



HAL
open science

Vers une stratégie multiéchelle temps-espace pour l'analyse des grands délaminages en dynamique transitoire

Chloé Dupleix-Couderc, Olivier Allix, Fabrice Gatuingt, Benoît Malherbe

► **To cite this version:**

Chloé Dupleix-Couderc, Olivier Allix, Fabrice Gatuingt, Benoît Malherbe. Vers une stratégie multi-échelle temps-espace pour l'analyse des grands délaminages en dynamique transitoire. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592904

HAL Id: hal-00592904

<https://hal.science/hal-00592904>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une stratégie multi-échelle temps-espace pour l'analyse des grands délaminages en dynamique transitoire

C. Dupleix-Couderc¹, O. Allix¹, F. Gatuingt¹, B. Malherbe²

¹ LMT, ENS Cachan, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex

² Airbus France, 316 route de Bayonne, 31060 Toulouse Cedex 03

Résumé — Les simulations industrielles actuelles de choc mou sur de grandes structures aéronautiques composite ne permettent pas de prédire correctement le délaminage sur de larges zones. Or l'utilisation d'un modèle matériaux plus réaliste pourrait répondre à cette problématique. Cependant, de tels modèles conduisent à un nombre de degrés de liberté et des temps de calcul prohibitifs. Pour réduire les coûts de calcul, une méthode multi-échelle est mise en place. L'objectif est de tirer parti des différentes échelles spatiales de la structure et des échelles temporelles associées aux phénomènes de dégradation du matériau.

Mots clés — dynamique, composite, calcul multi-échelle

1 Introduction

La part des matériaux composites dans les structures aéronautiques est en constante augmentation. Le recours à des simulations numériques fiables est nécessaire pour dimensionner ces structures, en particulier pour simuler leur comportement dans le cas de choc mou. Pour ce type de problème, le phénomène de dégradation le plus important est le délaminage, qui peut apparaître sur de très grandes surfaces de la structure. Une bonne estimation des zones délaminées est notamment cruciale pour prédire la tenue résiduelle de la structure après un tel choc. Les simulations numériques réalisées par les industriels utilisent classiquement des éléments de coques multi-couche et des critères de rupture de plis. Le délaminage n'est pas modélisé et les calculs sont alors valides jusqu'à apparition des premiers endommagements dans la structure. Les pas de temps de calcul associés à ces modèles sont de l'ordre de 10^{-4} ms.

Pour avoir une meilleure prédiction du délaminage, le recours à une modélisation à l'échelle méso-scopique est préférable. À cette échelle, le stratifié est considéré comme un empilement de plis élémentaires et d'interfaces endommageables [6]. Bien que permettant une meilleure représentation du délaminage, l'application de ce type de modélisation à des structures industrielles conduit à des calculs inabordables par les techniques actuelles. Pour une structure d'un mètre carré, composée de 40 plis, le modèle généré est d'environ 10 milliards de degrés de liberté et l'estimation du pas de temps associé est de 10^{-5} ms. L'objectif des travaux présentés ici est donc de mettre en place une méthode multi-échelle temps-espace permettant la résolution d'un problème d'impact sur une structure composite stratifiée de grande taille.

Les travaux dans ce sens ont porté sur plusieurs points. Du point de vue de la modélisation spatiale, l'étude des champs de contrainte issus de la théorie de Kirchhoff-Love [1] a conduit à la mise en place d'un élément de coque 3D permettant de représenter précisément déplacement et champ de contrainte. Cet élément peut de plus être enrichi aisément pour représenter une fissure dans l'épaisseur de la coque.

Les méthodes multi-domaines proposées dans [5] ont été adaptées au problème à traiter. L'application directe de cette approche conduit en effet à des modifications du maillage avec l'avancée du délaminage dans la structure. La première étape de la méthode en cours de développement vise quant à elle à enrichir la modélisation de la structure sans modifier le maillage initial par des approches semblables à [7] et [4]. Le côté multi-échelle en temps correspond à l'adaptation du pas de temps de calcul aux modèles utilisés.

L'objectif final est de pouvoir réaliser un calcul utilisant un maillage continu de la structure par des éléments de coque 3D, la prédiction du délaminage étant réalisé grâce à une modélisation plus fine

enrichissant localement les éléments de coque.

