprendre la dynamique du système couplé et d'identifier les vitesses critiques indiquant les résonances du système. Afin de suivre l'évolution du système couplé pour différents régimes moteurs, on trace l'évolution des fréquences propres en fonction d'un régime moteur sur un *diagramme de Campbell*.

Le diagramme de Campbell Figure 4 est représenté dans le repère tournant lié au rotor BP. Les deux rotors sont en configuration de co-rotation, ils ont le même sens de rotation et le ratio considéré entre les deux vitesses de rotation est constant et vaut $\frac{\Omega_{bp}}{\Omega_{pp}} = 2,8$. Les fréquences propres f_1 , f_2 et f_4 des modes couplés, représentées en bleu, s'ouvrent en fonction de la vitesse de rotation, ce qui est caractéristique des effets gyroscopiques présents dans le système en rotation. Les fréquences propres d'aube, représentées en rouge sur la Figure 4 ne se dédoublent pas, car les effets gyroscopiques sont négligeables sur les aubes. En revanche, ces fréquences d'aube, notées f_3 , augmentent avec la vitesse de rotation ce qui correspond aux effets centrifuges, introduits dans le modèle par le potentiel de précontrainte (cf. équation 8).

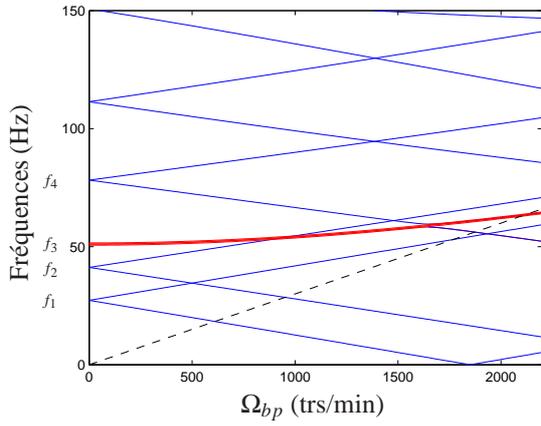


FIGURE 4 – Diagramme de Campbell du bi-rotor aubagé dans le repère tournant BP avec (—) les modes couplés, (—) les modes pur d’aube et (- - -) la synchrone HP

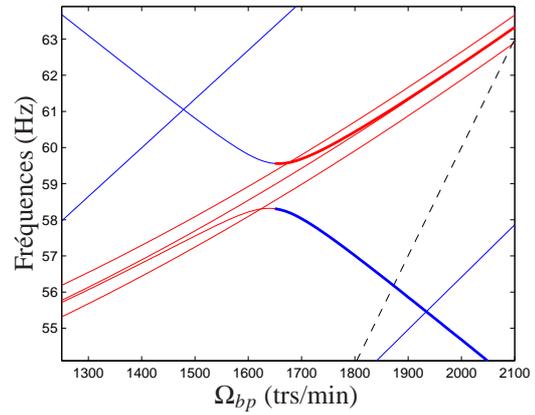


FIGURE 5 – Agrandissement du Campbell sur la zone de locus veering

Ces études linéaires permettent également de mettre en évidence des couplages de modes au travers de phénomènes de type *locus veering*. La Figure 5 présente un agrandissement du Campbell sur la plage de vitesse de rotation $\Omega_{bp} = [1300; 2100]$ trs/min. Le troisième mode couplé f_4 (en bleu), et le premier mode de flexion des aubes (en rouge) ont des fréquences très proches qui se repoussent brutalement en échangeant leurs déformées propres. Ce phénomène de locus veering a notamment été rapporté par C. PIERRE [4] et semble se produire entre des systèmes ayant des fréquences propres très voisines, ce qui est le cas ici entre les rotors et les aubes.

