

# Corrélation d'images volumiques: Quelles limites à la résolution spatiale?

H. Leclerc<sup>1</sup>, J.N. Périé<sup>2</sup>, F. Hild<sup>1</sup>, S. Roux<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique et Technologie, Ecole Normale Supérieure de Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris,  
61 Av. du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France  
{hugo.leclerc, francois.hild, stephane.roux}@lmt.ens-cachan.fr

<sup>2</sup> Institut Clément Ader (ICA)  
Université de Toulouse; INSA, UPS, Mines Albi, ISAE  
133 Avenue de Rangueil, F-31077 Toulouse, France  
jean-noel.perie@iut-tlse3.fr

**Résumé** — La corrélation d'image possède une limite intrinsèque entre résolution spatiale et incertitude sur l'évaluation du déplacement. Il est proposé de dépasser cette limite en exploitant une régularisation basée sur le comportement mécanique du solide imagé. Cette procédure demande des schémas numériques performants qui permettent de traiter cette corrélation avec un très grand nombre de degrés de liberté (jusqu'à plusieurs centaines de millions).

**Mots clés** — Corrélation d'images volumiques, Régularisation, Résolution spatiale.

## 1 Introduction

La Corrélation d'Images Numériques (CIN) nécessite une régularisation pour pouvoir fournir un champ de déplacement. Cette régularisation est souvent implicite dans le choix de la base cinématique choisie pour rendre compte du champ de déplacement. Or la "qualité" de cette régularisation conditionnement grandement les performances de la CIN. Ainsi, par exemple, imposer une continuité du champ au travers d'une décomposition sur base de type éléments finis à deux [1] ou trois [3] dimensions, permet de diminuer l'incertitude de mesure par rapport à une approche locale où le déplacement est approchée par une déformation homogène zone à zone.

Cette contribution vise à introduire une régularisation plus proche de la mécanique sous-jacente du solide analysé pour réduire de manière significative l'incertitude de mesure cinématique, ou alternativement pour une même incertitude, augmenter le nombre de degrés de liberté permettant cette description.

## 2 Une régularisation élastique de la CIN

### 2.1 CIN

La corrélation d'image numérique consiste à appairer deux images en niveaux de gris, l'une dite de référence,  $f(\mathbf{x})$ , et l'autre dite déformée,  $g(\mathbf{x})$ . Le champ de déplacement,  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ , qui relie ces deux images au travers de la conservation de la texture

$$g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) = f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

est recherché en minimisant la forme faible de cette conservation,

$$\mathcal{I}_{CIN}[\mathbf{v}] = \int (g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} \quad (2)$$

sur un sous-espace de fonctions test  $\mathbf{v} \in \mathcal{S}$ . Dans la suite, cet espace sera choisi comme composé des fonctions de forme d'éléments finis type Q4P1 (élément quadrangle à quatre noeud, et fonction polynomiale de degré 1 dans chaque coordonnées). De plus, nous nous restreignons à des maillages homogènes réguliers où chaque élément est un cube élémentaire. La taille des éléments  $\ell$  en pixel sera donc le seul paramètre ajustable pour définir le maillage. La limite ultime de taille considéré dans la suite est

de  $\ell = 1$  pixel, et donc la discrétisation support de la cinématique aura la même finesse que l'image elle-même.

## 2.2 Régularisation élastique

Si l'on suppose que le solide support du champ de déplacement peut être décrit comme élastique, de propriétés élastiques locale données par un champ de tenseur de Hooke,  $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ , et dépourvu de forces de volume, alors la régularisation proposée consiste à sommer la fonctionnelle d'écart à l'équilibre [2]

$$\mathcal{T}_{Mech}[\mathbf{v}] = \int (\text{div}(\mathbf{C}(\mathbf{x}).. \nabla \otimes \mathbf{v}))^2 \, d\mathbf{x} \quad (3)$$

à  $\mathcal{T}_{CIN}[\mathbf{v}]$  assortie d'une pondération,

$$\mathcal{T}_{Tot}[\mathbf{v}] = \alpha \mathcal{T}_{CIN}[\mathbf{v}] + (1 - \alpha) \mathcal{T}_{Mech}[\mathbf{v}]$$

Le choix de  $\alpha$  conditionne une échelle de longueur  $\xi$  telle que l'une ou l'autre fonctionnelle domine selon l'échelle de variation du champ de déplacement. Cette longueur,  $\xi$ , joue ainsi le rôle d'une taille de maille,  $\ell$ , lorsque c'est ce seul choix qui dicte la régularisation (c.-à-d.  $\alpha = 1$ ).

Cette formulation peut être appliquée avec une propriété élastique homogène sur tout le domaine, ou bien différenciée selon le niveau de gris, mais une faible sensibilité au contraste de propriétés élastique a été observée.

## 3 Application

Cette approche a été appliquée à l'analyse de champs cinématiques issus tridimensionnels estimé à partir d'images de tomographie X. Une convergence vers un résultat stable peu dépendant de  $\xi$  a été obtenu [4] pour une taille d'élément  $\ell = 1$ .

Ce faisant, le nombre de degrés de liberté cinématique devient rapidement considérable (proportionnel à  $\ell^{-3}$  pour une même région d'analyse). Une stratégie multigrille de minimisation de  $\mathcal{T}_{Tot}$  a permis de traiter des cinématique comptant jusqu'à plusieurs  $10^8$  degrés de liberté.

## Références

- [1] G. Besnard, F. Hild, S. Roux, *Finite-element displacement fields analysis from digital images : Application to Portevin-Le Châtelier bands*, Experimental Mechanics **46**, 789-803, (2006)
- [2] D. Claire, F. Hild, S. Roux, *A Finite element formulation to identify damage fields : The equilibrium gap method*, Int. J. Numer. Meth. Engng. **61**, 189-208, (2004)
- [3] Roux S, Hild F, Viot P, Bernard D, *Three dimensional image correlation from X-Ray computed tomography of solid foam*, Comp. Part A **39**, 1253-1265, (2008)
- [4] H. Leclerc, J.-N. Périé, S. Roux, F. Hild, *Voxel-Scale Digital Volume Correlation*, Experimental Mechanics, in press (2010).