



HAL
open science

Une technique de couplage non-intrusif et son application à la plasticité localisée

Lionel Gendre, Olivier Allix, Pierre Gosselet

► **To cite this version:**

Lionel Gendre, Olivier Allix, Pierre Gosselet. Une technique de couplage non-intrusif et son application à la plasticité localisée. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. <hal-00592900>

HAL Id: hal-00592900

<https://hal.science/hal-00592900v1>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Une technique de couplage non-intrusif et son application à la plasticité localisée

L. Gendre¹, O. Allix¹, P. Gosselet¹, F. Comte²

¹ LMT-Cachan, ENS Cachan/UPMC/CNRS/PRES UniverSud Paris, France, {gendre,allix,gosselet}@lmt.ens-cachan.fr

² Snecma Villaroche, France, francois.comte@sneema.fr

Résumé — Nous présentons une technique permettant de tester des modèles ou des solveurs innovants au sein de simulations industrielles existantes, sans modifier les logiciels ou les jeux de données utilisés. Cette technique consiste à créer un « patch » local séparé, contenant les améliorations souhaitées et muni de son propre code, et à le coupler au solveur industriel à l'aide d'un algorithme de couplage de codes non-intrusif utilisant les solveurs comme « boîtes noires ». Différentes variantes de cet algorithme sont présentées et leurs performances sont comparées.

Mots clés — Méthodes numériques, Fiabilité.

1 Introduction

Ces dernières années, de nombreuses techniques de modélisation et de résolution innovantes ont fait leur apparition dans le domaine du calcul des structures. Ces techniques, comme par exemple les éléments finis enrichis ou les méthodes multi-échelles, permettent de réaliser des simulations qui seraient beaucoup trop coûteuses à aborder avec des outils Eléments Finis (EF) conventionnels, aussi bien en termes informatiques qu'humains. Cependant, bien que ces techniques aient prouvé leur efficacité à maintes reprises sur des cas-tests académiques, elles sont rarement appliquées à des problèmes industriels réels. En effet, les nombreuses innovations contenues dans ces techniques les rendent généralement très difficiles à implanter au sein des logiciels de simulation EF du commerce, qui sont à la base de la plupart des environnements de calcul industriels. Ces difficultés proviennent principalement de l'extensibilité limitée des logiciels du commerce qui, souvent, ont un code source fermé et une architecture figée.

Le couplage non-intrusif [10, 11] a pour but de surmonter ces difficultés, et de permettre la mise en œuvre de techniques innovantes dans un environnement de calcul fermé. Cette approche s'appuie sur le constat que bien souvent, pour mener efficacement les simulations auxquelles sont confrontés les ingénieurs, *il n'y aurait nul besoin d'utiliser une technique innovante sur toute l'étendue de la structure*. En effet, les phénomènes les plus coûteux à modéliser et à simuler par éléments finis (généralement non-linéaires et/ou nécessitant un niveau de détail élevé), qui justifieraient l'emploi d'une telle technique, sont souvent *localisés* dans de petites régions : le comportement de la majeure partie de la structure peut tout à fait être simulé par des méthodes EF conventionnelles.

Par conséquent, l'idée essentielle du couplage non-intrusif est d'*améliorer une simulation industrielle existante*, basée sur un jeu de données EF complexe et un solveur du commerce, *par le biais d'un modèle local séparé* qui fait appel à son propre code externe. De cette façon, la simulation locale peut faire appel à des fonctionnalités qui seraient impossibles à implanter dans le solveur global. Le terme « non-intrusif » signifie qu'au cours du processus, ni les modèles ni les solveurs ne sont modifiés : ils sont utilisés comme « boîtes noires », et un script est utilisé pour lancer les calculs et échanger des déplacements et des efforts d'un solveur à l'autre. Il est ainsi possible d'introduire, de manière indirecte, toutes sortes d'innovations dans un environnement de calcul complètement fermé, tout en continuant à tirer parti des investissements déjà effectués (licences, mise en données...).