2 Application de la méthode multi pas de temps au suivi du délaminage

Dans un premier temps, la méthode multi pas de temps définie dans [3, 5] est adaptée au problème du suivi de délaminage dans un stratifié. Les exemples présentés sont des exemples 2D en déformations planes, pouvant être vus comme une coupe de la plaque impactée.

La structure considérée est présentée dans la figure 2. Elle est décomposée en 3 sous-domaines. Les plis de l'empilement sont maillés par des éléments Q4 et ont un comportement élastique. Des éléments d'interfaces sont placés entre les plis pour modéliser le délaminage. Dans ce but, une loi d'endommagement à taux limité est utilisée.

2.1 Équations du problème

La méthode multi pas de temps est basée sur une décomposition de domaine. Son intérêt est de pouvoir utiliser des discrétisations spatiales et temporelles différentes dans les différents sous-domaines. De plus, les paramètres β et γ des schémas de résolution de Newmark associés à chaque sous-domaine peuvent être différents. Entre les sous-domaines, la continuité des vitesses est imposée.

L'application de la méthode multi pas de temps conduit au système d'équations, discrétisées en espace et en temps, suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall k \in [1, s], (\mathbb{M}^k + \beta_k \Delta t_k \mathbb{K}^k) \{ \underline{\dot{U}} \}_{n_{k+1}} = \frac{\underline{F}_{n_{k+1}}^{ext} - \underline{F}_{n_{k+1}}^i}{-\mathbb{K}^k \{ \underline{P} \}_{n_{k+1}} + \mathbb{C}^k \{ \underline{\Delta} \}_{n_{k+1}}} \\ \sum_k \mathbb{C}^k \{ \underline{\dot{U}}^k \}_{n_{k+1}} = \underline{0} \end{array} \right. \quad (1)$$

où s représente le nombre de sous-domaines du problème, \mathbb{M}^k et \mathbb{K}^k les matrices masse et raideur du sous-domaine k , β_k et γ_k les paramètres du schéma de résolution de Newmark, Δt_k le pas de temps de calcul et \mathbb{C}^k la matrice de localisation renvoyant les degrés de liberté du sous-domaine k sur les frontières. Par la suite, on considérera toujours des schémas de résolution explicite ($\beta = 0$, $\gamma = 1/2$).

Le terme \underline{F}^i représente les efforts des éléments d'interface, qui sont fonction de l'endommagement dans l'interface. Pour un endommagement nul, les plis adjacents sont liés entre eux. Quand l'endommagement atteint la valeur 1, les plis sont séparés.

Pour la résolution, le problème est alors séparé en deux parties :

- Un problème d'équilibre local aux sous-domaines qui consiste à résoudre séparément dans chaque sous-domaine l'équation d'équilibre dynamique,
- Un problème d'équilibre global sur l'ensemble des frontières entre sous-domaines résultant de la continuité des vitesses sur les frontières entre sous-domaines.

La solution du problème global initial est la somme des solutions des deux problèmes découplés. Le système d'équation 1 devient alors :

$$\begin{aligned} \text{Problème libre : } \quad & \forall k \in [1, s], \mathbb{M}^k \underline{\dot{U}}_{n_{k+1}}^{Free} = \underline{F}_{n_{k+1}}^{ext} - \underline{F}_{n_{k+1}}^i - \mathbb{K}^k \underline{P}^k \\ \text{Problème lié : } \quad & \forall k \in [1, s], \mathbb{M}^k \underline{\dot{U}}_{n_{k+1}}^{Link} = \mathbb{C}^{kT} \underline{\Delta}_{n_{k+1}} \\ & \underline{\Delta}_{n_{k+1}} = \mathbb{H}^{-1} \underline{B}_{n_{k+1}} \end{aligned} \quad (2)$$

La matrice \mathbb{H} est une matrice globale sur l'ensemble de la structure et le vecteur $\underline{B}_{n_{k+1}}$ mesure l'écart des vitesses calculées pour le problème libre de part et d'autre de la frontière. On pourra noter que l'utilisation d'un schéma de résolution explicite permet de faire apparaître les efforts \underline{F}^i des interfaces uniquement dans le problème libre.

