

Contrôle de l'erreur de discrétisation et adaptativité pour des calculs par décomposition de domaine

A. Parret-Fréaud¹, P. Gosselet¹, C. Rey¹

¹ LMT-Cachan, ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris, France, {apf,gosselet,rey}@lmt.ens-cachan.fr

Résumé — Nous présentons une stratégie permettant la vérification adaptative de calculs effectués dans un cadre sous-structuré. Une procédure parallèle d'estimation d'erreur au cours des itérations des solveurs FETI et BDD est développée et étudiée. Celle-ci permet d'accéder dans certains cas à une mesure pertinente de l'erreur de discrétisation bien avant convergence des solveurs par décomposition de domaine. Nous étudions ensuite plusieurs approches d'adaptativité reposant sur des remaillages séquentiels ou parallèles.

Mots clés — vérification, adaptativité, estimation d'erreur a posteriori, méthodes de décomposition de domaine sans recouvrement, FETI, BDD.

L'apparition des architectures de calcul de type « *cluster* » a entraîné un développement des techniques de calcul parallèle. Ainsi, en ingénierie mécanique, les méthodes reposant sur des *décomposition de domaine sans recouvrement*, telles FETI [1] et BDD [2, 3], sont particulièrement populaires. Elles permettent d'envisager des simulations numériques à grande échelle et leur utilisation à des fins de conception, mais également de certification dans le cadre du *virtual testing*. Cependant, ce dernier point nécessite la mise en place et l'utilisation de méthodes dédiées à la *vérification* des calculs afin de garantir que la solution d'un modèle numérique soit suffisamment proche de celle du modèle continu original. Pour se faire, une grande variété d'*estimateurs d'erreur* ont été développés durant les dernières décennies à partir d'approches reposant alternativement sur l'utilisation de résidus d'équilibres [4, 5], de lissage [6, 7] ou bien d'une mesure d'erreur sur la relation de comportement [8, 9]. A notre connaissance, malgré quelques références [10, 11], la littérature est encore assez pauvre en travaux tirant parti des deux aspects *calcul intensif* et *vérification* précités.

En s'appuyant sur l'utilisation de l'erreur en relation de comportement ainsi que sur un formalisme générique des approches par décomposition de domaine sans recouvrement [12], notre but à moyen terme réside dans le développement de procédures adaptatives intégrées permettant le calcul de problèmes mécaniques complexes et volumineux tout en respectant un objectif de précision donné.

Dans un premier temps, notre intérêt s'est porté sur l'estimation parallèle de l'erreur de discrétisation et son évolution en fonction de la convergence de la méthode de décomposition de domaine associée. La stratégie développée [13] repose sur la construction parallèle, au sein des approches FETI ou BDD, de champs de déplacement et de contraintes vérifiant, respectivement, la continuité et l'équilibre sur l'ensemble de la structure, et ce malgré la non vérification a priori des conditions de continuité et d'équilibre à l'interface entre les sous-domaines. Cela permet d'étendre l'erreur en relation de comportement au cas sous-structuré en préservant son caractère garanti et en s'affranchissant du développement d'une mesure de la non-vérification des conditions d'interface. En outre, l'exploitation des propriétés des préconditionneurs traditionnellement utilisés permet de limiter le surcoût numérique. Aux vues des différents tests effectués, l'estimateur parallèle apparaît fournir des résultats très proches de ceux obtenus par une approche séquentielle même en présence de champs de mauvaise qualité aux interfaces.

Dans un second temps, nous nous intéressons au développement de procédures d'adaptation de maillage à partir des contributions élémentaires à l'erreur de discrétisation globale. Pour cela, nous développons une stratégie reposant sur des remaillages successifs jusqu'à atteindre un objectif de précision donné en envisageant, d'une part, des procédures de remaillage séquentiel avec redécoupage des sous-domaines, et d'autre part, des procédures de remaillage parallèle sur chaque sous-domaine.

Références

- [1] C. Farhat and F. X. Roux. Implicit parallel processing in structural mechanics. *Computational Mechanics Advances*, 2(1) :1–124, 1994. North-Holland.
- [2] Patrick Le Tallec. Domain decomposition methods in computational mechanics. *Comput. Mech. Adv.*, 1(2) :121–220, 1994.
- [3] Jan Mandel. Balancing domain decomposition. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 9(3) :233, 1993.
- [4] I. Babuška and W. C. Rheinboldt. Error estimates for adaptive finite element computation. *SIAM ournal of Numerical Analysis*, 15(4) :736–754, 1978.
- [5] N. Pares, P. Diez, and A. Huerta. Subdomain-based flux-free a posteriori error estimators. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(4-6) :297, 2006.
- [6] O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu. The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. part 1 : The recovery technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33(7) :1331, 1992.
- [7] O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu. The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. part 2 : Error estimates and adaptivity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33(7) :1365, 1992.
- [8] P. Ladeveze and D. Leguillon. Error estimate procedure in the finite element method and applications. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 20(3) :485, 1983.
- [9] Pierre Ladevèze, Ludovic Chamoin, and Eric Florentin. A new non-intrusive technique for the construction of admissible stress fields in model verification. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(9-12) :766, 2010.
- [10] C. Bernardi, T. Chacón Rebollo, E. Chacón Vera, and D. Franco Coronil. A posteriori error analysis for two non-overlapping domain decomposition techniques. *Applied Numerical Mathematics*, 59(6) :1214, 2009.
- [11] M. Paraschivoiu. A posteriori finite element output bounds in three space dimensions using the feti method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(49-50) :6629, 2001.
- [12] Pierre Gosselet and Christian Rey. Non-overlapping domain decomposition methods in structural mechanics. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 13(4) :515, 2006.
- [13] A. Parret-Fréaud, C. Rey, P. Gosselet, and F. Feyel. Fast estimation of discretization error for fe problems solved by domain decomposition. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010.