Naturellement, ce cadre non-intrusif présente un inconvénient : il implique de « vivre avec » les limitations du solveur EF commercial que l'on utilise. Cela signifie que l'efficacité du calcul n'est pas forcément optimale, par exemple si ce solveur n'est pas conçu pour effectuer du couplage de codes implicite (c'est-à-dire avec des itérations de couplage). La question de l'efficacité numérique d'une telle

stratégie non-intrusive reste donc assez ouverte, et dépend fortement du cas étudié. Cependant, nous allons voir que si l'on se donne la peine d'adapter la stratégie de couplage aux possibilités des solveurs dont on dispose, les coûts peuvent être fortement réduits ; les performances deviennent alors tout à fait raisonnables en regard des possibilités offertes par un tel outil. Surtout, ce cadre permet de réaliser des simulations enrichies pour lesquelles aucun code de calcul « monolithique » n'existe à l'heure actuelle.

Le reste de cet article est organisé comme suit. La Section 2 expose les idées essentielles du couplage non-intrusif. La Section 3 détaille quelques pistes explorées pour améliorer l'efficacité du calcul. Enfin, la Section 4 présente l'application de cette stratégie à des problèmes de plasticité localisée.

2 Les principes généraux du couplage non-intrusif

La stratégie de simulation proposée ici part d'un modèle « industriel » existant, analysé par un solveur EF du commerce ; son comportement est supposé complètement linéaire (élasticité linéaire en petites perturbations sans contacts unilatéraux) et statique. Ce modèle est appelé *modèle global* et est schématisé sur la Figure 1(a), avec son chargement et ses conditions aux limites.

Supposons qu'en réalité, des phénomènes non-linéaires puissent se produire dans une petite région de la structure Ω , notée Ω_I et appelée *zone d'intérêt* ; dans la région restante $\Omega_C = \Omega \setminus \Omega_I$, appelée *zone complémentaire*, le modèle global est supposé valide. Afin de prendre en compte ces non-linéarités, nous souhaitons utiliser une modélisation et/ou une technique de résolution innovantes qui ne peuvent pas être implantées au sein du solveur global, comme nous l'avons expliqué en introduction. De plus, nous supposons que ces phénomènes pourraient avoir une résolution spatiale très fine, voire être gouvernés par des petits détails structurels locaux (comme des trous ou des fissures) qui ne sont pas représentés dans le maillage global.

Par conséquent, nous proposons de définir un *modèle local* séparé, limité à Ω_I seul, qui contient toutes les améliorations désirées et qui est analysé par son propre solveur non-linéaire, distinct du solveur global. Ce modèle est schématisé sur la Figure 1(b). Dans cet article, nous supposons qu'il possède une formulation EF standard et qu'il est géométriquement et cinématiquement compatible avec le modèle global sur l'interface $\Gamma = \Omega_I \cap \Omega_C$. Cependant, il s'agit d'une simplification et non d'une limitation fondamentale de la méthode, et il serait tout à fait possible d'utiliser des discrétisations non compatibles à condition de définir des opérateurs de transfert appropriés (par exemple, par une technique Mortar [4]).

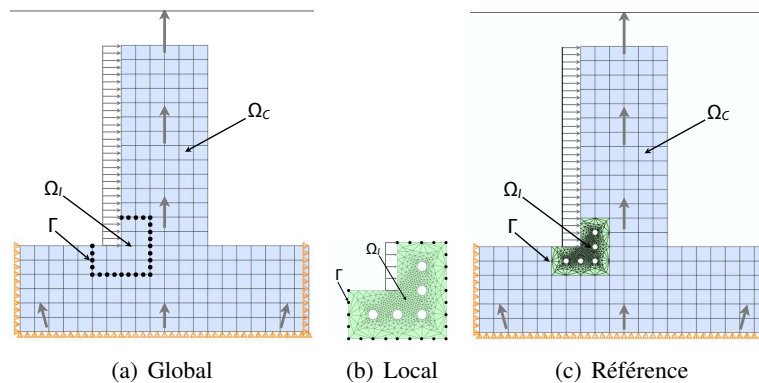


FIGURE 1 – Problèmes global, local et de référence.

Ces modèles sont le point de départ du couplage non-intrusif. Les sections suivantes présentent les deux idées principales de la méthode.

2.1 Substitution par morceaux

Bien que les deux modèles se recouvrent, et contrairement aux approches par « patches » classiques [2, 3, 7, 9] qui définissent la solution comme la somme d'un terme global et d'un terme local, nous nous inspirons plutôt des formulations *sans recouvrement*, comme celles utilisées en interaction fluide-structure [21], dans certaines simulations multi-échelles [23] et en décomposition de domaine non-linéaire [6, 20]). En effet, ces formulations se traduisent par des couplages surfaciques et non volu-

miques, plus simples à mettre en œuvre, et se prêtent mieux à un traitement séparé de la non-linéarité, susceptible d'abaisser les coûts du calcul [6].