L'utilisation de maillages incompatibles et de pas de temps de calcul différents dans les sous-domaines nécessite un traitement particulier. D'une part, au niveau des frontières, une discrétisation de type mortar

est utilisée : la frontière est ainsi discrétisée sur le maillage le plus fin. D'autre part, les pas de temps de calcul dans les sous-domaines sont choisis tels que :

$$\forall k \in [1, s], \exists N_k \in \mathbb{N} \text{ tel que : } \begin{cases} \Delta t_k < \Delta t_k^c \\ \Delta t_k = N_k \min_s(\Delta t_s) = N_k \Delta t_{min} \end{cases} \quad (3)$$

La figure 1 illustre ce choix dans le cas de deux sous-domaines. Cette approche suppose que, sur l'échelle temporelle la plus fine, les vitesses sur les frontières pour l'ensemble des sous-domaines sont connues. Pour les domaines sur lesquels le pas de temps est plus grand, elles sont estimées par une interpolation linéaire en temps à partir des solutions calculées sur les pas de temps grossiers [2].

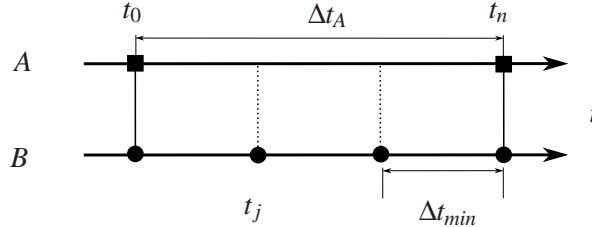


FIGURE 1 – Discrétisation temporelle pour deux sous-domaines A et B

2.2 Exemples

La structure considérée, présentée dans la figure 2, est soumise à un effort évoluant avec le temps appliqué en son centre. Elle est décomposée en 3 sous-domaines, maillés soit avec des éléments Q16 soit par le méso-modèle (c.f. figure 3). Les éléments Q16 possèdent des fonctions de forme cubique et 16 nœuds. Ils ont été définis de telle sorte qu'ils puissent donner une représentation précise des déplacements et des contraintes d'une coque.

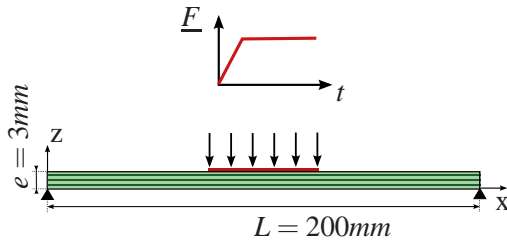


FIGURE 2 – Définition de l'exemple d'étude

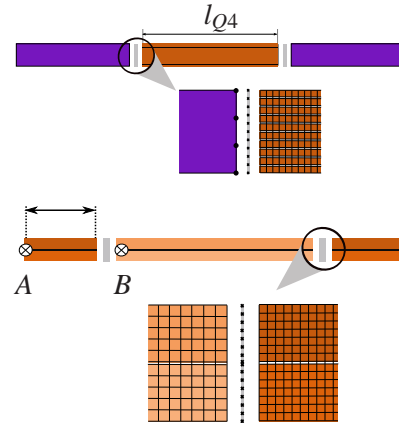


FIGURE 3 – Maillages utilisés : méso-modèle en orange, éléments Q16 en violet

2.2.1 Suivi de délaminage

Dans un premier temps, on ne considère que deux plis dans la structure. Les 3 sous-domaines sont maillés avec le méso-modèle. Pour ce problème, le délaminage s'initie au niveau des appuis puis se propage vers le centre de la structure. Le maillage est alors réalisé en utilisant un maillage fin dans les domaines des extrémités de la structure, et plus grossier dans le centre de la plaque.

On peut noter sur la figure 4 que les résultats sont similaires au calcul de référence aussi bien en termes de propagation dans la structure que d'évolution de l'endommagement dans l'interface.

Ces résultats montrent que le front de délaminage se propage d'un sous-domaine à l'autre. L'utilisation d'un maillage plus grossier au centre de la plaque permet de réduire le nombre de degrés de liberté.