4.2 Étude de la réponse forcée linéaire

Le diagramme de Campbell donne aussi accès aux placements des modes vis-à-vis des vitesses critiques. Ces vitesses critiques sont des critères essentiels pour le dimensionnement de la structure en rotation car elles prévoient les résonances du système par rapport aux excitations synchrones du moteur. Dans le repère tournant BP , la droite d’excitation liée à la rotation du rotor BP correspond à l’axe des abscisses $f = 0$. La droite d’excitation liée à la rotation du rotor HP , vue du repère BP , correspond à la droite $f = \Omega_{hp} - \Omega_{bp}$, droite en pointillés sur la Figure 4. Les vitesses critiques directes (resp. rétrogrades) se lisent à l’intersection entre les branches des modes directs (resp. rétrogrades) et les droites d’excitation $f = 0$ et $f = \Omega_{hp} - \Omega_{bp}$. Dans notre étude, le modèle de bi-rotor aubagé est complètement axisymétrique. Dans cette configuration, seuls les modes directs sont supposés répondre aux excitations de type balourd (cf. Tableau 1). La réponse forcée du bi-rotor aubagé soumis aux balourds BP et HP est

TABLE 1 – Vitesses critiques directes du bi-rotor aubagé

Modes	Balourd BP	Balourd HP
1	1850	610
2	—	950
3	—	2110
4	—	1870

présentée sur la Figure 6. L’excitation de type balourd BP est une force constante dans le repère d’étude choisi alors que l’excitation de type balourd HP est une force harmonique vue du repère BP. La Figure 6 présente le déplacement maximal du rotor HP et celui en tête d’aube en fonction de la vitesse de rotation du rotor BP pour chacune des deux excitations structurales. Le balourd BP qui est placé sur le disque aubagé vaut $2,1 \cdot 10^{-4}$ kg.m et le balourd HP, placé sur le disque du rotor HP, vaut $1,5 \cdot 10^{-4}$ kg.m.

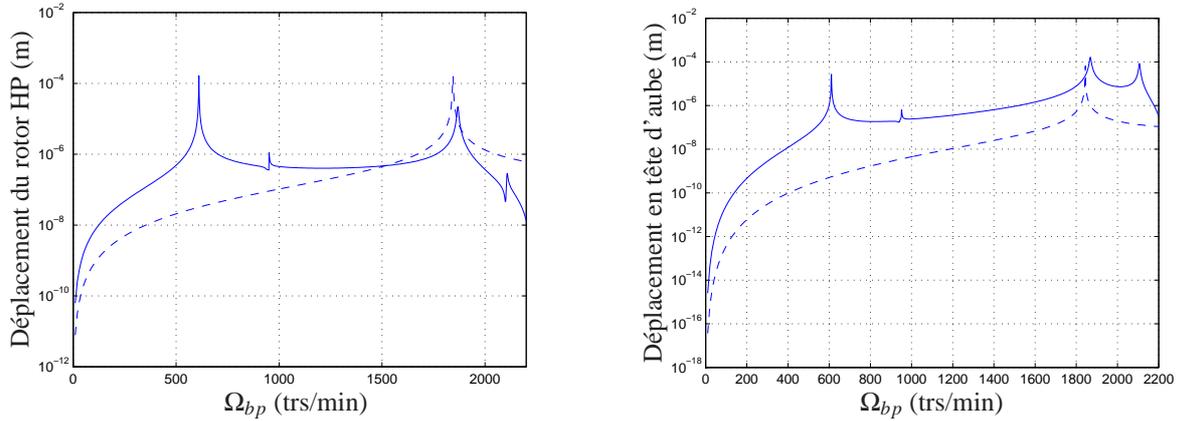


FIGURE 6 – Réponse linéaire du rotor HP à gauche, en tête d’aube à droite, aux excitations de type balourd BP (---) ou balourd HP (—)

4.3 Simulations non-linéaires

Dans le repère d’étude, le repère tournant BP, le balourd BP est une force constante alors que le balourd HP est une force harmonique, avec $\omega = \Omega_{hp} - \Omega_{bp}$ la fréquence fondamentale. Pendant la procédure de Galerkin, le balourd BP se décompose suivant la partie constante du vecteur harmonique $\mathbf{F}_{balourd_h}$ et le balourd HP est développé suivant les composantes harmoniques du même vecteur. Ainsi, la méthode de balance mono-harmonique suffit à rendre compte des excitations provenant des deux balourds.