Par conséquent, nous souhaitons *éliminer le recouvrement de la formulation*. Pour ce faire, nous définissons le *problème de référence* que nous souhaitons résoudre par la *substitution par morceaux* du modèle local dans le modèle global, comme le montre la Figure 1(c). De façon similaire, la solution de ce problème est cherchée en substituant par morceaux la solution locale dans la solution globale, ce qui s'écrit :

$$s|_{\Omega_I} = s^L \quad \text{et} \quad s|_{\Omega_C} = s^G \quad (1)$$

où s est l'ensemble des champs solutions (*ie.* le champ des déplacements et le champ des contraintes de Cauchy) et où les exposants G et L indiquent respectivement des quantités appartenant au modèle global et au modèle local. En d'autres termes, la partie de la solution globale « cachée sous » la solution locale n'est *pas conservée* : *le recouvrement est éliminé des équations*.

Selon cette définition, la solution du problème de référence peut être obtenue à l'aide des deux modèles, en cherchant deux solutions s^L et s^G vérifiant les trois conditions suivantes.

1. s^L **doit vérifier chaque équation écrite dans Ω_I et sur $\partial\Omega_I \setminus \Gamma$** . Compte tenu de la nature surfacique du couplage, il est commode d'écrire cette condition sous une forme *condensée sur l'interface* ; cela est possible à condition que le problème local possède une solution unique sous une condition de Dirichlet donnée (c'est le cas, par exemple, si la relation de comportement possède un écrouissage positif). En notant \mathbf{u}^L le vecteur colonne des déplacements nodaux d'interface du modèle local et λ^L le vecteur des efforts nodaux de réaction correspondants, cela s'écrit alors :

$$\mathbf{h}^L(\mathbf{u}^L) = \lambda^L \quad (2)$$

où l'opérateur \mathbf{h}^L est le complément de Schur non-linéaire du problème local qui associe, à un champ de déplacements d'interface \mathbf{u}^L donné, les efforts de réaction correspondants. Cet opérateur représente, de manière formelle, le comportement du modèle local.

2. **La restriction de s^G dans Ω_C doit vérifier chaque équation écrite dans Ω_C et sur $\partial\Omega_C \setminus \Gamma$** . Comme précédemment, en notant \mathbf{u}^G les déplacements des nœuds d'interface du modèle global et λ_C^G les efforts de réaction associés pris du côté de la zone complémentaire (Γ est une surface *intérieure* au modèle global !), cela s'écrit sous forme condensée :

$$\mathbf{S}_C^G \mathbf{u}^G - \mathbf{b}_C^G = \lambda_C^G \quad (3)$$

où l'opérateur \mathbf{S}_C^G est le complément de Schur (linéaire) de la zone complémentaire du modèle global (d'où l'indice C) et où \mathbf{b}_C^G est le second membre condensé associé.

3. s^L et s^G **doivent correspondre sur Γ** , ce qui s'écrit ici :

$$\mathbf{u}^L = \mathbf{u}^G \quad (4)$$

$$\lambda^L + \lambda_C^G = 0 \quad (5)$$

Cet ensemble d'équations est appelé la *formulation globale/locale* et sa solution est, de manière triviale, la solution de référence (en supposant cette dernière unique !). Les équations (4) et (5) définissent un *couplage surfacique* entre les deux modèles. Une forme continue de ces équations est donnée dans [10].

Du point de vue du calcul, un avantage crucial de cette formulation est la possibilité d'utiliser un *solveur local non-linéaire* pour traiter la non-linéarité du modèle local, au lieu de devoir compter uniquement sur des itérations globales ; ce principe, utilisé dans [6, 20] en présence de non-linéarités localisées mais prononcées, peut mener à des gains considérables en temps de calcul.