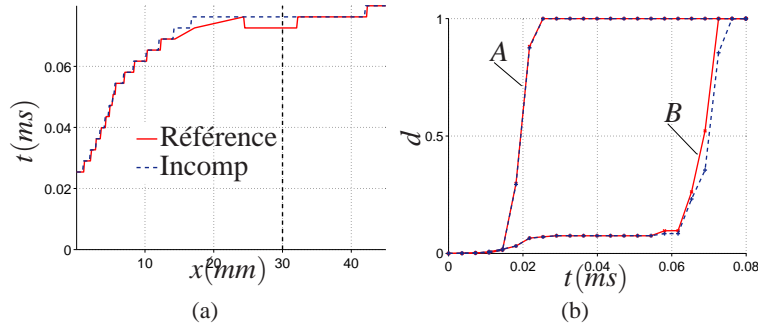


FIGURE 4 – Évolution du front de délaminage (a) et de l’endommagement aux points *A* et *B* (b) dans le cas de maillages incompatibles

Cependant, l’utilisation d’une modélisation macroscopique du stratifié permet d’obtenir une réduction plus importante.

2.2.2 Adaptation de la modélisation

Afin de réduire la taille du modèle, le méso-modèle n’est maintenant utilisé que dans la partie centrale de la structure, ie dans la zone où le délaminage s’initie puis se propage. Les sous-domaines des extrémités sont maillés par des éléments Q16. Plusieurs calculs sont menés en faisant varier la longueur de la zone centrale l_{Q4} . La figure 5 présente les résultats pour ces différents calculs. On pourra noter que pour une zone centrale suffisamment étendue, la prédiction de l’initiation du délaminage est similaire au calcul de référence. La prédiction de la propagation du délaminage dans la structure est cependant limitée : quand le front de délaminage atteint une frontière avec un domaine Q16, les résultats ne sont plus représentatifs. Une évolution de la modélisation est alors nécessaire pour poursuivre les calculs.

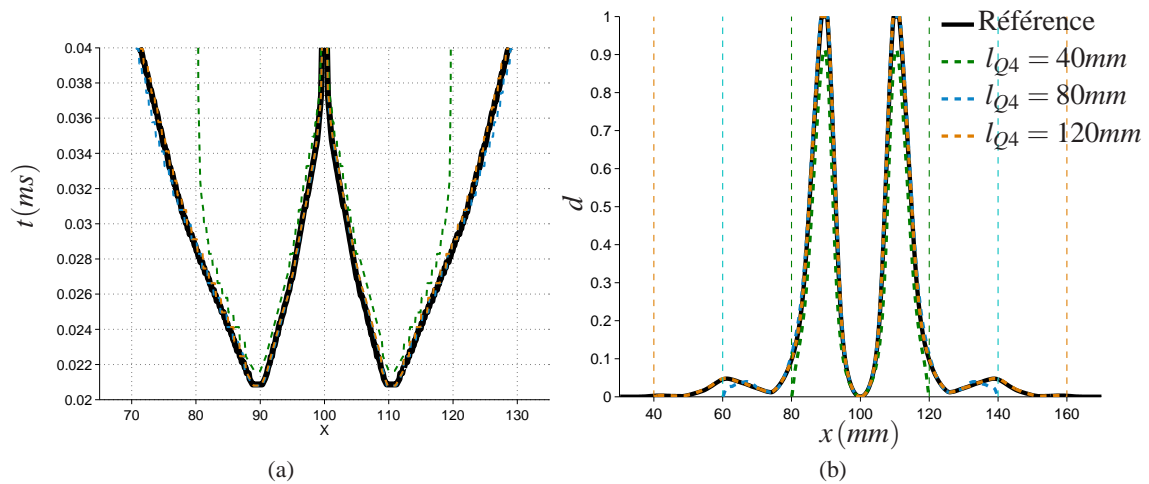


FIGURE 5 – Comparaison de l’avancée du front de délaminage (a) et de l’évolution de l’endommagement (b) dans l’interface médiane

Un indicateur judicieux pour opérer ce changement pourrait être la longueur de la process zone, ie la zone en cours de dégradation en front de délaminage. En effet, pour prédire avec précision le délaminage, une description correcte de cette zone est nécessaire.

L’utilisation de la méthode multi pas de temps pour prédire l’initiation et la propagation du délaminage conduit à des résultats similaires au calcul de référence. L’utilisation d’une modélisation macroscopique dans les zones de la structure ne subissant pas de dégradation permet de réduire les coûts de calcul tout en assurant une prédiction correcte de l’initiation. Le suivi de la propagation est cependant limité à la zone centrale de la plaque. Un changement de modélisation est alors nécessaire pour suivre le délaminage dans la totalité de la structure considérée, pouvant conduire à des processus de remaillage. Afin

de s'affranchir de ces méthodes qui peuvent être coûteuses en temps de calcul, une méthode utilisant un maillage global de type coque est proposée.