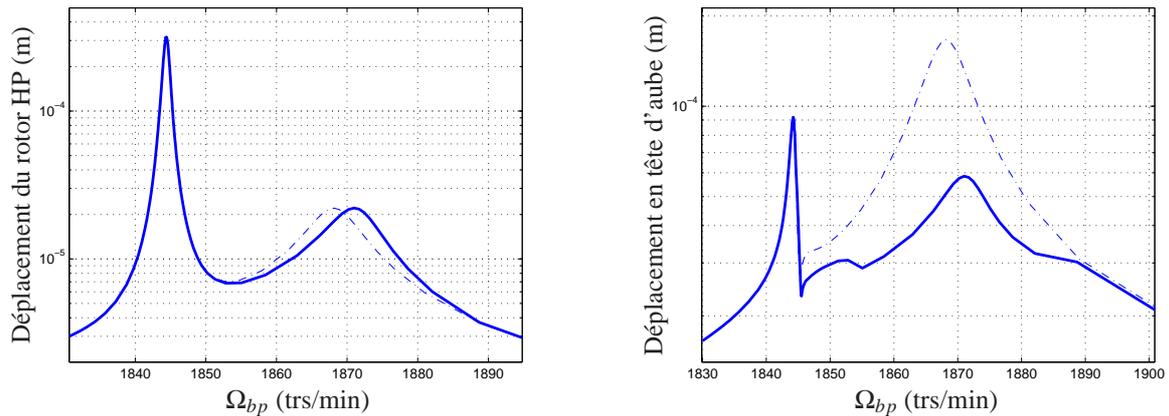


FIGURE 7 – Comparaison entre la réponse linéaire (- · -) et la réponse non-linéaire stable (—) sous excitation multi-harmonique (balourds HP et BP), zoom sur la plage $\Omega_{bp} = [1830; 1900]$ trs/min

La Figure 7 présente un zoom de la réponse non-linéaire du bi-rotor aubagé pour des vitesses de rotation comprises dans l’intervalle $\Omega_{bp} = [1830; 1900]$ trs/min. Sur cette plage de vitesse de rotation, le mode 1 de la structure est excité par le balourd BP et le mode 4 est excité par le balourd HP. Les valeurs de balourd sont identiques, le nombre d’harmoniques considérées dans les calculs est $N_h = 3$, le jeu pris en compte en tête d’aube a pour valeur $\delta = 30 \mu\text{m}$ et la raideur de contact vaut $k_c = 10^4$ N/m lorsque le jeu est consommé. Sur le premier pic de résonance à $\Omega_{bp} = 1845$ trs/min, les réponses linéaires et non-linéaires se superposent car la dynamique des aubes est négligeable sur le mode 1. En revanche, au niveau du pic de résonance du mode 4 à $\Omega_{bp} = 1870$ trs/min, qui est un mode fortement couplé, on constate que le jeu entre les aubes est consommé. Les effets non-linéaires se traduisent par une diminution de l’amplitude de vibration des aubes, et par une augmentation de la fréquence de résonance au niveau du rotor HP.

La Figure 8 présente un zoom de la réponse non-linéaire du bi-rotor aubagé pour des vitesses de rotation comprises dans l’intervalle $\Omega_{bp} = [2090; 2150]$ trs/min. Sur cette plage de vitesse de rotation, le mode 3, mode pur d’aube, est excité principalement par le balourd HP. Les paramètres du modèle sont les mêmes, excepté la raideur de contact qui vaut $k_c = 5.10^2$ N/m. La courbe de réponse en tête