2.2 Couplage itératif

Pour coupler les modèles et résoudre la formulation globale/locale, on peut imaginer de nombreuses méthodes. Afin d'obtenir une solution exacte de manière non-intrusive à un coût raisonnable, l'utilisation d'un *algorithme itératif* est le choix le plus pertinent, comme d'anciens travaux sur l'analyse

globale/locale le suggéraient déjà [17, 22]. Pour être en accord avec le cadre non-intrusif, cet algorithme doit consister uniquement à calculer les réponses des différents modèles à des chargements imposés sur l'interface ; aucun accès aux matrices et autres variables internes des solveurs ne doit être nécessaire. Afin de satisfaire ces exigences, nous avons choisi une simple *méthode de Newton modifiée* portant sur les quantités d'interface. Cette méthode est initialisée par une première simulation globale, puis chaque itération comporte trois étapes, listées ci-dessous.

1. **Analyse locale** : on résout le problème local (2) sous une condition aux limites (sur Γ) tirée de la solution globale courante $(\mathbf{u}^G, \lambda_C^G)$. Cette condition peut être la continuité des déplacements (4), l'équilibre des efforts nodaux (5), ou une combinaison linéaire des deux, comme expliqué ci-dessous. Cette résolution permet de calculer la solution locale $(\mathbf{u}^L, \lambda_C^L)$.

Par exemple, si l'on utilise un raccord en déplacements ($\mathbf{u}^L = \mathbf{u}^G$), l'analyse locale retournera un effort de réaction λ^L égal à :

$$\lambda^L = \mathbf{h}^L(\mathbf{u}^G) \quad (6)$$

2. **Calcul du résidu et test de convergence** : on calcule un vecteur \mathbf{r} nommé *résidu*, défini sur les degrés de liberté de l'interface. Ce vecteur mesure la non-vérification des équations de couplage (4) et (5). Par exemple, si l'on utilise un raccord en déplacement, ce résidu sera égal à la somme des deux efforts de réaction sur l'interface :

$$\mathbf{r} = \lambda^L + \lambda_C^G \quad (7)$$

Pour extraire λ_C^G de la solution globale courante (il s'agit d'un effort nodal *intérieure*), on peut soit utiliser un post-traitement classique (intégration des contraintes élément par élément au bord de l'interface), soit faire appel à un modèle linéaire auxiliaire dont on calcule les efforts de réaction sous les déplacements imposés \mathbf{u}^G , ce qui revient à appliquer (3).

Une fois le résidu calculé, on teste la convergence en calculant sa norme. Si celle-ci est suffisamment faible, on stoppe les itérations.

3. **Correction globale** : dans le cas contraire, le résidu est envoyé au solveur global en tant que chargement d'interface supplémentaire. On résout alors un problème global correctif, chargé uniquement par le résidu (c'est-à-dire que tous les autres efforts et déplacements imposés sont mis à zéro). Cela s'écrit de manière condensée :

$$\Delta \mathbf{u}^G = [\mathbf{S}^G]^{-1} \mathbf{r} \quad (8)$$

où \mathbf{S}^G désigne le complément de Schur du modèle global complet. Enfin, le terme correctif $\Delta \mathbf{u}^G$ est ajouté à la solution globale courante et on reprend depuis l'étape 1, jusqu'à la convergence.

Cette classe d'algorithmes possède deux propriétés importantes. Premièrement, il est facile de montrer que si l'algorithme converge, alors la solution définie par substitution (1) tend vers la solution de référence [10, 11]. En d'autres termes, la technique de couplage est *fiable* : l'erreur commise peut être estimée *via* la norme des résidus et réduite autant que voulu. Deuxièmement, la méthode est bien *non-intrusive* puisque les solveurs sont utilisés en tant que boîtes noires, et que les données des modèles ne sont jamais modifiées. Elle demande uniquement d'envoyer des conditions aux limites au solveur local ou des chargements supplémentaires au solveur global, de lancer des calculs, et de récupérer des déplacements ou des efforts nodaux sur l'interface ; pour la plupart des solveurs EF du commerce, il s'agit d'opérations de routine. Beaucoup de ces solveurs sont fournis avec des *langages de script* de haut niveau et des fonctions permettant d'effectuer facilement ces opérations ; par conséquent, la programmation de cet algorithme ne devrait représenter aucune difficulté. A titre d'exemple, le script Python réalisant ce couplage entre deux instances d'Abaqus compte moins de 200 lignes.