3 Mise en place d'une méthode multi-échelle temps-espace

L'objectif de la méthode présentée ici est de tirer parti de l'échelle de coque de la structure. Ainsi, un maillage de la totalité de la structure par des éléments de coque est réalisé. On dispose ainsi d'une représentation continue de la structure étudiée. Dans les zones d'intérêt, un maillage plus fin est superposé à ce maillage (c.f. figure 6).

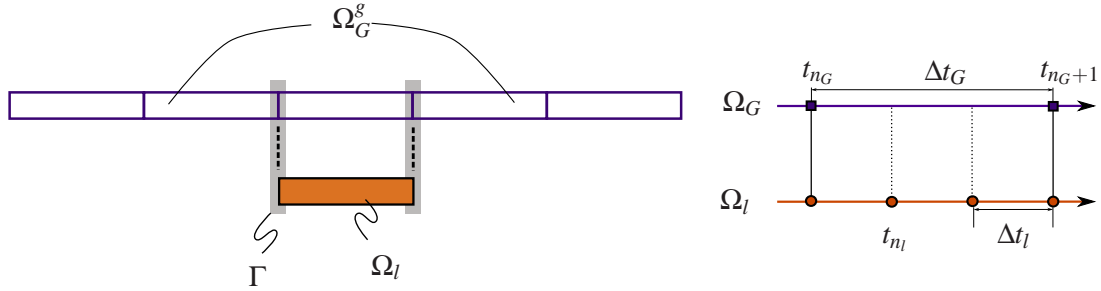


FIGURE 6 – Définition du problème multi-échelle considéré : maillages et discrétisations temporelles associées

Le couplage spatial des modèles est réalisé suivant une approche similaire à [4]. Plusieurs choix de modélisation sont faits. Tout d'abord, les patches maillés finement sont toujours coïncidents avec un élément de coque 3D du maillage global. Les frontières entre les maillages global et local sont orientées dans l'épaisseur de la coque. Autrement dit, le transfert d'information entre les deux modèles se fait uniquement dans l'épaisseur. Enfin, les efforts extérieurs et conditions aux limites sont appliqués uniquement sur le maillage global.

Ainsi, les informations transmises de l'échelle globale vers l'échelle locale doivent rendre compte de la cinématique globale de la structure. A l'inverse, les informations transmises depuis l'échelle locale vers l'échelle globale doivent refléter le changement de raideur éventuel de la structure, causé par le délaminage.

La gestion des échelles temporelles s'appuie sur les résultats présentés dans la partie précédente.

3.1 Équations générales

Les équations du problème sont similaires à l'équation 1. La principale différence réside dans le fait qu'une distinction est réalisée entre les sous-domaines. On dispose désormais d'un domaine "global" associé au maillage global de la structure, et de sous-domaines "locaux" associés aux patches. Les équations sont alors considérées séparément. Pour le problème décrit dans la figure 6, les équations s'écrivent alors :

$$\begin{cases} (\mathbb{M}^G + \beta_G \Delta t_G \mathbb{K}^G) \{ \dot{\underline{U}} \}_{n_G+1}^G = \underline{F}_{n_G+1}^{ext} - \mathbb{K}^G \{ {}^p \underline{U} \}_{n_G+1}^G + \underline{R}_{n_G+1}^G \\ (\mathbb{M}^l + \beta_l \Delta t_l \mathbb{K}^l) \{ \dot{\underline{U}} \}_{n_l+1}^l = -\mathbb{K}^l \{ {}^p \underline{U} \}_{n_l+1}^l + \underline{R}_{n_l+1}^l \\ \sum_k \mathbb{C}^k \{ \dot{\underline{U}} \}_{n_l+1}^k = \underline{0} \end{cases} \quad (4)$$

Les termes $\underline{R}_{n_G+1}^G$ et $\underline{R}_{n_l+1}^l$ renvoient aux informations transmises entre les deux échelles. De l'échelle globale vers l'échelle locale, les vitesses sur les frontières sont imposées au patch local. Le calcul d'un résidu d'équilibre entre les deux solutions permet alors de corriger la solution si nécessaire.