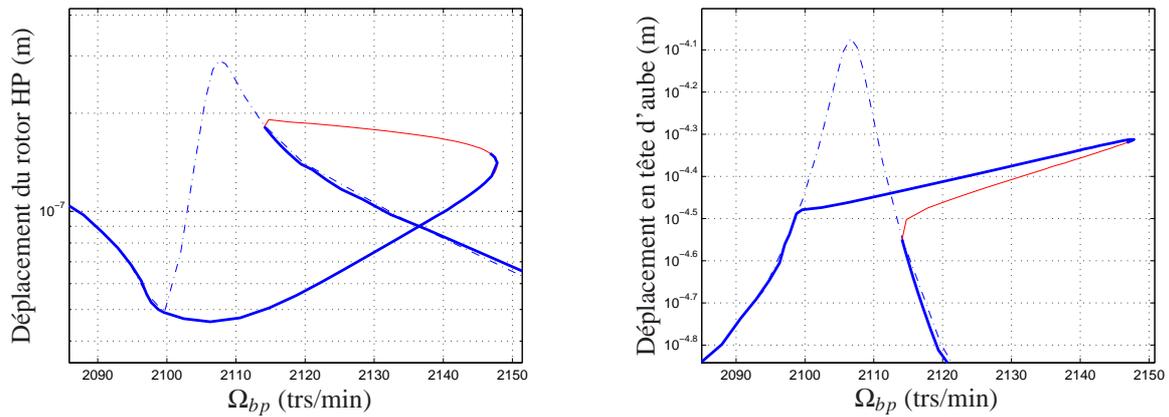


FIGURE 8 – Comparaison entre la réponse linéaire (- · -) et la réponse non-linéaire stable (—) et instable (—) sous excitation multi-harmonique (balourds HP et BP), zoom sur la plage $\Omega_{bp} = [2090; 2150]$ trs/min

d'aube permet de mettre en évidence la prise de contact à partir de la valeur de jeu qui a été introduite. Lorsqu'on se situe dans le contact, le comportement du système est dit raidissant, ce qui se traduit par une inclinaison du pic de résonance et une augmentation de la fréquence de résonance d'environ 2%. Les solutions instables de la courbe de réponse non-linéaire, représentées en rouge sur la Figure 8, ont également été identifiées par l'analyse des coefficients de Floquet.

5 Conclusion

Un modèle complet de bi-rotor incluant un modèle simplifié de roue aubagée a été développé dans le repère corotationnel. Ce modèle permet de mieux comprendre l'interaction entre la dynamique des aubes et celle des deux rotors au travers des couplages de modes qui ont été identifiés. D'autre part, l'étude du comportement de ce système complexe impliquant des non-linéarités a été menée avec diverses excitations de type balourd. La géométrie spécifique des aubes de turbine induit un contact avec jeu au niveau des têtes d'aube. La méthode de balance harmonique couplée avec une procédure AFT a été implémentée afin d'analyser le système bi-rotor aubagé avec la prise en compte d'une non-linéarité forte et non-régulière. L'influence des non-linéarités a été identifiée à travers un effet raidissant sur la courbe de réponse au voisinage des résonances.

Remerciements

Les auteurs remercient la Société Snecma - Groupe SAFRAN pour son soutien technique et financier. Ce travail s'inscrit dans le projet fédérateur MAIA de recherche et technologie en mécanique soutenu par le CNRS, l'ONERA et le groupe SAFRAN.

Références

- [1] M. Lalanne, G. Ferraris. *Rotordynamics Prediction in Engineering*, second ed. Wiley, 1997.
- [2] S. K. Sinha. *Dynamic characteristics of a flexible bladed-rotor with Coulomb damping due to tip-rub*, Journal of Sound and Vibration, vol. 273, no. 4-5, pp. 875-919, 2004.
- [3] J. Szwedowicz, R. Vasser, W. Sextro, P. A. Masserey. *On nonlinear forced vibration of shrouded turbine blades*, Journal of turbomachinery, vol. 130, 2008.
- [4] C. Pierre. *Mode localization and eigenvalue loci veering phenomena in disordered structures*, Journal of Sound and Vibration, 126(3) :485-502, 1988.
- [5] S. Narayanan, P. Sekar. *A frequency domain based numeric-analytical method for non-linear dynamical systems*, Journal of Sound and Vibration, vol. 211, n° 3, p. 409-424, 1998.
- [6] E. L. Allgower, K. Georg. *Introduction to Numerical Continuation Methods*, Springer-Verlag, 2003.
- [7] T. Cameron, J. Griffin, *An Alternating Frequency/Time domain method for calculating the steady-state response of non-linear dynamic systems*, Journal of Applied Mechanics, vol., p. 149-154, 1989.