3 Optimisation de l'efficacité du calcul

L'algorithme présenté au paragraphe précédent étant une méthode de Newton modifiée, il tend naturellement à être lent lorsque la non-linéarité du modèle local devient prononcée, ou plus généralement lorsque les rigidités des deux représentations de la zone d'intérêt sont trop différentes. Afin d'obtenir une efficacité numérique raisonnable, deux pistes ont été explorées.

3.1 Choix de la condition aux limites de l'analyse locale

La première piste est le choix du type de la condition aux limites utilisée lors de l'analyse locale, pour « raccorder » la solution à la solution globale courante. La plus simple de ces conditions est une condition en déplacement ; ce choix conduit à une solution cinématiquement admissible et, pour cette raison, est largement utilisé en analyse globale/locale [5, 17, 22] ou multi-échelles [8, 19], et de nombreux logiciels EF du commerce possèdent des fonctions permettant d'effectuer ce type de raccord entre deux analyses. Des algorithmes utilisant cette condition ont été étudiés dans [10] pour le cas de la plasticité locale.

Cependant, imposer un champ de déplacements n'est pas forcément la façon la plus réaliste de rendre compte de l'influence du reste de la structure au niveau de l'analyse locale : il est bien connu que les conditions aux limites mixtes, et particulièrement les *conditions de Robin*, peuvent être plus efficaces. Ces conditions ont été testées dans le domaine de l'analyse globale/locale [12, 13] et largement étudiées dans les méthodes de décomposition de domaine [14, 16]. Elles consistent à imposer une *combinaison linéaire de la continuité des déplacements (4) et de l'équilibre des efforts (5)* :

$$\mathbf{A} (\mathbf{u}^L - \mathbf{u}^G) + (\lambda^L + \lambda^G) = 0 \quad (9)$$

où \mathbf{A} est une matrice carrée définie sur les degrés de liberté d'interface, homogène à une raideur, et un paramètre de la méthode.

Le choix de cette matrice impacte énormément l'efficacité : intuitivement, \mathbf{A} représente l'« impédance mécanique » de ce qui est censé se trouver de l'autre côté de l'interface, et il est bien connu qu'idéalement \mathbf{A} devrait être égal à \mathbf{S}_C^G , le complément de Schur de la zone complémentaire. Or, calculer \mathbf{S}_C^G revient à condenser statiquement la zone complémentaire. Sur de grands modèles 3D, cette opération serait beaucoup trop coûteuse à réaliser de manière exacte, et il faut donc se contenter d'une approximation de \mathbf{S}_C^G . Pour construire une telle approximation, il existe deux approches utilisables dans le contexte du couplage non-intrusif :

- les *approximations « courte distance »* qui consistent à réduire la taille du domaine, c'est-à-dire à ne condenser qu'une fine couche d'éléments adjacente à l'interface (Figure 2(a)) ; ce principe est couramment utilisé pour construire des préconditionneurs dans les méthodes de décomposition de domaine ;
- les *approximations « longue distance »* qui consistent à réduire le rang de la matrice, c'est-à-dire à ne soumettre le sous-domaine qu'à des chargements d'interface « macroscopiques » bien choisis (Figure 2(b)) ; ce principe est couramment utilisé dans l'homogénéisation multi-échelles.

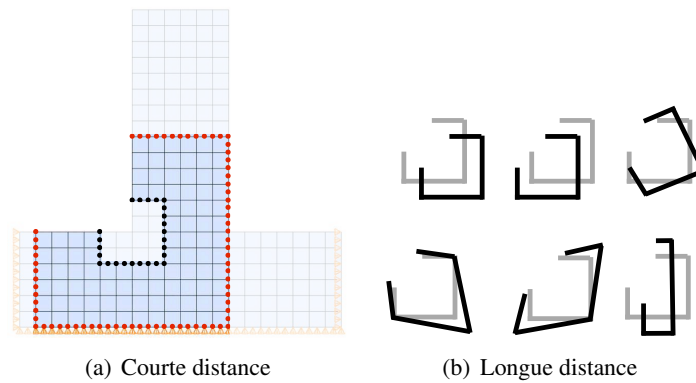


FIGURE 2 – Approximations du complément de Schur : approches à courte distance (une couche de 4 éléments de la zone complémentaire adjacente à l'interface) et à longue distance (un exemple de base « macroscopique » : des champs de déplacements affines sur l'interface).