Pour le cas où $\Delta t_l = \Delta t_G$, la résolution du problème pour un pas de temps de calcul t_{n+1} est alors menée ainsi :

- 1 - Résolution du problème global à t_{n+1} : solution s_{n+1}^G

- 2 - Résolution du problème local à t_{n+1}
 - Solution du problème libre : solution $s_{n+1}^{l,F}$
 - Solution du problème lié, tel que $\dot{u}_{|\Gamma}^l = \dot{u}_{|\Gamma}^{G,p}$: solution $s_{n+1}^{l,L}$
 - Solution locale à t_{n+1} : s_{n+1}^l
- 3 - Évaluation de l'écart entre solution locale et globale
 - Calcul du résidu d'équilibre
 - Si nécessaire, calcul d'une correction et mise à jour de la solution globale. Retour à l'étape 2.
 - Sinon, avancée dans le calcul : $t = t_{n+2}$

Pour des pas de temps différents ($\Delta t_l = N\Delta t_G$), des itérations sont réalisées dans l'étape 2 sur les pas de temps du domaine local. La mesure de l'écart entre les solutions n'intervient que pour les pas de temps coïncidents. Comme pour la méthode multi pas de temps, les vitesses du domaine global sont estimées sur les pas de temps fins.

Afin d'assurer la stabilité des calculs, les pas de temps de calcul sont choisis de telle sorte que, dans chaque sous-domaine, ils soient inférieurs au pas de temps critique du maillage.

3.2 Illustrations

Les exemples présentés ici sont des cas test unidimensionnels permettant de valider l'approche proposée (c.f. figure 7). Le comportement dans les deux maillages est considéré comme élastique. Le module d'Young dans le maillage local est pris inférieur à celui du maillage global. Un échelon d'effort est appliqué en bout de poutre. Les calculs sont réalisés avec un schéma de Newmark explicite.

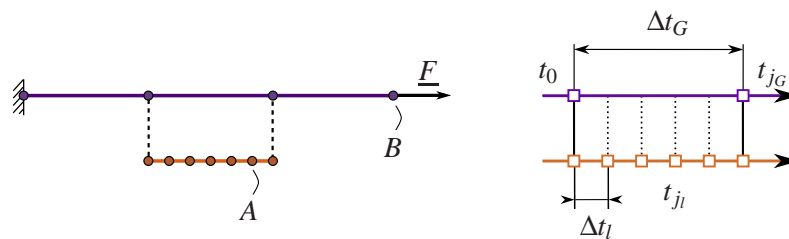


FIGURE 7 – Définition du cas test unidimensionnel : maillages et discrétisations temporelles

Les résultats cinématiques sont comparés avec le calcul de référence (c.f. figure 8), correspondant au maillage fin dans la zone de superposition, et au maillage global dans le reste de la structure. Les déplacements obtenus pour les deux nœuds considérés sont identiques à ceux du calcul de référence. En ce qui concerne les vitesses et accélérations, les solutions sont proches du calcul de référence.

Ces premiers calculs donnent des résultats encourageants. L'extension de la méthode au cas bi-dimensionnel, et son application à la prédiction du délaminage sont en cours de développement.

4 Conclusion

La méthode multi-échelle proposée ici vise à permettre la prédiction de macro-délaminages dans des structures industrielles. L'application de la méthode multi pas de temps à ce type de problème permet de réduire les coûts de calcul tout en conservant des résultats précis. L'utilisation d'une modélisation de type coque du stratifié dans les zones non dégradées de la structure constitue un point important de cette approche.

Néanmoins, la propagation du délaminage sur de grandes distances nécessite l'adaptation de cette méthode pour éviter des remaillages. L'approche proposée utilise ainsi un maillage de coque fixe au cours du calcul. L'activation de maillages fins dans les zones d'intérêt permet alors la prédiction de l'initiation puis le suivi du délaminage dans la structure.