L'expérience montre que prises séparément, ces deux approches ne permettent pas d'obtenir une accélération significative de la convergence. Cependant, dans [11], nous avons proposé de les combiner pour construire une *approximation à deux échelles* du complément de Schur. Cette approximation repose sur une décomposition des efforts d'interface inspirée du principe de Saint-Venant [15] : on définit un sous-espace « micro » ne contenant que des efforts à résultantes et moments nuls, analysés sur une fine couche d'éléments (Figure 2(a)), et un sous-espace « macro » de faible rang (Figure 2(b)), pouvant

être analysé sur le modèle complet. Ce mode opératoire a permis de construire des approximations de S_C^G relativement peu coûteuses à obtenir et qui, utilisées dans la condition de Robin (9), mènent à une convergence en deux ou trois itérations seulement.

3.2 Amélioration de la correction globale

L'autre piste explorée pour améliorer les performances de la méthode est de jouer sur la correction globale, de sorte à obtenir un algorithme plus efficace qu'une méthode de Newton modifiée. Dans [10], une *mise à jour quasi-Newton* basée sur la formule SR1 (pour *Symmetric Rank 1*) a été proposée. Cette mise à jour est non-intrusive, c'est-à-dire que ce n'est pas la *matrice* du système (8) qui est mise à jour, mais directement sa *solution*, grâce à l'emploi de techniques d'algèbre linéaire adaptées (la formule de Sherman-Morrison [1]). Par conséquent, aucune modification du modèle global et aucun accès à sa matrice de rigidité ne sont nécessaires. Cette technique accélère considérablement la convergence des échanges, et le surcoût par itération est négligeable : en effet, les méthodes quasi-Newton étant basées sur une réutilisation des itérés précédents, aucun appel supplémentaire à l'un ou l'autre des solveurs n'est nécessaire [18].

4 Exemple : introduction d'une zone plastique localisée

Considérons le cas-test 3D représenté sur la Figure 3 ; il s'agit d'une aube de turbine schématisée fournie par notre partenaire industriel Snecma, prenant la forme de deux modèles analysés par le solveur EF généraliste Abaqus/Standard. Le modèle global est élastique linéaire et comporte 500.000 degrés de liberté (ddl) ; le modèle local est élasto-plastique avec écrouissage isotrope linéaire et comporte 80.000 ddl. Le chargement est appliqué en un unique incrément à cause de limitations logicielles, et son intensité est telle que la limite élastique est légèrement dépassée dans la zone d'intérêt. Sur ce cas-test, les deux géométries et les deux maillages sont identiques : seul le comportement du matériau est modifié. L'interface comporte quant à elle 6.400 ddl.

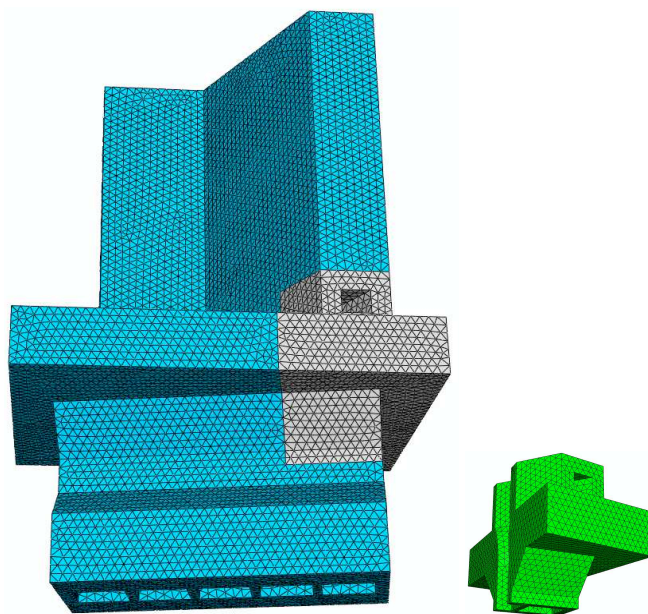


FIGURE 3 – Maillages global et local sur le cas-test 3D

Les algorithmes de couplage ont été programmés sous la forme de scripts Python couplant les deux instances d'Abaqus ; l'approche étant non-intrusive, aucune modification des jeux de données fournis par Snecma et aucun développement interne à Abaqus (subroutines...) n'ont été nécessaires. Afin de tester les algorithmes, nous avons construit et résolu le problème de référence puis calculé, à chaque itération, l'erreur relative portant sur la déformation plastique cumulée maximale (par rapport à sa valeur de référence). Nous avons choisi cette quantité particulière car elle est dimensionnante sur une véritable aube de turbine (elle intervient dans la détermination de la durée de vie), et car l'expérience montre

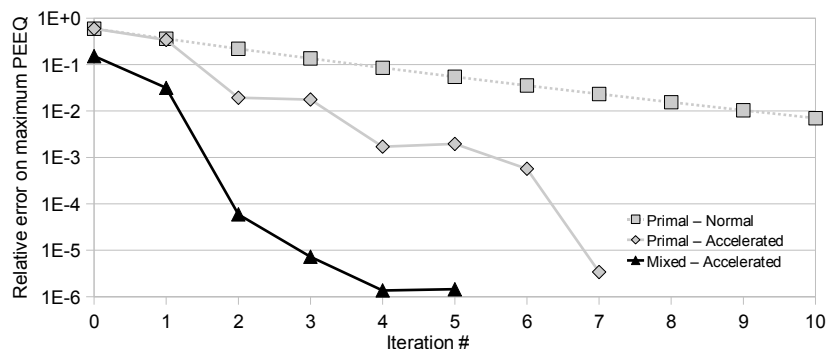


FIGURE 4 – Convergence des déformations plastiques cumulées maximales

qu'elle est extrêmement sensible à la justesse de la condition aux limites appliquée sur le modèle local (bien plus que les contraintes, par exemple).

L'évolution de cette erreur relative au cours des itérations est présentée sur la Figure 4, pour trois variantes de l'algorithme : avec des déplacements imposés (version primale) ou avec une condition de Robin utilisant l'approximation à deux échelles du complément de Schur (version mixte), avec ou sans accélération quasi-Newton. On constate que la version « basique » de l'algorithme (déplacements imposés sans accélération, correspondant à la version présentée dans la Section 2.2) converge relativement lentement, mais que les deux autres variantes sont beaucoup plus rapides : une erreur inférieure à 1%, valeur courante dans les simulations industrielles, est atteinte en 2 ou 4 itérations seulement.

La Figure 5 montre la carte des déformations plastiques cumulées à la première itération (en déplacement imposé), et à la convergence. On voit bien la sensibilité de cette quantité à la condition aux limites locale : à la première itération, les déformations plastiques sont sous-estimées de plus de 50% ! Cela montre au passage que les approches purement descendantes (global puis local), souvent employées dans l'industrie sous divers noms (zoom structural, *submodelling*...), n'offrent aucune garantie sur l'exactitude des résultats obtenus ; l'algorithme de couplage présenté ici constitue une extension naturelle de ces approches et offre une sécurité supplémentaire en permettant de contrôler les résultats à peu de frais — et, si nécessaire, de les améliorer.

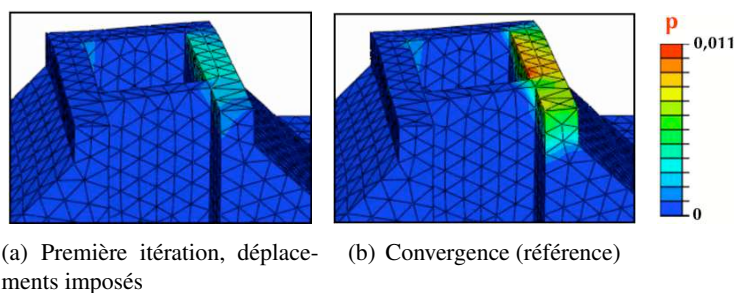


FIGURE 5 – Carte des déformations plastiques cumulées à la première itération et à la convergence

5 Conclusion

Nous avons proposé une méthode de couplage permettant d'enrichir un modèle EF linéaire à l'aide d'un modèle local comportant une géométrie raffinée et une équation de comportement non-linéaire. L'approche étant non-intrusive, elle permet d'associer un solveur EF industriel à un code de recherche « maison ». Son efficacité peut être améliorée par l'utilisation de conditions aux limites pertinentes sur le modèle local et par des techniques d'accélération, qui ont été validées sur un grand problème 3D d'origine industrielle dans le cas de la plasticité locale. Les travaux en cours concernent le couplage entre plaques et modèles 3D, le traitement local de multiples pas de chargement, l'application à des problèmes d'endommagement tels que le délaminage des composites et à des problèmes de contact unilatéral dans les deux modèles.