La suite des travaux consistera à automatiser la procédure présentée ici, notamment l'activation de patches avec l'avancée du front de délaminage. De plus, la question de la désactivation des patches devenus

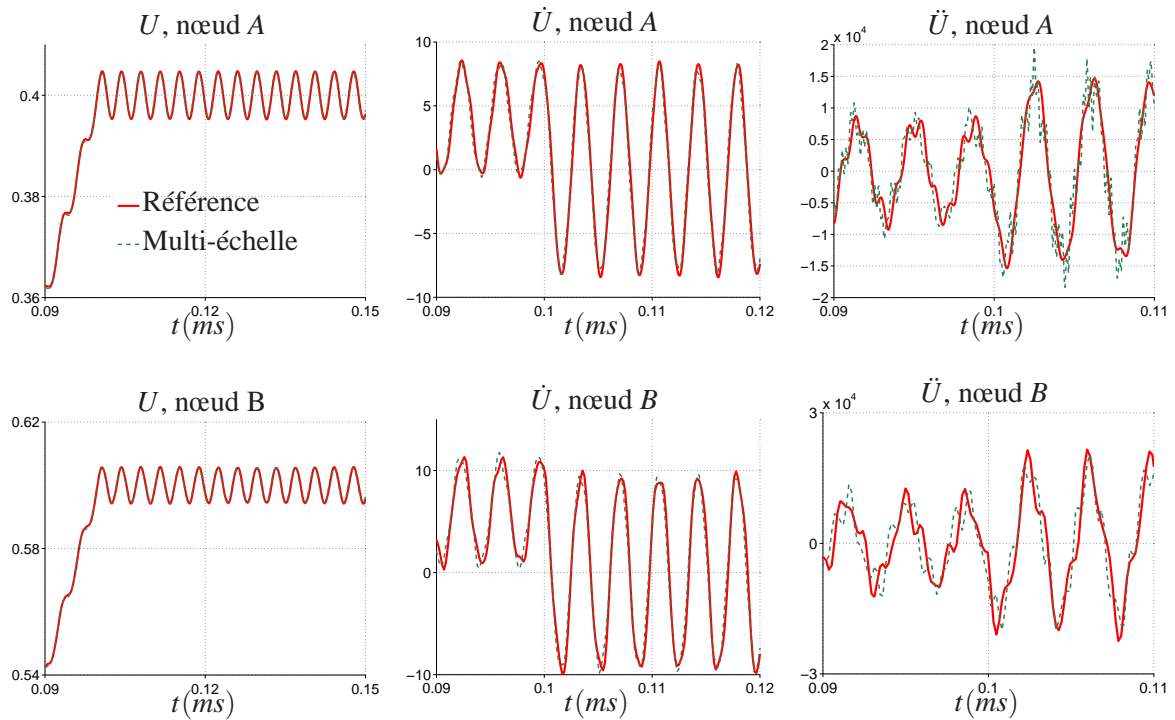


FIGURE 8 – Comparaison des quantités cinématiques avec le calcul de référence

inutiles est un point important à considérer pour ne pas faire exploser la taille des modèles manipulés. La représentation des délaminages apparus au cours du calcul devra alors être répercutée dans le maillage de coque.

Références

- [1] O. Allix et C. Dupleix-Couderc, *A plate theory as a mean to compute precise 3D solutions including edge effects and related issues*, in *New trends in thin structures : formulation, optimization and coupled problems*, Publisher Springer. Editor Pimenta and Wriggers, 2010.
- [2] T. Belytschko and H. J. Yen and R. Mullen, *Mixed methods for time integration*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 17 (259-275), 1979.
- [3] A. Combescure and A. Gravouil, *A time-space multi-scale algorithm for transient structural nonlinear problems*, *Mécanique & Industries*, 2 (43-55), 2001.
- [4] L. Gendre, O. Allix, P. Gosselet et F. Comte, *Non-intrusive and exact global/local techniques for structural problems with local plasticity*, *Computational Mechanics*, 44 (233-245), 2009.
- [5] A. Gravouil et A. Combescure, *Multi time step explicit-implicit method for non-linear structural dynamics*, *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 50 (199-225), 2001.
- [6] J-M. Guimard and O. Allix and N. Pechnik and P. Thévenet, *Characterization and modeling of rate effects in the dynamic propagation of Mode-II delamination in composite laminates*, *International Journal of Fracture*, 160 (55-71), 2009.
- [7] J. D. Whitcomb, *Iterative global/local finite element analysis*, *Computers and Structures*, 40 (1027-1031), 1991.