Références

- [1] M.A. Akgün, J.H. Garcelon, R.T. Haftka. *Fast exact linear and nonlinear structural reanalysis and the Sherman-Morrison-Woodbury formulas*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **50** :1587–1606, 2001.
- [2] I. Babuska, B. Andersson. *The splitting method as a tool for multiple damage analysis*, SIAM Journal of Scientific Computing, **26(4)** :1114–1145, 2005.
- [3] H. Ben Dhia. *Multiscale mechanical problems : the Arlequin method*, Comptes-rendus de l'Academie des Sciences, **326** :899–904, 1998.
- [4] C. Bernardi, Y. Maday, A.T. Patera. *A new nonconforming approach to domain decomposition : the mortar element method*. In : Brézis H, Lions JL (eds) Nonlinear partial differential equations and their applications, Collège de France seminar. Pitman, London, 1991.
- [5] N.G. Cormier, B.S. Smallwood, G.B. Sinclair, G. Meda. *Aggressive submodelling of stress concentrations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **46** :889–909, 1999.
- [6] P. Cresta, O. Allix, C. Rey, S. Guinard. *Nonlinear localization strategies for domain decomposition methods : application to post-buckling analyses*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **196(8)** :1436–1446, 2007.
- [7] A. Düster, E. Rank, G. Steinl, >. Wunderlich. *A combination of an h- and a p-version of the finite element method for elastic-plastic problems*. In : Wunderlich W (ed) ECCM '99. CD-ROM proceedings of the European Conference on Computational Mechanics. Munich, 1999.
- [8] F. Feyel, J.L. Chaboche. *FE² multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behavior of long fiber SiC/Ti composite materials*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **126** :17–38, 2000.
- [9] J. Fish. *The s-version of the finite element method*, Computers and Structures, **43(3)** :539–547, 1992.
- [10] L. Gendre, O. Allix, P. Gosselet, F. Comte. *Non-intrusive and exact global/local techniques for structural problems with local plasticity*, Computational Mechanics, **44(2)** :233–245, 2009.
- [11] L. Gendre, O. Allix, P. Gosselet. *A two-scale approximation of the Schur complement and its use for non-intrusive coupling*, à paraître dans International Journal for Numerical Methods in Engineering.
- [12] I. Hirai, B.P. Wang, W.D. Pilkey. *An efficient zooming method for finite element analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **20** :1671–1683, 1984.
- [13] C.C. Jara-Almonte, C.E. Knight. *The specified boundary stiffness and force (SBSF) method for finite element subregion analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **26** :1567–1578, 1988.
- [14] P. Ladevèze, D. Dureisseix. *A micro/macro approach for parallel computing of heterogeneous structures*, International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, **1** :18–28, 2000.
- [15] P. Ladevèze, J. Simmonds. *New concepts for linear beam theory with arbitrary geometry and loading*, European Journal of Mechanics — A/Solids, **17(3)** :377–402, 1998.
- [16] F. Magoulès, F.X. Roux, L. Series. *Algebraic approximation of Dirichlet-to-Neumann maps for the equations of linear elasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **195** :3742–3759, 2006.
- [17] K.M. Mao, C.T. Sun. *A refined global-local finite element analysis method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **32** :29–43, 1991.
- [18] H. Matthies and G. Strang. *The solution of nonlinear finite element equations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **14** :1613–1626, 1979.
- [19] J.T. Oden, T.I. Zohdi. *Analysis and adaptive modeling of highly heterogeneous structures*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **148** :367–392, 1997.
- [20] J. Pebre, C. Rey, P. Gosselet, *A nonlinear dual domain decomposition method : application to structural problems with damage*. International Journal for Multiscale Computational Engineering, **6** :251–262, 2008.
- [21] S. Piperno, C. Farhat, B. Larrouturou. *Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **20** :1638–1685, 1995.
- [22] J.D. Whitcomb. *Iterative global/local finite element analysis*, Computers and Structures, **40(4)** :1027–1031, 1991.
- [23] T.I. Zohdi, P. Wriggers, C. Huet. *A method of substructuring large-scale computational micromechanical problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **190(43–44)** :5639–5656, 2001.